

МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

MECHANICS
OF COMPOSITE
MATERIALS

2022

6

ЛАТВИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
LATVIAN ACADEMY of SCIENCES

**МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ
МАТЕРИАЛОВ**

**MECHANICS
of COMPOSITE MATERIALS**

2022 ● Т. 58 ● 6 ● 1093—1294

Ноябрь—декабрь
November—December

<https://doi.org/10.22364/mkm.58.6>

Выходит 6 раз в год с января 1965 г.
Issued since 1965, bimonthly

ЛАТВИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РИГА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР *A. K. Chate*
EDITOR-IN-CHIEF *A. K. Chate*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

X. Альтенбах (зам. главного редактора, Германия), *Я. Андерсонс* (зам. главного редактора, Латвия), *А. Анискевич* (Латвия), *Я. Варна* (Швеция, Латвия), *А. Красников* (Латвия), *О. Старкова* (Латвия), *С. В. Шешенин* (Россия)

EDITORIAL BOARD

H. Altenbach (ass. editor, Germany), *J. Andersons* (ass. editor, Latvia), *A. Aniskevich* (Latvia), *J. Varna* (Sweden), *A. Krasnikovs* (Latvia), *O. Starkova* (Latvia), *S. V. Sheshenin* (Russia)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

M. Айдогду (Турция), *С. Д. Акбаров* (Турция), *С. К. Амиго* (Бразилия), *А. Артейру* (Португалия), *Л. Асп* (Швеция), *Е. Барканов* (Латвия), *В. Беккер* (Германия), *В. Н. Бурлаенко* (Украина), *И. Гузь* (Великобритания), *Нгуен Дин Дык* (Вьетнам), *В. А. Еремеев* (Италия), *Г. Кан* (Китай), *В. Карвелли* (Италия), *А. Катунин* (Польша), *Сон С. Ким* (Южная Корея), *Е. Конту* (Греция), *Е.-М. Крачун* (Румыния), *А. Кривцов* (Россия), *В. Кулаков* (Латвия), *Г. Куликов* (Россия), *С. В. Ломов* (Бельгия, Россия), *Ю. Маяк* (Эстония), *Г. Михасёв* (Беларусь), *А. Муц* (Польша), *В. Н. Паймушин* (Россия), *С. В. Панин* (Россия), *Л. Плачиди* (Италия), *Р. Родригес-Рамос* (Куба), *Т. Садовский* (Польша), *С. Б. Сапожников* (Россия), *М. Ди Скьюва* (Италия), *Р. Талreja* (США), *Ю. Токовий* (Украина), *Э. В. Ярве* (США)

ADVISORY BOARD

M. Aydogdu (Turkey), *S. D. Akbarov* (Turkey), *S. C. Amico* (Brazil), *A. Arteiro* (Portugal), *L. Asp* (Sweden), *E. Barkanov* (Latvia), *W. Becker* (Germany), *V. N. Burlayenko* (Ukraine), *I. Guz'* (United Kingdom), *Nguyen Dinh Duc* (Vietnam), *V. A. Eremeyev* (Italy), *G. Kang* (China), *V. Carvelli* (Italy), *A. Katunin* (Poland), *Seong S. Kim* (South Korea), *E. Kontou* (Greece), *E. M. Craciun* (Romania), *A. Krivtsov* (Russia), *V. Kulakov* (Latvia), *G. Kulikov* (Russia), *S. V. Lomov* (Belgium, Russia), *J. Majak* (Estonia), *G. Mikhasev* (Belarus), *A. Muc* (Poland), *V. N. Pajmushin* (Russia), *S. V. Panin* (Russia), *L. Placidi* (Italy), *R. Rodriguez-Ramos* (Cuba), *T. Sadowski* (Poland), *S. B. Sapozhnikov* (Russia), *M. Di Sciuva* (Italy), *R. Talreja* (USA), *Yu. Tokovyy* (Ukraine), *E. V. Iarve* (USA)

ПОЧЕТНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ

Л. Агаловян (Армения), *А. Богданович* (США), *А. Н. Гузь* (Украина), *А. Дуда* (Германия), *А. Д. Заманов* (Азербайджан), *М. Калнинь* (Латвия), *В. В. Коврига* (Россия), *С. Т. Милейко* (Россия), *Ю. М. Плескачевский* (Беларусь), *В. А. Поляков* (Латвия), *Н. Щербина* (Украина)

HONORARY BOARD

L. Aghalovyan (Armenia), *A. Bogdanovich* (USA), *A. N. Guz'* (Ukraine), *A. Duda* (Germany), *A. D. Zamanov* (Azerbaijan), *M. Kalniņš* (Latvia), *V. V. Kovriga* (Russia), *S. T. Mileiko* (Russia), *Yu. M. Pleskachevskii* (Belarus), *V. A. Polyakov* (Latvia), *N. Shcherbina* (Ukraine)

Журнал издается на английском языке Springer Science+Business Media, Inc. (США, ISSN 0191-5665) и аннотируется в следующих изданиях:

The Journal is published in English by Springer Science+Business Media, Inc. (USA, ISSN 0191-5665) and is abstracted or indexed in:

Science Citation Index Expanded (SciSearch), Journal Citation Reports/Science Edition, SCOPUS, INSPEC, Chemical Abstracts Service (CAS), Google Scholar, EBSCO, CSA, Academic OneFile, Academic Search, ChemWeb, CSA, Environmental Sciences, Current Contents/Engineering, Computing and Technology, Earthquake Engineering Abstracts, EI-Compendex, Gale, INIS Atomindex, OCLC, Polymer Library, Reaction Citation Index, Referativnyi Zhurnal (VINITI), SCImago, Summon by ProQuest.

*P. T. S. Freire^{a,b,d}, S. G. Nunes^{e,d}, S. C. Amico², H. Дж. Аль-Рамахи^d,
P. Йоффе^d, Я. Варна^{e,d,*}*

^a*Centre for Innovation and Technology in Composite Materials, Department of Mechanical Engineering, Federal University of São João del Rei (UFSJ), Brazil.*

^b*Department of Natural Sciences, Federal University of São João del Rei (UFSJ), Brazil.*

^c*Laboratory of Experimental Mechanics of Materials, Riga Technical University, Riga, Latvia*

^d*Department of Materials Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, Brazil*

^e*Department of Engineering Sciences and Mathematics, Luleå University of Technology, Luleå, Sweden*

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ФУНКЦИЙ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПОДАТЛИВОСТИ И РЕЛАКСАЦИИ ПОЛИМЕРОВ В ОДНОМ ИСПЫТАНИИ НА РАСТЯЖЕНИЕ¹

*R. T. S. Freire, S. G. Nunes, S. C. Amico, N. J. Al-Ramahi, R. Joffe, and J. Varna**

ON DETERMINATION OF THE LINEAR VISCOELASTIC COMPLIANCE AND RELAXATION FUNCTIONS FOR POLYMERS IN ONE TENSILE TEST

Keywords: linear viscoelasticity, relaxation, Laplace transforms, FEM, quasi-elastic method

Usually, the viscoelastic (VE) response of polymers for applications in composites is obtained in uniaxial strain- or stress-controlled tests. However, analyzing multimaterial structures by the Finite Element Method (FEM) or by other numerical or analytical tools, a material model in terms of a complete set of compliance functions and/or relaxation functions is required. In this paper, a methodology and exact analytical expressions for calculating the whole set of VE functions is presented based on the relaxation modulus $E(t)$ and Poisson's ratio $\nu(t)$ determined in strain-controlled tests. The method is based on Laplace transforms, where an exact inversion is possible if a linear VE model with functions in Prony series is used. Results of the analytical model are compared with the FEM simulation, where specific boundary conditions to determine each particular VE function are used. Finally, the applicability of the so called quasi-elastic method

*Автор, с которым следует вести переписку: janis.varna@ltu.se
Corresponding author: janis.varna@ltu.se

¹Перевод с англ.

is investigated, where the expressions of elasticity theory are used to calculate a given viscoelastic function at an instant of time t_k using the instant values of $E(t_k)$ and $\nu(t_k)$. For isotropic materials, the three approaches render almost coinciding results.

Ключевые слова: вязкоупругость линейная, релаксация, преобразования Лапласа, МКЭ, метод квазиупругий

Вязкоупругий отклик полимеров для применений в композитах определяют обычно путем испытаний с контролируемой одноосной деформацией или напряжением. Однако при анализе конструкций из нескольких материалов методом конечных элементов (МКЭ) или других численных или аналитических инструментов необходима модель материала с полным набором функций податливости и/или функций релаксации. В настоящей работе представлена методика и точные аналитические выражения для расчета всего набора вязкоупругих функций на основе модуля релаксации и коэффициента Пуассона, определенных в испытаниях с контролируемой деформацией. Метод основан на преобразованиях Лапласа, когда возможно точное обратное преобразование при использовании линейной вязкоупругой модели с функциями в рядах Прони. Результаты аналитической модели сравнили с результатами моделирования МКЭ, в которых использовали конкретные граничные условия для определения каждой конкретной вязкоупругой функции. Исследовали применимость так называемого квазиупругого метода, в котором для вычисления заданной вязкоупругой функции в момент времени t_k по мгновенным значениям $E(t_k)$ и $\nu(t_k)$ использовали выражения теории упругости. Для изотропных материалов эти три подхода дали почти совпадающие результаты.

Введение

Использование полимеров и полимерных композитов в разных областях применения постоянно возрастает, особенно с акцентом на расширение области применения для жестких условий эксплуатации, например, при повышенных температурах, а также при разработке новых многомасштабных материалов [1—6], в которых вязкоупругим поведением полимеров, зависящим от времени, пренебрегать нельзя. Наиболее типичными для определения линейных вязкоупругих характеристик изотропных материалов являются испытания на одноосную релаксацию или ползучесть [3]. Например, в испытании на релаксацию за быстрым приложением деформации ε_1 следует выдержка материала при этой деформации. Релаксацию напряжений и изменение поперечной деформации (к сожалению, ее измеряют нечасто) используют для определения вязкоупругого модуля $E(t)$ и коэффициента Пуассона $\nu(t)$.

Однако оценка вязкоупругих функций для композитов и моделирование сложных конструкций из нескольких материалов требуют моделей состояния и численных процедур, которые используют разные, зависящие от времени, функции — матрицу функций податливости при ползучести $S_{ij}(t)$ и матрицу функций релаксации жесткости $C_{ij}(t)$. Теоретически эти функции определяют в испытаниях с конкретными граничными условиями, которые очень сложно (иногда невозможно) реализовать. Примером может служить функция релаксации сдвигового напряжения $G(t)$, являющаяся информацией, вводимой в конечно-элементное программное обеспечение ANSYS [7]. Поэтому для пересчета необходимы точные выражения, заменяющие ненужное дополнительное испытание.

Для задач линейной вязкоупругости часто используют принцип соответствия, согласно которому после интегрального преобразования в область Лапласа соотношения между напряжениями и деформациями будут такими же, как и в случае линейной упругости, и можно использовать методы и выражения, полученные в теории упругости [8, 9]. Проблема заключается в обратном преобразовании решения, полученного в области Лапласа, во временную область. Точное обратное преобразование во многих случаях невозможно или очень сложное, поэтому разрабатывают приближенные методы обратного преобразования. В [9] предложили два простых приближенных метода обратного преобразования (метод коллокации и прямой метод), которые будут точными, как предполагают, когда приложенные нагрузки или перемещения будут иметь форму ступенчатой функции Хевисайда, как в идеализированном испытании на ползучесть или релаксацию. Прямой метод, который проще метода коллокации, представляет прямую зависимость между решениями в обеих областях. Для функции $f(t)$ с малой кривизной по осям $\lg t$ зависимость с ее преобразованием $\bar{f}(p)$ выражена как $f(t) = \left[p\bar{f} \right]_{p=\beta/t}$, где $\beta \approx 0,5$.

Численный метод вычисления нестационарных функций релаксации композитов применяли в [10, 11]. Предполагая, что усредненные функции можно представить в рядах Прони, соответствующую задачу теории упругости в области Лапласа решают численно для заранее заданных M значений параметра Лапласа p . Для этого необходимо выполнить $6M$ решений МКЭ для используемого представительного элемента объема (ПЭО). Затем применяют метод наименьших квадратов для подгонки численных результатов, таким образом определяя требуемые коэффициенты ряда Прони для гомогенизированного материала. Использование больших значений M улучшает описание его поведения в области Лапласа. Однако точность решения во временной области может не повыситься. На самом деле решение во временной области зависит от поведения преобразования в особых точках, поэтому на точность решения влияет выбор значений p . Решение не единственное. Оптимальный выбор алгоритмов обратного преобразования обсуждали в [11].

В [10] времена релаксации для всех составляющих материала и их гомогенизированного поведения одинаковы. Это является приближением, поскольку времена релаксации гомогенизированного поведения, как правило, отличаются от времен релаксации составляющих [12]. Однако результаты [4] свидетельствуют о том, что такая процедура приводит к результатам, очень близким к получаемым при прямом вязкоупругом моделировании МКЭ. Следует отметить, что существуют разные подходы к моделированию ползучести, всесторонний анализ которых можно найти в [13].

Цель настоящей работы — определение матричных функций релаксации $C_{ij}(t)$ и податливости $S_{ij}(t)$ изотропного материала с известными вязкоупругими откликами $E(t)$ и $\nu(t)$ в испытании на релаксацию. Точное решение (коэффициенты ряда Прони для всех функций) можно найти с помощью аналитических выражений в области Лапласа. Эти выражения являются рациональными функциями, содержащими многочлены в знаменателях, и поэтому особые точки (имеющие действительные и отрицательные значения) находят с помощью простой численной процедуры. Аналитическое точное обратное преобразование во временную область выполняли после представления рациональных функций в виде простых дробей. Смоделированные функции жесткости и податливости сравнили с вязкоупругими функциями, полученными при моделировании МКЭ ступенчато-линейного нагружения с граничными условиями, характерными для каждой функции. Наконец, исследовали применимость так называемого квазиупругого метода, когда значение заданной вязкоупругой функции в фиксированный момент времени t_k вычисляли с использованием упругих выражений с $E(t_k)$ и $\nu(t_k)$ в качестве входных данных.

1. Линейные вязкоупругие модели

1.1. Модель вязкоупругого отклика в испытаниях с контролируемой одноосной деформацией. Линейный вязкоупругий отклик изотропных материалов часто характеризуют приложенная ступенчато-линейная одноосная деформация $\varepsilon_1(t)$, измеряемое напряжение $\sigma_1(t)$ и поперечная деформация $\varepsilon_2(t)$. Понимая, что для изотропных материалов можно опустить индексы вязкоупругих функций, решили сохранить их для упрощения объяснения разных случаев нагружения, используемых в МКЭ, и для идентификации измеренных или рассчитанных откликов. В используемой модели линейный вязкоупругий отклик описали интегралом суперпозиции Больцмана [9]

$$\sigma_1(t) = \int_0^t E_1(t-\xi) \frac{d\varepsilon_1}{d\xi} d\xi, \quad (1)$$

$$\varepsilon_2(t) = -\int_0^t \nu_{12}(t-\xi) \frac{d\varepsilon_1}{d\xi} d\xi, \quad (2)$$

где функции релаксации $E_1(t)$ и $\nu_{12}(t)$ определили следующим образом:

$$E_1(t) = E_1^0 + \sum_{m=1}^M E_1^m e^{\left(\frac{-t}{q_m}\right)}, \quad (3)$$

$$\nu_{12}(t) = \nu_{12}^0 + \sum_{m=1}^M \nu_{12}^m e^{\left(\frac{-t}{q_m}\right)}. \quad (4)$$

Коэффициенты E_1^m и ν_{12}^m рядов Прони в уравнениях (3) и (4) — постоянные, не зависящие от температуры, состояния старения или уровня деформации. Обычно времена релаксации q_m предполагают, поскольку они не имеют физического смысла.

В силу конечного количества членов, используемых в рядах Прони, подгоночный параметр E_1^0 нельзя идентифицировать как резиноподобный модуль материала, поскольку он намного больше последнего и включает кроме него вклад всех непредусмотренных членов ряда Прони с $q \gg q_M$, которые в ограниченном диапазоне времени, используемом для определения параметра, имеют почти постоянное значение.

Функция релаксации напряжений при $t = 0$ представляет собой мгновенный упругий отклик (модуль стекловидности). Уравнение (4) представляет собой вязкоупругий “коэффициент Пуассона”, значение которого при $t = 0$ — мгновенный отклик Пуассона:

$$E_1(0) = E_1^0 + \sum_{m=1}^M E_1^m, \quad (5)$$

$$\nu_{12}(0) = \nu_{12}^0 + \sum_{m=1}^M \nu_{12}^m. \quad (6)$$

Для определения коэффициентов ряда Прони используют так называемое релаксационное испытание, обычно состоящее из очень быстрого нагружения (L-шаг) до заданного уровня деформации ε_0 с последующим удержанием постоянной деформации (H-шаг). Предполагая, что L-шаг намного короче H-шага, и игнорируя данные наблюдений на L-шаге и даже большее количество данных в начале H-шага, можно получить приближенное описание релаксации, используя идеализацию о том, что деформация приложена как ступенчатая функция Хевисайда $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 H(t - 0)$. Согласно уравнениям (1), (2) отклик в идеализированном испытании имеет вид

$$\sigma_1(t) = E_1(t) \varepsilon_0, \quad (7)$$

$$\varepsilon_2(t) = -\nu_{12}(t) \varepsilon_0. \quad (8)$$

В отличие от предположения об идеализированном испытании время передачи данных t_1 в реальном испытании не равно нулю, и уравнения (7) и (8) применимы только при $t \gg t_1$. Точные выражения для реального ис-

пытания L—H с контролируемой деформацией можно получить из уравнений (1)—(4). На L-шаге образец линейно нагружают с постоянной скоростью деформирования, достигающей максимума ε_0 за t_1 с ($0 < t \leq t_1$) с вязкоупругим откликом

$$\sigma_1(t) = \varepsilon_0 \left[E_1^0 \frac{t}{t_1} + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M E_1^m q_m \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{q_m}\right)} \right) \right], \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0 \frac{t}{t_1}, \quad (9)$$

$$\varepsilon_2(t) = -\varepsilon_0 \left[\nu_{12}^0 \frac{t}{t_1} + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M \nu_{12}^m q_m \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{q_m}\right)} \right) \right], \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0 \frac{t}{t_1}. \quad (10)$$

На следующем H-шаге приложенная деформация постоянна, $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$, в течение t^* с ($t_1 < t \leq t_1 + t^*$), и отклик имеет вид

$$\sigma_1(t) = \varepsilon_0 \left[E_1^0 + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M E_1^m q_m e^{-\left(\frac{t}{q_m}\right)} \left(e^{\left(\frac{t_1}{q_m}\right)} - 1 \right) \right], \quad (11)$$

$$\varepsilon_2(t) = -\varepsilon_0 \left[\nu_{12}^0 + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M \nu_{12}^m q_m e^{-\left(\frac{t}{q_m}\right)} \left(e^{\left(\frac{t_1}{q_m}\right)} - 1 \right) \right]. \quad (12)$$

В настоящей работе уравнения (9)—(12) использовали для определения коэффициентов ряда Прони путем подгонки экспериментальных данных $\sigma_1(t)$ и $\varepsilon_2(t)$ данных испытания L—H (см. кривую деформирования на рис. 1—а). Выражения (9)—(12) линейны относительно коэффициентов E_1^m и ν_{12}^m , времена релаксации q_m предполагают обычно равными 1, 10, 100... с, поэтому аппроксимация методом наименьших квадратов не вызывает затруднений. Дополнительное ограничение коэффициентов ряда Прони $m = 1, 2, \dots, M$ заключается в том, что все они имеют одинаковый знак.

Иногда данные о поперечных деформациях недоступны и необходимы дополнительные предположения. Наиболее распространенным является предположение о том, что поперечная деформация на H-шаге постоянна, $\nu_{12}(t) = \nu_{12}(0)$ или что объемный модуль K остается постоянным (не зависящим от времени). В последнем случае его значение можно найти из мгновенного отклика как

$$K = K(0) = \frac{E_1(0)}{3(1 - 2\nu_{12}(0))}. \quad (13)$$

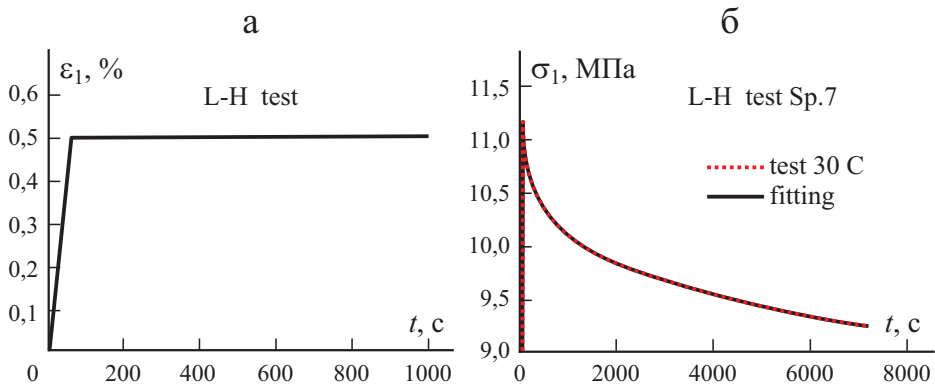


Рис. 1. Испытание L—H для образца 7, нагруженного до деформации 0,5% со скоростью деформирования 0,5%/мин при $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$: линейно-ступенчатое изменение деформации со временем (а); зависимость напряжения от времени (б).

Этот особый случай, включенный в подпрограмму конечно-элементного программного обеспечения ANSYS, использовали во всех численных примерах настоящей работы. Можно показать, что при $K = \text{const}$ отклик поперечной деформации $\varepsilon_2(t)$ на приложенную деформацию $\varepsilon_1(t)$ аналогичен отклику осевого напряжения

$$\varepsilon_2(t) = -\frac{1}{2}\varepsilon_1(t) + \frac{1}{6K} \int_0^t E_1(t-\xi) \frac{d\varepsilon_1}{d\xi} d\xi. \quad (14)$$

Следовательно, коэффициенты ряда Прони для $\nu_{12}(t)$ можно найти из известных коэффициентов для $E_1(t)$:

$$\nu_{12}^0 = \frac{1}{2} - \frac{E_1^0}{6K}, \quad \nu_{12}^m = -\frac{E_1^m}{6K}, \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

1.2. Вязкоупругая трехмерная модель в формулировке деформации.

Используя “векторное” обозначение Фойгта, отклик ортотропного материала по напряжению на наклонных участках нагружения с регулируемой деформацией определяют выражения

$$\sigma_i(t) = \sum_{j=1}^3 \int_0^t C_{ij}(t-\xi) \frac{d\varepsilon_j}{d\xi} d\xi, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (16)$$

$$\sigma_k(t) = \int_0^t C_{kk}(t-\xi) \frac{d\varepsilon_k}{d\xi} d\xi, \quad k = 4, 5, 6, \quad (17)$$

$$C_{ij}(t) = C_{ij}^0 + \sum_{m=1}^{M_C} C_{ij}^m e^{\left(-\frac{t}{r_m}\right)}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (18)$$

Времена релаксации для $C_{ij}(t)$ и $E_1(t)$ могут быть разными.

Для изотропных материалов $C_{12}(t) = C_{13}(t) = C_{23}(t)$, $C_{11}(t) = C_{22}(t) = C_{33}(t)$ и $C_{44}(t) = C_{55}(t) = C_{66}(t)$. Тогда поведение материала описывают функции $C_{11}(t)$, $C_{12}(t)$ и $C_{66}(t)$.

1.3. Вязкоупругая трехмерная модель в формулировке напряжения.

Подобные соотношения на основе симметрии использовали для $S_{ij}(t)$. Реакция по деформации на наклонных участках нагружения с контролируемым напряжением определяют выражения

$$\varepsilon_i(t) = \sum_{j=1}^3 \int_0^t S_{ij}(t-\xi) \frac{d\sigma_j}{d\xi} d\xi, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (19)$$

$$\varepsilon_k(t) = \int_0^t S_{kk}(t-\xi) \frac{d\sigma_k}{d\xi} d\xi, \quad k = 4, 5, 6, \quad (20)$$

$$S_{ij}(t) = S_{ij}^0 + \sum_{m=1}^{M_S} S_{ij}^m e^{\left(-\frac{t}{\tau_m}\right)}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6. \quad (21)$$

Времена релаксации для $S_{ij}(t)$ и $E_1(t)$ могут быть разными.

Для изотропных материалов $S_{12}(t) = S_{13}(t) = S_{23}(t)$, $S_{11}(t) = S_{22}(t) = S_{33}(t)$ и $S_{44}(t) = S_{55}(t) = S_{66}(t)$. Тогда поведение материала описывают функции $S_{11}(t)$, $S_{12}(t)$ и $S_{66}(t)$.

1.4. Вязкоупругая двухмерная модель. Предполагая, как и в классической теории слоистых композитов для тонких слоев, что $\sigma_3 = 0$, соотношения между напряжениями и деформациями упрощаются:

$$\sigma_i(t) = \sum_{j=1}^2 \int_0^t Q_{ij}(t-\xi) \frac{d\varepsilon_j}{d\xi} d\xi \quad i, j = 1, 2, \quad (22)$$

$$\sigma_6(t) = \int_0^t Q_{66}(t-\xi) \frac{d\varepsilon_6}{d\xi} d\xi, \quad (23)$$

$$Q_{ij}(t) = Q_{ij}^0 + \sum_{m=1}^{M_Q} Q_{ij}^m e^{\left(-\frac{t}{\theta_m}\right)}, \quad i, j = 1, 2, 6, \quad (24)$$

Времена релаксации θ_m для $Q_{ij}(t)$ и q_m для $E_1(t)$ могут быть разными.

Для изотропных материалов $Q_{11}(t) = Q_{22}(t)$. Тогда поведение материала описывают функции $Q_{11}(t)$, $Q_{12}(t)$, $Q_{66}(t)$.

2. Экспериментальное определение $E_1(t)$ для эпоксидной системы

Вязкоупругий отклик эпоксидной смолы Araldite LY 5052/Aradur HY 5052 (Huntsman) определили на образцах размером 160×15×4 мм, изготовленных путем смешивания эпоксидной смолы и отвердителя в течение

5 мин в пропорции 100:38 по весу согласно рекомендации производителя и вакуумной дегазации в течение ~ 12 мин. Смолу заливали в форму из силиконового каучука при комнатной температуре ($\cong 23\text{ }^\circ\text{C}$) и закрепляли между двумя металлическими пластинами, выстланными тефлоновой тканью для облегчения извлечения из формы (подробнее см. [14]). После отверждения в течение 24 ч при комнатной температуре и извлечения из формы образцы подвергли доотверждению в печи при $105\text{ }^\circ\text{C}$ в течение 4 ч до степени отверждения 0,992 (рассчитанной по кинетической модели отверждения [15, 16] с использованием параметров, приведенных в [17]).

Испытания на растяжение L—H, описанные в разделе 1.1, с линейным наклонным участком деформирования, показанным на рис. 1—а, выполнили на универсальной испытательной машине Instron 3366 с механическими захватами и датчиком нагрузки 10 кН. Длина образца между захватами 100 мм. Использование наждачной бумаги для закрепления образцов в захватах предотвратило их выскальзывание. Осевую деформацию измеряли стандартным динамическим экстензометром Instron 2620-601, прикрепленным к образцу резиновыми лентами, с измерительной базой 50 мм. Образцы испытали в климатической камере Instron 3119-406. На L-шаге до деформации 0,5% скорость деформирования составляла 0,5%/мин. На H-шаге приложенную деформацию поддерживали постоянной в течение 120 мин и измеряли релаксацию напряжения. Восстановление деформации в данном испытании не регистрировали, но ранее ее наблюдали в течение 12 ч для других образцов. Результаты показали, что механический отклик был обратим, поэтому вязкопластические деформации отсутствовали [14].

Кривая изменения напряжения, полученная для одного из образцов (образец 7), представлена на рис. 1—б. Данные подгоняли с помощью уравнений (9) и (11) в соответствии с процедурой, подробно описанной в [14]. Коэффициенты ряда Прони, полученные с помощью этой процедуры, представлены в табл. 1, а качество подгонки показано на рис. 1—б (шкалу выбрали такой, чтобы были видны очень небольшие различия).

По данным табл. 1 с помощью уравнения (5) установили, что $E_1(0) = 2370,5\text{ МПа}$. Поперечную деформацию в эксперименте не измеряли; однако 30-секундное квазистатическое испытание на растяжение показало, что $\nu_{12}(0) = 0,33$. Затем значение $K = \text{const}$ рассчитали с помощью

Табл. 1

Коэффициенты рядов Прони для величины E_1^m , определенные по данным испытания L—H (см. рис. 1—б, $E_1^0 = 1700,1\text{ МПа}$), и коэффициенты ν_{12}^m , вычисленные с помощью уравнения (15); $\nu_{12}^0 = 0,37808$ ($K = 2324,02\text{ МПа}$)

$q_m, \text{ c}$	10^1	10^2	10^3	10^4
$E_1^m, \text{ МПа}$	121,7	115,8	129,3	303,6
ν_{12}^m	-0,008728	-0,008305	-0,009273	-0,021777

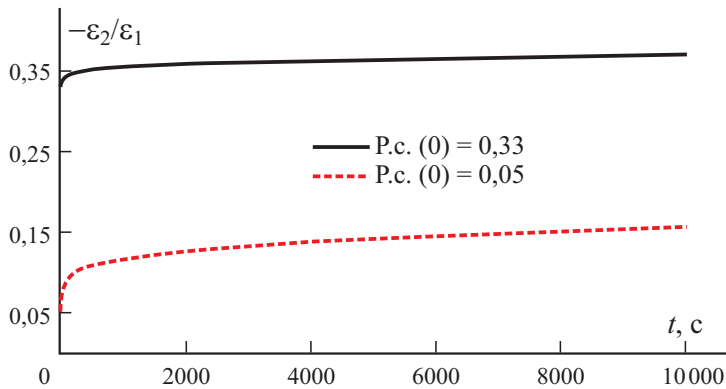


Рис. 2. Отношение поперечной/осевой деформаций (вязкоупругий коэффициент Пуассона), смоделированное в идеальном одноосном испытании на релаксацию со ступенчатым приложением осевой деформации при $\nu_{12}(0) = 0,33$ (—) и $0,05$ (- - -).

уравнения (13), а коэффициенты ряда Прони для $\nu_{12}(t)$ — с помощью уравнения (15). Расчетные значения ν_{12}^m приведены в табл. 1. На рис. 2 представлены зависимости $\nu_{12}(t)$, рассчитанные с помощью уравнения (6) при $\nu_{12}(0) = 0,33$, $K = 2324,02$ МПа и $\nu_{12}(0) = 0,05$, $K = 877,96$ МПа.

3. Трехмерные конечно-элементные расчеты вязкоупругого отклика

Полный набор вязкоупругих функций $S_{ij}(t)$, $C_{ij}(t)$, $Q_{ij}(t)$ для эпоксидного материала определили при моделировании вязкоупругого отклика с использованием программного обеспечения ANSYS и экспериментально найденных функций $E_1(t)$ и $\nu_{12}(t)$ (см. коэффициенты рядов Прони в табл. 1) в качестве входных данных. Расчеты МКЭ выполнили для (а) проверки того, что аналитические выражения, представленные далее, не имеют ошибок и (б) демонстрации точности вязкоупругой процедуры МКЭ для определения коэффициентов ряда Прони, моделирующего испытания L—H с конкретными граничными условиями. Согласно описанию руководства для пользователя ANSYS [7] формулировка вязкоупругой модели, принятая в ANSYS, несколько отличается от описанной в разделе 1. Для изотропного материала её записывают в терминах функции релаксации сдвига $G(t) = G_{12}(t)$ и функции объемной релаксации $K(t)$, и коэффициенты ряда Прони для этих функций необходимо использовать в качестве входных данных:

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t 2G(t-\xi) \frac{de_{ij}}{d\xi} d\xi + \delta_{ij} \int_0^t K(t-\xi) \frac{d\Delta}{d\xi} d\xi, \quad (25)$$

где e и Δ — девиаторная и объемная деформации соответственно, равные

$$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij}, \quad \Delta = \sum_{i=1}^3 \varepsilon_{ii}, \quad (26)$$

$G(t)$ и $K(t)$ должны быть представлены в виде

$$G(t) = G(0) \left[\alpha_0 + \sum_n \alpha_n e^{\left(-\frac{t}{q_n} \right)} \right], \quad (27)$$

$$K(t) = K(0) \left[\beta_0 + \sum_n \beta_n e^{\left(-\frac{t}{q_n} \right)} \right], \quad (28)$$

$$\alpha_r = \frac{G^r}{G(0)} \quad \text{и} \quad \beta_r = \frac{K^r}{K(0)}, \quad r = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Напряжения определили с помощью программного обеспечения ANSYS Mechanical APDL, используя адаптированную схему интегрирования, предложенную в [18] и модифицированную в [19]. В этой процедуре интеграл вида

$$S_n = \int_0^t e^{\left(-\frac{t-\xi}{q_n} \right)} \frac{d\varepsilon}{d\xi} d\xi \quad (29)$$

вычисляются приращениями

$$S_n(t_{k+1}) = S_n(t_k) e^{\left(-\frac{\Delta t}{q_n} \right)} + \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{\left(-\frac{t_{k+1}-\xi}{q_n} \right)} \frac{d\varepsilon}{d\xi} d\xi, \quad (30)$$

где $\Delta t = t_{k+1} - t_k$. Для аппроксимации интеграла использовали правило средней точки

$$S_n(t_{k+1}) = S_n(t_k) e^{\left(-\frac{\Delta t}{q_n} \right)} + e^{\left(-\frac{\Delta t}{2q_n} \right)} (\varepsilon(t_{k+1}) - \varepsilon(t_k)). \quad (31)$$

Коэффициенты рядов Прони для $G(t)$ и $K(t)$ необходимо использовать в качестве входных данных в ANSYS. Определение параметров для $G(t)$ при использовании коэффициентов ряда Прони для $E_1(t)$ и $\nu_{12}(t)$, что является одной из задач данного исследования, будет описано в разделе 4. Предполагали, что K не изменяется со временем ($K(t) = K(0)$). Его значение нашли с помощью уравнения (13).

Используя МКЭ, смоделировали вязкоупругий отклик в испытании L—H с параметрами нагружения, найденными экспериментально (см. раздел 2), с применением разных граничных условий к представительной

ячейке. Коэффициенты рядов Прони для функций жесткости и податливости определили путем аппроксимации результатов функциями, описывающими испытание L—H при конкретных граничных условиях. Времена релаксации (запаздывания), использованные при подгонке, были одинаковыми для всех функций: $q_m = 1, 10^1, 10^2, 10^3, 10^4$ и 10^5 с.

Использовали трехмерную представительную ячейку длиной 5 мм, шириной 0,2 мм и толщиной 1 мм. Для моделирования использовали трехмерные 20-узловые конечные элементы SOLID186. Конечно-элементную сетку создали, задав 12 разделений/мм. На плоскостях $x_1 = 0$, $x_2 = 0$ и $x_3 = -0,2$ мм задали симметричные граничные условия. Поскольку все поля напряжений и деформаций в анализируемых задачах однородны, не было необходимости анализа сходимости решения в зависимости от плотности сетки. Фактически только один конечный элемент справился бы с данной задачей. Несколько элементов использовали только для проверки правильности применения граничных условий. Любая концентрация напряжений указывала бы на наличие проблемы.

Типы граничных условий и соответствующие подгоночные функции перечислены далее.

А. Одноосная приложенная деформация $\varepsilon_1(t)$ со свободными боковыми границами. Верхняя ($x_2 = 1$ мм) и передняя ($x_3 = 0$) грани объемного элемента свободны от усилий.

Коэффициенты рядов Прони для $E_1(t)$ и $\nu_{12}(t)$ получены из уравнений (9)—(12). Этот случай самопредсказуемого нагружения используют для проверки правильности формулировки и процедуры, применяемых в МКЭ, и оценки точности. Этот случай — самопредсказуемый, поскольку коэффициенты рядов Прони для $E_1(t)$ и $\nu_{12}(t)$ являются экспериментальной входной информацией для определения $G(t)$ и $K(t)$.

На L-шаге $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_0 \frac{t}{t_1}$, $0 < t < t_1$; на H-шаге $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_0$, $t \geq t_1$.

Б. Одноосная приложенная деформация $\varepsilon_1(t)$ и нулевые поперечные перемещения. На верхней грани ($x_2 = 1$ мм) объемного элемента $u_2 = 0$; $u_3 = 0$ на грани $x_3 = 0$. С учетом напряжения, полученного при таком моделировании, коэффициенты рядов Прони для функций жесткости $C_{11}(t)$ и $C_{12}(t)$ определили с помощью подгоночных функций.

На L-шаге $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_0 \frac{t}{t_1}$, $0 < t \leq t_1$,

$$\sigma_i(t) = \varepsilon_0 \left[C_{1i}^0 \frac{t}{t_1} + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M C_{1i}^m q_m \left(1 - e^{\left(-\frac{t}{q_m} \right)} \right) \right], \quad i = 1, 2, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0 \frac{t}{t_1}. \quad (32)$$

На H-шаге $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_0$, $t_1 < t \leq t_1 + t^*$,

$$\sigma_i(t) = \varepsilon_0 \left[C_{li}^0 + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M C_{li}^m q_m e^{\left(\frac{-t}{q_m}\right)} \left(e^{\left(\frac{t_1}{q_m}\right)} - 1 \right) \right], \quad i=1,2, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0. \quad (33)$$

В. Одноосная приложенная деформация $\varepsilon_1(t)$ и нулевые поперечные перемещения в плоскости. На поверхности $x_2 = 1$ мм $u_2 = 0$, а на поверхности $x_3 = 0$ усилия отсутствуют. При таком моделировании коэффициенты рядов Прони для функций жесткости $Q_{11}(t)$ и $Q_{12}(t)$ определяли с использованием подгоночных функций.

На L-шаге $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_0 \frac{t}{t_1}$, $0 < t \leq t_1$,

$$\sigma_i(t) = \varepsilon_0 \left[Q_{li}^0 \frac{t}{t_1} + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M Q_{li}^m q_m \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{q_m}\right)} \right) \right], \quad i=1,2. \quad (34)$$

На H-шаге $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_0$ ($t_1 < t \leq t_1 + t^*$), $\varepsilon_1(t) = \varepsilon_0$ ($t > t_1$),

$$\sigma_i(t) = \varepsilon_0 \left[Q_{li}^0 + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M Q_{li}^m q_m e^{\left(\frac{-t}{q_m}\right)} \left(e^{\left(\frac{t_1}{q_m}\right)} - 1 \right) \right], \quad i=1,2. \quad (35)$$

Г. Одноосное приложенное напряжение $\sigma_1(t)$ и свободные от усилий боковые поверхности. Значение σ_0 равно 12,12 МПа. Поверхности $x_2 = 1$ мм и $x_3 = 0$ свободны от усилий.

При таком моделировании коэффициенты рядов Прони для функций податливости $S_{11}(t)$ и $S_{12}(t)$ определили с использованием подгоночных функций.

На L-шаге $\sigma_1(t) = \sigma_0 \frac{t}{t_1}$, $0 < t \leq t_1$,

$$\varepsilon_i(t) = \sigma_0 \left[S_{li}^0 \frac{t}{t_1} + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M S_{li}^m q_m \left(1 - e^{\left(\frac{-t}{q_m}\right)} \right) \right], \quad i=1,2. \quad (36)$$

На H-шаге $\sigma_1(t) = \sigma_0$, $t_1 < t \leq t_1 + t^*$,

$$\varepsilon_i(t) = \sigma_0 \left[S_{li}^0 + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M S_{li}^m q_m e^{\left(\frac{-t}{q_m}\right)} \left(e^{\left(\frac{t_1}{q_m}\right)} - 1 \right) \right], \quad i=1,2. \quad (37)$$

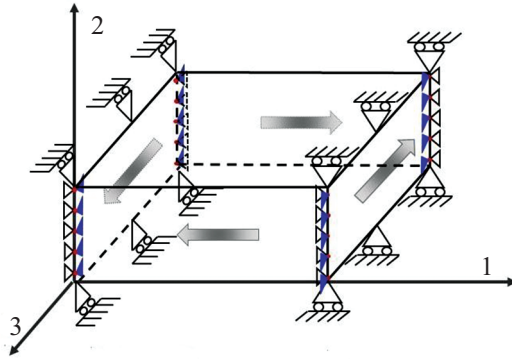


Рис. 3. Граничные условия, используемые при нагружение чистым сдвигом.

Д. Сдвиговое нагружение. Моделирование сдвигового нагружения в плоскости выполнено на ПЭО размерами $5 \times 2 \times 1$ мм. Конечно-элементную сетку объема создали, задав шесть разделений/мм. Задание граничных условий иллюстрируют данные рис. 3 [20]: точки на поверхности $x_3 = -w$ имеют одинаковое перемещение в направлениях x_3 (синие треугольники) и x_2 (кружки), как и соответствующие точки на поверхности $x_3 = 0$. Аналогично точки на поверхностях $x_1 = 0$ и $x_1 = L$ имеют одинаковое перемещение в направлениях x_1 (пустые треугольники) и x_2 (кружки). Верхняя поверхность свободна от усилий. Условия симметрии приложены к нижней поверхности элемента.

Приложенные касательные перемещения соответствуют деформациям сдвига $\gamma(t) = \gamma_0 \frac{t}{t_1}$, $0 < t \leq t_1$, $\gamma(t) = \gamma_0$, $t > t_1$. Значение γ_0 равно 0,02.

При таком моделировании коэффициенты ряда Прони для функции релаксации $C_{66}(t) = G_{12}(t)$ определили с использованием подгоночных функций.

На L-шаге $\gamma(t) = \gamma_0 \frac{t}{t_1}$, $0 < t \leq t_1$,

$$\sigma_{12}(t) = \gamma_0 \left[C_{66}^0 \frac{t}{t_1} + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M C_{66}^m q_m \left(1 - e^{-\left(\frac{t}{q_m}\right)} \right) \right], \quad \gamma_{12} = \gamma_0 \frac{t}{t_1}. \quad (38)$$

На H-шаге $\gamma(t) = \gamma_0$, $t_1 < t \leq t_1 + t^*$,

$$\sigma_{12}(t) = \gamma_0 \left[C_{66}^0 + \frac{1}{t_1} \sum_{m=1}^M C_{66}^m q_m e^{-\left(\frac{t}{q_m}\right)} \left(e^{\left(\frac{t_1}{q_m}\right)} - 1 \right) \right], \quad \gamma_{12} = \gamma_0. \quad (39)$$

Этот случай также является самопредсказуемым и используется для проверки процедуры МКЭ.

4. Аналитические выражения для вязкоупругих функций, полученные с помощью преобразования Лапласа

4.1. Вязкоупругие уравнения состояния в области Лапласа. Выполнение преобразования Лапласа уравнений (16)—(24) (p — параметр Лапласа) приводит к соотношениям

$$\bar{\sigma}_i = p \sum_{j=1}^3 \bar{C}_{ij} \bar{\varepsilon}_j, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad \bar{\sigma}_k = p \bar{C}_{kk} \bar{\varepsilon}_k, \quad k = 4, 5, 6, \quad (40)$$

$$\bar{C}_{ij}(p) = \frac{C_{ij}^0}{p} + \sum_{m=1}^{M_C} \frac{C_{ij}^m}{p + \frac{1}{r_m}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad (41)$$

$$\bar{\varepsilon}_i = p \sum_{j=1}^3 \bar{S}_{ij} \bar{\sigma}_j, \quad i, j = 1, 2, 3; \quad \bar{\varepsilon}_k = p \bar{S}_{kk} \bar{\sigma}_k, \quad k = 4, 5, 6, \quad (42)$$

$$\bar{S}_{ij}(p) = \frac{S_{ij}^0}{p} + \sum_{m=1}^{M_S} \frac{S_{ij}^m}{p + \frac{1}{\tau_m}}, \quad i, j = 1, 2, \dots, 6, \quad (43)$$

$$\bar{\sigma}_i = p \sum_{j=1}^2 \bar{Q}_{ij} \bar{\varepsilon}_j, \quad i, j = 1, 2; \quad \bar{\sigma}_6 = p \bar{Q}_{66} \bar{\varepsilon}_6, \quad (44)$$

$$\bar{Q}_{ij}(p) = \frac{Q_{ij}^0}{p} + \sum_{m=1}^{M_Q} \frac{Q_{ij}^m}{p + \frac{1}{\theta_m}}, \quad i, j = 1, 2, 6. \quad (45)$$

4.2. Выражения для функций податливости изотропных материалов. Выражения для функций вязкоупругой податливости $\bar{S}_{ij}(p)$, $i, j = 1, 2$, получили при одноосных испытаниях с приложением деформации $\varepsilon_1(t)$. Их можно выразить через коэффициенты рядов Прони и времена релаксации $E_1(t)$ и $\nu_{12}(t)$. Изображения по Лапласу уравнений (1)—(4), соответствующие нагружению только с компонентой приложенной деформации $\bar{\varepsilon}_1$, равны

$$\bar{\sigma}_1 = \bar{E}_1 p \bar{\varepsilon}_1, \quad \bar{E}_1 = \frac{E_1^0}{p} + \sum_{m=1}^M \frac{E_1^m}{p + \frac{1}{q_m}}, \quad (46)$$

$$\bar{\varepsilon}_2 = -\bar{\nu}_{12} p \bar{\varepsilon}_1, \quad \bar{\nu}_{12} = \frac{\nu_{12}^0}{p} + \sum_{m=1}^M \frac{\nu_{12}^m}{p + \frac{1}{q_m}}. \quad (47)$$

При том же нагружении, только с одной компонентой, напряжения выражения (42) дают

$$\bar{\varepsilon}_1 = \bar{S}_{11} p \bar{\sigma}_1, \quad \bar{\varepsilon}_2 = \bar{S}_{12} p \bar{\sigma}_1. \quad (48)$$

Из уравнений (46)—(48) следуют известные выражения, связывающие изображения функций податливости с $\bar{E}_1(p)$ и $\bar{v}_{12}(p)$:

$$\bar{S}_{11} = \frac{1}{p^2} \frac{1}{\bar{E}_1}, \quad \bar{S}_{12} = -\frac{1}{p} \frac{\bar{v}_{12}}{\bar{E}_1}. \quad (49)$$

Сначала выполнили некоторые формальные перестановки в соотношении для \bar{E}_1 , переписав соответствующее уравнение (46) в виде

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 = & \left[E_1^0 \left(p + \frac{1}{q_1} \right) \dots \left(p + \frac{1}{q_M} \right) + E_1^1 p \left(p + \frac{1}{q_2} \right) \left(p + \frac{1}{q_3} \right) \dots \left(p + \frac{1}{q_M} \right) + \right. \\ & \left. + E_1^M p \left(p + \frac{1}{q_1} \right) \dots \left(p + \frac{1}{q_{M-1}} \right) \right] \times \left[p \left(p + \frac{1}{q_1} \right) \left(p + \frac{1}{q_2} \right) \left(p + \frac{1}{q_3} \right) \dots \left(p + \frac{1}{q_M} \right) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (50)$$

Знаменатель в уравнении (50) можно записать в виде $p \prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right)$.
Введя функцию

$$S_k^q(p) = \prod_{i \neq k}^M (p + x_i), \quad \text{где } x_i = 0; \frac{1}{q_1}; \frac{1}{q_2}; \frac{1}{q_3}; \dots; \frac{1}{q_M}, \quad (51)$$

уравнение (50) можно записать, как

$$\bar{E}_1 = \frac{\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p)}{p \prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right)}. \quad (52)$$

Аналогично для $\bar{v}_{12}(p)$

$$\bar{v}_{12} = \frac{\sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p)}{p \prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right)}. \quad (53)$$

Подставив уравнения (52) и (53) в (49), получим

$$\bar{S}_{11} = \frac{1}{p} \frac{\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right)}{\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p)}, \quad \bar{S}_{12} = -\frac{1}{p} \frac{\sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p)}{\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p)}. \quad (54)$$

Согласно (51) знаменатель в уравнении (54) является полиномом степени $M + 1$, у которого, как ожидали, $M + 1$ корней будут неположительными действительными числами. Их можно вычислить численно:

$$p_i = -\frac{1}{\tau_i}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad \text{и} \quad p_0 = 0. \quad (55)$$

Числители рациональных функций в уравнении (54) — полиномы M -й степени. Следовательно, эти функции можно представить в виде суммы простых дробей, используя известное правило разложения на простые дроби:

$$\bar{S}_{11} = \frac{1}{E_1(0)} \left(\frac{\tilde{S}_{11}^0}{p} + \frac{\tilde{S}_{11}^1}{p + \frac{1}{\tau_1}} + \frac{\tilde{S}_{11}^2}{p + \frac{1}{\tau_2}} + \dots + \frac{\tilde{S}_{11}^M}{p + \frac{1}{\tau_M}} \right), \quad (56)$$

$$\bar{S}_{12} = -\frac{1}{E_1(0)} \left(\frac{\tilde{S}_{12}^0}{p} + \frac{\tilde{S}_{12}^1}{p + \frac{1}{\tau_1}} + \frac{\tilde{S}_{12}^2}{p + \frac{1}{\tau_2}} + \dots + \frac{\tilde{S}_{12}^M}{p + \frac{1}{\tau_M}} \right).$$

В уравнении (56) $E_1(0)$ — это мгновенный отклик, заданный уравнением (5). Обратное преобразование уравнения (56) во временной области не вызывает затруднений. Результатом является сумма экспонент (ряд Прони для податливостей).

Предположение о том, что корни будут неположительными действительными числами, основано на результате обратного преобразования. Комплексные корни привели бы к колебательному поведению, а положительные — к экспоненциально возрастающему отклику. Все выполненные численные расчеты корней подтвердили это предположение.

Коэффициенты \tilde{S}_{11}^i и \tilde{S}_{12}^i , $i = 0, 1, \dots, M$ можно определить, потребовав, чтобы уравнения (54) и (56) были эквивалентны в $M + 1$ произвольно выбранной точке. Это привело бы к необходимости решения системы из $M + 1$ линейного алгебраического уравнения для каждого набора констант. Такая задача легко решается численно. Вместо этого предлагаем использовать еще более эффективную процедуру, приводящую к следующим аналитическим выражениям для коэффициентов.

Сначала определяем новую функцию, а именно:

$$S_k^\tau(p) = \prod_{i \neq k}^M (p + y_i), \quad \text{где} \quad y_i = 0, \frac{1}{\tau_1}, \frac{1}{\tau_2}, \frac{1}{\tau_3}, \dots, \frac{1}{\tau_M}. \quad (57)$$

Эта функция аналогична функции $S_k^q(p)$, определенной формулой (51), с той лишь разницей, что вместо величины q_i используют величину τ_i .

Используя $S_k^\tau(p)$, условие равенства уравнений (56) и (54) можно записать в виде

$$\sum_{i=0}^M \tilde{S}_{11}^i S_i^\tau(p) = \prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) \text{ и } \sum_{i=0}^M \tilde{S}_{12}^i S_i^\tau(p) = \sum_{m=0}^M v_{12}^m S_m^q(p). \quad (58)$$

Используя $p = p_k = -\frac{1}{\tau_k}$ в уравнении (58), получим, что

$$\tilde{S}_{11}^k S_k^\tau \left(-\frac{1}{\tau_k} \right) = \prod_{m=1}^M \left(-\frac{1}{\tau_k} + \frac{1}{q_m} \right), \quad \tilde{S}_{12}^k S_k^\tau \left(-\frac{1}{\tau_k} \right) = \sum_{m=0}^M v_{12}^m S_m^q \left(-\frac{1}{\tau_k} \right) \quad (59)$$

или

$$\tilde{S}_{11}^k = \frac{\prod_{m=1}^M \left(-\frac{1}{\tau_k} + \frac{1}{q_m} \right)}{S_k^\tau \left(-\frac{1}{\tau_k} \right)}, \quad \tilde{S}_{12}^k = \frac{\sum_{m=0}^M v_{12}^m S_m^q \left(-\frac{1}{\tau_k} \right)}{S_k^\tau \left(-\frac{1}{\tau_k} \right)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (60)$$

В результате обратного преобразования получим, что

$$S_{ij}(t) = S_{ij}^0 + \sum_{m=1}^M S_{ij}^m e^{\left(-\frac{t}{\tau_m} \right)}, \quad \text{где } S_{ij}^k = \frac{\tilde{S}_{ij}^k}{E_1(0)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, M. \quad (61)$$

Вывод выражений для функций релаксации $C_{ij}(t)$, $i, j = 1, 2$, приведен в Приложении 1, для $C_{66}(t) = Q_{66}(t) = G_{12}(t)$ — в Приложении 2, а для $Q_{ij}(t)$, $i, j = 1, 2$, — в Приложении 3.

5. Квазиупругие выражения для вязкоупругих функций

В квазиупругом приближении значение любой вязкоупругой функции ползучести или релаксации в произвольный момент времени t рассчитываем с использованием упругих соотношений и известных значений $E_1(t)$ и $v_{12}(t)$ в этот момент. Точность этого простого метода оценим в разделе 6.

Зависимость вязкоупругих податливостей и функций релаксации от времени рассчитываем по формулам

$$S_{11}(t) = \frac{1}{E_1(t)}, \quad S_{12}(t) = -\frac{v_{12}(t)}{E_1(t)}, \quad (62)$$

$$C_{11}(t) = \frac{E_1(t)(1 - v_{12}(t))}{(1 + v_{12}(t))(1 - 2v_{12}(t))}, \quad C_{12}(t) = \frac{E_1(t)v_{12}(t)}{(1 + v_{12}(t))(1 - 2v_{12}(t))},$$

$$C_{66}(t) = G_{12}(t) = \frac{E_1(t)}{2(1 + v_{12}(t))}. \quad (63)$$

Компоненты $Q_{ij}(t)$ двухмерной вязкоупругой матрицы жесткости в классической теории слоистых композитов вычисляем по формулам

$$Q_{11}(t) = \frac{E_1(t)}{1 - \nu_{12}(t)\nu_{12}(t)}, \quad Q_{12}(t) = \frac{\nu_{12}(t)E_1(t)}{1 - \nu_{12}(t)\nu_{12}(t)}, \quad Q_{66}(t) = G_{12}(t). \quad (64)$$

6. Численные результаты и анализ

В аналитическом методе, основанном на преобразованиях Лапласа, использовали коэффициенты рядов Прони E_1^m и ν_{12}^m и времена релаксации q_m , приведенные в табл. 1, для нахождения особых точек в выражениях, полученных в разделе 4 для вязкоупругих функций податливости и жесткости. Эти особые точки (корни многочленов) являются временами релаксации и запаздывания для вязкоупругих функций. Полиномиальные функции $S_{ij}(t)$ и $G_{12}(t)$ имеют M корней. Значения вычисленных коэффициентов рядов Прони (для S_{ij}^k следуют из уравнений (60) и (61), для G_{12}^k — из уравнения (A2.5)) представлены в табл. 2.

Следует отметить, что значения времен релаксации, приведенные в табл. 2, довольно близки к использованным для описания результатов испытаний для $E_1(t)$ и $\nu_{12}(t)$. Несмотря на сходство, для $S_{ij}(t)$ и $G_{12}(t)$ они не одинаковы. Перечисленные коэффициенты ряда Прони соответствуют этим временам релаксации, а не таковым для $E_1(t)$.

Уравнения (A1.3)—(A1.4) для $C_{ij}(t)$ и (A3.3)—(A3.4) для $Q_{ij}(t)$ в области Лапласа имеют в знаменателе произведение двух полиномов, поэтому число особых точек равно $2M$. Времена релаксации и соответствующие коэффициенты рядов Прони приведены в табл. 3.

В последующих таблицах и рисунках при сравнении разных методов результаты, соответствующие представленному аналитическому методу, имеют индекс “an”. Моделирование с использованием квазиупругого метода обозначено, как “Q—E”. Результаты моделирования при

Табл. 2

Коэффициенты рядов Прони для $S_{ij}(t)$ и $G_{12}(t)$

$\tau_m, \text{с}$	S_{11}^k	S_{12}^k	$\rho_m, \text{с}$	$G_{12}^k, \text{МПа}$
	1/МПа			
—	$S_{11}^0 = 5,8819 \cdot 10^{-4}$	$S_{12}^0 = 2,2238 \cdot 10^{-4}$	—	$G_{12}^0 = 616,8370$
10,53751	$-2,2521 \cdot 10^{-5}$	$-1,1260 \cdot 10^{-5}$	9,93476	51,3425
105,4144	$-2,3996 \cdot 10^{-5}$	$-1,1998 \cdot 10^{-5}$	99,3834	48,1800
1063,796	$-2,9542 \cdot 10^{-5}$	$-1,4771 \cdot 10^{-5}$	993,156	53,1870
11799,41	$-9,0278 \cdot 10^{-5}$	$-4,5140 \cdot 10^{-5}$	9842,13	121,6189

Табл. 3

Коэффициенты рядов Прони для $C_{ij}(t)$ и $Q_{ij}(t)$ (МПа)

r_m, c	C_{11}^k	C_{12}^k	θ_m, c	Q_{11}^k	Q_{12}^k
	$C_{11}^0 = 3146,448$	$C_{12}^0 = 912,781$	—	$Q_{11}^0 = 1983,646$	—
9,934755	68,4568	-34,228	9,934755	51,34284	-51,3425
99,38337	64,2401	-32,12	99,38337	48,18034	-48,18
993,1562	70,9173	-35,458	993,1563	53,1871	-53,187
9842,132	162,1638	-81,080	9842,132	121,6229	-121,617
10,53751	0,00013	0,000128	10,13177	68,45283	68,45306
105,4145	0,00019	0,000193	101,2712	66,97977	66,98003
1063,798	0,00236	0,002356	1014,373	76,55477	76,55497
11799,55	0,01151	0,011512	10350,69	190,2292	190,2304

$\nu_{12}(0) = 0,05$ и $0,33$ представлены на рис. 4—7. Данные табл. 3 использовали для вычисления зависимости вязкоупругих функций от времени.

Следует отметить, что $S_{11}(t)$ не зависит от выбранного значения $\nu_{12}(0)$, тогда как $S_{12}(t)$ и другие функции зависят.

Вязкоупругое трехмерное моделирование МКЭ испытаний L—H выполнили, используя коэффициенты ряда Прони для $G_{12}(t)$, полученные с использованием выражений, приведенных в Приложении 2, и предположения $K = K(0)$. Коэффициенты ряда Прони определили путем подгонки расчетных откликов, следуя описанию, данному в разделе 3. Далее эти результаты представлены с индексом FEM. Коэффициенты рядов Прони использовали для моделирования вязкоупругого отклика при нагружении согласно функции Хевисайда, создавая кривые, подобные

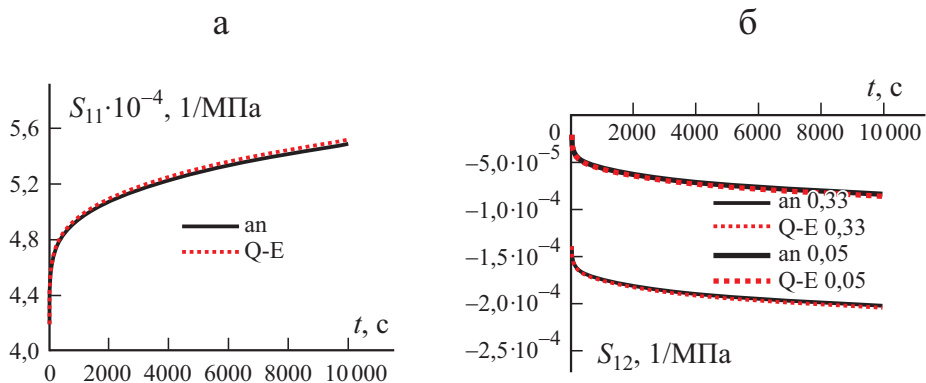


Рис. 4. Кривые податливости при ползучести $S_{ij}(t)$: а — S_{11} ; б — S_{12} . Сплошные линии соответствуют расчету предложенным аналитическим методом (“an”), штриховые — квазиупругим методом (“Q—E”). Цифры 0,33 и 0,05 — значения $\nu_{12}(0)$.

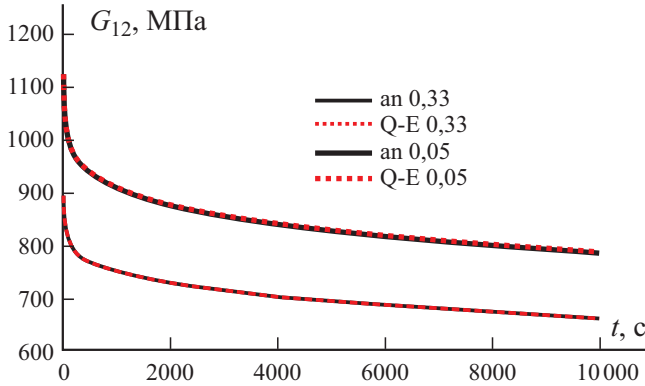


Рис. 5. Сдвиговая функция релаксации $G_{12}(t)$. Обозначения те же, что на рис. 4.

представленным на рис. 4—7. Полученные кривые визуально неотличимы от аналитических, поэтому на рисунках не представлены. Вместо этого ввели средние меры расхождений D между аналитическими и МКЭ кривыми, а именно:

$$D_{FEM}^f = \frac{1}{N} \sum_{abs} \left[\frac{f_{FEM}(t_k) - f_{an}(t_k)}{f_{an}(t_k)} \right], \tag{65}$$

$$D_{Q-E}^f = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{abs} \left[\frac{f_{Q-E}(t_k) - f_{an}(t_k)}{f_{an}(t_k)} \right], \quad t_k = 1, 2, \dots, s.$$

В уравнении (65) D_{FEM}^f — усредненное по времени расхождение соответствующей вязкоупругой функции f_{FEM} и аналитического реше-

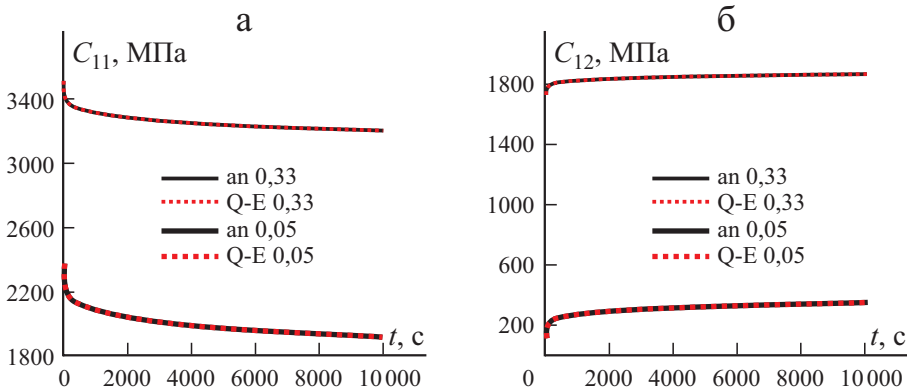


Рис. 6. Функции релаксации $C_{ij}(t)$. Обозначения те же, что на рис. 4.

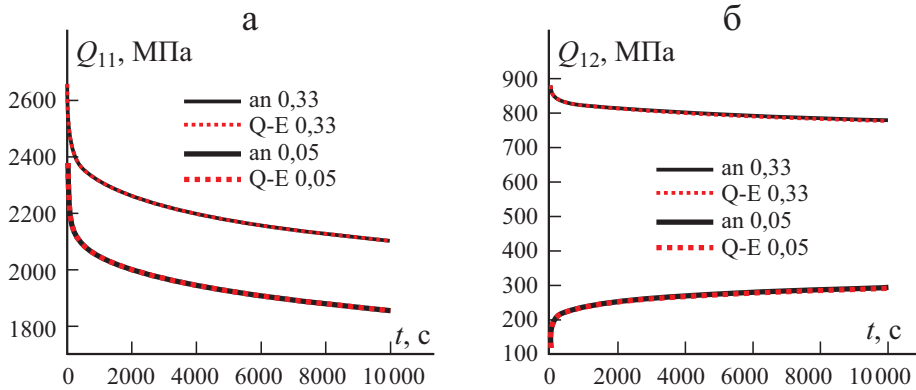


Рис. 7. Функции релаксации $Q_{ij}(t)$. Обозначения те же, что на рис. 4.

ния f_{an} ; D_{Q-E}^f — усредненное по времени расхождение между квазиупругим и аналитическим решениями. Кроме этих параметров в табл. 4 также представлены максимальные значения относительного расхождения err_{max} между квазиупругим и аналитическим решениями.

Для функции $E_1(t)$ величина D_{FEM}^f — расхождение, рассчитанное с помощью уравнения (3) с использованием коэффициентов рядов Прони, полученных путем подгонки результатов эксперимента Л—Н в “аналитическом” решении (а) и подгонки результатов МКЭ эксперимента Л—Н (б). Для $v_{12}(t)$ коэффициенты ряда Прони для их использования в “аналитическом” решении определили с помощью уравнения (15). Применив для входных данных $E_1(t)$ и $v_{12}(t)$ квазиупругий метод, получили, что $D_{Q-E}^f \equiv 0$ и $err_{max} \equiv 0$. Эти расхождения крайне малы, и некоторые заметные различия возникли только для квазиупругого метода при вычислении $S_{11}(t)$ и $S_{12}(t)$ при больших значениях t (см. рис. 4).

Табл. 4

Усредненные по времени расхождения значений вязкоупругих функций D_{FEM}^f , рассчитанных МКЭ и аналитическим решением, и D_{Q-E}^f , рассчитанных квазиупругим и аналитическим решениями, при $v_{12}(0) = 0,33$

%	$E_1(t)$	$v_{12}(t)$	$G_{12}(t)$	S_{11}	S_{12}	C_{11}	C_{12}	Q_{11}	Q_{12}
D_{FEM}^f (%)	0,0299	0,0407	0,0385	0,030	0,041	0,0098	0,0090	0,0259	0,0151
D_{Q-E}^f	—	—	0,036	0,302	0,410	0,0105	0,0085	0,0253	0,132
err_{max} (%)	—	—	0,0531	0,443	0,600	0,0158	0,0150	0,0393	0,187

Табл. 5

Коэффициенты рядов Прони для $S_{ij}(t)$ (1/МПа) при $v_{12}(0) = 0,33$

τ_m, c	S_{11}^k an	S_{11}^k МКЭ	S_{11}^k Q-E	S_{12}^k an	S_{12}^k МКЭ	S_{12}^k Q-E
	$S_{11}^0=5,798 \cdot 10^4$	$S_{11}^0=5,958 \cdot 10^4$	$S_{11}^0=6,073 \cdot 10^4$	$S_{12}^0=-2,18 \cdot 10^4$	$S_{12}^0=-2,26 \cdot 10^4$	$S_{12}^0=-2,20 \cdot 10^4$
1	0,000	$-4,506 \cdot 10^{-6}$	0,000	0,000	$2,250 \cdot 10^{-6}$	0,000
10^1	$-2,204 \cdot 10^{-5}$	$-2,174 \cdot 10^{-5}$	$-2,269 \cdot 10^{-5}$	$1,102 \cdot 10^{-5}$	$1,087 \cdot 10^{-5}$	$1,127 \cdot 10^{-5}$
10^2	$-2,425 \cdot 10^{-5}$	$-2,416 \cdot 10^{-5}$	$-2,396 \cdot 10^{-5}$	$1,213 \cdot 10^{-5}$	$1,208 \cdot 10^{-5}$	$1,207 \cdot 10^{-5}$
10^3	$-2,817 \cdot 10^{-5}$	$-2,842 \cdot 10^{-5}$	$-2,892 \cdot 10^{-5}$	$1,408 \cdot 10^{-5}$	$1,421 \cdot 10^{-5}$	$1,427 \cdot 10^{-5}$
10^4	$-8,370 \cdot 10^{-5}$	$-8,064 \cdot 10^{-5}$	$-8,193 \cdot 10^{-5}$	$4,185 \cdot 10^{-5}$	$4,032 \cdot 10^{-5}$	$4,311 \cdot 10^{-5}$
10^5	0,000	$-1,862 \cdot 10^{-5}$	$-2,826 \cdot 10^{-5}$	0,000	$9,310 \cdot 10^{-6}$	0,000

Квазиупругий подход систематически несколько завышал изменение функций податливости, но полученные значения являются приемлемыми.

Моделирование МКЭ для нахождения $E_1(t)$, $v_{12}(t)$ и $G_{12}(t)$ является самопредсказуемым, поскольку $E_1(t)$ и $v_{12}(t)$ — входные данные для нахождения $G_{12}(t)$, использованные при моделировании МКЭ. Поэтому соответствующие результаты, приведенные в табл. 4, можно использовать для оценки адекватности процедур МКЭ и точности расчетов.

Коэффициенты рядов Прони, приведенные в табл. 2 и 3, нельзя сравнивать с полученными посредством МКЭ, поскольку они соответствуют разным временам релаксации/запаздывания. Для сравнения с точки зрения коэффициентов рядов Прони данные для вязкоупругих функций, полученные на основе аналитической процедуры и квазиупругого подхода, аппроксимировали рядами Прони с использованием тех же времен релаксации/запаздывания, что и при подгонке данных эксперимента L—H при моделировании МКЭ. Сравнение можно выполнить на основе данных табл. 5—7.

Значения коэффициентов, определяемых с помощью аналитических выражений, МКЭ и квазиупругого метода, довольно близки. В некоторых

Табл. 6

Коэффициенты рядов Прони для $C_{ij}(t)$ (МПа) при $v_{12}(0) = 0,33$

τ_m, c	C_{11}^k an,	C_{11}^k МКЭ	C_{11}^k Q-E	C_{12}^k an	C_{12}^k МКЭ	C_{12}^k Q-E
	$C_{11}^0=3145,05$	$C_{11}^0=3144,63$	$C_{11}^0=3145,63$	$C_{12}^0=1913,48$	$C_{12}^0=1913,71$	$C_{12}^0=1913,21$
1	0,35	0,00	0,36	-0,18	0,000	-0,18
10^1	68,51	69,19	68,34	-34,26	-34,60	-34,17
10^2	64,18	64,13	64,23	-32,09	32,07	-32,12
10^3	71,19	71,20	71,07	-35,59	-35,60	-35,54
10^4	163,16	162,57	162,79	-81,56	-81,29	-81,39
10^5	0,0	0,51	0,00	0,00	-0,26	0,00

Табл. 7

Коэффициенты рядов Прони для $Q_{ij}(t)$ (МПа) при $v_{12}(0) = 0,33$

τ_m, c	Q_{11}^k an	Q_{11}^k МКЭ	Q_{11}^k Q-E	Q_{12}^k an	Q_{12}^k МКЭ	Q_{12}^k Q-E
	$Q_{11}^0 = 1986,19$	$Q_{11}^0 = 1983,22$	$Q_{11}^0 = 1981,37$	$Q_{12}^0 = 754,61$	$Q_{12}^0 = 752,30$	$Q_{12}^0 = 748,93$
1	0,00	3,54	0,00	0,00	3,58	0,00
10^1	119,62	120,29	119,87	16,78	16,50	17,28
10^2	115,25	115,20	115,16	18,99	18,99	18,83
10^3	129,28	129,33	129,50	22,50	22,54	22,89
10^4	309,97	308,51	309,99	65,26	64,65	65,81
10^5	0,00	3,46	4,45	0,00	2,69	4,48

случаях имеет место расхождение, не приводящее к заметным различиям в смысле их нестационарного поведения. Причина заключается в том, что вязкоупругий отклик в определенный момент времени зависит не только от ближайшего к нему времени релаксации, но и от “соседних” времен релаксации и коэффициентов рядов Прони. Это может обусловить различия коэффициентов рядов Прони, даже если подогнать весьма похожее поведение во времени.

Заключение

Определение характеристик вязкоупругих полимеров обычно выполняют с помощью одноосных испытаний, в которых чаще всего измеряют отклик в осевом направлении. Только в нескольких случаях измеряют также поперечный отклик. Однако при численном моделировании отклика композитов и сложных композитных конструкций в качестве входных данных необходимы другие вязкоупругие функции, такие как зависящие от времени матрицы податливости при ползучести и жесткости при релаксации.

В настоящей работе представлены аналитические выражения для расчета всей совокупности вязкоупругих функций для изотропных материалов, выведенные с использованием решений в области Лапласа с точным обратным преобразованием во временную область, что возможно, если вязкоупругие функции представлены в экспонентах рядов Прони. Времена релаксации/запаздывания (особые точки в области Лапласа) нашли как корни многочленов.

Используя в качестве входных данных рассчитанную функцию релаксации сдвига и предположение о том, что объемный модуль не изменяется со временем, вязкоупругий отклик смоделировали с помощью программного обеспечения ANSYS. Изменяя граничные условия для трехмерной конечно-элементной модели, получили временные зависимости для всех трех- и двухмерных вязкоупругих функций. В высшей степени хорошее

численное соответствие между аналитическими и конечно-элементными результатами — доказательство отсутствия ошибок в достаточно сложных аналитических выражениях.

В работе оценили точность очень простой процедуры, называемой квазиупругим методом. В этом методе значение функции релаксации в определенный момент времени вычисляли с помощью упругих выражений, в качестве входных данных использовали значения требуемых нестационарных параметров в данный момент времени. Показали, что этот метод, будучи теоретически некорректным, предоставляет достаточно точные значения вязкоупругих функций и может быть предложен в качестве практического инструмента.

Благодарность. Авторы благодарны фонду ERDF в рамках активности 1.1.1.2 “Помощь в проведении постдокторских исследований” для конкретной цели оперативной программы “Развитие и занятость” (проект № 1.1.1.2/VIAA/4/20/641), координации совершенствования высшего образования (CAPES/Бразилия) и Шведскому фонду международного сотрудничества в области исследований и высшего образования (STINT).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Khokhlov A. V.* Creep and long-term strength of a laminated thick-walled tube of nonlinear viscoelastic materials loaded by external and internal pressures // *Mech. Compos. Mater.* — 2022. — Vol. 57, No. 6. — P. 731—748.
2. *Saseendran S., Wysocki M., and Varna J.* Evolution of viscoelastic behavior of a curing LY5052 epoxy resin in the glassy state // *Adv. Manufacturing: Polym. Compos. Sci.* — 2016. — Vol. 2, No. 2. — P. 74—82.
3. *Pupure L., Joffe R., and Varna J.* Methodology for macro-modeling of bio-based composites with inelastic constituents // *Compos. Sci. Technol.* — 2018. — Vol. 163. — P. 41—48.
4. *Vlasov D. D. and Polilov A. N.* The possibility of creep prediction of viscoelastic polymer composites using frequency dependences of complex modulus components // *Mech. Compos. Mater.* — 2022. — Vol. 58, No. 1. — P. 31—42.
5. *Saseendran S., Berglund D., and Varna J.* Viscoelastic model with complex rheological behavior (VisCoR): incremental formulation // *Adv. Manufacturing: Polym. Compos. Sci.* — 2020. — Vol. 6, No. 1. — P. 1—16.
6. *Kablov E. N. and Startsev V. O.* The influence of internal stresses on the aging of polymer composite materials: a review // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 5. — P. 565—576.
7. ANSYS 2019, R3—Structural Analysis Guide, www.ansyshelp.ansys.com
8. *Lee E. H.* Stress analysis in viscoelastic bodies // *Q. Appl. Math.* — 1955. — Vol. 13, No. 2. — P. 183—191.
9. *Schapery R. A.* Stress analysis of viscoelastic composite materials // *J. Compos. Mater.* — 1967. — Vol. 1. — P. 228—267.
10. *Hirse Korn M., Marcin L., and Godon T.* Multi-scale modeling of the viscoelastic behavior of 3D woven composites // *Composites: Part A.* — 2028. — Vol. 112. — P. 539—548.

11. *Levesque M., Gilchrist M. D., Bouleau N., Derrien K. and Baptiste D.* Numerical inversion of the Laplace-Carson transform applied to homogenization of randomly reinforced linear viscoelastic media // *Computational Mech.* — 2007. — Vol. 40. — P. 771—789.
12. *Beurthey S. and Zaoui A.* Structural morphology and relaxation spectra of viscoelastic heterogeneous materials // *Eur. J. Mech., A/Solids.* — 2000. — Vol. 19. — P. 1—16.
13. *Rabotnov Yu. N.* Elements of Hereditary Solid Mechanics. — Moscow: Mir Publishers, 1980.
14. *Nunes S. G., Saseendran S., Joffe R., Amico S. C., Fernberg P. and Varna J.* On temperature-related shift factors and master curves in viscoelastic constitutive models for thermoset polymers // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 56. No. 5. P. 573—590.
15. *Turi E. A.* Thermal analysis in polymer characterization // *Eastern Analytical Symp.* — N. Y. City, Heyden, 1981.
16. *Svanberg J. M. and Holmberg J. A.* Prediction of shape distortions Part I. FE-implementation of a path dependent constitutive model // *Composites: Part A.* — 2004. — Vol. 35, No. 6. — P. 711—721.
17. *Bolasodun B. O., Rufai O., Nesbitt A. and Day R. J.* Comparison of the isothermal cure kinetics of araldite LY 5052/4 4'DDS epoxy system using a differential scanning calorimetry and a microwave heated calorimeter // *Int. J. Mater. Eng.* — 2014. — Vol. 4. — P. 148—165.
18. *Wilson E. L., Taylor R. L., Doherty W. P. and Ghaboussi J.* Incompatible displacement models // *Numerical and Computer Methods in Structural Mechanics* / Eds. S. J. Fenves, et al. — Academic Press, 1973. — P. 43—57.
19. *Simo J. C.* On a fully three-dimensional finite-strain viscoelastic damage model: Formulation and computational aspects // *Computer Methods in Appl. Mech. Eng.* — 1987. — Vol. 60, No. 2. — P. 153—173.
20. *Al-Ramahi N. J., Joffe R., and Varna J.* Investigation of end and edge effects on results of numerical simulation of single lap adhesive joint with non-linear materials // *Int. J. Adhes. Adhes.* — 2018. — Vol. 87. — P. 191—204.

Поступила в редакцию 10.06.2022

Окончательный вариант поступил 10.08.2022

Received June 10, 2022 (Aug. 10, 2022)

Приложение 1. Функции релаксации $C_{11}(t)$ и $C_{12}(t)$

В области Лапласа соотношения между функциями податливости \bar{S}_{ij} и функциями релаксации \bar{C}_{ij} , $i, j = 1, 2$, для изотропного материала можно получить из уравнений (40) и (42):

$$\bar{C}_{11} = \bar{C}_{22} = \bar{C}_{33} = \frac{1}{p^2} \frac{\bar{S}_{11} + \bar{S}_{12}}{(\bar{S}_{11} - \bar{S}_{12})(\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{12})}, \quad (\text{A1.1})$$

$$\bar{C}_{12} = \bar{C}_{13} = \bar{C}_{23} = -\frac{1}{p^2} \frac{\bar{S}_{12}}{(\bar{S}_{11} - \bar{S}_{12})(\bar{S}_{11} + 2\bar{S}_{12})}. \quad (\text{A1.2})$$

Подстановка в (A1.1) и (A1.2) выражений (54) для \bar{S}_{11} и \bar{S}_{12} дает

$$\bar{C}_{11} = \frac{\left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) - \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right] \left(\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p) \right)}{p \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) + \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right] \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) - 2 \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right]}, \quad (A1.3)$$

$$\bar{C}_{12} = \frac{\left(\sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right) \left(\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p) \right)}{p \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) + \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right] \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) - 2 \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right]}. \quad (A1.4)$$

$2M + 1$ особых точек уравнения (A1.3), необходимых для обратного преобразования, находим численно как корни многочленов в знаменателе ($p_k = 0, -\frac{1}{r_1}, -\frac{1}{r_2}, -\frac{1}{r_3}, \dots, -\frac{1}{r_{2M}}$). Затем, используя разложение на простые дроби,

находим постоянные C_{11}^k и C_{12}^k аналогично тому, как описано в разделе 4.2. Выражения во временной области имеют вид

$$C_{ij}(t) = C_{ij}^0 + \sum_{m=1}^{2M} C_{ij}^m e^{\left(-\frac{t}{r_m} \right)}, \quad (A1.5)$$

$$C_{11}^k = \frac{1}{(1+v_{12}(0))(1-2v_{12}(0))} \frac{\left[\prod_{m=1}^M \left(-\frac{1}{r_k} + \frac{1}{q_m} \right) - \sum_{m=0}^M v_{12}^m S_m^q \left(-\frac{1}{r_k} \right) \right] \left(\sum_{m=0}^M E_1^m S_m^q \left(-\frac{1}{r_k} \right) \right)}{S_k^r \left(-\frac{1}{r_k} \right)}, \quad (A1.6)$$

$$C_{12}^k = \frac{1}{(1+v_{12}(0))(1-2v_{12}(0))} \frac{\left(\sum_{m=0}^M v_{12}^m S_m^q \left(-\frac{1}{r_k} \right) \right) \left(\sum_{m=0}^M E_1^m S_m^q \left(-\frac{1}{r_k} \right) \right)}{S_k^r \left(-\frac{1}{r_k} \right)}, \quad (A1.7)$$

В (A1.6) и (A1.7)

$$S_k^r(p) = \prod_{i \neq k}^{2M} (p + z_i), \text{ где } z_i = 0, \frac{1}{r_1}, \frac{1}{r_2}, \frac{1}{r_3}, \dots, \frac{1}{r_{2M}}. \quad (A1.8)$$

Приложение 2. Вязкоупругие сдвиговые функции

$$C_{66}(t) = Q_{66}(t) = G_{12}(t) \text{ и } S_{66}(t)$$

В области Лапласа соотношения между сдвиговым напряжением и сдвиговой деформацией для изотропного материала запишем как

$$\bar{C}_{66} = \frac{1}{p^2} \frac{1}{\bar{S}_{66}} = \frac{1}{2p^2} \frac{1}{\bar{S}_{11} - \bar{S}_{12}}. \quad (\text{A2.1})$$

Подставив (54) в (A2.1), получим, что

$$\bar{C}_{66} = \frac{1}{2p} \frac{\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p)}{\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) + \sum_{k=0}^M \nu_{12}^k S_k^q(p)}. \quad (\text{A2.2})$$

Сдвиговая податливость при ползучести имеет вид

$$\bar{S}_{66} = \frac{2 \prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m} \right) + \sum_{k=0}^M \nu_{12}^k S_k^q(p)}{p \sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p)}. \quad (\text{A2.3})$$

Сингулярные точки (A2.2) находим численно и обозначаем как $p_k = -\frac{1}{\rho_k}$, $k = 1, \dots, M$. Сингулярные точки (A2.3) такие же, как для \bar{S}_{11} : $p_k = -\frac{1}{\tau_k}$, $k = 1, 2, \dots, M$.

Представив, как описано ранее, рациональные функции в виде простых дробей, получили

$$C_{66}(t) = C_{66}^0 + \sum_{m=1}^M C_{66}^m e^{\left(-\frac{t}{\rho_m} \right)}, \quad S_{66}(t) = S_{66}^0 + \sum_{m=1}^M S_{66}^m e^{\left(-\frac{t}{\tau_m} \right)}, \quad (\text{A2.4})$$

$$C_{66}^k = \frac{1}{2(1+\nu_{12}(0))} \frac{\sum_{m=0}^M E_1^m S_m^q \left(-\frac{1}{\rho_k} \right)}{S_k^p \left(-\frac{1}{\rho_k} \right)}, \quad (\text{A2.5})$$

$$S_{66}^k = \frac{2 \prod_{m=1}^M \left(-\frac{1}{\tau_k} + \frac{1}{q_m} \right) + \sum_{m=0}^M \nu_{12}^m S_m^q \left(-\frac{1}{\tau_k} \right)}{E_1(0) S_k^\tau \left(-\frac{1}{\tau_k} \right)},$$

где

$$S_k^p(p) = \prod_{i=0}^M (p + w_i), \quad w_i = 0, \frac{1}{\rho_1}, \frac{1}{\rho_2}, \frac{1}{\rho_3}, \dots, \frac{1}{\rho_M}. \quad (\text{A2.6})$$

Приложение 3. Функции релаксации напряжения $Q_{11}(t)$ и $Q_{12}(t)$

Соотношения между функциями релаксации напряжений и функциями податливости в области Лапласа упрощаются для случаев, когда можно пренебречь нормальным напряжением из плоскости ($\sigma_3 = 0$), как это предполагают в классической теории слоистых композитов. Для изотропных слоев (например, полимеров, алюминия и т. д.) имеем

$$\bar{Q}_{11} = \bar{Q}_{22} = \frac{1}{p^2} \frac{\bar{S}_{11}}{(\bar{S}_{11} - \bar{S}_{12})(\bar{S}_{11} + \bar{S}_{12})}, \quad (\text{A3.1})$$

$$\bar{Q}_{12} = -\frac{1}{p^2} \frac{\bar{S}_{12}}{(\bar{S}_{11} - \bar{S}_{12})(\bar{S}_{11} + \bar{S}_{12})}. \quad (\text{A3.2})$$

Подстановка (54) в (A3.1) и (A3.2) дает

$$\bar{Q}_{11} = \frac{\left(\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p)\right) \prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m}\right)}{p \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m}\right) + \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right] \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m}\right) - \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right]}, \quad (\text{A3.3})$$

$$\bar{Q}_{12} = \frac{\left(\sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p)\right) \left(\sum_{k=0}^M E_1^k S_k^q(p)\right)}{p \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m}\right) + \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right] \left[\prod_{m=1}^M \left(p + \frac{1}{q_m}\right) - \sum_{k=0}^M v_{12}^k S_k^q(p) \right]}. \quad (\text{A3.4})$$

Особые точки \bar{Q}_{11} и \bar{Q}_{12} находим численно как корни многочленов в знаменателе ($p_k = 0, -\frac{1}{\theta_1}, -\frac{1}{\theta_2}, -\frac{1}{\theta_3}, \dots, -\frac{1}{\theta_{2M}}$). Затем, используя разложение на простые дроби, находим постоянные Q_{11}^k и Q_{12}^k , как описано в разделе 4.2. Выражения после обратного преобразования имеют вид

$$Q_{ij}(t) = Q_{ij}^0 + \sum_{m=1}^{2M} Q_{ij}^m e^{\left(-\frac{t}{\theta_m}\right)}, \quad (\text{A3.5})$$

$$Q_{11}^k = \frac{1}{(1+v_{12}(0))(1-v_{12}(0))} \frac{\prod_{m=1}^M \left(-\frac{1}{\theta_k} + \frac{1}{q_m}\right) \left(\sum_{m=0}^M E_1^m S_m^q\left(-\frac{1}{\theta_k}\right)\right)}{S_k^\theta\left(-\frac{1}{\theta_k}\right)}, \quad (\text{A3.6})$$

$$Q_{12}^k = \frac{1}{(1+v_{12}(0))(1-v_{12}(0))} \frac{\left(\sum_{m=0}^M v_{12}^m S_m^q \left(-\frac{1}{\theta_k} \right) \right) \left(\sum_{m=0}^M E_1^m S_m^q \left(-\frac{1}{\theta_k} \right) \right)}{S_k^\theta \left(-\frac{1}{\theta_k} \right)}, \quad (\text{A3.7})$$

В (A3.6) и (A3.7)

$$S_k^\theta(p) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{2M} (p + v_i), \text{ где } v_i = 0, \frac{1}{\theta_1}, \frac{1}{\theta_2}, \frac{1}{\theta_3}, \dots, \frac{1}{\theta_{2M}}. \quad (\text{A3.8})$$

*А. В. Игнатова**, *А. В. Безмельницын*, *Н. А. Оливенко*, *О. А. Кудрявцев*,
С. Б. Сапожников, *А. Д. Шавшина*

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ САМОРАЗОГРЕВА СТЕКЛОПЛАСТИКА ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ

A. V. Ignatova, *A. V. Bezmelnitsyn*, *N. A. Olivenko*, *O. A. Kudryavtsev*, *S. B. Sapozhnikov*,
and A. D. Shavshina

PREDICTION OF GFRP SELF-HEATING KINETICS UNDER CYCLIC BENDING

Keywords: glass fiber-reinforced plastic (GFRP), cyclic loading, self-heating, loss factor, analytical models

Self-heating effect caused by internal friction is a meaningful problem in design and operation of cyclically loaded structural elements made of fiber-reinforced plastics. Vibrations of aerospace structures with large amplitudes and high frequencies, as well as accelerated mechanical testing can lead to an increase of the composite temperature, degradation of the mechanical properties and premature failure. This research aimed to study the kinetics of GFRP self-heating under reversed bending. A low-parameter analytical model was developed to describe the kinetics of composite self-heating under normal convective heat transfer. The original wedge-shaped specimen and the experimental setup were developed to verify the simulation results. Cyclic bending tests were carried out at the frequencies from 10 to 20 Hz and displacement amplitudes from 4 to 7 mm. The model proposed enables to predict the dependence of the maximum composite temperature on time, frequency, and amplitude with reasonable accuracy.

Ключевые слова: стеклопластик, нагружение циклическое, саморазогрев, коэффициент потерь, модели аналитические

*Автор, с которым следует вести переписку: ignatovaav@susu.ru
Corresponding author: ignatovaav@susu.ru

Эффект саморазогрева, обусловленный внутренним трением, — актуальная проблема при проектировании и эксплуатации циклически нагруженных элементов конструкций из стеклопластиков. Вибрация аэрокосмических конструкций с большими амплитудами и высокими частотами, а также ускоренные механические испытания могут привести к повышению температуры композита, деградации механических свойств и преждевременному разрушению. Цель исследования — изучение кинетики саморазогрева стеклопластика при знакопеременном изгибе. Для описания кинетики саморазогрева композита при нормальном конвективном теплообмене разработана малопараметрическая аналитическая модель. Для проверки результатов моделирования разработали оригинальный клиновидный образец и экспериментальную установку. Испытания на циклический изгиб провели при частотах от 10 до 20 Гц и амплитудах перемещений от 4 до 7 мм. Предложенная модель позволяет с приемлемой точностью предсказать зависимость максимальной температуры композита от времени, частоты и амплитуды.

Введение

Полимерные композитные материалы (ПКМ) широко используют в авиационной, судостроительной и автомобильной отраслях промышленности [1]. Высокая удельная прочность и жесткость делают ПКМ очень привлекательными, когда важна экономия массы. Композитные элементы в ходе эксплуатации могут подвергаться разным видам нагружения, в том числе вибрациям [2, 3]. При интенсивных циклических нагрузках и недостаточной теплоотдаче в окружающую среду эти элементы нагреваются до высоких температур. Повышение температуры приводит к снижению механических свойств ПКМ, ускорению накопления микрповреждений и преждевременному разрушению всей конструкции [4—10]. Такое явление объясняется тем, что полимерная матрица ведет себя как вязкоупругий материал, обладающий высоким внутренним трением и низким коэффициентом теплопередачи [8, 9, 11]. При высоких частотах/амплитудах колебаний тепло, выделяющееся в силу гистерезиса, не успевает отводиться, что приводит к повышению температуры композита. Температура нагревания композита, близкая к температуре стеклования полимерной матрицы, обуславливает резкое увеличение диссипативных и резкое снижение упругих свойств композита и его последующее разрушение [9, 10, 12, 13].

Саморазогрев часто рассматривают как побочный эффект при стандартных [2, 6, 14—17] или ускоренных [5, 9, 15, 18—23] циклических испытаниях с высокими частотами и амплитудами. В [4, 7, 11, 25—28] основной целью исследований являлось изучение кинетики саморазогрева ПКМ и влияющих факторов. Во всех случаях авторы отмечали, что на кинетику саморазогрева материала в основном влияли частота, амплитуда и режим

циклирования напряжений. В [3, 9, 16, 26, 27] также отмечена важная роль нелинейности диаграммы растяжения композита, трения на свободных поверхностях в случае появления микродефектов и разрушения контакта между волокнами и матрицей.

Существуют два основных типа временных зависимостей изменения температуры композита при саморазогреве. В первом случае температура повышается до определенного значения, после чего процесс стабилизируется, и композит продолжает работать при постоянной температуре. В этом случае разрушение носит классический усталостный характер. Во втором случае стационарного состояния не возникает, а температура композита непрерывно повышается вплоть до температуры стеклования полимерной матрицы. При этом разрушение композита происходит в силу саморазогрева [24—27]. Значительный интерес представляет разработка и верификация математических и численных моделей, позволяющих определить, какой из сценариев разрушения композитного материала будет иметь место.

Существующие модели, учитывающие влияние саморазогрева на прочность ПКМ при циклическом нагружении, основаны на уравнениях второго закона термодинамики и суммарно накопленной энтропии [14] или диссипации энергии за счет гистерезиса [9—11, 16, 25, 29—32]. Модели первого типа достаточно сложны и содержат ряд серьезных допущений. Например, они часто не учитывают реономную составляющую деформаций и требуют как обширной вычислительной, так и экспериментальной проверки. Модели, основанные на расчете тепловыделения за счет внутреннего трения, просты, но требуют определения коэффициента теплоотдачи для конкретного типа материала и испытаний. Важно отметить, что в большинстве случаев авторы моделировали саморазогрев ПКМ при растяжении. Моделированию саморазогрева при изгибе посвящено лишь несколько работ. При этом авторы считали коэффициент потерь не зависящим от амплитуды напряжения, а коэффициент теплоотдачи брали постоянным [11, 31].

Таким образом, большое значение имеет разработка модели, описывающей саморазогрев композита при испытаниях на изгиб с учетом зависимости коэффициента потерь от амплитуды напряжений в цикле. Ранее аналогичную модель предложили для случая многократного растяжения [25]. В настоящей работе модель, учитывающую влияние частоты и амплитуды колебаний на петлю гистерезиса, модифицировали для случая знакопеременного изгиба. Для проверки результатов моделирования провели экспериментальные исследования изменения температуры композитных образцов в виде балок равного сопротивления при знакопеременном изгибе с разными частотами и амплитудами. Зависимость эффективного коэффициента теплоотдачи от амплитуды колебаний образца определяли путем численного решения обратной задачи.

1. Аналитическая модель для оценки кинетики саморазогрева при знакопеременном изгибе

1.1. Формулировка. В [25] решена задача о саморазогреве стеклопластиков при высокочастотном пульсирующем растяжении ($0—\sigma_0$) в предположении тонкостенности образца. Разработанная аналитическая модель теплового баланса в материале, учитывающая тепловыделение и конвективный теплообмен в воздухе, распространена на случай знакопеременного изгиба. Уравнения теплового баланса для единицы объема можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Delta Q &= W + A, \\ \Delta Q(t) &= ft \int_0^{\delta/2} \frac{\psi \cdot (2\sigma(y))^2}{2E} dy, \\ W(t) &= C\rho\delta\Delta T(t), \\ A(t) &= 2\alpha\Delta T(t)t, \end{aligned} \quad (1)$$

где ΔQ — высвобождаемая энергия гистерезиса; W — внутренняя тепловая энергия; A — количество тепла, выделяемого поверхностью образца в атмосферу; ψ — коэффициент потерь; σ — напряжение; E — модуль упругости; t — время; f — частота нагружения; C — удельная теплоемкость; ρ — плотность материала; δ — толщина композита; α — коэффициент теплоотдачи конвекцией; $\Delta T = T - T_0$ — изменение температуры материала; T_0 — температура окружающей среды. На рис. 1 показана схема для анализа кинетики саморазогрева образца при знакопеременном изгибе. Модель основана на следующих допущениях:

- композит считаем достаточно тонким, поэтому температура по его толщине постоянна (одномерная теория теплообмена);
- коэффициентом теплопроводности в плоскости пренебрегаем;

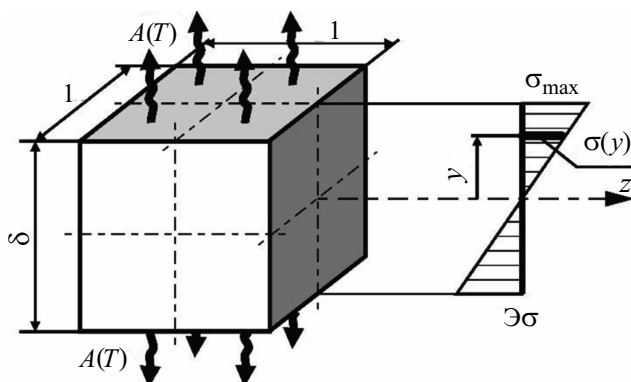


Рис. 1. Схема анализа кинетики саморазогрева образца при знакопеременном изгибе.

- вся энергия, рассеиваемая при гистерезисе, переходит в тепло;
- размеры в плоскости приняты равными единице.

Нормальные напряжения линейно распределены по толщине и равны нулю на нейтральной линии (ось z на рис. 1):

$$\sigma(y) = \sigma_{\max} \frac{y}{\delta/2}. \quad (2)$$

Здесь σ_{\max} — максимальное напряжение; y — расстояние от нейтральной линии. Максимальное напряжение изменяется в ходе циклического нагружения. В [25] установили, что при пульсирующем растяжении коэффициент потерь линейно зависит от амплитуды напряжения:

$$\psi(\sigma) = s \cdot \sigma, \quad (3)$$

где s — коэффициент пропорциональности. При циклическом нагружении на тепловыделение в тканых композитах также влияют микроповреждения. Известно, что появление и развитие микроповреждений (сухое трение) не зависит от частоты колебаний. В [9] экспериментально доказали, что коэффициент потерь зависит от амплитуды колебаний и не зависит от частоты.

Выражение для выделяемой энергии гистерезиса можно получить путем подстановки уравнений (2) и (3) в уравнение (1):

$$\Delta Q(t) = ft \int_0^{\delta/2} \frac{s\sigma(y)(2\sigma(y))^2}{2E} dy = ft \int_0^{\delta/2} \frac{4s \left(\sigma_{\max} \frac{y}{\delta/2} \right)^3}{2E} dy. \quad (4)$$

Затем подстановка (4) в (1) приводит к уравнению

$$\frac{4s\sigma^3}{2E(\delta/2)^3} \frac{(\delta/2)^4}{4} ft = C\rho\delta\Delta T(t) + 2\alpha\Delta T(t)t. \quad (5)$$

Зависимость изменения температуры образца от времени следует из уравнения (5):

$$T(t) = T_0 + \frac{\delta s \sigma(t)^3 ft}{8E(\rho \frac{\delta}{2} C + \alpha t)}. \quad (6)$$

Данная аналитическая модель позволяет учесть генерацию тепла и конвективный теплообмен с воздухом при циклическом изгибе. Адекватность предсказания кинетики саморазогрева будет зависеть от заданных параметров: коэффициента потерь ψ , коэффициента конвекции α и удельной теплоемкости C . Отметим, что коэффициент потерь ψ и коэф-

коэффициент пропорциональности s для разных типов нагружения (повторяющегося или знакопеременного) могут различаться.

1.2. Определение коэффициента потерь. В [25] экспериментальный коэффициент потерь определяли по петле гистерезиса в предположениях о склерономном поведении материала, эффекте Баушингера и аппроксимации статической кривой растяжения функцией Рамберга—Осгуда [33]:

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{\sigma}{E} + K \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n. \quad (7)$$

Из статических кривых деформирования для исследуемого стеклопластика получили следующие параметры функции Рамберга—Осгуда: модуль упругости $E = 25$ ГПа, коэффициенты упрочнения $K = 27,65$ и $n = 2$.

На рис. 2 показаны петли гистерезиса для пульсирующего и знакопеременного нагружений.

Экспериментальный коэффициент потерь при повторном растяжении ($0 \rightarrow \sigma_0$) определили по формуле

$$\psi(\sigma_0) = 2 \frac{S(\sigma_0) - A(\sigma_0)}{P(\sigma_0)} = 2 \frac{\frac{2\varepsilon\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)\sigma_0}{2} - \int_0^{\sigma_0} 2\varepsilon\left(\frac{x}{2}\right)dx}{\frac{\sigma_0^2}{2E}}, \quad (8)$$

где $S(\sigma_0)$ и $A(\sigma_0)$ — площади под кривой напряжение—деформация при нагружении и разгрузке соответственно; $P(\sigma_0)$ — энергия упругого

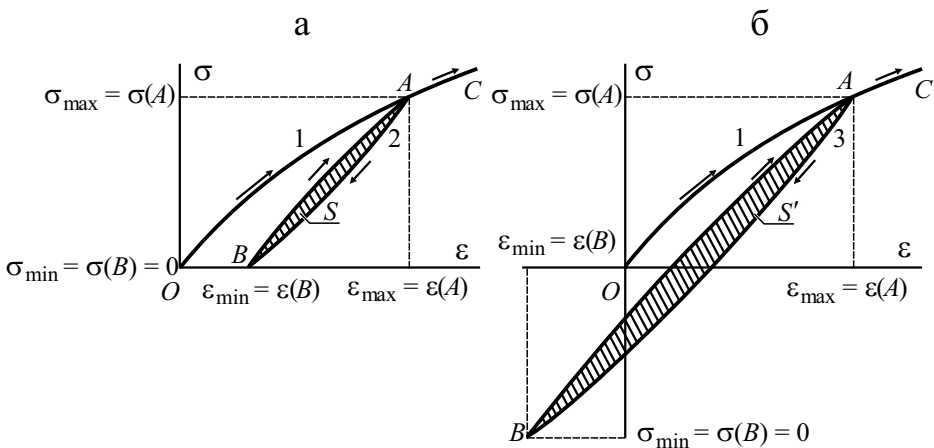


Рис. 2. Петли гистерезиса при условии пульсирующего (а) и знакопеременного (б) нагружения: 1 — статическая кривая деформирования; 2 и 3 — циклические кривые при пульсирующем и знакопеременном нагружении соответственно; заштрихованная область — петля гистерезиса, определяющая энергию, поглощенную за один цикл.

деформирования. Сравнение расчетных и экспериментальных данных показало, что коэффициент потерь линейно зависит от максимальной амплитуды напряжения при пульсирующем растяжении. Для рассматриваемого стеклопластика получили коэффициент пропорциональности $s = 2,67 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ [25].

Значение коэффициента потерь ψ' при знакопеременном нагружении ($\pm\sigma_0$) будет отличаться от значения при пульсирующем растяжении. Коэффициент потерь при знакопеременном нагружении определяли по формуле

$$\psi'(\sigma_0) = 2 \frac{S'(\sigma_0) - A'(\sigma_0)}{P'(\sigma_0)}, \quad (9)$$

где $S'(\sigma_0)$ и $A'(\sigma_0)$ — площади под кривой напряжение—деформация при нагружении вдоль траектории BA и разгрузке вдоль траектории AB соответственно; $P'(\sigma_0)$ — энергия упругого деформирования. С учетом эффекта Баушингера и принципа Мазинга выражение для расчета коэффициента потерь принимает вид

$$\psi'(\sigma_0) = 2 \frac{\frac{2\varepsilon\left(\frac{2\sigma_0}{2}\right)2\sigma_0}{2} - \int_0^{2\sigma_0} 2\varepsilon\left(\frac{x}{2}\right)dx}{\frac{(2\sigma_0)^2}{2E}}. \quad (10)$$

Сравнение значений коэффициента потерь в уравнениях для пульсирующего (8) и знакопеременного (10) нагружения показывает, что они различаются в два раза. Таким образом, для знакопеременного изгиба получили коэффициент пропорциональности $s = 5,34 \text{ Па}^{-1}$.

2. Экспериментальное исследование кинетики саморазогрева волокнисто-армированных стеклопластиков при циклическом изгибе

В этом разделе описаны материалы, образцы и методы испытаний на циклический изгиб, а также полученные результаты. Кроме того, описан метод определения коэффициента конвекции образца стеклопластика, использованный в предложенной модели.

2.1. Стеклопластик. Все экспериментальные исследования провели на промышленно выпускаемом стеклопластике “СТЭФ” (ПАО “Электроизолит”) средней толщиной 4 мм и плотностью 1750—1770 кг/м³. Слоистый композит образован из 20 слоев ткани полотняного переплетения из E-стекловолокон. В качестве матрицы использовали эпоксифенольную смолу горячего отверждения. Изображение, полученное с помощью оптического микроскопа (рис. 3), иллюстрирует поперечное сечение слоистой

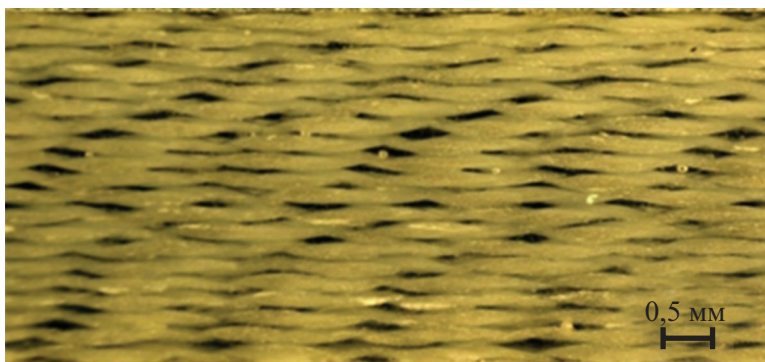


Рис. 3. Микрофотография поперечного сечения образца стеклопластика.

структуры стеклопластика. Объемная доля волокна в стеклопластике 42% (определено методом отжига).

Упругие и прочностные характеристики стеклопластика определили в ходе квазистатических испытаний с использованием соответствующих приспособлений. Упругие свойства стеклопластика следующие: модули Юнга — $E_1 = 23,7 \pm 0,6$ ГПа, $E_2 = 21,9 \pm 0,6$ ГПа, $E_3 = 9,5 \pm 0,1$ ГПа; модули сдвига — $G_{12} = 4,9 \pm 0,3$ ГПа, $G_{13} = 4,2 \pm 0,2$ ГПа, $G_{23} = 3,7 \pm 0,2$ ГПа; коэффициенты Пуассона — $\mu_{12} = 0,16$, $\mu_{13} = 0,19$, $\mu_{23} = 0,18$. Прочностные свойства GFRP следующие: при растяжении — $F_{1t} = 403 \pm 14$ МПа, $F_{2t} = 304 \pm 10$ МПа; при сжатии — $F_{3c} = 480 \pm 15$ МПа.

Удельную теплоемкость стеклопластика $C = 940$ Дж/(кг·°С) определили на изотермическом калориметре TAM Air (TA Instruments, США). Полученное значение хорошо согласуется с данными [10, 12, 30].

2.2. Образцы для циклических испытаний вырезали из листа стеклопластика таким образом, чтобы направление основы совпадало с осью образца. Клиновидная форма образца (рис. 4) позволила получить по-

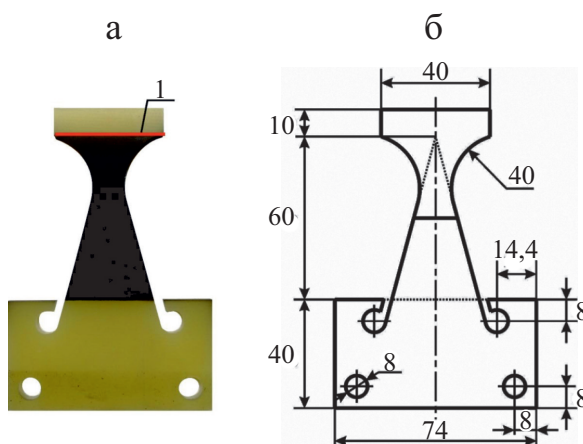


Рис. 4. Фотография (а) и рисунок (б) образца для испытаний на знакопеременный изгиб. Линия 1 — линия приложения силы.

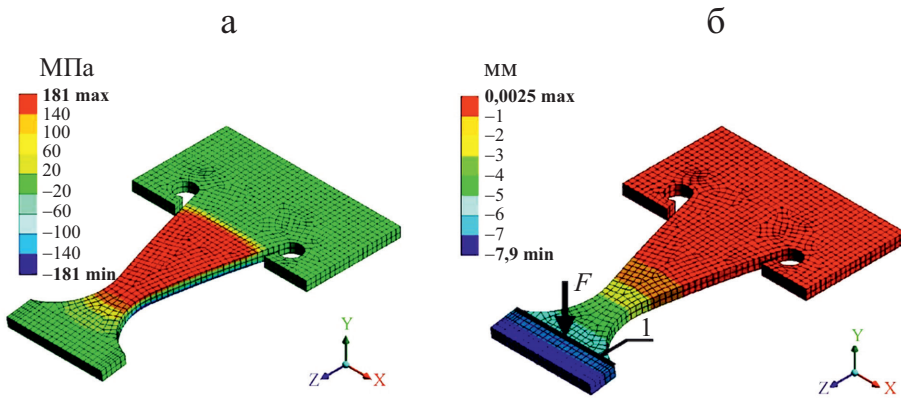


Рис. 5. Численно рассчитанные главные напряжения (а) и распределение перемещений (б) в образце при амплитуде изгиба 7 мм. Линия 1 — линия приложения силы F .

стоянное значение изгибающих напряжений по всей длине его рабочей части. Геометрические параметры и размеры образца определяли путем конечно-элементного моделирования в программном обеспечении ANSYS Workbench. По результатам конечно-элементных расчетов приняли решение о смещении галтельной части образца внутрь захвата для обеспечения более равномерного распределения деформации на рабочей поверхности в районе захвата. Размеры образца выбирали исходя из предположения о том, что максимальная амплитуда напряжений не превышает половины предела прочности (см. раздел 1.1). На рис. 5 представлены численно полученные распределения перемещений и главных напряжений в образце при амплитуде изгиба 7 мм.

2.3. Экспериментальная установка. Испытания образцов из стеклопластика на циклический изгиб проводили на модернизированном электродинамическом вибростенде LDS V780 с установленным на нем специальным приспособлением [34]. Данная установка позволяет реализовать

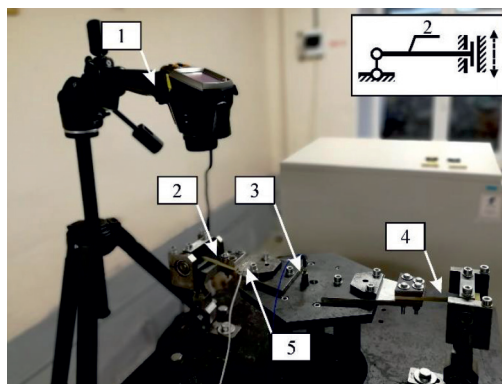


Рис. 6. Экспериментальная установка: 1 — термокамера; 2 — образец; 3 — акселерометр; 4 — вспомогательный образец; 5 — датчик нагрузки

знакопеременный изгиб консольных плоских образцов путем приложения поперечной нагрузки в заданной точке через цилиндрический шарнир (рис. 6).

Принцип работы экспериментальной установки следующий. Два образца симметрично закрепляли в специальных захватах четырьмя болтами М8 с моментом затяжки 20 Н·м. Для регистрации процесса уменьшения жесткости в силу накопления микрповреждений и саморазогрева в один из зажимов встроено датчик нагрузки. Толщину измерительного элемента зажима выбирали из условия, что относительная деформация на поверхности должна быть менее 0,03%. Сигнал возбуждения измеряли пьезоэлектрическим акселерометром ВСР Т333В32 (с чувствительностью 100 мВ/г), подключенным к системе управления.

2.4. Методика испытаний на саморазогрев. Циклические испытания провели при частоте 10, 15 и 20 Гц и амплитуде колебаний 4, 5, 6 и 7 мм. Частоту колебаний выбирали исходя из возможностей испытательного оборудования. Для каждой комбинации амплитуды и частоты испытали по три образца с регистрацией изменения их жесткости и температуры. Полученные результаты усредняли.

На рис. 7 приведены зависимости нагрузка—время $P-t$, полученные датчиком нагрузки при частоте 15 Гц и амплитудах 4—7 мм. Зависимости нагрузка—время при других частотах и амплитудах аналогичны. Изменение жесткости образцов характеризовало процесс накопления рассеянных микрповреждений и саморазогрев композита. При максимальной амплитуде колебаний изменение жесткости не превышало 10%, тогда как в остальных случаях наблюдали изменение не более 5%. Максимальные напряжения в рабочей части образца определили по стандартной балочной формуле

$$\sigma = \frac{Pl}{W_x} = \frac{6Pl}{b\delta^2}, \quad (11)$$

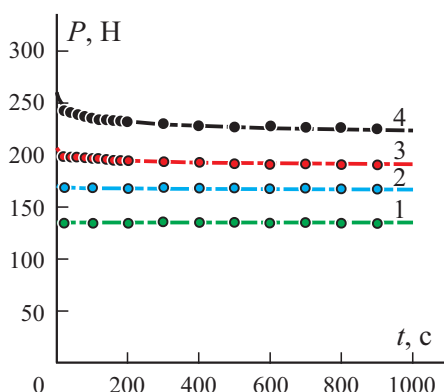


Рис. 7. Зависимости нагрузка—время $P-t$, полученные при частоте 15 Гц и амплитуде 4 (1); 5 (2); 6 (3); 7 мм (4). Подгоночные кривые: зеленая — $P(t) = -0,02 \ln(t) + 135,6$; голубая — $P(t) = -0,58 \ln(t) + 171,5$; красная — $P(t) = -2,295 \ln(t) + 207,3$; черная — $P(t) = -5,089 \ln(t) + 259,66$.

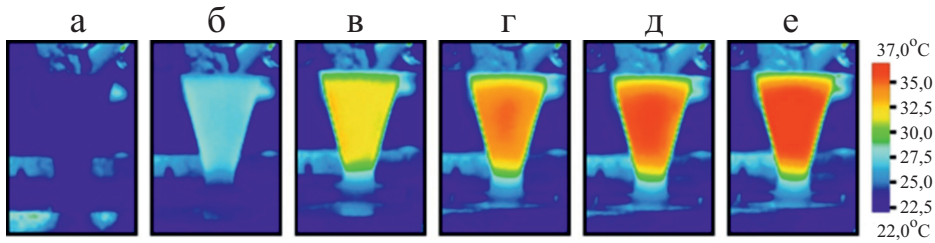


Рис. 8. Поле температуры на поверхности образца в моменты времени 0 (а); 60 (б); 120 (в); 180 (г); 240 (д); 300 с (е) при изгибе с амплитудой 7 мм (напряжение 172 МПа) и частоте 20 Гц.

где P — сила, полученная на силоизмерителе; l и b — длина и ширина образца соответственно. В начальный момент циклических испытаний напряжение на образцах было равно 95, 120, 145 и 172 МПа при амплитуде колебаний 4, 5, 6 и 7 мм соответственно. При этих условиях максимальные напряжения не превышали $1/3$ предела прочности стеклопластика при растяжении.

Поверхность образцов покрыли черной матовой краской для снижения их отражательной способности. Тепловизор Testo 882 устанавливали на штатив; скорость съемки — шесть кадров в минуту, продолжительность эксперимента $t = 900$ с. Все термограммы обработали в программе Testo IR [35].

2.5. Результаты циклических испытаний на знакопеременный изгиб.

На рис. 8 показано распределение температуры на поверхности образца из стеклопластика при амплитуде 7 мм (напряжение 172 МПа) и частоте 20 Гц в разные моменты времени. Видно, что выбранная форма образца позволила добиться равномерного тепловыделения практически по всей рабочей части образца.

При обработке термограмм для всех образцов выбирали одну и ту же точку в центре рабочей части и строили кривые изменения температуры во времени. Приращения температуры усредняли по трем образцам для каждой частоты и амплитуды. Усредненные кривые саморазогрева образцов из стеклопластика для всех амплитуд и частот колебаний представлены на рис. 9. Во всех случаях зависимость изменения температуры от времени имела два ярко выраженных участка. В течение первых 200—250 с происходило быстрое увеличение температуры, а затем наблюдали установившийся режим, при котором температура практически не изменялась. Чем выше частота колебаний, тем больше повышение температуры образца. Максимальное изменение температуры составило 14 °С при частоте 20 Гц и амплитуде колебаний 7 мм (см. рис. 9—а—в).

Снижение температуры по достижении максимального значения на некоторых кривых (см. рис. 9) наблюдали только в испытаниях с высокими частотами и амплитудами, которое могло быть связано с теплопередачей от внешних слоев к внутренним при переходе к стационарному режиму. Та-

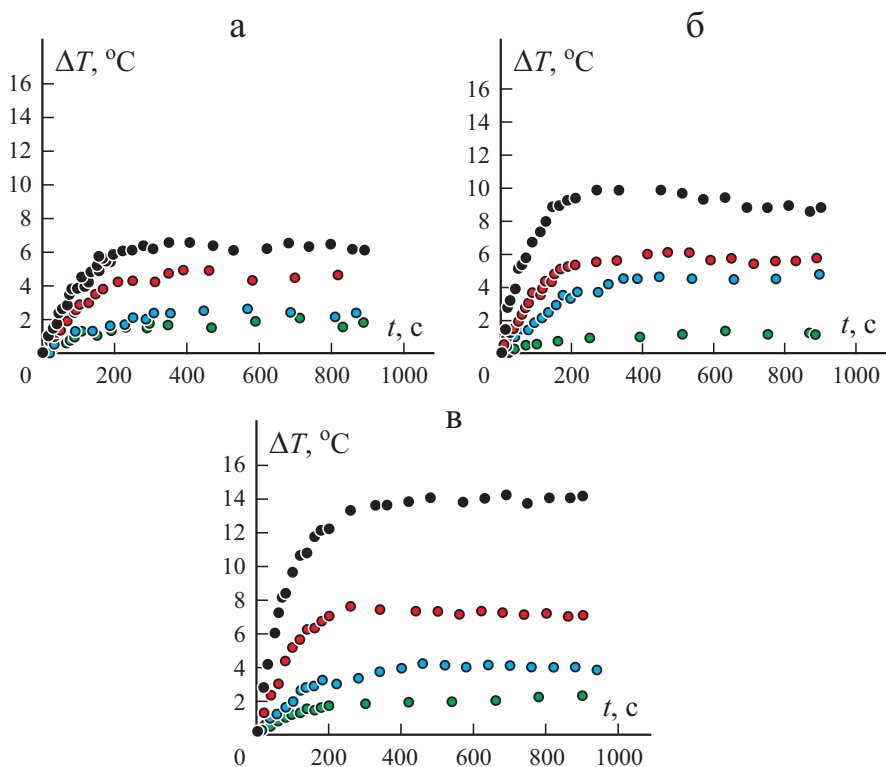


Рис. 9. Увеличение температуры ΔT со временем t при циклическом знакопеременном изгибе образцов стеклопластика с частотой 10 (а); 15 (б); 20 Гц (в) с разной амплитудой. Зеленые, голубые, красные и черные кружки соответствуют амплитуде 4, 5, 6 и 7 мм.

ким образом, эти случаи можно рассматривать как запас для предлагаемой модели.

2.6. Определение коэффициента конвекции стеклопластика при циклическом нагружении. В [36] приведено значение коэффициента кон-

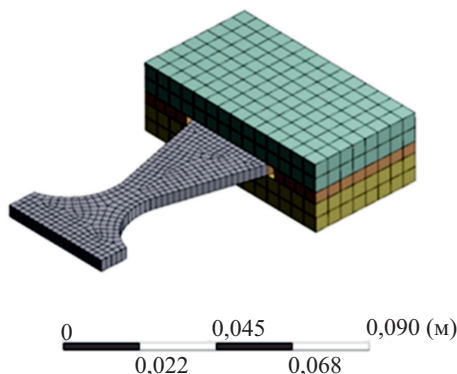


Рис. 10. Конечно-элементная модель образца для моделирования охлаждения.

Табл. 1

Термические свойства материалов образца и захватов

Параметр	Образец	Захват
	GFRP	Сталь
Плотность, кг/м ³	1760	7850
Удельная теплоемкость, Дж/(кг·°C)	940	434
Изотропная теплопроводность, Вт/(м·°C)	0,36	60,5

векции воздух—гладкая поверхность при продольном обтекании воздуха в нормальных условиях:

$$\alpha(V) = 5,6 + 4,0V, \tag{12}$$

где V — скорость обтекания. При поперечных колебаниях максимальная скорость воздушного потока при циклическом изгибе образца равна $V = 2\pi fA$, где f и A — частота и амплитуда колебаний соответственно. Высокочастотный знакопеременный изгиб сопровождается вихревыми явлениями, не соответствующими условиям продольного обдува. В литературных источниках отсутствуют сведения о теплообмене при поперечных колебаниях. По этой причине коэффициент конвекции определяли путем решения обратной задачи охлаждения образца при поперечных колебаниях.

Образец закрепляли только на подвижной части вибратора, а затем нагревали до 90 °C. Нагретый образец испытывали при разных амплитудах и частотах колебаний. Тепловизор измерял температуру образца в ходе охлаждения. Полученные кривые изменения температуры в зависимости от времени использовали в качестве исходных данных для численного моделирования.

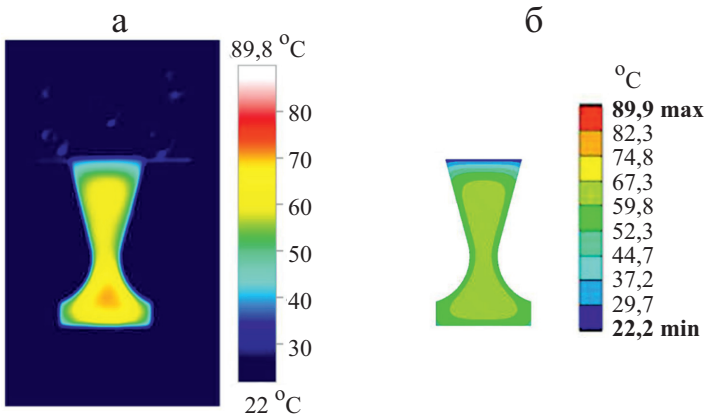


Рис. 11. Экспериментальное (а) и расчетное (б) поле температуры на образце.

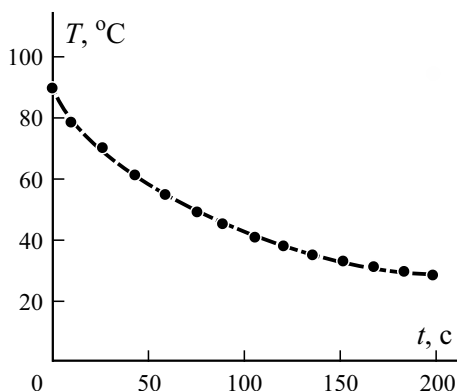


Рис. 12. Расчетная кривая температура—время $T-t$ (---) и экспериментальные значения (\bullet).

Для определения коэффициента конвекции образца стеклопластика при разных амплитудах и частотах колебаний была построена численная конечно-элементная модель (рис. 10). Анализ переходных процессов выполнили с помощью программного обеспечения ANSYS Workbench Transient Thermal. Термические свойства образца и захватов приведены в табл. 1. Температуру металлических захватов приняли равной температуре окружающей среды $22\text{ }^{\circ}\text{C}$, поскольку экспериментально установлено, что повышение их температуры при разогреве образца незначительно.

В соответствии с данными эксперимента температуру образца в начальный момент установили равной $90\text{ }^{\circ}\text{C}$. Теплоотдачу в окружающую среду задали на всех свободных поверхностях образца. Для упрощения модели отверстия, через которые образец закрепляли в захватах, были исключены. Расчетную продолжительность охлаждения выбрали равной 300 с . На рис. 11 проведено сравнение экспериментальных и расчетных полей температуры на поверхности образца в начальный момент. Видно, что распределение температуры в рабочей части равномерное.

Совпадение расчетных и экспериментальных кривых зависимости температуры от времени достигли путем варьирования эффективного коэффициента конвекции для четырех частот колебаний и четырех разных амплитуд. На рис. 12 показана расчетная кривая температура—время $T-t$ с реальными тестовыми измерениями для частоты 20 Гц и амплитуды 5 мм .

Расчеты показали, что эффективный коэффициент конвекции линейно зависит от скорости колебаний и изменяется в пределах от 12 до $50\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot^{\circ}\text{C})$. Полученные значения значительно превышают условный коэффициент $\alpha = 5,6\text{ Вт}/(\text{м}^2\cdot^{\circ}\text{C})$ [36, 37], использованный в [25] при расчетах саморазогрева образцов из стеклопластика при циклическом растяжении. Рассчитанные значения коэффициента конвекции аппроксимировали с помощью линейной зависимости, аналогичной уравнению (12) (рис. 13):

$$\alpha_{\text{eff}}(V) = 12 + 40,7V. \quad (13)$$

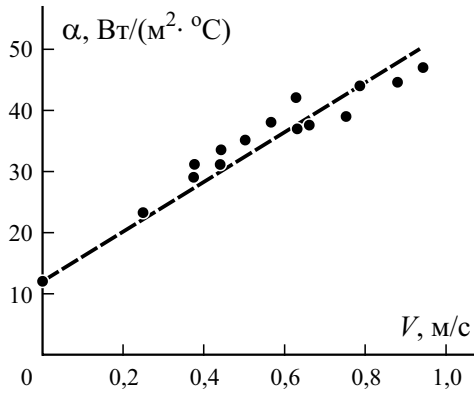


Рис. 13. Зависимость эффективного коэффициента конвекции α от скорости колебаний V : точки — расчет; линия — аппроксимация линейной зависимостью (13).

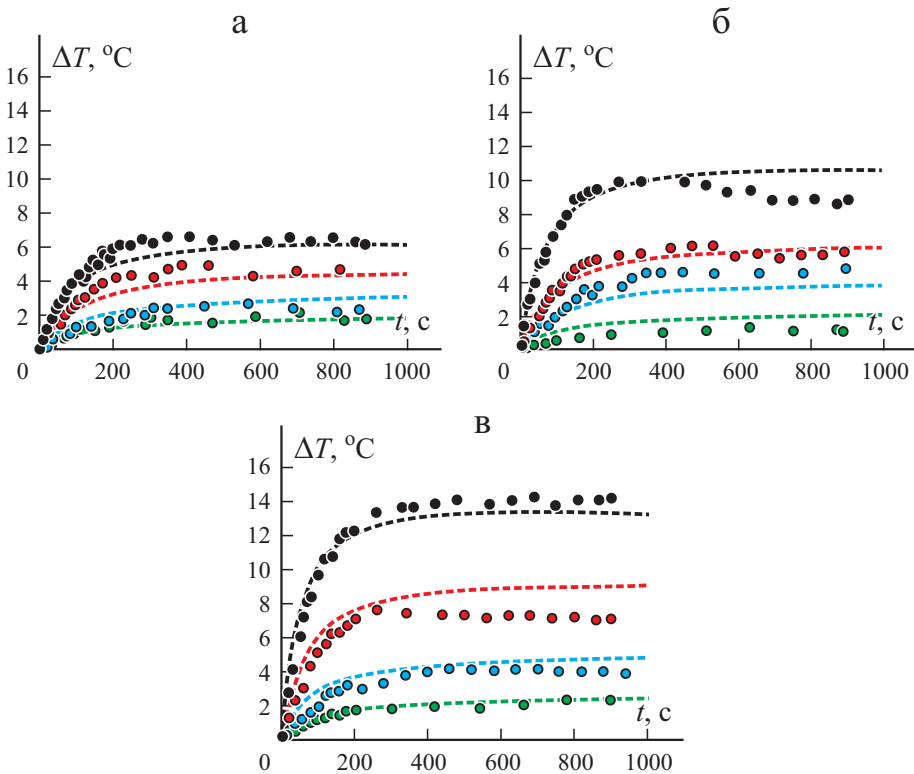


Рис. 14. Сравнение экспериментальных (●) и расчетных (---) зависимостей увеличения температуры со временем $\Delta T-t$ образцов стеклопластика при циклическом знакопеременном изгибе с частотой 10 (а); 15 (б); 20 Гц (в) с разными амплитудами. Зеленые, голубые, красные и черные кружки и линии соответствуют амплитуде 4, 5, 6 и 7 мм.

3. Сравнение экспериментальных и расчетных кривых саморазогрева

При расчете посредством уравнения (6) использовали значения физико-механических свойств стеклопластика (см. раздел 1.1), зависимости коэффициента потерь от напряжений (см. раздел 1.2) и коэффициента конвекции от скорости колебаний (см. раздел 2.6). На рис. 14 представлены расчетные кривые саморазогрева $\Delta T-t$ и экспериментальные значения для образцов из стеклопластика при знакопеременном изгибе.

Модель предсказала установившийся режим саморазогрева в интервале от 200 до 250 с на частотах от 10 до 20 Гц соответственно, что хорошо согласуется с экспериментальными данными. В то же время практически во всех случаях аналитическая модель предсказывала температуру в установившемся режиме на 2—6 °С выше, чем в эксперименте (табл. 2). Такое расхождение может быть обусловлено влиянием различных факторов. Прежде всего, модель разработали в предположении о том, что энергия гистерезиса полностью преобразуется в тепловую энергию.

Важно отметить, что коэффициент конверсии теплообразования k , представляющий собой отношение механической энергии, преобразованной в тепло, в [31] приняли равным 0,8, тогда как в [38] использовали $k = 0,5$. По этой причине провели дополнительное расчетное исследование и варьировали параметр коэффициента конверсии теплообразования. В настоящей работе наилучшее совпадение расчетных и экспериментальных данных для всех тестовых частот и амплитуд наблюдали при $k = 0,6$

Табл. 2

Экспериментальные результаты и расчетные значения, полученные при разных значениях коэффициента конверсии теплообразования

Частота, Гц	Амплитуда, мм	Максимальное увеличение температуры ΔT , °С			
		Эксперимент	Модель		
			оригинальная ($k = 1,0$)	модифицированная ($k = 0,6$)	модифицированная ($k = k(A, f)$)
10	4	1,8	3,9	2,4	1,6
	5	2,3	6,6	3,9	2,7
	6	4,6	9,5	5,7	3,9
	7	6,1	12,6	7,5	5,5
15	4	1,1	4,4	2,7	1,8
	5	4,5	7,4	4,5	3,4
	6	5,8	10,0	6,0	5,5
	7	8,8	14,8	8,9	10,1
20	4	2,3	4,4	2,6	2,1
	5	4,0	7,0	4,2	4,4
	6	7,1	10,3	6,2	8,9
	7	14,1	11,6	6,9	13,6

(см. данные табл. 2). В то же время можно сделать вывод о том, что коэффициент конверсии теплообразования нелинейно зависит от амплитуды и частоты. С увеличением амплитуды колебаний возросло количество микрповреждений в материале, таких как расслоения и трещины. Кроме того, увеличение частоты колебаний приводит к увеличению количества энергии, выделяемой за счет сухого трения (дополнительного теплообразования на вновь образованных поверхностях). При сопоставлении расчетных данных с экспериментальными была получена аппроксимационная зависимость для коэффициента конверсии теплообразования

$$k(A, f) = 2,06(2\pi fA)^2 - 1,23(2\pi fA) + 0,63. \quad (14)$$

Максимальное значение повышения температуры, рассчитанное с учетом уравнения (14), также приведено в табл. 2. На рис. 14 представлены кривые самонагрева, рассчитанные с учетом $k = k(A, f)$ при частотах 10, 15 и 20 Гц и амплитудах 4, 5, 6 и 7 мм.

Видно, что введение зависимости коэффициента конверсии теплообразования от частоты и амплитуды позволяет существенно уменьшить различия между экспериментальной и расчетной максимальными температурами самонагрева. Отметим, что коэффициент конверсии теплообразования k также может компенсировать ошибки, связанные с определением коэффициента потерь.

Заключение

В работе представлены расчетные и экспериментальные результаты исследования кинетики саморазогрева стеклопластика при циклическом знакопеременном изгибе. По результатам работы можно сделать следующие выводы.

1. Аналитическую модель, основанную на уравнениях теплового баланса, адаптировали для циклического знакопеременного изгиба. Модель учитывает влияние амплитуды и частоты колебаний, а также наличие конвективного теплообмена между композитом и окружающей средой.

2. Коэффициент потерь для стеклопластика определили с использованием аппроксимации Рамберга—Осгуда диаграммы статического напряжения—деформации. Установлено, что коэффициент потерь при знакопеременном изгибе вдвое больше, чем при повторном растяжении.

3. Образец клиновидной формы был разработан для изучения кинетики саморазогрева композита при циклическом знакопеременном изгибе. Клиновидная форма позволила добиться равномерного распределения температуры в рабочей части образца.

4. Экспериментально установлено, что коэффициент конвекции существенно зависит от скорости колебаний. Он изменялся почти линейно от 12 до 50 Вт/(м²·°С) при изменении скорости колебаний от 0 до 1 м/с соответственно.

5. Сравнение расчетных и экспериментальных кривых саморазогрева показало, что разработанная модель предсказывает более высокую скорость саморазогрева, чем наблюдали в экспериментах. Наилучшего соответствия расчетных и экспериментальных кривых саморазогрева достигли при введении в модель коэффициента конверсии теплообразования, нелинейно зависящего от амплитуды и частоты. Ошибка предсказания посредством модифицированной модели (см. табл. 2) во всех случаях не превышала 2 °С.

На следующем этапе исследований планируется экспериментальное определение коэффициента потерь и коэффициента конверсии теплообразования как при знакопеременном, так и при пульсирующем изгибе.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №. 18-19-00377).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Barbero E. J.* Introduction to Composite Materials Design. — N. Y.: CRC Press, 1998.
2. *Voudouris G., Maio D. D., and Sever I. A.* Experimental fatigue behaviour of CFRP composites under vibration and thermal loading // Int. J. Fatigue. — 2020. — Vol. 140, No. 105791.
3. *Shojaei A. K. and Volgers P.* Fatigue damage assessment of unfilled polymers including self-heating effects // Int. J. Fatigue. — 2017. — Vol. 100. — P. 367—376.
4. *Katunin A.* Thermal fatigue of polymeric composites under repeated loading // J. Reinf. Plast. Compos. — 2012. — Vol. 31, No. 15. — P. 1037—1044.
5. *Goel A., Chawla K. K., Vaidya U. K., Chawla N. and Koopman M.* Characterization of fatigue behavior of long fiber reinforced thermoplastic (LFT) composites // Mater. Characterization. — 2009. — Vol. 60, No. 6. — P. 537—544.
6. *Oldyrev P. P.* Long-cycle fatigue of a glass-plastic under soft and stiff load // Mech. Compos. Mater. — 1981. — Vol. 17. — P. 142—150.
7. *Oldyrev P. P.* Self-heating and failure of plastics under cyclic loading // Mekh. Polimer. — 1967. — No. 3. — P. 483—492.
8. *Bellenger V., Tcharkhtchi A., and Castaing Ph.* Thermal and mechanical fatigue of a PA66/glass fibers composite material // Int. J. Fatigue. — 2006. — Vol. 28, No. 10. — P. 1348—1352.
9. *Kenny J. M. and Marchetti M.* Elasto-plastic behavior of thermoplastic composite laminates under cyclic loading // Compos. Struct. — 1995. — Vol. 32. — P. 375—382.
10. *Lahuerta F., Nijssen R. P. L., van der Meer F. P., and Sluys L. J.* Experimental-computational study towards heat generation in thick laminates under fatigue loading // Int. J. Fatigue. — 2015. — Vol. 80. — P. 121—127.
11. *Katunin A. and Fidali M.* Self-heating of polymeric laminated composite plates under the resonant vibrations: Theoretical and experimental study // Polym. Compos. — 2012. — Vol. 33, No. 1. — P. 138—146.
12. *Katunin A.* Analysis of influence of fibre type and orientation on dynamic properties of polymer laminates for evaluation of their damping and self-heating // Sci. Eng. Compos. Mater. — 2017. — Vol. 24, No. 3. — P. 387—399.
13. *Mortazavian S. and Fatemi A.* Fatigue behavior and modeling of short fiber reinforced polymer composites including anisotropy and temperature effects // Int. J. Fatigue. — 2015. — Vol. 77. — P. 12—27.

14. *Naderi M. and Khonsari M. M.* Thermodynamic analysis of fatigue failure in a composite laminate // *Mech. Mater.* — 2012. — Vol. 46. — P. 113—122.
15. *Clay S. B. and Knoch P. M.* Experimental results of fatigue testing for calibration and validation of composite progressive damage analysis methods // *J. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 51, No. 15. — P. 2083—2100.
16. *Huang J., Li C., and Liu W.* Investigation of internal friction and fracture fatigue entropy of CFRP laminates with various stacking sequences subjected to fatigue loading // *Thin-Walled Struct.* — 2020. — Vol. 155, No. 106978.
17. *Esmaeillou B., Ferreira P., Bellenger V., and Tcharkhtchi A.* Fatigue behavior of polyamide 66/glass fiber under various kinds of applied load // *Polym. Compos.* — 2012. — Vol. 33, No. 4. — P. 540—547.
18. *Ueki Y.* High-speed bending-fatigue testing of composite materials // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* — 2018. — Vol. 388, No. 1. — P. 012008.
19. *Muller L., Roche J.-M., Hurmane A., Peyrac C., and Gornet L.* Experimental monitoring of the self-heating properties of thermoplastic composite materials during tensile and cyclic tests, // *MATEC Web of Conf.* — 2018. — Vol. 165. — P. 07003.
20. *Mortazavian S., Fatemi A., Mellott S. R., and Khosrovaneh A.* Effect of cycling frequency and self-heating on fatigue behavior of reinforced and unreinforced thermoplastic polymers // *Polym. Eng. Sci.* — 2015. — Vol. 55, No. 10. — P. 2355—2367.
21. *Gornet L., Wesphal O., Burtin C., Bailleul J.-L., Rozycki P., and Stainier L.* Rapid determination of the high cycle fatigue limit curve of carbon fiber epoxy matrix composite laminates by thermography methodology: tests and finite element simulations // *Procedia Eng.* — 2013. — Vol. 66. — P. 697—704.
22. *Adam T. J. and Horst P.* Fatigue damage and fatigue limits of a GFRP angle-ply laminate tested under very high cycle fatigue loading // *Int. J. Fatigue.* — 2017. — Vol. 99, No. 1. — P. 202—214.
23. *Harizi W., Azzouz R., Martins A. T., Hamdi K., Aboura Z., and Khellil K.* Electrical resistance variation during tensile and self-heating tests conducted on thermoplastic polymer-matrix composites // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 224. — P. 111001.
24. *Ratner S. B. and Korobov V. I.* Self-heating of plastics during cyclic deformation // *Mekh. Polimer.* — 1965. — Vol. 1. — P. 93—100.
25. *Sapozhnikov S. B., Shabley A. A., and Ignatova A. V.* Predicting the kinetics of hysteretic self-heating of GFRPs under high-frequency cyclic loading // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 226, No. 15. — P. 111214.
26. *Katunin A. and Wronkiewicz A.* Characterization of failure mechanisms of composite structures subjected to fatigue dominated by the self-heating effect // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 180. — P. 1—8.
27. *Katunin A.* Domination of self-heating effect during fatigue of polymeric composites // *Procedia Struct. Integrity.* — 2017. — Vol. 5. — P. 93—98.
28. *Katunin A.* Evaluation of criticality of self-heating of polymer composites by estimating the heat dissipation rate // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 1. — P. 53—60.
29. *Mahmoudi A. and Mohammadi B.* On the evaluation of damage-entropy model in cross-ply laminated composites // *Eng. Fracture Mech.* — 2019. — Vol. 219. — P. 106626.
30. *Lahuerta F., Westphal T., and Nijssen R. P. L.* Self-heating forecasting for thick laminate specimens in fatigue // *J. Physics: Conf. Ser.* — 2014. — Vol. 555. — P. 012062.
31. *Katunin A.* Finite element simulation of self-heating effect and thermal fatigue of viscoelastic polymer composites // *Computer Methods Mater. Sci.* — 2012. — Vol. 12, No. 3. — P. 225—230.

32. *Mahmoudi A. and Mohammadi B.* Theoretical-experimental investigation of temperature evolution in laminated composites due to fatigue loading // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 225. — P. 110972.

33. *Ramberg W. and Osgood W. R.* Description of stress-strain curves by three parameters // Technical Note No. 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington DC (1943).

34. *Erpalov A. V. and Peshkov R. A.* Probabilistic-based fatigue damage estimation of switching stationary gaussian random time histories // A. A. Radionov and V. R. Gasiyarov (eds), Proc. 6th Int. Conf. on Industrial Eng. (ICIE 2020), Lecture Notes in Mech. Eng., Springer, Cham, Switzerland — 2021. — P. 527—536.

35. URL: <https://www.testo.com/en/products/thermography-irsoft> (date of reference: 07.09.2021)

36. *Kuehling H.* Physics Handbook [in Russian]. — Moscow: Mir, 1985.

37. *Stöcker H.*, Taschenbuch der Physik: Formeln, Tabellen, Übersichten [in Deutsch]. — Frankfurt am Main: Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch, 2005.

38. *Rittel D. and Rabin Y.* Investigation of the heat generated during cyclic loading of two glassy polymers. Part II: Thermal analysis // *Mech. Mater.* — 2000. — Vol. 32, No. 3. — P. 149—159.

Поступила в редакцию 20.04.2022

Окончательный вариант поступил 11.07.2022

Received Apr. 20, 2022 (July 11, 2022)

М. И. Чебаков, С. А. Данильченко*

*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, 344006, г. Ростов-на-Дону, ул.
Большая Садовая, 105/42*

ТЕОРЕТИКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОНКИХ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПОКРЫТИЙ

M. I. Chebakov and S. A. Danil'chenko*

THEORETICAL-EXPERIMENTAL APPROACH TO DETERMINING THE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF THIN POLYMER COMPOSITE COATINGS

Keywords: indentation, polymer composite coatings, finite-element modeling, yield strength

A method is proposed for determining the mechanical characteristics of thin polymer composite coatings by comparing the results of a numerical modeling and an indentation experiment. An elastoplastic axisymmetric problem for a two-layer base modeling the indentation process of thin coatings is considered. To solve it, the finite-element method and the ANSYS software package were used. A cone with special parameters of the taper angle and rounding radius at the vertex was used as an indenter. Such an indenter has the same function of area and depth projection as the standard Berkovich indenter, which was used during the experiments. The resulting model allows one to build "loading-unloading" curves similar to those obtained in an instrumental indentation. The main idea of this work was to obtain the yield strength of thin polymer composite coatings by comparing and approximating experimental and calculated curves for a set of known input parameters. In the future, the value obtained in this way can be taken as an approximate yield strength of the material. It is shown that, by applying an optimization algorithm to adjust the yield strength of the coating, it is possible to achieve a good agreement between the results of modeling and experiment.

*Автор, с которым следует вести переписку: michebakov@yandex.ru
Corresponding author: michebakov@yandex.ru

Ключевые слова: индентирование, покрытия полимерные композитные, моделирование конечно-элементное, предел текучести

Предложен способ определения механических характеристик тонких полимерных композитных покрытий путем сопоставления результатов численного моделирования и эксперимента по индентированию. Рассмотрена упругопластическая осесимметричная задача для двухслойного основания, моделирующая процесс индентирования тонких покрытий. Для ее решения был применен метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS. В качестве индентора использован конус со специальными параметрами угла конусности и радиуса закругления при вершине. Такой индентор имеет ту же функцию проекции площади и глубины, что и стандартный индентор Берковича, который применяли при проведении экспериментов. Полученная модель позволяет строить кривые нагрузка—разгрузка, аналогичные получаемым при инструментальном индентировании. Основная цель работы — получить значение предела текучести тонких полимерных композитных покрытий путем сравнения и приближения экспериментальных и расчетных кривых, имея набор входных параметров. В дальнейшем найденную таким образом величину можно принять за приближенное значение предела текучести материала. Показано, что применение алгоритма оптимизации для корректировки значения предела текучести покрытия обуславливает хорошее согласование результатов моделирования и эксперимента.

Введение

Современная инженерия поверхности включает в себя процессы модифицирования поверхности изделий путем нанесения на нее различных покрытий [1—4]. Среди материалов, применяемых для создания покрытий, широкое распространение получили полимерные композитные материалы [5—7]. Эти композиты имеют матрицу на основе полимерного материала с наполнителем. В качестве наполнителя используются различные вещества (углеродные, стеклянные, органические синтетические волокна, мелкодисперсные порошковые наполнители) [8—11]. Как правило, такие поверхностные структуры обладают малой или сверхмалой толщиной. В связи с этим возникает проблема определения их физико-механических свойств, поскольку классические методы в данном случае малоэффективны. Так, например, для определения прочностных характеристик покрытий согласно классическим методам, таким как испытания на растяжение/сжатие, необходимо предварительно отделить покрытие от основания. Даже для металлических покрытий относительно большой толщины данная задача является непростой, а для тонких поли-

мерных покрытий практически невыполнимой. В связи с этим активно внедряются новые методики исследований, в том числе и компьютерное моделирование [12—14].

Одним из методов, широко применяемых при исследовании тонких покрытий и пленок, является метод непрерывного индентирования [15, 16]. Он заключается в одновременном измерении силы вдавливания и перемещения индентора специальной формы для построения кривой нагрузка—разгрузка. Анализ такой кривой позволяет оценить твердость, модуль упругости, ползучесть и другие характеристики материала. Однако экспериментальное определение некоторых характеристик, таких как предел текучести, для данных структур достаточно трудоемкое, а порой, и невозможное. Как известно, пределом текучести называют напряжение, после которого в разгруженном образце остается необратимая деформация (обычно принимают 0,2%). По достижении предела текучести в подавляющем количестве материалов происходит деформационное упрочнение, и для того чтобы его деформировать, необходимо прикладывать всё большую нагрузку. Предел текучести является важным параметром, с помощью которого рассчитывают допустимые напряжения для пластичных материалов.

В настоящей работе сделана попытка оценить предел текучести тонких покрытий из полимерных композитных материалов с матрицей на основе фенилона С-2 и различными мелкодисперсными наполнителями с помощью сравнения конечно-элементной модели индентирования и экспериментальных данных. В [17, 18] показано, что с помощью конечно-элементной модели индентирования можно достаточно точно воспроизводить результаты эксперимента.

Была рассмотрена осесимметричная контактная задача для двухслойного основания. Конечно-элементное моделирование выполняли с помощью программного комплекса ANSYS. В качестве индентора применяли конус со специальными параметрами угла конусности и радиуса скругления при вершине. Такой индентор имеет ту же функцию проекции площади и глубины, что и стандартный индентор Берковича [19]. Полученная модель позволяет строить кривые нагрузка—разгрузка, аналогичные экспериментальным. Для каждого покрытия был проведен эксперимент на комплексе NanoTest 600 (Micro Materials Limited, UK). Полученные экспериментальные значения упругих характеристик композитов использовали в качестве входных параметров при расчетах. На основании сравнения кривых нагрузка—разгрузка проведена оптимизация значения предела текучести с целью получения максимального совпадения кривых.

Результаты исследования показали, что, применив алгоритм оптимизации для корректировки значения предела текучести покрытия, удастся добиться хорошего согласования между результатами моделирования и эксперимента.

Описание эксперимента и постановка соответствующей контактной задачи

В качестве инструментария для определения упругих характеристик покрытий использовали метод индентирования и комплекс для определения физико-механических характеристик материалов в субмикро- и наномасштабе NanoTest 600. Индентирование представляет собой процесс многократного погружения с линейно нарастающей нагрузкой индентора с заранее известными геометрическими параметрами и механическими свойствами в исследуемый материал. Общая схема данного процесса нагружения приведена на рис. 1. Здесь t_{up} — время линейного нарастания нагрузки от 0 до максимальной величины P_{max} ; t_{cr} — время выдержки при неизменном значении P_{max} (для исследования ползучести); t_{down} — время линейного снижения нагрузки до 10% от P_{max} ; t_0 — время выдержки при неизменном значении P_0 (для исследования кинетики восстановления глубины отпечатка после разгрузки, для коррекции на тепловой дрейф и др.). Процедура индентирования заключалась в выполнении 10 уколов в различных местах поверхности образца индентором Берковича по схеме, представленной на рис. 1. Места уколов выбираются таким образом, чтобы избежать влияния боковых границ образца. Величину усилия, прикладываемого к индентору, подбирали такой, чтобы максимальная глубина погружения не превышала 1/10 толщины покрытия. Таким образом, удается исключить влияние подложки на результаты измерений [20]. Для каждого цикла нагружения строили кривую индентирования (P — h -диаграмма) и с помощью метода Оливера—Фарра [21] рассчитывали искомые параметры микротвердости, модуля упругости. Полученные данные усредняли и строили итоговую кривую индентирования, которую впоследствии и сравнивали с расчетной.

В качестве математической модели, соответствующей эксперименту, рассматривали осесимметричную квазистатическую контактную задачу об индентировании упругого цилиндра с композитным упруго-

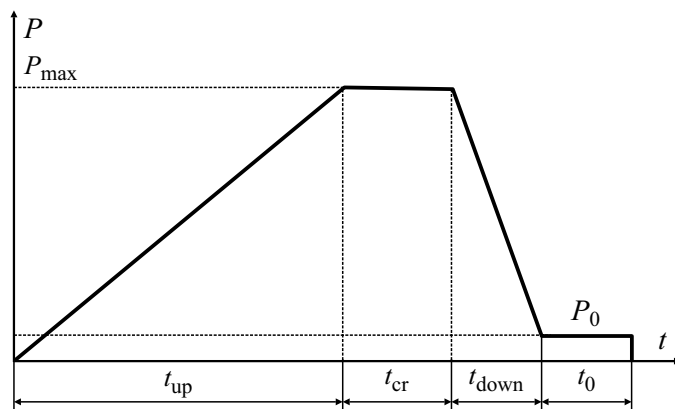


Рис. 1. Типовой трапециoidalный импульс нагружения. Пояснения в тексте.

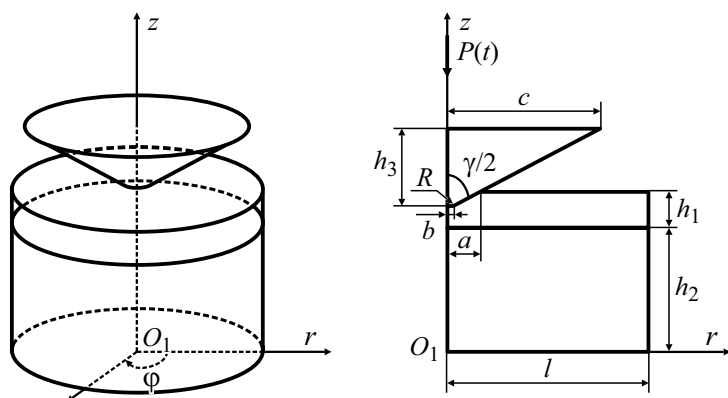


Рис. 2. Геометрия задачи. Пояснения в тексте.

пластическим покрытием жестким штампом. Основание представляет собой двухслойную конструкцию $\{0 \leq r \leq l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq z \leq h_1 + h_2\}$, нижний слой которой $\{0 \leq r \leq l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq z \leq h_2\}$ упругий, а верхний $\{0 \leq r \leq l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; h_2 \leq z \leq h_1 + h_2\}$ — упругопластический (рис. 2—а), где r, φ, z — цилиндрические координаты. Штамп имеет сфероконическую форму с углом конусности γ и радиусом скругления при вершине R . Его геометрия описывается следующим образом: $\{0 \leq r \leq c; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; h_1 + h_2 \leq z \leq h_1 + h_2 + h_3\}$, где $h_3 = (c - b) \cdot \operatorname{tg} \gamma + R(1 - \cos \gamma)$ — высота индентора; $b = R \sin \gamma$ — радиус окружности, по которой соприкасаются сферическая и коническая поверхности индентора, $c = l/3$.

Поверхность основания $\{0 \leq r \leq l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; z = 0\}$ жестко закреплена, боковая поверхность $\{r = l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq z \leq h_1 + h_2\}$ и поверхность $\{a \leq r \leq l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; z = h_1 + h_2\}$ вне штампа свободны от напряжений; a — радиус области контакта. Штамп вдавливается в основание нормальным усилием $P(t)$ в соответствии со схемой, показанной на рис. 1, трение под штампом при этом отсутствует.

Для описания напряженно-деформированного состояния верхнего слоя $\{0 \leq r \leq l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; h_2 \leq z \leq h_1 + h_2\}$ используем соотношения теории упругопластичности [22, 23], а нижнего слоя $\{0 \leq r \leq l; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq z \leq h_2\}$ — соотношения теории упругости [24]. В качестве модели, описывающей поведение материала покрытия, выбрана модель билинейного изотропного упрочнения. Билинейное изотропное упрочнение описывается билинейной зависимостью эффективного напряжения от эффективной деформации. Начальный наклон диаграммы зависимости напряжение—деформация — это модуль упругости материала. За пределами заданного начального предела текучести развивается пластическая деформация, и зависимость напряжения от общей деформации продолжается вдоль линии с наклоном, определяемым заданным касательным модулем. Будем предполагать, что деформация квазистатическая, без учета инерциальных членов в уравнениях.

Параметры слоев следующие: верхнего — $E^{(1)}$ — модуль упругости, $\nu^{(1)}$ — коэффициент Пуассона, $\sigma_y^{(1)}$ — предел текучести, $G^{(1)}$ — касательный модуль упругости; нижнего — $E^{(2)}$, $\nu^{(2)}$ — модуль упругости, коэффициент Пуассона соответственно.

Граничные условия примут вид

$$\begin{aligned} u_r^{(2)} = u_z^{(2)} = 0, \quad \{0 \leq r \leq l; z = 0\}, \\ u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, \quad \{0 \leq r \leq l; z = h_2\}, \\ \sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}, \tau_{rz}^{(1)} = \tau_{rz}^{(2)}, \quad \{0 \leq r \leq l; z = h_2\}, \\ \tau_{rz}^{(1)} = 0, \quad \{0 \leq r \leq l; z = h_1 + h_2\}, \\ \sigma_r^{(1)} = 0, \quad \{r > a; z = h_1 + h_2\}, \\ u_z^{(1)} = -\delta(t) + \frac{r^2}{2R}, \quad \{0 < r < b; z = h_1 + h_2\}, \\ u_z^{(1)} = -\delta(t) + \text{tg } \gamma \cdot r + b, \quad \{b < r < a; z = h_1 + h_2\}. \end{aligned}$$

Здесь $u_r^{(i)}$, $u_z^{(i)}$ — перемещения вдоль осей r и z соответственно; $\sigma_r^{(i)}$, $\tau_{rz}^{(i)}$ — нормальные и касательные напряжения в верхнем при $i = 1$ и нижнем при $i = 2$ слое соответственно; a — радиус области контакта; $\delta(t)$ — смещение штампа под действием силы $P(t)$.

При проведении расчетов использовали метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS [25, 26]. На специальном языке Mechanical APDL была разработана программа, позволяющая строить и рассчитывать поставленную задачу при разных значениях входных параметров.

Основная идея работы — найти значение предела текучести тонких полимерных композитных покрытий путем сравнения и приближения экспериментальных и расчетных кривых, имея набор входных параметров. В дальнейшем полученное значение можно принять за приближенное значение предела текучести материала.

Проведение расчетов и сопоставление результатов

При расчетах использованы следующие геометрические параметры: толщина покрытия $h_1 = 50$ мкм (соответствует толщине покрытия экспериментальных образцов), толщина подложки $h_2 = 100$ мкм, радиус $l = 150$ мкм. Радиус подобран таким образом, чтобы исключить влияние боковой границы на напряжения и деформации. При аппроксимации индентора Берковича применяли упрощенную модель, описанную в [27]. Согласно этой модели для штампа угол конусности γ задавали равным $140,6^\circ$, а радиус скругления при вершине был рассчитан по приведенной

Табл. 1

Физико-механические характеристики покрытий

Характеристика	Материал покрытия		
	Фенилон	Фенилон + 5% Ф4МБ	Фенилон + 5% ПФМС-4
$E^{(1)}$, ГПа	6,4	5,11	6,32
$H^{(1)}$, МПа	366	289	330
$\nu^{(1)}$	0,3	0,33	0,3
$\sigma_y^{(1)}$, МПа	215	-	-
$G^{(1)}$, ГПа	2,46	1,92	2,43

в [27] формуле и был равен $R = 400$ нм. Сфероконический индентор с такими параметрами имеет ту же функцию проекции площади и глубины, что и стандартный индентор Берковича, использованный при проведении эксперимента. Остальные необходимые параметры вычисляют из этих значений. Для всех рассмотренных покрытий в качестве материала подложки использовали сталь с модулем упругости $E^{(2)} = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициентом Пуассона $\nu^{(2)} = 0,28$.

На первом этапе расчетов было выполнено тестирование модели и оценка погрешности получаемых результатов. Для этого в качестве тестового материала был выбран фрагмент образца из чистого фенилона, полученный методом горячего прессования из порошка, для которого были определены все необходимые характеристики (табл. 1).

Для получения экспериментальной кривой нагрузка—разгрузка и последующего сравнения ее с расчетной проведена процедура индентирования тестового образца с покрытием из фенилона на комплексе NanoTest 600. Исходя из соображений, описанных в [20], максимальная нагрузка P_{\max} была установлена равной 100 мН. Для временных параметров нагружения (см. рис. 1) устанавливали следующие значения: $t_{\text{up}} = 20$ с, $t_{\text{cr}} = 0$ с, $t_{\text{down}} = 20$ с, $t_0 = 60$ с. Полученную итоговую усредненную кривую индентирования сравнивали с расчетной. Погрешность результатов моделирования оценивали путем вычисления средней абсолютной процентной ошибки (MAPE) по девяти точкам кривой: при нагрузках 20, 40, 60, 80 и 100 мН на этапе нагружения и 80, 60, 40 и 20 мН — на этапе разгрузки (схема изображена на рис. 3—а) по формуле

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{h_i^{\text{exp}} - h_i^{\text{mod}}}{h_i^{\text{exp}}} \right| \cdot 100\%,$$

где h_i^{exp} — глубина проникновения индентора при нагрузке P_i на экспе-

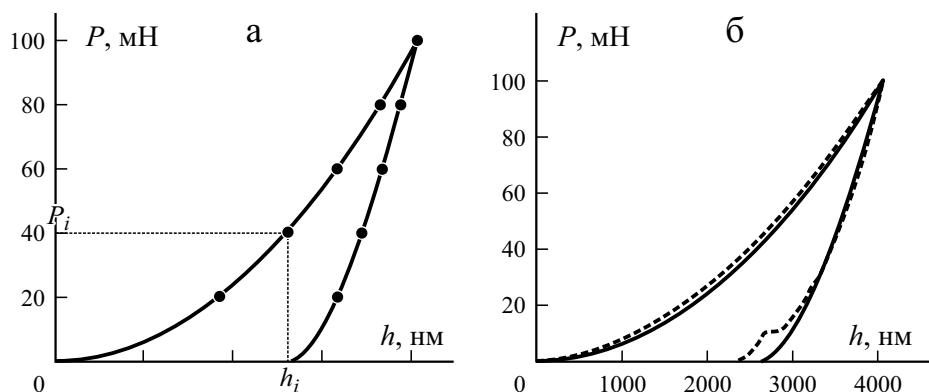


Рис. 3. Схема расположения точек для расчета погрешности моделирования (а) и сравнение экспериментальной (---) и расчетной (—) кривых для образца с покрытием из фенилона (б).

риментальной кривой; h_i^{mod} — глубина проникновения индентора при нагрузке P_i на расчетной кривой, $n = 9$ — количество точек.

Как видно из данных рис. 3—б, с помощью моделирования удалось добиться достаточно хорошего совпадения кривых. Рассчитанная средняя абсолютная процентная ошибка равна 2,22%. Следовательно, можно сделать вывод о том, что модель позволяет с высокой точностью воспроизводить результаты эксперимента. Стоит отметить, что участок кривой разгрузки, на котором производилась выдержка, не учитывали при расчете погрешности, так как коррекцию на тепловой дрейф в модели не проводили.

На основании приведенного вывода сделано предположение о том, что возможно количественно оценить значение предела текучести тонкого полимерного композитного покрытия путем сравнения экспериментальной и расчетной кривых индентирования и минимизации средней абсолютной процентной ошибки. Данная задача была решена на втором этапе исследований. В качестве материалов покрытий использовали двухфазные композиты с матрицей на основе фенилона и наполнителями в виде мелкодисперсного порошка Ф4МБ (политетрафторэтилен) и 5% по объему кремнийорганической жидкости ПФМС-4. Были изготовлены соответ-

Табл. 2

Значения предела текучести и МАРЕ, полученные для покрытий из фенилона + 5%Ф4МБ и фенилона + 5%ПФМС-4

Характеристика	Материал покрытия	
	Фенилон + 5% Ф4МБ	Фенилон + 5% ПФМС-4
σ_T , МПа	6,5	6,9
МАРЕ, %	2,77	2,42

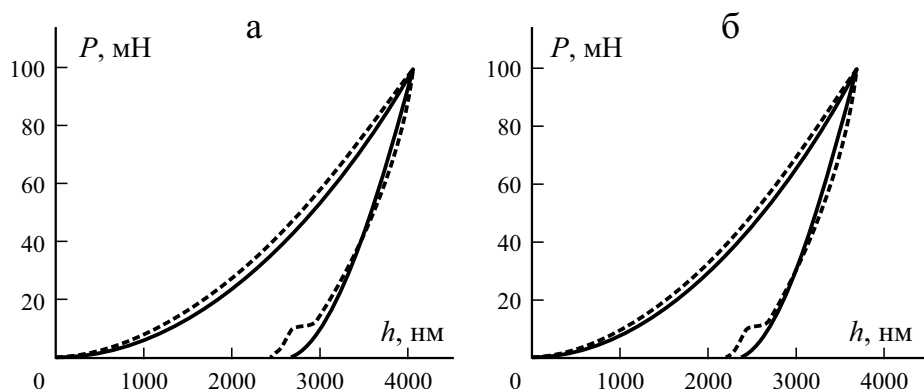


Рис. 4. Сравнение экспериментальной (---) и расчетной (—) кривых для образцов с покрытием из фенилона + 5%Ф4МБ (а) и фенилона + 5%ПФМС-4 (б).

ствующие образцы и для каждого проведена процедура индентирования, аналогичная процедуре с тестовым образцом с покрытием из фенилона (см. табл. 1). Первоначально неизвестное значение предела текучести $\sigma_y^{(1)}$

задавали равным 1/3 от полученного значения микротвердости $H^{(1)}$. Далее осуществляли оптимизацию данного параметра таким образом, чтобы добиться значения МАРЕ не более 3%. На рис. 4 проведено сравнение итоговых кривых, удовлетворяющих поставленному условию. Значения предела текучести и МАРЕ представлены в табл. 2.

Используя определенные значения предела текучести, рассчитали напряжено-деформированное состояние покрытий и определили максимальную глубину погружения индентора h_{max} , остаточную глубину отпечатка после снятия нагрузки Δh , нормальные $\sigma_y^{(1)}$, $\sigma_y^{(1\Delta)}$ и эквивалентные напряжения по Мизесу $\sigma_{EQV}^{(1)}$, $\sigma_{EQV}^{(1\Delta)}$ при максимальной нагрузке и после разгрузки соответственно в окрестности узла с координатами

Табл. 3

Значения характеристик исследованных покрытий

Характеристика	Материал покрытия		
	Фенилон	Фенилон + 5% Ф4МБ	Фенилон + 5% ПФМС-4
h_{max} , нм	3035	4115	3731
Δh , нм	1334	2652	2369
$\sigma_y^{(1)}$, ГПа	2,12	1,54	1,92
$\sigma_y^{(1\Delta)}$, ГПа	0,065	0,036	0,053
$\sigma_{EQV}^{(1)}$, ГПа	2,09	1,65	2,01
$\sigma_{EQV}^{(1\Delta)}$, ГПа	0,29	0,11	0,16

$\{r = 0; \varphi = 0; z = h_1 + h_2\}$, а также коэффициент упругого восстановления K_e (табл. 3). Значения $\sigma_{\text{EQV}}^{(1)}$ и K_e вычисляли по формулам

$$\sigma_{\text{EQV}}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r^{(1)} - \sigma_\varphi^{(1)})^2 + (\sigma_\varphi^{(1)} - \sigma_z^{(1)})^2 + (\sigma_r^{(1)} - \sigma_z^{(1)})^2 + 6(\tau_{r\varphi}^{(1)2} + \tau_{\varphi z}^{(1)2} + \tau_{rz}^{(1)2})},$$

$$K_e = \frac{h_{\max} - \Delta h}{h_{\max}}.$$

Расчеты показали, что покрытия с наполнителем оказались более пластичными, чем основа в виде фенилона, что вполне ожидаемо. Это выражено в снижении прочностных характеристик материала, что вытекает из значений эквивалентных напряжений по Мизесу $\sigma_{\text{EQV}}^{(1)}$, а также показателя упруго восстановления K_e .

Заключение

Результаты численных экспериментов по моделированию процесса индентирования относительно тонких полимерных композитных покрытий позволяют сделать вывод о том, что разработанная модель с высокой точностью воспроизводит результаты эксперимента. Таким образом, можно путем максимального приближения расчетной и экспериментальной кривых индентирования проводить количественную оценку физико-механических характеристик материалов.

По результатам расчетов напряженно-деформированного состояния установлено, что введение рассмотренных наполнителей в матрицу обуславливает снижение ее упругих и прочностных характеристик, что необходимо учитывать при изготовлении деталей с такими покрытиями для конкретных условий эксплуатации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Южного федерального университета, внутренний грант № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Dwivedi D. K.* Surface engineering: enhancing life of tribological components. — New Delhi: Springer Publications, 2018. — 224 p.
2. *Blednova Zh. M., Rusinov P. O.* Intellectualization of surface layers, working under cyclic loading and reversing friction // *Appl. Mech. Mater.* — 2015. — Vol. 798. — P. 440—446.
3. *Bao W., Deng Z., Zhang S., Ji Z., Zhang H.* Next-generation composite coating system: nanocoating // *Frontiers in Materials.* — 2019. — Vol. 6, Article 72.
4. *Aliofkhazraei M.* Anti-abrasive Nanocoatings. Current and Future Applications. — Elsevier, 2015. — 582 p.

5. *Burriss D. L., Boesl B., Bourne G. R., Sawyer W. G.* Polymeric nanocomposites for tribological applications // *Macromol. Mater. Eng.* — 2007. — Vol. 292, Iss. 4. — P. 387—402.

6. *Friedrich K., Chang L., Hauptert F.* Current and future applications of polymer composites in the field of tribology // *L. Nicolais, M. Meo, E. Milella (Eds.) Composite Materials.* — London: Springer, 2011. — P. 129—167.

7. *Михайлин Ю. А.* Конструкционные полимерные композитные материалы. — М.: НОТ, 2013. — 822 с.

8. *Danilaev M. P., Bogoslov E. A., Kuklin V. A., Klabukov M. A., Khamidullin O. L., Pol'sky Yu. E., Mikhailov S. A.* Structure and mechanical properties of a dispersedly filled transparent polycarbonate // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 1. — P. 53—62.

9. *Ivanochkin P. G., Danilchenko S. A., Novikov E. S.* Antifriction composites based on phenylene C2 for work under conditions of dry friction // *Proc. Eng.* — 2016. — Vol. 150. — P. 520—526.

10. *Semenov N. A., Kelbysheva E. S.* Creating a new elastomeric material with a polyimide filler and studying its viscoelastic properties under applied external electric fields and dynamic loads // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 56, No. 6. — P. 1189—1198.

11. *Yildizel S. A., Timur O., Ozturk A. U.* Abrasion resistance and mechanical properties of waste-glass-fiber-reinforced roller-compacted concrete // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 2. — P. 371—378.

12. *Ostiguy P.-C., Quaegebeur N., Masson P.* Non-destructive evaluation of coating thickness using guided waves // *NDT & E Int.* — 2015. — Vol. 76. — P. 17—25.

13. *Ahmed R., Ashraf A., El-Ameen M., Faisal N., El-Sherik A., Elakwah Y., Goosen M.* Single asperity nano-scratch behaviour of HIPed and cast Stellite 6 alloys // *Wear.* — 2014. — Vol. 312. — P. 70—82.

14. *Chebakov M. I., Danilchenko S. A.* Wear simulation of a spherical hinge joint with a thin composite coating // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 5. — P. 667—674.

15. *Islam M., Shakil S. I., Shaheen N. M., Bayati P., Haghshenas M.* An Overview of microscale indentation fatigue: composites, thin films, coatings, and ceramics // *Micron.* — 2021. — Vol. 148. — P. 103110.

16. *Bhushan B.* Nanomechanical Characterization of Solid Surfaces and Thin Films. Nanotribology and Nanomechanics. — Springer Int. Publ. AG, 2017. — P. 177—251.

17. *Shojaei P., Scazzosi R., Trabia M., O'Toole B., Giglio M., Zhang C., Liao Y., Manes A.* An approach for material model identification of a composite coating using micro-indentation and multi-scale simulations // *Coatings.* — 2022. — Vol. 12, Iss. 1.

18. *Iankov R., Cherneva S., Stoychev D.* Investigation of material properties of thin copper films through finite element modeling of microindentation test // *Appl. Surf. Sci.* — 2008. — Vol. 254. — P. 5460—5469.

19. *Hay J. L., Pharr G.* Instrumented indentation testing // *Mech. Test. Evaluation.* — Ohio: ASM Int., Mater. Park, 2000. — P. 231—240.

20. *Головин Ю. И.* Наноиндентирование и его возможности. — М.: Машиностроение, 2009. — 312 с.

21. *Oliver W. C., Pharr G. M.* Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology // *J. Mater. Res.* — 2004. — Vol. 19. — P. 3—20.

22. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Ч. 1. Упруго-пластические деформации. — М.: ОГИЗ, 1948. — 378 с.

23. *Петров В. В.* Нелинейная инкрементальная строительная механика. — М.: Инфра-Инженерия, 2014. — 480 с.

24. *Лурье А. И.* Теория упругости. — М.: Наука, 1970. — 940 с.
25. *Madenci E., Guven I.* The finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS. — N. Y.: Springer, 2006. — 695 p.
26. URL: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v190/ans_ctec/ctec_includewear.html
27. *Pelletier H., Krier J., Cornet A., Mille P.* Limits of using bilinear stress-strain curve for finite element modeling of nanoindentation response on bulk materials // Thin Solid Films. — 2000. — Vol. 379, Iss. 12. — P. 147—155.

Поступила в редакцию 05.04.2022
Окончательный вариант поступил 04.07.2022
Received Apr. 5, 2022 (July 4, 2022)

В. И. Жигун^{а}, Э. З. Плуме^а, С. А. Кристоне^а, Л. Л. Краснов^б*

*^аИнститут механики материалов Латвийского университета, Рига, LV-1006 Латвия
^бВсероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов, Москва,
105005 Россия*

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОДУЛЕЙ СДВИГА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ ИЗ ОПЫТОВ НА ТРЁХТОЧЕЧНЫЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

V. I. Zhigun^{}, E. Z. Plume, S. A. Kristone, L. L. Krasnov*

METHOD FOR DETERMINING THE SHEAR MODULI OF COMPOSITE MATERIALS FROM EXPERIMENTS IN THE THREE-POINT TRANSVERSE BENDING

Keywords: composite materials, shear modulus, three-point transverse bending

In order to reduce material costs, a simple and economical method without the use of strain gages was chosen, which is not widespread in practical implementations due to the high spread of the characteristic determined and its instability. It is based on the three-point transverse bending of specimens and measuring the deflection under the load applied. In this case, the shear modulus is calculated in two different ways. The tests were carried out on isotropic and on three types of composite materials with different reinforcement schemes. The control of the results obtained was carried out by testing similar samples in tension and bending by other proven methods. The main factors preventing the obtaining of stable and reliable values of shear moduli were established, one of which is the neglect of angular displacements of cross sections of the sample during calculation of the desired characteristics. It is shown that both the methods give very underestimated values of shear modulus for both isotropic and composite materials, with a very significant spread, which does not allow one to use the method considered in the presented form without corrections. It was established, that deflection under the load

*Автор, с которым следует вести переписку: goracij.goracij@yahoo.com
Corresponding author: goracij.goracij@yahoo.com

is determined by the rotation angles of sample cross sections and by the span, and its value is equal to the product of the maximal cross-sectional rotation angle and one third of the span length. It is shown that, taking into account the identified factors and some adjustment, this method is suitable for determining the shear modulus by the first or second method for both isotropic and composite materials.

Ключевые слова: материалы композитные, модуль сдвига, трёхточечный изгиб поперечный

С целью снижения материальных затрат выбран простой и экономичный метод, не предусматривающий использования тензодатчиков, не востребованный к практической реализации из-за высокого разброса определяемой характеристики и её нестабильности. Метод основан на трёхточечном поперечном изгибе образцов с замером прогиба под точкой приложения нагрузки. Модуль сдвига вычислен двумя способами. Испытания проводили на изотропном и трёх типах композитных материалов с разными схемами армирования. Контроль результатов осуществляли в ходе испытаний аналогичных образцов на растяжение и изгиб другим апробированным методом. Установлены основные факторы, препятствующие получению стабильных и достоверных значений модулей сдвига, одним из которых является отсутствие учёта угловых перемещений поперечных сечений образца при расчёте искомых характеристик. Показано, что оба способа дают очень заниженные значения модулей сдвига как для изотропного, так и для композитных материалов с весьма существенным разбросом, что не позволяет в представленном виде использовать рассматриваемый метод для практического применения без корректировки. Установлено, что прогиб под точкой приложения нагрузки определяется углами поворота сечений образца и длиной пролёта, а его значение равно произведению максимального угла поворота сечения на одну треть длины пролёта. Показано, что при учёте выявленных факторов и некоторой корректировке данный метод пригоден для определения модулей сдвига как первым, так и вторым способом, как изотропного, так и композитных материалов.

Введение

Научно-технический прогресс неразрывно связан с созданием новых типов конструкционных материалов. Их разработка и внедрение требуют значительных материальных затрат для оценки физико-механических свойств этих материалов. Среди характеристик, требующих определения, привлекает внимание модуль сдвига. Эта характеристика выделяется как своей важностью для проектирования силовых элементов конструкций, так и отсутствием простого и надёжного метода её определения. Стан-

дартизованные методы сложны в реализации. Они связаны с большими трудозатратами, обусловленными изготовлением, подготовкой образцов и специальными приспособлениями, а также проведением экспериментальных исследований. Так, например, для определения модуля сдвига только одного образца необходимо как минимум два тензодатчика, стоимость каждого из которых на европейском рынке около 8—10 евро. Для надёжного установления значений этой характеристики требуется, как правило, четыре-пять образцов, что составляет значительные затраты даже без учёта издержек на подготовку образцов и наклейку тензодатчиков. Поэтому не прекращаются попытки совершенствования существующих и разработки новых, более приемлемых методов определения модуля сдвига. В частности, некоторые из вариантов решения этой задачи предложены в работах [1—6].

В работе [1] описан метод определения модулей упругости и модулей сдвига. Суть метода — одновременно один образец испытывают по схеме трёхточечного изгиба, а другой — по схеме четырёхточечного изгиба. В последнем варианте приведена удобная для практики формула определения модуля межслойного сдвига. Однако практическая реализация предложенного метода достаточно сложна и не опробована ни в одной из известных авторам публикаций, что лишает возможности оценить его применимость для композитных материалов.

Совершенно иной подход для определения сдвиговых характеристик композитных материалов предложен в [2]. Он основан на использовании теории Тимошенко, согласно которой максимальный прогиб короткой балки при трёхточечном изгибе представлен в виде (для удобства дальнейшего изложения здесь обозначение прогиба изменено с w на y , все остальные обозначения приведены в точном соответствии с упоминаемой работой):

$$y_{\max} = y^b + y^{\text{sh}} = \frac{Pl^3}{48EJ^b} + \frac{Pla}{G_{12}A},$$

где $a = 0,3$; оригинальные верхние индексы *изг* и *сдв* заменены на b и sh . Далее сформулирована математическая задача для определения неизвестных значений EJ^b и G_{12} . При этом сначала из опытов на простое растяжение стандартных образцов определяют модули Юнга и коэффициенты Пуассона. Затем проводят испытания на трёхточечный изгиб по крайней мере двух групп образцов при разных значениях l , J_x и площади A , записывают n соотношений в виде

$$y_n = \frac{P_n l_n^3}{48EJ_n^b} + \frac{P_n l_n a}{G_{12} A_n},$$

из которых путём решения обратной задачи для длинных и коротких балок определяют модуль сдвига. Однако данный метод достаточно сложен в реализации и весьма трудозатратен ввиду необходимости использования серии образцов разных размеров, их испытания и проведения расчётов. В работе [3] с использованием отмеченного подхода разработана методика

идентификации жесткостных характеристик однонаправленно армированных композитов. В качестве материала использован однонаправленный стеклопластик, изготовленный в виде труб пултрузионным методом. Образцы в виде плоских стержней вырезали из труб вдоль направления армирования. В отличие от работы [2] для сравнения образцы испытывали не только на изгиб и растяжение, но и на сдвиг. Испытания на сдвиг осуществляли на образцах крестообразной формы. В работе отмечено, что удовлетворительного согласования значений G_{12} , определённых предложенным способом и полученных путём испытания на сдвиг крестообразных образцов, получить не удалось. Причиной этого, по мнению авторов, является то, что при испытании разных серий образцов при разных нагрузках получают разные значения G_{12} . Связано это с тем, что зависимость касательных напряжений от угла сдвига является нелинейной.

Этот же подход, основанный на значении прогиба под точкой приложения нагрузки, состоящего из суммы двух прогибов, использован в [4] для определения модуля сдвига композитного материала. Модуль изгиба E_f и модуль сдвига вне плоскости G_{13} определяли на однонаправленных ламинатах. Чтобы иметь два отношения пролета, испытали 4- и 12-слойные образцы с одинаковой длиной пролета (50 мм), т.е. два соотношения l/h были созданы за счёт толщины образца, что могло вносить ошибку в определение упругих характеристик. Отличие от описанного метода заключается лишь в способе вычисления сдвиговой составляющей прогиба. Метод также сложен в реализации, а достоверность определяемой характеристики при этом никак не подтверждается. Кроме того, сложность заключается в том, что модуль сдвига в описанном случае определяли в процессе отверждения, когда состояние матрицы резко меняется от резиноподобного до стеклоподобного.

В работе [5] показано, что при испытании на трёхточечный изгиб вычисление модулей сдвига деревянных образцов согласно теории Тимошенко приводит к существенному занижению результатов. Авторы предложили эмпирическое уравнение, по которому можно правильно определить модуль сдвига: на основании экспериментальных результатов и численных расчетов была предложена модификация исходного уравнения изгиба Тимошенко. Авторы считают, что главная причина расхождения теории изгиба Тимошенко и предложенного модифицированного уравнения заключается в концентрации напряжений вблизи точки приложения нагрузки, которая не учитывается в теории Тимошенко.

Простотой и экономичностью выделяется метод, заключающийся в определении модулей сдвига композитных материалов из опытов на трёхточечный поперечный изгиб с помощью замера прогиба под точкой приложения нагрузки [6]. Он также основан на теории Тимошенко, а именно: на использовании зависимости, учитывающей влияние деформаций сдвига на максимальный прогиб при испытании на трёхточечный поперечный изгиб [7]. Для стержня, свободно лежащего на двух опорах, нагруженного

в середине пролёта сосредоточенной силой P , данная зависимость представлена как

$$y_{\max} = -\frac{P\left(\frac{l}{h}\right)^3}{4bE} \left[1 + \alpha \left(\frac{h}{l}\right)^2 \frac{E_x^b}{G_{xz}} \right] = -y^* (1 + 0,486\chi^2), \quad (1)$$

где y^* — максимальный прогиб стержня без учёта влияния сдвигов; $\chi = \frac{\pi h}{2l} \sqrt{E_x^b/G_{zx}}$; h — высота стержня; l — длина пролёта; α — коэф-

фициент, зависящий от формы поперечного сечения (для прямоугольного сечения $\alpha = 1,2$); E_x^b — модуль упругости при изгибе в направлении оси x , вычисленный при $l/h \approx 35-40$ (должен быть близок по значению модулю упругости образца, определённого при испытании на растяжение). При этом модуль сдвига можно определять тремя способами.

Первый заключается в его определении непосредственно по зависимости (1).

Второй, более трудоёмкий, базируется на использовании фиктивных модулей упругости. Расчёт модуля сдвига в этом случае производится по формуле

$$G_{xz} = \frac{E_x^b}{B^2}, \quad (2)$$

где

$$B^2 = \frac{E_{f_1}^b - E_{f_2}^b}{1,2 \left[E_{f_2}^b \left(\frac{h}{l_2}\right)^2 - E_{f_1}^b \left(\frac{h}{l_1}\right)^2 \right]},$$

$$E_x^b = E_{f_1}^b \left[1 + 1,2B^2 \left(\frac{h}{l_2}\right)^2 \right],$$

$E_{f_1}^b$ — фиктивный модуль упругости, определяемый при большем, а $E_{f_2}^b$ — при меньшем значении l/h .

Третий способ определения модуля сдвига — графический. В координатах $(h/l)^2 - \frac{1}{E_x^b}$ строят график в виде прямой, угол наклона которой к оси абсцисс равен $1/2G_{xz}$, а её пересечение с осью ординат есть $\frac{1}{E_x^b}$.

Данный способ является весьма затратным и сложным в реализации. Подробно процесс определения этих характеристик изложен в [6].

В работе [8] была произведена оценка точности методики [6] с помощью численного эксперимента на базе метода конечных элементов при известных точных значениях характеристик упругости материала образца

и варьировании радиуса закругления опор. Анализ результатов эксперимента показал, что методика [6] позволяет находить с достаточно высокой степенью точности лишь модуль упругости стеклотекстолита, ошибка определения модуля упругости не превышает 5%. Погрешность оценки межслойного модуля сдвига значительно выше, чем модуля упругости: для стеклопластика в исходном состоянии она равна $\sim 20\%$. При этом экспериментальное подтверждение полученных результатов в работе не приведено.

Непосредственное применение названного подхода при исследовании композитных материалов, как следует из работы [9], не приводит к достижению поставленной цели. Причины отрицательного исхода при решении задачи в работе не описаны.

Много работ посвящено сопоставлению значений модуля межслойного сдвига, полученных разными расчётными методами. Рассмотрим лишь некоторые из них [10—13]. В работе [10] были экспериментально исследованы эффективные модули поперечного сдвига для гофрированного картона методом блочного сдвига ASTM D4501 и испытанием на трёхточечный изгиб. Значения модулей сдвига, полученных при испытании на трёхточечный изгиб, оказались значительно ниже полученных первым методом. Было сделано предположение, что это обусловлено локальным вдавливанием картона на опорах и вкладом изгибной деформации облицовки. При сопоставлении экспериментальных результатов с данными метода конечных элементов значение модуля сдвига, полученное при испытании на трёхточечный изгиб, оказывалось примерно в два раза меньше предсказанного. В работе [11] посредством испытаний на трёхточечный изгиб балки определены модули поперечного сдвига многослойного заполнителя и изгибная жёсткость цельнокомпозитных многослойных конструкций. Их значения сравнены с найденными в ходе аналитических решений и решений методом конечных элементов. Результаты, полученные этими тремя способами, оказались сопоставимы. В работе [12] модули поперечного сдвига сотового заполнителя были определены экспериментально, численно и аналитически. Аналитический подход, основанный на классической теории ламинирования, показал большие отклонения от экспериментальных данных. В [13] результаты анализа методом конечных элементов, проведённого для изучения возможности определения модуля сдвига клея в связанной геометрии с использованием испытания на трёхточечный изгиб на образце многослойной балки, сравнивали с прогнозами двух аналитических решений. Рассмотрены предполагаемые причины значительного различия полученных результатов. Констатируется, что ни одна из них, взятая по отдельности, не может удовлетворительно объяснить имеющиеся расхождения. Исходя из этого сделан вывод, что испытание на трёхточечный изгиб с использованием образца многослойной балки для определения модуля адгезионного сдвига является нежелательным методом.

Приведённые данные в достаточной степени свидетельствуют о различии экспериментальных и расчётных значений модуля межслойного сдвига. Подтверждением этому является работа [14], где метод трёхточеч-

ного изгиба признан приемлемым лишь для оценки предела прочности композитных материалов.

Анализ опубликованных работ показывает, что одной из основных причин, препятствующих достижению прогресса в решении данной задачи, является недостаточная проработка исходной теоретической базы исследования. Она основана на зависимости, учитывающей влияние деформации сдвига на максимальный прогиб при изгибе, без учёта особенностей её использования. Учитывая потенциальную экономичность и простоту отмеченного метода определения модулей сдвига материалов различного типа, представляется целесообразным установить причины, препятствующие получению стабильных и достоверных результатов при использовании как первого, так и второго способов, а также оценить перспективность их применения. Всё это и составляет цель настоящей работы.

1. Задачи исследования

1.1. Неопределённые факторы и их значения. Можно предположить, что при использовании рассматриваемого подхода остались неучтёнными какие-то факторы, оказывающие негативное влияние на получаемые результаты.

Анализ базовой зависимости (1) показывает, что при испытании на трёхточечный поперечный изгиб как изотропных, так и композитных материалов максимальный прогиб представляет собой сумму двух составляющих, содержащих модуль упругости при изгибе E_x^b , существенно зависящий от параметра l/h . Так, снижение величины l/h с 20 до 10 приводит к уменьшению прогиба стального образца на 24,6%. Согласно ГОСТ 25603-82 модуль E_x^b достигает максимального значения при $l/h = 40$, стабилен и не зависит от дальнейшего увеличения этого параметра. Публикации с данными об изменении величины прогиба в зависимости от изменения l/h авторам неизвестны. Поэтому оценка приемлемости базовой зависимости к описанию прогиба с учётом сдвига является одним из факторов, требующих установления.

Другим важным фактором, непосредственно относящимся к рассматриваемому вопросу, является отсутствие связи с классическим подходом к оценке перемещений при поперечном изгибе. Исходя из классической теории изгиба балок следует, что трёхточечному поперечному изгибу балок свойственны два вида перемещений: линейные (прогибы) и угловые перемещения поперечных сечений вокруг нейтральной оси (углы поворота сечений Θ_x). Первые обусловлены в основном изгибающими моментами, а вторые — поперечными силами. В рассмотренных работах учитывали прогибы от поперечных сил в суммарных прогибах образцов, а непосредственный учёт угловых перемещений при расчёте определяемой характеристики в них не предусмотрен.

Вызывает неопределённость и фактор простого суммирования отмеченных перемещений, а также отсутствие связи между линейными и

угловыми перемещениями. Этот фактор не нашёл экспериментального подтверждения. При проведении испытаний с разными значениями l/h прогиб, измеренный под точкой приложения силы P , оказывается меньше, чем рассчитанный с учётом составляющей от сдвига. Особенно заметно это проявляется при малых отношениях l/h ($l/h < 25$).

1.2. Материалы и техника испытаний. Исследования проводили на изотропном (сталь) и трёх типах композитных материалов с разными видами армирования. Из композитных материалов использовали ортогонально армированный (1:1) стеклопластик, изготовленный на основе ровницы, стеклоуглепластик, наружные слои которого изготовлены на основе стеклоткани, а внутренние — из углеродной ленты, а также углепластик, наружные слои которого уложены в продольном направлении $0^\circ(1/4)$, а внутренние — под $\pm 45^\circ(3/4)$.

Из выбранных материалов изготавливали образцы в виде стержней призматической формы прямоугольного сечения, используемые как для испытания на трёхточечный поперечный изгиб исследуемым методом, так и для испытания на растяжение с целью определения модуля упругости в продольном направлении и коэффициента Пуассона. Значения E_x и ν_{yx} определяли с помощью фольговых тензодатчиков, наклеенных на образец в средней его части согласно ГОСТ 25601-80. Проводили два варианта испытаний: первый — последовательное испытание двух или более образцов при существенно различающихся значениях отношения l/h , а второй — испытание одного образца при разных отношениях l/h . В основном использовали второй вариант, обеспечивающий меньший разброс и стабильное воспроизведение значений искомым характеристик.

Испытания проводили на машине MTS. Скорость перемещения активного захвата 0,5 мм/мин. Прогиб измеряли с помощью стальной оттарированной пластинки, в конце зоны крепления которой наклеены два фольговых тензодатчика, подсоединённые к компьютеру. Прогиб измеряли автоматически от начала до окончания нагружения образца. Зависимость прогиба от силы представлена как в графическом, так и цифровом варианте с частотой опроса данных 10 раз в секунду.

Максимальное значение отношения l/h ($l/h = 40$) выбрано для того, чтобы сравнить значения модуля упругости, определённые из опытов на растяжение и поперечный изгиб. Его использовали лишь в начале испытаний выбранного материала. Три других значения отношения l/h выбраны для подтверждения достоверности полученных значений определяемой характеристики. Установку образца на разные пролёты при трёхточечном поперечном изгибе осуществляли с помощью передвижения на траверсе нижних опор на заданные расстояния.

Образцы из стали использованы для более четкого установления картины изменения прогиба от сдвига при разных значениях l/h при нагружении на трёхточечный поперечный изгиб.

Оценку свойств материалов проводили хорошо известными и апробированными методами. С целью экономии материалов и снижения трудозатрат ее осуществляли лишь на двух материалах: стали и стеклопластике.

Модуль упругости при растяжении стального стержня $E^+ = 215,3$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,31$. Как следует из этих данных, модуль сдвига равен

$$G^+ = \frac{E^+}{2(1+\nu)} = \frac{215,3}{2(1+0,31)} = 82,17 \text{ ГПа.}$$

Значение модуля упругости, определённое при изгибе с отношением $l/h = 40$, равно 215,6 ГПа. Оно хорошо согласуется с модулем упругости при растяжении.

Модули сдвига стеклопластика определяли из опытов на трёхточечный поперечный изгиб аналогичных образцов с измерением деформаций [15]. Значение модуля сдвига вычисляли по формуле

$$G_{xy}^b = \frac{3P}{4F(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)},$$

где P — сила, приложенная к образцу; F — площадь поперечного сечения образца; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ — относительные деформации, измеренные тензодатчиками базой 6 мм, наклеенными под углами $\pm 45^\circ$ немного выше и ниже осевой линии образца. Полученные характеристики необходимы в качестве основы для проведения дальнейшего анализа.

2. Результаты исследования

Эксперименты показывают, что непосредственное использование зависимости (1) не представляется целесообразным из-за большого разброса данных и значительного их отличия от реальных значений. Так, например, для образцов из стали при $l/h = 14,4$ определяемое значение $G^b = 1,17$ ГПа, при $l/h = 20$ — 0,31 ГПа; для стеклопластика при $l/h = 10$ $G_{xy}^b = 0,34$ ГПа, при $l/h = 19,41$ — 0,36 ГПа. Реальные же их значения, полученные при $l/h = 40$, для этих материалов равны 82,17 и 3,64 ГПа соответственно.

Аналогичную картину даёт и использование зависимости (2).

Исходя из изложенного ранее, оценку приемлемости базовой зависимости, используемой для определения модулей сдвига, далее проводили с учётом её доработки путём исключения одного из очевидных факторов, а именно: простого суммирования прогибов от изгиба и сдвига. В зависимости (1) знак был изменён с “+” на “-”. Это обусловлено как экспериментальными, так и расчётными данными определения модуля сдвига. Общий прогиб, измеренный под точкой приложения силы, оказывается заметно меньше, чем суммарный прогиб, рассчитанный по зависимости (1). Это приводит к существенному снижению расчётного значения модуля сдвига

Табл. 1

Зависимость определяемых характеристик при трёхточечном поперечном изгибе стального образца от параметра l/h

Расчёт по зависимости (1)				Расчёт по зависимости (2)			
Характеристика	l/h			Характеристика	l/h		
	20	14,4	10,4		20	14,4	10,4
P , кН	1,276	1,208	1,908	P , кН	1,276	1,208	1,908
y_{\max} , мм	0,782	0,300	0,199	y_{\max} , мм	0,782	0,300	0,199
y^* , мм	0,711	0,252	0,149	E_x , ГПа	195,68	180,24	161,50
G^b , ГПа	6,46	6,41	7,17	G^b , ГПа	6,98	5,48	8,25
G^b/G^+	0,079	0,078	0,087	G^b/G^+	0,085	0,067	0,1004

Примечания: $G^+ = 82,17$ ГПа; для G^b (расчёт по зависимости (1)) $\nu = 5,20\%$ (здесь и далее ν — коэффициент вариации); для G^b (расчёт по зависимости (2)) $\nu = 16,42\%$.

по сравнению с реальным его значением. Изменение знака способствует сближению упомянутых значений.

Расчётные и экспериментальные данные для стального стержня, применяемые для анализа, приведены в табл. 1. Видно, что корректировка базовой зависимости привела к существенной стабилизации получаемых значений определяемой характеристики. Заметим, что эти значения оказались заниженными примерно в 10 раз по сравнению с их реальными значениями. Также видно, что использование первого способа определения модуля сдвига стального образца приводит к меньшему разбросу получаемых значений для каждого отношения l/h , чем использование второго способа.

Преимущество второго способа заключается в том, что он базируется на сочетании двух отношений l/h , позволяющих регулировать разброс значений определяемого модуля сдвига. Малая величина выборки значений l/h может повышать разброс. Подбор одного или двух сочетаний l/h из большей выборки обеспечивает малый разброс и улучшает стабильность определяемой характеристики. При этом чем большее количество l/h имеется, тем меньший разброс и большую стабильность определяемой характеристики удастся обеспечить. Результаты испытаний образцов из стеклопластика представлены в табл. 2.

Модуль сдвига в плоскости основного армирования G_{xy} и модуль межслойного сдвига G_{xz} , рассчитанные по формуле (1), зависят от отношения l/h , а их значения для большинства отношений l/h заметно ниже реальных, но в гораздо меньшей степени, чем это имеет место для образцов из стали. Такая же картина наблюдается и при расчёте значений модулей сдвига стеклопластика по формуле (2) (табл. 3). Сочетание двух разных параметров l/h заметно снижает разброс значений модулей сдвига. Второй способ не даёт большого разброса значений модулей сдвига как в плоскости xy , так и в плоскости xz , в отличие от первого. Сочетание разных отношений l/h позволяет в достаточно широких пределах изменять зна-

Табл. 2

Зависимость определяемых характеристик стеклопластика при трёхточечном поперечном изгибе от параметра l/h (расчёт по зависимости (1))

Характеристика	Плоскость $xу$			Плоскость xz			
	l/h	19,41	10,00	5,10	15,47	7,97	4,06
P , кН		0,104	0,458	0,856	0,200	0,408	0,640
y_{max} , мм		0,673	0,435	0,136	0,828	0,248	0,072
y^* , мм		0,649	0,390	0,097	0,791	0,221	0,046
G_{ij}^b , ГПа		2,01	2,43	2,79	2,51	3,54	3,02
G_{ij}^b / G_{ij}^{exp}		0,552	0,668	0,766	0,700	0,987	0,842

Примечания: $E_x^b = 23,40$ ГПа при $l/h = 40$; модули сдвига, определённые при испытании на трёхточечный поперечный изгиб с измерением деформаций равны: $G_{xy}^{exp} = 3,64$ ГПа, $G_{xz}^{exp} = 3,59$ ГПа; для плоскости $xу$ $i = x$, $j = y$; для плоскости xz $i = x$, $j = z$; для G_{xy}^b $\nu = 13,22\%$; для G_{xz}^b $\nu = 26,9\%$.

чения модуля сдвига. Поэтому для стабилизации значений и снижения их разброса необходимо расширение сочетаний l/h , что позволит осуществить более подходящий выбор.

Таким образом, проведённые исследования показывают, что использование базовой зависимости в её исходном состоянии не позволяет получать достоверные данные о модулях сдвига рассматриваемого класса материала.

Табл. 3

Зависимость определяемых характеристик стеклопластика при трёхточечном поперечном изгибе от параметра l/h (расчёт по зависимости (2))

Характеристика	Плоскость $xу$			Плоскость xz			
	l/h	19,41	10,00	5,10	15,47	7,97	4,06
P , кН		0,104	0,458	0,856	0,200	0,408	0,640
y_{max} , мм		0,673	0,435	0,136	0,828	0,248	0,072
E_f , ГПа		2,250	2,096	1,687	2,234	2,081	1,497
B^2		8,540	7,776	7,970	5,448	8,390	7,543
E_x , ГПа		23,11	22,92	23,07	22,95	24,11	23,19
G_{ij}^b , ГПа		2,71	2,95	2,90	4,21	2,87	3,07
G_{ij}^b / G_{ij}^{exp}		0,745	0,810	0,796	1,174	0,800	0,856
Сочетание l/h		19,41— 10,00	10,00— 5,10	19,41— 5,10	15,47— 7,97	7,97— 4,06	15,47— 4,06

Примечания: $G_{xy}^{exp} = 3,64$ ГПа, $G_{xz}^{exp} = 3,59$ ГПа; для E_x в плоскости $xу$ $\nu = 0,36\%$; для E_x в плоскости xz $\nu = 2,13\%$; для G_{xy}^b $\nu = 3,60\%$; для G_{xz}^b $\nu = 17,40\%$.

Табл. 4

Расчётные значения модулей сдвига стеклопластика, определённые первым способом

Характеристика	Плоскость $xу$			Плоскость xz			
	l/h	19,41	10,00	5,10	15,47	7,97	4,06
Θ_0 , рад		0,0098	0,0115	0,0056	0,0120	0,0065	0,0026
G_{ij}^b , ГПа		2,98	3,26	3,12	3,71	4,62	3,31
G_{ij}^b / G_{ij}^{exp}		0,819	0,896	0,857	1,035	1,290	0,922

Примечания: $G_{xy}^{exp} = 3,64$ ГПа, $G_{xz}^{exp} = 3,59$ ГПа; Θ_0 — угол поворота сечения на опоре; для G_{xy}^b $\nu = 3,82\%$; для G_{xz}^b $\nu = 15,50\%$.

лов. Некоторая корректировка её за счёт исключения одного из отмеченных факторов способствует получению приемлемых результатов. При этом характерной особенностью испытания образцов из стали является получение значений модуля сдвига, заниженных в 10 и более раз.

Оценка влияния другого отмеченного фактора (углового перемещения) на модуль сдвига, определяемый рассматриваемыми способами, также была осуществлена на образцах, изготовленных из тех же двух типов материалов: стеклопластика и стали. Исходные данные для расчёта взяты из табл. 2 и 3. Полученные значения углов поворота сечений и расчётные значения модулей сдвига стеклопластика с учётом отмеченного фактора приведены в табл. 4.

Как видно из последней строки таблицы, полученные в результате учёта угловых перемещений значения модулей сдвига стеклопластика в обеих плоскостях значительно лучше согласуются с реальными значениями. Особенно заметно аналогичное улучшение для стали при использовании первого способа (табл. 5), если принять коэффициент формы образца $\beta = 12$ вместо $\beta = 1,2$.

Здесь следует отметить замечание С. П. Тимошенко о численном значении β : "...Поэтому нельзя дать достаточно надёжных формул для вычисления дополнительного прогиба, зависящего от величины β , т.е. прогиба,

Табл. 5

Расчётные значения модуля сдвига стального стержня, определённые первым способом с учётом угловых перемещений

Характеристика	l/h		
	20,0	14,4	10,4
Θ_0 , рад	0,0213	0,0105	0,0860
G^b , ГПа	82,54	81,35	86,77
G^b / G^+	1,004	0,990	1,056

Примечание: $G^+ = 82,17$ ГПа; для G^b $\nu = 2,78\%$.

обусловленного касательными напряжениями” [16, с. 148]. По его мнению, “... большие погрешности элементарная теория может дать лишь в случае балок прямоугольного сечения, имеющих малую высоту и большую ширину”. Это нашло подтверждение при испытании образцов из стеклопластика с высотой сечения, превышающей его ширину (см. табл. 2, 3). Зависимость численного значения коэффициента β от многих факторов, подлежащих детальному исследованию, отмечена также в работе [4].

Второй способ также даёт незначительный разброс значений модуля сдвига, и его значения, определённые при разном отношении l/h , хорошо согласуются с полученным другим, апробированным методом. Так, например, для стальных образцов, испытанных при $l/h = 10,4$ и $14,4$ и $\beta = 12$, $G^b = 82,51$ ГПа. Это значение практически не отличается от значения G^+ .

Вопрос зависимости коэффициента β от формы поперечного сечения образца, относящийся к данному исследованию, представляет большой практический интерес, однако в задачи исследования он не входит. Отметим, что высота поперечного сечения всех стальных образцов в три-пять раз ниже его ширины. Возможно, это как-то сказалось на значении β образцов из стали.

Расчёты модулей сдвига таким способом здесь не приведены, так как это не входит в задачи работы. Практическая их реализация, а также других возможных способов рассматриваемого подхода требует отдельного, детального описания.

Одной из главных составляющих обоих способов, как следует из зависимостей (1) и (2), является прогиб, поэтому представляет практический интерес оценить его зависимость от основных определяющих компонентов P и l/h . Это также позволит лучше установить влияние роста поперечной нагрузки на изменения названных факторов при уменьшении величины l/h .

Исследовали одни и те же образцы при разных значениях l/h , но одинаковым для них значениям $P(l/h)^3$: при каждом изменении l/h изменялась и нагрузка, прилагаемая к образцу, причём на такую величину, чтобы выполнялось условие $P(l/h)^3 = \text{const}$. Минимальную нагрузку P при максимальном значении l/h (пролёта) устанавливали такой, чтобы максимальная нагрузка при минимальном значении пролёта соответствовала упругой зоне материала. Иными словами, чтобы зависимость $P_n \sim y_n$ имела линейный характер. Следует отметить, что указанная зависимость для всех исследованных материалов имела линейный характер вплоть до 60—70% от предельной разрушающей нагрузки при изгибе, а все исследованные характеристики определяли на её начальном участке. Здесь указанная зависимость не представлена, так как для всех использованных в работе материалов она давно и хорошо изучена (см., например, [17, 3]).

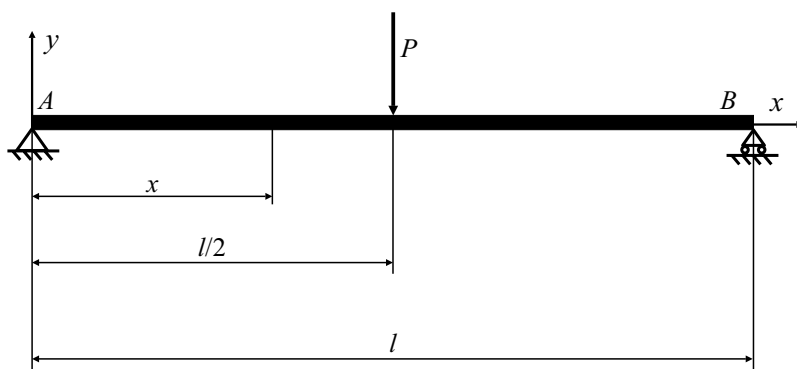
Полученные экспериментальные и расчётные значения параметров приведены в табл. 6. Из данных таблицы видно, что при трёхточечном изгибе с принятыми условиями нагружения имеет место одинаковое значение прогиба от сдвига y_{Θ} при всех значениях l/h для одного и того же

Табл. 6

Зависимость параметров образца от величины l/h при нагружении на трёхточечный поперечный изгиб с одинаковым значением $P(l/h)^3$

Материал	Параметр						
	h , мм	l/h	P , кН	y , мм	y^* , мм	$y_{\text{ср}}$, мм	Θ_0 , рад
Сталь	5,0	27,60	0,200	0,293	0,293	0,294	0,0064
		20,00	0,525	0,292		0,293	0,00878
		14,40	1,408	0,293		0,293	0,0122
		10,40	3,738	0,349		0,293	0,0169
Стеклопластик (плоскость xz)	11,3	12,21	0,200	0,391	0,354	0,354	0,0077
		4,60	3,738	0,523		0,354	0,0204
Стеклопластик (плоскость xy)	12,0	11,50	0,200	0,325	0,314	0,314	0,0068
		4,33	3,738	0,464		0,314	0,0181
Стеклоуглепластик	4,4	31,36	0,040	0,577	0,532	0,534	0,0116
		16,36	0,282	0,579		0,533	0,0222
		11,81	0,748	0,577		0,532	0,0307
		9,54	1,446	1,496		0,532	0,0380
Углепластик	5,4	25,55	0,102	0,449	0,400	0,400	0,0087
		13,33	0,718	0,550		0,401	0,0167
		9,63	1,907	0,566		0,402	0,0232
		7,78	3,619	0,767		0,402	0,0287

материала независимо от его типа и структуры армирования. Это свидетельствует о том, что прогиб от сдвига непосредственно не подвержен значительному влиянию поперечной нагрузки, значения которой при максимальном и минимальном l/h , например, для стального образца, различаются в $3,738:0,200 = 18,69$ раз. Прогибы y^* , рассчитанные без учёта сдвигов, также не зависят от величины l/h и имеют равное значение для каждого из материалов, что следует из принятых условий испытаний. Максимальный прогиб под точкой приложения нагрузки, обозначенный в табл. 6 как y (измеряемый), также не изменяется при изменении l/h . Однако это справедливо только для относительно больших рассмотренных пролётов ($l/h \geq 14,4$). При испытании образцов с более низкими значениями l/h , например, для стали при $l/h = 10,4$, имеет место повышенное значение измеряемого прогиба: $y = 0,349$ мм (см. табл. 6). Это обусловлено тем, что установленная нагрузка для этого значения l/h создаёт напряжения, превышающие предел упругости (образец после изгиба иногда оставляет заметную остаточную деформацию). Такая картина имеет место как для стальных образцов, так и для образцов из композитных материалов, особенностью которых является разрушение от сдвига при относительно небольших $l/h \leq 10$ в случае заметного превышения установленного уровня нагрузки. Как следует из данных табл. 6, существенные изменения наблю-



Рассматриваемая схема нагружения.

даются лишь для угла поворота сечения образца. Наблюдается обратно пропорциональная зависимость Θ_0 от l/h для всех рассмотренных материалов и указанных значений l/h . Так, для стального образца снижение величины l/h в 2,654 раза (с 27,6 до 10,4) приводит к росту значений Θ_0 в 2,653 раза. Для стеклоуглепластика снижение величины l/h в 3,287 раза приводит к росту значений Θ_0 в 3,276 раза.

Рассматриваемая схема нагружения приведена на рисунке. Максимальный угол поворота сечения образца имеет место на опорах. Это следует из решения, полученного на основе дифференциального уравнения упругой линии балки [18]

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = M, \quad (3)$$

где E — модуль упругости образца в направлении оси x ; J — момент инерции поперечного сечения образца относительно нейтральной оси z ; M — изгибающий момент от внешних сил.

Для рассматриваемой схемы нагружения на трёхточечный поперечный изгиб с приложением силы в середине пролёта и началом координат, выбранным на левой опоре, уравнение (3) для текущего сечения можно представить в виде

$$EJ \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{P}{2} x.$$

Дважды интегрируя это уравнение, получим

$$EJ \frac{dy}{dx} = \frac{P}{2} \frac{x^2}{2} + C,$$

$$EJy = \frac{P}{2} \frac{x^3}{6} + Cx + D.$$

Постоянные интегрирования C и D определяли исходя из граничных

условий на опорах и симметрии нагружения

$$C = -\frac{Pl^2}{16}, \quad D = 0.$$

Окончательное выражение для угла поворота представлено в виде

$$\Theta_x = \frac{3Px^2}{Ebh^3} - \frac{3Pl^2}{4Ebh^3},$$

где x — координата от левой опоры до сечения; $0 \leq x \leq l/2$. При $x = 0$

$$\Theta_0 = \Theta_{\max} = -\frac{3P(l/h)^2}{4EF} = -\frac{3P}{4F} \cdot \frac{(l/h)^2}{E} = \tau \cdot \frac{(l/h)^2}{E}, \quad (4)$$

а при $x = l/2$ — $\Theta_{l/2} = 0$. Как видно, на рассматриваемом участке от левой опоры до точки приложения силы P углы поворота сечений изменяются от максимального их значения на опоре $\Theta_0 = \Theta_{\max}$ до минимального $\Theta_{l/2} = 0$ под точкой приложения силы P . Из формулы (4) следует, что углы поворота сечений определяются не только касательными напряжениями, но и параметром $\frac{(l/h)^2}{E}$. Изменение этого параметра существенно отражается на изменении как угловых перемещений, так и прогиба.

Снижение $\frac{(l/h)^2}{E}$ приводит к одновременному уменьшению угловых перемещений, суммарное значение которых оказывается заметно ниже исходных значений (прогибов).

Представляет практический интерес установление связи между углом поворота сечения образца и прогибом для рассматриваемой схемы нагружения.

Максимальный прогиб под точкой приложения нагрузки без учёта сдвигов равен

$$y^* = \frac{Pl}{4EF} \left(\frac{l}{h} \right)^2.$$

Принимая во внимание выражение для максимального угла поворота сечения образца $\Theta_0 = \Theta_{\max}$, прогиб y^* можно представить как

$$y^* = y_{\Theta} = \frac{l}{3} \Theta_0. \quad (5)$$

Входящий в (5) параметр $l/3$, по-видимому, представляет собой расстояние от центра тяжести прямоугольного треугольника до его вершины. Одним из катетов этого треугольника является угол поворота сечения образца на опоре, другим — продольная ось образца, а гипотенузой — линия, совпадающая с кривой углов поворота сечений на участке от опоры

до центра приложения силы P (вершины треугольника). Кривая углов поворота сечений на рассматриваемом участке имеет линейный характер вследствие линейного характера зависимости $P \sim y$ на начальном участке, (который достигает 60—70% от её предельной разрушающей величины), что подтверждают данные работы [19]. Экспериментальные данные, представленные в табл. 6, хорошо подтверждают приемлемость уравнения (5) для оценки максимального прогиба для рассматриваемых типов конструкционных материалов.

Заключение

Полученные данные свидетельствуют о том, что рассмотренный метод определения модулей сдвига из опытов на трёхточечный поперечный изгиб даёт нестабильные результаты и большой разброс значений при расчёте как первым, так и вторым способом для исследованных изотропных и анизотропных материалов, что исключает возможность его практического использования. При этом установлено, что положение, при котором общий прогиб под точкой приложения нагрузки образуется суммированием прогибов от изгиба и сдвига, на чём базируются используемые зависимости, не подтверждается экспериментально. Установлена связь между линейными и угловыми перемещениями. Установлено также, что отмеченный прогиб определяется углами поворота сечений образца и длиной пролёта. Его значение равно произведению максимального угла поворота сечения и одной трети длины пролёта. Показано, что учёт прогиба от угловых перемещений и некоторая корректировка расчётных зависимостей с учётом данных проведённого исследования позволяют использовать данный метод на практике при расчёте как первым, так и вторым способом. Это также открывает широкие возможности для создания новых экономических методов определения модулей сдвига конструкционных материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мое Хеин Зин, Хту Йе Тинт, Куреев В. А.* Сравнение методик определения упругих и прочностных характеристик полимерных композитных материалов // Тр. МФТИ. — 2018. — Т. 10, № 2. — С. 136—145.
2. *Каюмов Р. А., Страхов Д. Е., Шакирзянов Ф. Р.* Определение сдвиговых характеристик армированных пластиков // Изв. КГАСУ. — 2015. — Т. 34, № 4. — С. 266—272.
3. *Каюмов Р. А., Страхов Д. Е., Шакирзянов Ф. Р., Гирманов Л. Р., Мангушева А. Р.* Идентификация жесткостных характеристик композита // Вест. технолог. ун-та. — 2016. — Т. 19, № 24. — С. 109—112.
4. *Chen C., Poursartip A., Fernlund G.* A novel method to measure laminate shear modulus development of interlayer toughened composite laminates during the curing process // Conf. Proc. Am. Soc. Compos. — 34 Techn. Conf. Atlanta, Georgia, USA, 2019. URL: <http://DOI:10.1278/asc.34/31316> (дата обращения: 03.10.2021)
5. *Hiroshi Yoshihara, Yoshitaka Kubojima, Koji Nagaoka, Masamitsu Ohta* Measurement of shear modulus of wood by static bending tests // J. Wood Sci. — 1998. — Vol. 44. — P. 15—20.

6. *Тарнопольский Ю. М., Кинцис Т. Я.* Методы статических испытаний армированных пластиков. — М.: Химия, 1981. — 272 с.

7. *Тимошенко С. П.* Сопротивление материалов. Т. 1. — М.: Наука, 1965. — 364 с.

8. *Щербакова А. О., Сапожников С. Б.* Влияние радиуса закругления опор на точность определения модуля межслойного сдвига армированных пластиков из испытаний коротких балок на изгиб // Изв. Челяб. науч. центра УРО РАН. — 2001. — № 2. — С. 101—110.

9. *Михеев П. В., Муранов А. Н., Гусев С. А.* Экспериментальное определение модуля межслойного сдвига слоистого углепластика // Конструкции из композиц. матер. — 2015. — № 4 (140). — С. 46—50.

10. *Nordstrand T. M., Carlsson L. A.* Evaluation of transverse shear stiffness of structural core sandwich plates // Compos. Struct. — 1997. — Vol. 37. — Iss. 2. — P. 145—153.

11. *Şener, Özgün Dede, Oguzhan; Atalay, Oguz; Atasoy, Mert; Kayran, Altan* Evaluation of transverse shear moduli of composite sandwich beams through three-point bending tests // ASME Int. Mech. Eng. Congr. Exposition. Proc. (IMECE) // 2018. — Vol. 92018. URL: <http://doi.org/1115/IMECE2018-87636> (дата обращения: 12.09.2021)

12. *Muhammad Ali Nasir, Feroqi M. I., Yasir Ali, Hafiz Ali* Experimental validation of the transverse shear behavior of a Nomex core for sandwich panels // Mech. Compos. Mater. // 2017. — Vol. 53, № 2. — P. 1—10.

13. *Jianmei He, Martin Y. M. Chiang, Donald L. Hunston* Assessment of sandwich beam in three-point bending for measuring adhesive shear modulus // J. Eng. Mater. Techn. // 2001. — Vol. 123, Iss. 3. — P. 322—328.

14. *Adams D.* A comparison of shear test methods // Composites World. — 2009. URL: <http://compositesworld.com/articles/a-comparison-of-shear-test-methods> (дата обращения: 04.09.2021)

15. *Жигун В. И., Плуме Э. З., Муйжниец К. Н., Краснов Л. Л.* Универсальные методы определения модулей сдвига композитных материалов // Механика композиц. материалов и конструкций. — 2020. — Т. 26, № 3. — С. 313—326.

16. *Тимошенко С. П.* Курс теории упругости. — Киев: Наук. Думка, 1972. — 501 с.

17. *Arnautov A. K.* The method of three-point bending in testing thin high-strength reinforced plastics at large deflections // Mech. Compos. Mater. — 2005. — Vol. 41, No. 5. — P. 467—476.

18. *Феодосьев В. И.* Сопротивление материалов. — М.: Наука, 1967. — 552 с.

19. *Тимошенко С. П., Гудьер Дж.* Теория упругости. — М.: Наука, 1975. — 576 с.

Поступила в редакцию 09.06.2022

Received June 9, 2022

И. Ю. Смолин, В. А. Зимина, С. П. Буйкова*

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск, Россия

ОЦЕНКА ТЕМПЕРАТУРНЫХ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛОИСТОМ КЕРАМИЧЕСКОМ КОМПОЗИТЕ

I. Yu. Smolin, V. A. Zimina, and S. P. Buyakova*

ESTIMATION OF RESIDUAL THERMAL STRESSES IN A LAYERED CERAMIC COMPOSITE

Keywords: residual stresses, high-temperature ceramics, layered composite, numerical modeling, analytical solution

For the first time, an analysis of the thermal stress distribution arising in a layered ZrB_2 —SiC— ZrO_2 ceramic disk during its manufacturing was performed using numerical and analytical methods. The numerical modeling is implemented by the finite-element method considering the temperature dependence of properties of composite components. The residual stress distribution across the layers has a sawtooth character, in which stresses take both negative and positive values. A new analytical solution based on a simplified one-dimensional formulation of the problem for the central part of the disk is proposed. This solution shows that the residual stresses are determined not only by the coefficients of thermal expansion and by the biaxial elastic modulus of the connected materials, but also by the thickness and location of layers. The results of the analytical solution obtained were in a good agreement with outcomes of the numerical modeling. It is shown that, to estimate the residual stress in a laminated composite, with assumption that the properties of composite components are temperature-independent, it is appropriate to use the thermomechanical characteristics corresponding to a high temperature rather than a room or average ones. The effect of porosity on the residual stress in a laminated ceramic composite was studied. It is found that the consideration of porosity decreased the

*Автор, с которым следует вести переписку: smolin@ispms.ru
Corresponding author: smolin@ispms.ru

residual stresses only in the layers that are made porous. Results of the study provide a basis for analyzing residual stresses in laminated composites of different compositions and in specific engineering applications.

Ключевые слова: напряжения остаточные, керамика высоко-температурная, композит слоистый, моделирование численное, решение аналитическое

Впервые выполнен анализ распределения температурных напряжений, возникших в слоистом керамическом диске $ZrB_2-SiC-ZrO_2$ при его изготовлении, с применением численных и аналитических методов. Численное моделирование реализовано методом конечных элементов с учетом зависимости свойств компонентов композита от температуры. Распределение остаточных напряжений поперек слоев имеет пилообразный характер, в котором напряжения принимают как отрицательные, так и положительные значения. Предложено новое аналитическое решение, основанное на упрощенной одномерной постановке задачи для центральной части диска. Это решение показало, что уровень остаточных напряжений определяется не только значениями коэффициентов термического расширения и двухосных модулей упругости соединенных материалов, но также толщиной и расположением слоев. Результаты полученного аналитического решения хорошо согласуются с результатами численного моделирования. Показано, что для оценок остаточных напряжений в слоистом композите в предположении, что свойства составляющих композита не зависят от температуры, целесообразнее брать термомеханические характеристики при высокой температуре, а не комнатной или средней температуре. Приведены результаты оценки влияния пористости на значения остаточных напряжений в слоистом керамическом композите. Установлено, что учет пористости приводит к уменьшению остаточных напряжений только в тех слоях, в которых она введена. Результаты исследования представляют основу для выполнения анализа остаточных напряжений для слоистых композитов разного состава и конкретных инженерных приложений.

Введение

В последнее время большое внимание уделяется сверхвысокотемпературной керамике на основе диборида циркония (ZrB_2) с добавками карбида кремния (SiC). Это один из перспективных материалов для использования в экстремальных тепловых и химических условиях воздействия [1, 2]. Добавки SiC улучшают уплотнение, механические свойства и окислительную стойкость ZrB_2 [3]. Недостаточно высокая

прочность и вязкость разрушения такой керамики ограничивает области ее применения. Для устранения этого недостатка дополнительно вводят в состав керамического композита диоксид циркония (ZrO_2), который благодаря фазовым переходам позволяет увеличить вязкость разрушения и прочность керамики [4]. Таким образом, композитная керамика $ZrB_2-SiC-ZrO_2$ обладает высокой механической прочностью, хорошей устойчивостью к окислению, вязкостью разрушения и перспективна для применения в качестве высокотемпературных теплозащитных материалов.

Для направленного регулирования и оптимизации эксплуатационных характеристик изделий перспективным является создание функционально-градиентных и слоистых композитных материалов. В таких материалах отдельные слои или слоевые участки выполняют одну или несколько самостоятельных функциональных задач [5, 6]. При оценке прочности изделий из слоистых композитов важно учитывать термические остаточные напряжения, которые возникают на границах раздела и вызваны разными значениями теплофизических свойств соседних слоев [7, 8]. В связи с этим изучение внутренних термических напряжений, закономерностей их формирования и влияния на прочность слоистых композитных материалов вызывает большой научный и практический интерес.

Методы определения остаточных напряжений подразделяют на экспериментальные, аналитические и численные. Применение аналитических и численных методов более эффективно, поскольку они значительно дешевле и доступнее по сравнению с экспериментальными методами, а их подготовка и проведение требуют меньше затрат по времени. В литературе достаточно широко используют как аналитические подходы [8—11], так и современные методы численного моделирования [12, 13] для расчета остаточных напряжений в разных слоистых композитах.

В работе [8] с помощью аналитического решения исследовано распределение термических напряжений вокруг квазитреугольного отверстия в симметричном слоистом композите, состоящем из слоев разных композитных материалов. Рассмотрено влияние таких параметров, как ориентация отверстия, степень закругления углов и соотношение сторон, угол теплового потока, последовательность укладки и свойств слоев на распределение термических напряжений вокруг отверстия. Авторы работы [9] для прогнозирования распределения температурных напряжений внутри трехслойной структуры из изотропных слоев разработали аналитическую модель на основе теории балок Эйлера—Бернулли и условий совместности деформаций на границах раздела слоев. Они получили решение для термических напряжений в замкнутой форме, учитывающее свойства и геометрию композита, которое представляет собой простую и эффективную формулу для оценки уровня напряжений в слоях. Разработка аналитической модели для прогнозирования остаточных напряжений в двухслойном теплозащитном керамическом покрытии представлена в работе [10]. Модель учитывает процесс изготовления композита, зависи-

мость коэффициента термического расширения от температуры и толщины слоев композита. Авторы [12], используя программное обеспечение ABAQUS, с помощью специальной пользовательской подпрограммы численно исследовали распределение остаточных напряжений вблизи свободного края многослойной композитной пластины с полимерными слоями. Для оценки остаточных напряжений в ламинате было проведено моделирование процесса отверждения с использованием совместного термического и конструкционного анализов. Анализ литературы показывает, что для наиболее точного определения остаточных термических напряжений важно учитывать особенности технологии получения, строения и реологии составляющих слоистого композита.

Исследованию остаточных напряжений в керамических слоистых композитах посвящено пока недостаточно работ. В основном они касаются многослойных композитов, в которых структура с чередующимися слоями вводится с целью повышения прочности и вязкости разрушения, а не керамических композитов, в которых введение слоев обусловлено функциональными задачами. Одной из важных нерешенных задач является оценка остаточных напряжений в керамических композитах системы $ZrB_2-SiC-ZrO_2$ конкретного состава. Для решения этой задачи требуется разработка моделей и проверка их достоверности. При этом вызывает интерес не только получение точных решений для конкретных изделий, но и разработка упрощенных аналитических моделей, позволяющих производить быструю оценку влияния разных параметров с приемлемой инженерной точностью.

Цель данной работы — анализ внутренних напряжений в дискообразном образце керамического композита, состоящего из слоев $ZrB_2-20\% SiC$ с разными добавками ZrO_2 при его остывании от температуры спекания на основе как численной, так и аналитической моделей.

1. Постановка задачи и ее численное решение

Рассмотрим образец композита, представляющий собой диск толщиной 5 мм и диаметром 30 мм, состоящий из пяти слоев одинаковой толщины, но разного состава (рис. 1). Образец получен спеканием керамических слоев при температуре 1900 °С с последующим охлаждением до комнатной температуры [6]. Нижний и верхний слои изготовлены из ZrO_2 и $ZrB_2-20\% SiC$ соответственно, промежуточные слои представляют собой смесь ZrO_2 и $ZrB_2-20\% SiC$ в разном процентном соотношении (см. рис. 1).

Будем считать, что все слои являются однородными. В силу цилиндрической симметрии образца задача может быть рассмотрена в осесимметричной двухмерной постановке. Пусть ось симметрии y направлена перпендикулярно плоскости диска, ось x — вдоль радиуса диска. Вдоль

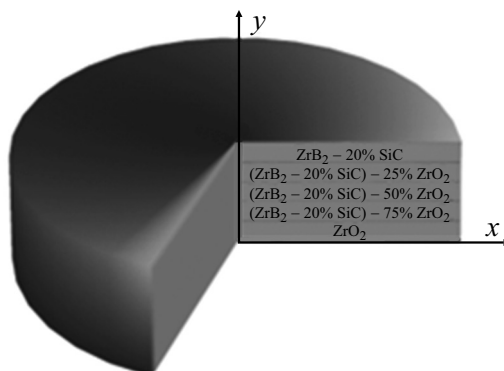


Рис. 1. Схема слоистого керамического композита ZrB_2 —SiC— ZrO_2 .

третьей оси θ все параметры напряженно-деформированного состояния будем считать неизменными ввиду однородности слоев.

Поскольку при остывании спеченного композита поля деформаций и напряжений зависят от поля температур, но в свою очередь изменение напряжений и деформаций не влияет на поле температур (тепло при этом не производится), то задачу можно решать в несвязанной постановке. В этом случае производится последовательный анализ сначала формирования температурного поля, а потом — напряжений и деформаций. Ввиду того, что все материальные параметры (упругие модули, теплоемкость, коэффициент теплопроводности, линейный коэффициент теплового расширения) зависят от температуры, уравнение теплопроводности следует решать в нестационарной постановке. В этом случае моделирование может быть выполнено в рамках квазистатических несвязанных задач термоупругости [14]. В соответствии с данным подходом система уравнений включает в себя уравнение теплопроводности

$$c_\varepsilon(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(x\lambda_T(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_T(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right), \quad (1)$$

уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{\theta\theta}}{x} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\sigma_{xy}}{x} = 0, \quad (2)$$

геометрические соотношения (соотношения Коши)

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du_x}{dx}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{du_y}{dy}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_x}{x}, \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{du_x}{dy} + \frac{du_y}{dx}\right), \quad (3)$$

определяющие уравнения (соотношения Дюамеля — Неймана)

$$\sigma_{ij} = 2\mu(T)\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} [\lambda(T)\varepsilon_{kk} - 3K(T)\alpha(T)(T - T_0)] . \quad (4)$$

Здесь c_ε — теплоемкость при постоянстве деформаций; ρ — плотность; T — температура; λ_T — коэффициент теплопроводности; σ_{ij} — компоненты тензора напряжений; ε_{ij} — компоненты тензора деформаций; u_x , u_y — компоненты вектора перемещений; λ и μ — параметры Ламе; K — модуль объемной упругости; α — коэффициент линейного теплового расширения; T_0 — температура недеформированного состояния (т.е. в данном случае — температура спекания). Плотность, температура, напряжения, деформации и перемещения являются функциями пространственных координат и времени. Материальные параметры (теплоемкость, коэффициент теплопроводности, модуль Юнга, коэффициент Пуассона, линейный коэффициент теплового расширения), а также плотность являются функциями координат и температуры и зависят от времени неявно (через температуру).

Начальные условия соответствуют температуре спекания 1900 °С:

$$\sigma_{ij}|_{T=1900\text{ }^\circ\text{C}} = 0, \quad \varepsilon_{ij}|_{T=1900\text{ }^\circ\text{C}} = 0, \quad u_i|_{T=1900\text{ }^\circ\text{C}} = 0,$$

где $i, j = x, y$.

Граничные условия задавали исходя из условий осевой симметрии при $x = 0$, свободных граничных условий на плоскостях диска ($y = 0$ и $y = 5$ мм) и на внешнем крае диска при $x = 15$ мм:

$$\sigma_{ij}n_j|_{x=15; y=0; y=5} = 0.$$

Для уравнения теплопроводности на всех гранях, кроме $x = 0$, задавали условия Ньютона для теплового потока, а на оси симметрии — нулевой тепловой поток:

$$q|_{x=15; y=0; y=5} = -\beta(T - T_r), \quad q|_{x=0} = 0,$$

где β — коэффициент теплоотдачи; T_r — температура окружающей среды (комнатная температура).

Численное моделирование процесса формирования напряженно-деформированного состояния при остывании образца выполнено методом конечных элементов в двухмерной осесимметричной постановке, реализованным в программном комплексе ABAQUS. В настоящем анализе предполагали, что на границах раздела между разными слоями выполняются условия идеального механического и теплового контакта.

Полагали, что физико-механические характеристики компонентов композита в каждом слое зависят от температуры. Эти данные были определены из анализа литературы. Зависимости для ZrO_2 взяты из работы [15]:

$$E(T) = 274,1 - 0,027T \text{ ГПа,}$$

$$\nu(T) = 0,3 + 3,2 \cdot 10^{-5}T,$$

$$\lambda_T(T) = 2,072 - 3,656 \cdot 10^{-4}T + 4,347 \cdot 10^{-7}T^2 \text{ Вт/(м·К),}$$

$$c_\varepsilon(T) = 274 + 0,795T - 6,19 \cdot 10^{-4}T^2 + 1,71 \cdot 10^{-7}T^3 \text{ Дж/(кг·К),}$$

$$\alpha(T) = 7,091 \cdot 10^{-6} - 2,532 \cdot 10^{-9}T + 2,262 \cdot 10^{-12}T^2 \text{ 1/К,}$$

$$\rho(T) = 5600 / (1 + 3\alpha(T)(T - 293)) \text{ кг/м}^3.$$

Для композита ZrB₂—20% SiC зависимости разных характеристик от температуры были определены на основе работ [16—18]:

$$E(T) = 444,7 - 0,02599T + 4,541 \cdot 10^{-5}T^2 - 5,213 \cdot 10^{-8}T^3 + 1,261 \cdot 10^{-11}T^4 \text{ ГПа,}$$

$$\nu(T) = 0,14 + 2,658 \cdot 10^{-6}T + 1,638 \cdot 10^{-5}T^2 - 8,732 \cdot 10^{-12}T^3 + 1,577 \cdot 10^{-15}T^4,$$

$$\lambda_T(T) = 97,81 - 3,577 \cdot 10^{-2}T + 8,692 \cdot 10^{-6}T^2 \text{ Вт/(м·К),}$$

$$c_\varepsilon(T) = 622,5 + 0,1T - 1,983 \cdot 10^7 T^{-2} \text{ Дж/(кг·К),}$$

$$\alpha(T) = \begin{cases} 5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/К} & \text{при } T < 600 \text{ К,} \\ 7,8 \cdot 10^{-6} \text{ 1/К} & \text{при } T \geq 600 \text{ К,} \end{cases}$$

$$\rho(T) = 5520 / (1 + 3\alpha(T)(T - 293)) \text{ кг/м}^3.$$

Физико-механические характеристики материалов

Свойство	Материал			
	ZrB ₂ —20%SiC		ZrO ₂	
	T = 20 °C	T ₀ = 1900 °C	T = 20 °C	T ₀ = 1900 °C
Плотность ρ , г/см ³	5,6	5,237	5,52	5,287
Модуль Юнга E , ГПа	440	349	266	215
Коэффициент Пуассона ν	0,142	0,169	0,309	0,369
Коэффициент линейного теплового расширения $\alpha \cdot 10^6$, К ⁻¹	5,6	7,8	6,54	12,27
Теплоемкость c_ε , Дж/(кг·К)	458	833	421	836
Коэффициент теплопроводности λ_T , Вт/(м·К)	2,002	3,33	88,08	61,13

В таблице представлены используемые в расчетах значения физико-механических характеристик при комнатной температуре и температуре спекания для внешних слоев диска ZrB_2 —20%SiC и ZrO_2 .

Промежуточные слои диска представляют собой многокомпонентные материалы, которые могут быть и пористыми. Определение эффективных механических и тепловых характеристик для таких материалов — сложная задача, для решения которой существуют разные подходы на основе разных схем усреднения. В настоящей работе характеристики промежуточных слоев композита, состоящих из ZrB_2 —20% SiC и ZrO_2 в разном процентном соотношении, были определены по правилу смеси.

2. Анализ численных результатов

Результаты моделирования представлены на рис. 2. Было проанализировано распределение радиальных напряжений в сечении диска и более детально проведено сравнение распределений этих напряжений вдоль вертикальных линий вблизи центральной части (линия 1) и свободного края (линия 2) диска из керамического слоистого композита. Зависимости напряжений от координаты x являются разрывными; места разрывов на рис. 2 отмечены штриховыми вертикальными линиями. Видно, что в разных слоях остаточные напряжения различаются. Наблюдаются как

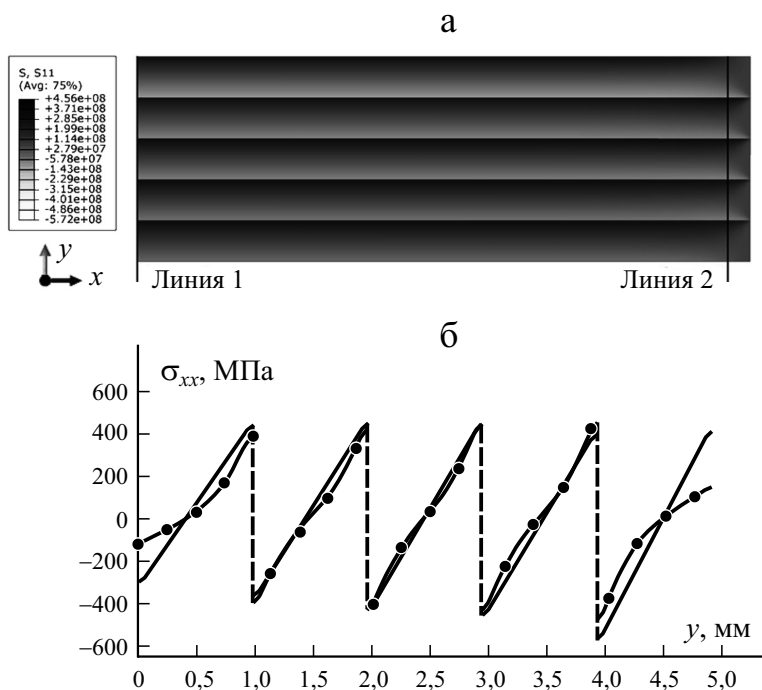


Рис. 2. Распределение остаточных напряжений: в сечении диска (а), вдоль выбранных направлений (б). (—) — линия 1; (—●—) — линия 2. Пояснения в тексте.

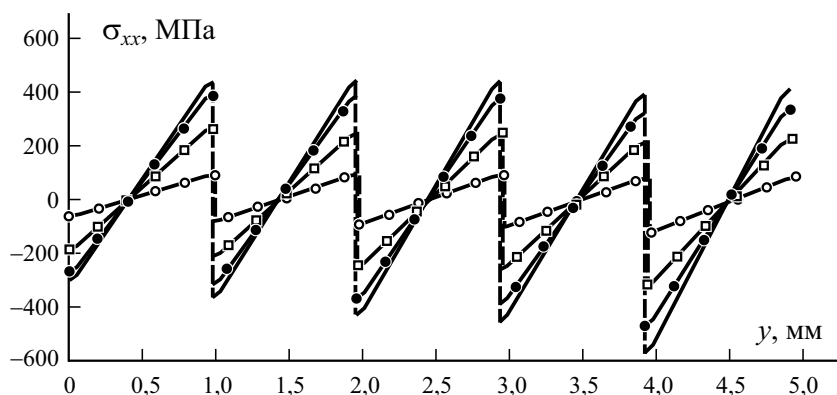


Рис. 3. Распределение остаточных напряжений по толщине при $T = 20$ (—○—); 960 (—□—); 1900 °C (—●—). (—) — $f(T)$.

отрицательные (сжимающие), так и положительные (растягивающие) напряжения. В слоях диска вдоль координаты x напряжения остаются неизменными вплоть до небольшого участка на краю диска. Максимальный разброс напряжений наблюдается в центральной части диска, находящейся в стесненных условиях. На внешнем участке, близком к свободной поверхности, разброс остаточных напряжений меньше.

В упрощенной постановке задачи определения остаточных напряжений иногда пренебрегают температурной зависимостью термомеханических параметров и считают их неизменными, соответствующими некоторым значениям при постоянной температуре. Для оценки того, как влияет выбранная температура на значения остаточных напряжений в композите, были проведены расчеты для следующих случаев: когда свойства соответствуют температуре спекания, комнатной температуре и их среднему арифметическому значению. Как видно из результатов, представленных на рис. 3, наиболее близко к решению с учетом температурных зависимостей оказывается решение, полученное при температуре спекания 1900 °C. Для этого случая разница между значениями остаточных напряжений не превышает 18%, в то время как при $T = 960$ °C и $T = 20$ °C — в 2—5 раз меньше, чем при учете температурных зависимостей. Поэтому для приближенных оценок с не зависящими от температуры свойствами целесообразнее брать термомеханические характеристики при температуре спекания, а не при начальной или средней температуре.

3. Аналитическое решение задачи в упрощенной постановке

Для оценки остаточных напряжений в центральной части диска, а также верификации результатов численного моделирования предложено аналитическое решение поставленной задачи. Аналитическую модель построим на основе подхода, представленного в работе [19]. Считаем, что

процесс остывания происходит медленно и температура успевает равномерно распределиться по всему диску. Тогда напряжения определяются разностью начальной и конечной температур. Будем также считать, что термомеханические параметры можно охарактеризовать некоторыми постоянными значениями, не зависящими от температуры. В центральной части диска задачу можно свести к одномерной, поскольку параметры напряженно-деформированного состояния являются функциями только координаты y . В силу осевой симметрии в центре диска будет иметь место двухосное напряженное состояние $\sigma_{xx} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma$, а сдвиговые напряжения σ_{xy} и напряжения вдоль толщины диска (оси симметрии) σ_{yy} равны нулю. В этом случае уравнения равновесия выполняются тождественно, а для нахождения напряжений и деформаций необходимо привлечь уравнения совместности деформаций. Ненулевыми компонентами в нашем случае остаются три главные деформации $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{\theta\theta}, \varepsilon_{yy}$. Тогда из шести условий совместности остаются три уравнения —

$$\frac{d^2 \varepsilon_{xx}}{dy^2} = 0, \quad \frac{d^2 \varepsilon_{\theta\theta}}{dy^2} = 0, \quad x \frac{d}{dy} (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{\theta\theta}) = 0,$$

из которых следует, что

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{\theta\theta} = \varepsilon = Ay + B, \quad (5)$$

где A и B — константы интегрирования.

Из соотношений Дюамеля—Неймана находим, что

$$\sigma = 2\mu\varepsilon + \left[\lambda(2\varepsilon + \varepsilon_{yy}) - 3K\alpha(T_r - T_0) \right], \quad (6)$$

$$0 = 2\mu\varepsilon_{yy} + \left[\lambda(2\varepsilon + \varepsilon_{yy}) - 3K\alpha(T_r - T_0) \right]. \quad (7)$$

Здесь T_r — конечная (комнатная) температура; T_0 — температура начального состояния (температура спекания).

Выразим ε_{yy} через ε , используя уравнение (7):

$$\varepsilon_{yy} = \frac{K\alpha(T_r - T_0)}{(\lambda + 2\mu)} - \frac{2\lambda\varepsilon}{(\lambda + 2\mu)} = \frac{(1+\nu)\alpha(T_r - T_0)}{(1-\nu)} - \frac{2\nu\varepsilon}{(1-\nu)}.$$

Тогда из уравнения (6) получим решение для напряжений в виде

$$\sigma = E' (\varepsilon - \alpha(T_r - T_0)). \quad (8)$$

Здесь $E' = E / (1 - \nu)$ — двухосный модуль упругости, появляющийся в подобных задачах, когда напряженное состояние является двухосным. Решение в форме (8) получено с учетом связей между параметрами Ламе,

модулем объемной упругости, модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν .

Для определения констант интегрирования A и B в формуле для деформации (5) запишем условия равновесия (отсутствия сил и моментов) в интегральной форме

$$\int_0^H \sigma(y) dy = 0, \quad \int_0^H \sigma(y) y dy = 0.$$

Здесь H — толщина диска. Таким образом, получаем систему уравнений для определения констант A и B

$$\begin{aligned} bA + aB &= c, \\ gA + bB &= d, \end{aligned} \tag{9}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} a &= \int_0^H E' dy, \quad b = \int_0^H E' y dy, \\ c &= (T_r - T_0) \int_0^H E' \alpha dy, \\ d &= (T_r - T_0) \int_0^H E' \alpha y dy, \quad g = \int_0^H E' y^2 dy. \end{aligned} \tag{10}$$

Решение системы уравнений (9) будет иметь вид

$$A = \frac{bc - ad}{b^2 - ag}, \quad B = \frac{bd - cg}{b^2 - ag}. \tag{11}$$

Можно показать, что полученное решение будет также справедливым для бесконечной пластины, если ее решать не в цилиндрической, а в прямоугольной декартовой системе координат [19].

Пусть диск состоит из N слоев одинаковой толщины h . Тогда интегралы в выражениях (10) примут вид

$$\begin{aligned} a &= h \sum_{i=1}^N E'_i, \quad b = 0,5 \sum_{i=1}^N \left[E'_i \left((hi)^2 - (h(i-1))^2 \right) \right] = 0,5 h^2 \sum_{i=1}^N \left[E'_i (2i-1) \right], \\ c &= (T_r - T_0) h \sum_{i=1}^N (E'_i \alpha_i), \quad d = 0,5 (T_r - T_0) h^2 \sum_{i=1}^N \left[(E'_i \alpha_i) (2i-1) \right], \\ g &= (1/3) \sum_{i=1}^N \left[E'_i \left((hi)^3 - (h(i-1))^3 \right) \right] = (1/3) h^3 \sum_{i=1}^N \left[E'_i (3i^2 - 3i + 1) \right]. \end{aligned}$$

В общем случае слоев разной толщины интегралы в выражении (10) также будут представлять собой суммы, в которые кроме упругих модулей и коэффициента теплового расширения войдут также координаты верхних и нижних границ соответствующего слоя.

4. Анализ решения

Для анализа решения приведем его к более удобному виду. Преобразуем формулы для вычисления констант A и B , предварительно расписав выражения для числителей и знаменателя в формулах (11):

$$\begin{aligned}
 b^2 - ag &= h^4 \left[0,25 \left(\sum_{i=1}^N [E'_i(2i-1)] \right)^2 - (1/3) \left(\sum_{i=1}^N E'_i \right) \times \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\sum_{i=1}^N [E'_i(3i^2 - 3i + 1)] \right) \right] = h^4 C, \\
 bc - ad &= 0,5h^3 (T_r - T_0) \left[\left(\sum_{i=1}^N [E'_i(2i-1)] \right) \times \left(\sum_{i=1}^N (E'_i \alpha_i) \right) - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\sum_{i=1}^N E'_i \right) \times \left(\sum_{i=1}^N [(E'_i \alpha_i)(2i-1)] \right) \right] = h^3 (T_r - T_0) D, \\
 bd - cg &= h^4 (T_r - T_0) \left[0,25 \left(\sum_{i=1}^N [E'_i(2i-1)] \right) \times \left(\sum_{i=1}^N [(E'_i \alpha_i)(2i-1)] \right) - \right. \\
 &\quad \left. - (1/3) \left(\sum_{i=1}^N (E'_i \alpha_i) \right) \times \left(\sum_{i=1}^N [E'_i(3i^2 - 3i + 1)] \right) \right] = h^4 (T_r - T_0) F, \\
 A &= \frac{(T_r - T_0) D}{hC} = \frac{(T_r - T_0) A'}{h}, \quad B = \frac{(T_r - T_0) F}{C} = (T_r - T_0) B'.
 \end{aligned}$$

Здесь для удобства введены новые параметры C, D, F, A' и B' , не зависящие от разницы температур и толщины слоев, а определяются только упругими модулями и коэффициентами теплового расширения всех слоев композита. Поскольку в слоистом диске двухосный модуль упругости и линейный коэффициент теплового расширения являются кусочно-непрерывными функциями координаты y , следовательно, окончательный вид зависимости радиальных напряжений от координаты y будет следующим:

$$\sigma(y) = E'(y)(T_r - T_0) \left(\frac{A'}{h} y - B' - \alpha(y) \right). \tag{12}$$

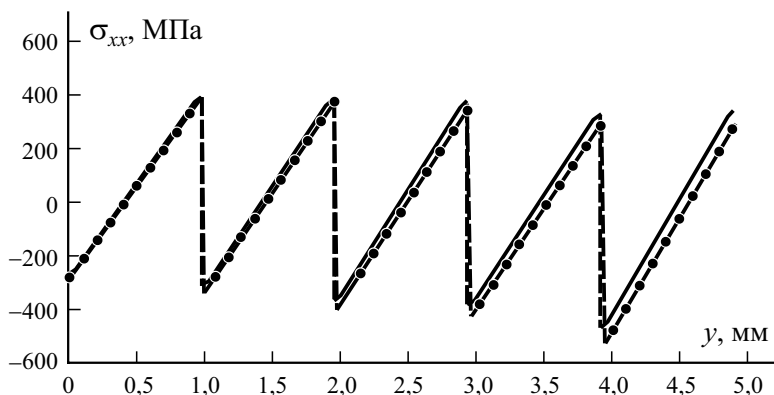


Рис. 4. Изменение термических напряжений по толщине в центральной части диска: (—) — МКЭ; (—●—) — аналитическое решение.

Решение (12) состоит из линейных участков с изменяющимся наклоном и разрывом в местах соединения слоев композита. Такой характер распределения напряжений совпадает с решениями, полученными для слоистых материалов в [11, 19]. Наклон линейных участков определяется упругими модулями слоя, разницей температур, также зависит и от упругих модулей и коэффициентов теплового расширения всех слоев композита и обратно пропорционален толщине слоев. Поэтому чем тоньше слои, тем значительно различаются напряжения на противоположных краях слоев. Можно сделать вывод о том, что различие напряжений по одну и другую сторону от интерфейса в месте соединения слоев определяется не только разностью температур, значений линейных коэффициентов теплового расширения и упругих модулей, но и положением этого места в композите, а также толщиной слоев.

На рис. 4 представлены результаты сравнения численного и аналитического решений. В аналитической модели предполагали, что физико-механические характеристики не зависят от температуры, поэтому численный расчет выполнен при этих же предположениях. Исходя из результатов расчетов, представленных в разделе 2, физико-механические характеристики слоев композита были взяты соответствующими температуре спекания. Видно, что результаты различаются не более чем на 14%, что свидетельствует о том, что аналитическое решение можно использовать для проведения инженерных расчетов.

Предложенное аналитическое решение получено для образцов цилиндрической формы. Его можно использовать и для других тонких пластин, но для изделий или образцов более сложной формы его следует применять с осторожностью, необходимы дополнительные исследования для проверки его применимости.

5. Влияние пористости на остаточные напряжения в слоистом композите

Для уменьшения теплопроводности керамических материалов увеличивают их пористость. Она влияет на эффективные механические и тепловые характеристики материала, и это необходимо учитывать при проведении расчетов, поскольку значения эффективных характеристик компонентов, составляющих слоистый композит, влияют на значения остаточных напряжений. Для учета влияния пористости в слоях ZrO_2 и $((ZrB_2-20\% SiC)-75\% ZrO_2)$ на распределение остаточных напряжений в композите были проведены аналитические расчеты для пористых композитов со следующими объемными долями пор в этих слоях: композит 1 — 30 и 15% пор; композит 2 — 20 и 10% пор для самого нижнего и следующего за ним слоя соответственно.

Определение характера влияния пористости на эффективные упругие модули и теплофизические характеристики является сложной задачей. В настоящее время предложено большое количество зависимостей эффективных характеристик керамик как от самой пористости, объемной доли, занятой порами, так и формы пор. Эффективные значения упругих и теплофизических характеристик пористых керамик определяли следующим образом. Для модуля Юнга значение (E^{eff}) рассчитывали с помощью экспоненциального соотношения [20]

$$E^{eff} = E^m \exp(-2\theta / (1 - \theta)),$$

где E^m — модуль Юнга матрицы (беспористой керамики); θ — пористость.

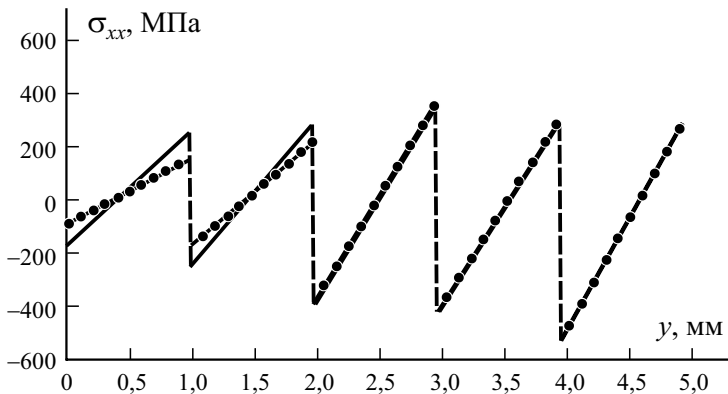


Рис. 5. Изменение термических напряжений по толщине в центральной части диска: (—●—) — композит 1; (—) — композит 2.

Эффективное значение коэффициента Пуассона пористой керамики определяли с учетом зависимости [21, 22]

$$\nu^{\text{eff}} = 0,014 + \left(1 - \frac{\theta}{0,472}\right)(\nu^{\text{m}} - 0,014),$$

где ν^{m} — коэффициент Пуассона матрицы.

Анализ литературы показал, что пористость на коэффициент линейного теплового расширения большинства материалов не влияет. Об этом свидетельствуют как экспериментальные данные, так и аналитические оценки [23, 24]. В работе [25] приведена теоретическая оценка влияния пористости на коэффициент теплового расширения структурно-неоднородных материалов, к которым относятся рассматриваемые композиты. Показано, что если отношение модулей объемной упругости составляющих композита равно двум, то максимальное изменение эффективного коэффициента теплового расширения не превышает 5% при пористости до 50%. Стоит отметить, что согласно литературным данным для некоторых материалов такая зависимость имеется и является значительной, но для керамического композита с исследуемым составом слоев экспериментальных данных не существует. Поэтому в изучаемом в данной работе слоистом керамическом композите было решено считать, что α^{eff} не зависит от пористости.

Для анализа остаточных напряжений по аналитическому решению перчисленных характеристик достаточно. Результаты расчета остаточных напряжений по соотношению (12) для двух вариантов пористости показаны на рис. 5. Сравнивая данные рис. 4 и 5, видим, что введение пористости в два слоя композита оказало сильное влияние на распределение напряжений именно в этих слоях, а в других слоях оно незначительно. Как и следовало ожидать, введение пористости привело к снижению термических напряжений в пористых слоях. Увеличение пористости в слое ZrO_2 от 15 до 30% приводит к уменьшению растягивающих остаточных напряжений (наиболее опасных для керамик) на 68%. В слое $(\text{ZrB}_2\text{—}20\% \text{SiC})\text{—}75\% \text{ZrO}_2$ изменение пористости от 10 до 20% приводит к уменьшению напряжений на 33%.

Заключение

Разработаны аналитическая и численная модели для оценки остаточных термических напряжений, возникающих в керамическом слоистом диске при остывании от температуры спекания. Результаты численного исследования показали, что напряженно-деформированное состояние в большей части слоистого диска соответствует одномерной задаче. Из анализа аналитического решения для прогноза остаточных напряжений в

слоистых композитах следует, что уровень напряжений определяется не только значениями коэффициентов термического расширения и двухосных модулей упругости соединенных материалов, но также и толщиной и расположением слоев в диске. Поэтому при расчете остаточных термических напряжений в слоистых композитах сложного многокомпонентного состава важной задачей является определение эффективных механических и тепловых характеристик для его составляющих. В частности, выполненный анализ влияния пористости в слоистом керамическом композите на значения остаточных напряжений показал, что напряжения в пористых слоях уменьшаются с увеличением объемной доли пор в них. Это необходимо учитывать при выборе состава и в других слоях композита для получения более равномерного распределения остаточных напряжений. Результаты исследования могут быть полезными при анализе остаточных напряжений в слоистых композитах разного состава и решении конкретных инженерных задач.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, тема номер FWRW-2022-0003.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ni D., Cheng Y., Zhang J., Liu J.-X., Zou J., Chen B., Wu H., Li H., Dong S., Han J., Zhang X., Fu Q., Zhang G.-J. Advances in ultra-high temperature ceramics, composites, and coatings // *J. Adv. Ceram.* — 2022. — Vol. 11, No. 1. — P. 1—56. DOI:10.1007/s40145-021-0550-6
2. Golla B. R., Mukhopadhyay A., Basu B., Thimmappa S.K. Review on ultra-high temperature boride ceramics // *Prog. Mater. Sci.* — 2020. — Vol. 111. — P. 100651. DOI:10.1016/j.pmatsci.2020.100651
3. Zhang S.C., Hilmas G.E., Fahrenholtz W.G. Mechanical properties of sintered ZrB_2 —SiC ceramics // *J. Eur. Ceram. Soc.* — 2011. — Vol. 31, No. 5. — P. 893—901. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2010.11.013
4. Zhang X. H., Li W. J., Hong C. Q., Han W. B. Microstructure and mechanical properties of ZrB_2 -based composites reinforced and toughened by zirconia // *Int. J. Appl. Ceram. Technol.* — 2008. — Vol. 5. — P. 499—504. DOI: 10.1111/j.1744-7402.2008.02199.x
5. Saleh B., Jiang J., Fathi R., Al-hababi T., Xu Q., Wang L., Song D., Ma A. 30 years of functionally graded materials: An overview of manufacturing methods, applications and future challenges // *Composites: Part B.* — 2020. — Vol. 201. — P. 108376. DOI: 10.1016/j.compositesb.2020.108376
6. Булаченко А. Г., Мировой Ю. А., Дедова Е. С., Буякова С. П. Механическое поведение слоистого керамического композита ZrB_2 — ZrO_2 —SiC // *Изв. вузов. Физика.* — 2019. — Т. 62, № 8. — С. 121—127. DOI: 10.17223/00213411/62/8/121
7. Балохонов Р. Р., Кульков А. С., Землянов А. В., Романова В. А., Евтушенко Е. П., Гатиятуллина Д. Д., Кульков С. Н. Эволюция остаточных напряжений и разрушение при термомеханическом нагружении дисперсно-упрочненных металлокерамиче-

ских композитных материалов // Физ. мезомех. — 2021. — Т. 24, № 5. — С. 5—15. DOI:10.24412/1683-805X-2021-5-5-15

8. *Bayati Chaleshtari M. H., Khoramishad H., Berto F.* Analytical thermal stress analysis of perforated symmetric composite laminates containing a quasi-triangular hole // Физ. мезомех. — 2020. — Т. 23, № 1. — С. 86—103. DOI: 10.24411/1683-805X-2020-11008

9. *Her S. C., Lin C. H.* Thermal stress analysis of a multi-layered structure // Key Eng. Mater. — 2011. — Vol. 467—469. — P. 275—278. DOI:10.4028/www.scientific.net/kem.467-469.275

10. *Song Y., Wu W., Xie F., Liu Y., Wang T. A.* Theoretical model for predicting residual stress generation in fabrication process of double-ceramic-layer thermal barrier coating system // PLoS ONE. — 2017. — Vol. 12, No. e0169738. — P. 1—20. DOI:10.1371/journal.pone.0169738

11. *Zhang X. C., Xu B. S., Wang H. D., Wu Y. X.* An analytical model for predicting thermal residual stresses in multilayer coating systems // Thin Solid Films. — 2005. — Vol. 488. — P. 274—282. DOI:10.1016/J.TSF.2005.04.027

12. *Fedulov B. N., Bondarchuk D. A., Fedorenko A. N., Lomakin E. V.* Residual stresses near the free edge of composite materials // Acta Mech. — 2022. — Vol. 233. — P. 417—435. <https://doi.org/10.1007/s00707-021-03113-2>

13. *D'Amato E.* Numerical modelling and experimental studies for shape and dimensional control in the curing process of textile composites // Compos. Struct. — 2007. — Vol. 81. — P. 11—20. DOI:10.1016/j.compstruct.2005.10.001

14. *Новацкий В.* Теория упругости. — М.: Мир, 1970. — 256 с.

15. *Yang Y.* Temperature-dependent thermoelastic analysis of multidimensional functionally graded materials, Doctoral dissertation (University of Pittsburgh. 2015) <http://d-scholarship.pitt.edu/26481/>

16. *Lugovy M., Slyunyayev V., Orlovskaya N., Mitrentsis E., Aneziris C.G., Graule T., Kuebler J.* Temperature dependence of elastic properties of ZrB₂—SiC composites // Ceram. Int. — 2016. — Vol. 42. — P. 2439—2445. DOI: 10.1016/j.ceramint.2015.10.044

17. *Skripnyak V. V., Skripnyak V. A.* Predicting the mechanical properties of ultra-high temperature ceramics // Lett. Mater. — 2017. — Vol. 7, No. 4. — P. 407—411. DOI: 10.22226/2410-3535-2017-4-407-411

18. *Zimmermann J. W., Hilmas G. E., Fahrenholtz W. G., Dinwiddie R. B., Porter W. D., Wang H.* Thermophysical properties of ZrB₂ and ZrB₂—SiC ceramics // J. Am. Ceram. Soc. — 2008. — Vol. 91, № 5. — P. 1405—1411. DOI: 10.1111/j.1551-2916.2008.02268.x

19. *Demidov V. N., Knyazeva A. G.* Stressed-strain state of multi layer foil under one-axis tension // Appl. Mech. Mater. — 2015. — Vol. 756. — P. 540—545. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.756.540

20. *Pabst W., Gregorová E.* Young's modulus of isotropic porous materials with spheroidal pores // J. Eur. Ceram. Soc. — 2014. — Vol. 34, No. 13. — P. 3195—3207. DOI:10.1016/j.jeurceramsoc.2014.04.009

21. *Roberts A., Garboczi E.* Elastic properties of model porous ceramics // J. Am. Ceram. Soc. — 2000. — Vol. 83, No. 12. — P. 3041—3048. DOI:10.1111/j.1151-2916.2000.tb01680.x

22. *Uhlířová T, Pabst W.* Poisson's ratio of porous and cellular materials with, randomly distributed isometric pores or cells // J. Am. Ceram. Soc. — 2020. — Vol. 103. — P. 6961—6977. DOI: 10.1111/jace.17139

23. *Rice R. W.* Porosity of ceramics: Properties and applications. — Boca Raton: CRC Press, 1998. — 560 p. DOI:10.1201/9781315274539

24. *Shui Z. H., Zhang R., Chen W., Xuan D.* Effects of mineral admixtures on the thermal expansion properties of hardened cement paste // *Constr. Build. Mater.* — 2010. — Vol. 24, No. 9. — P. 1796—1798. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2010.03.006

25. *Ghabezloo S.* Effect of porosity on the thermal expansion coefficient of porous materials // *Proc. Fifth Biot Conference on Poromechanics, Vienna, Austria, 10-12 July, 2013.* DOI: 10.1061/9780784412992.220

Поступила в редакцию 26.04.2022

Окончательный вариант поступил 27.07.2022

Received Apr. 26, 2022 (July 27, 2022)

*М. Э. Голмакани^а, Т. Виченбах^б, М. Маликан^б, Э. З. Карими^в, М. Масуми^а,
В. А. Еремеев^{б,г*}*

^а*Department of Mechanical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University, 9187144123
Mashhad, Iran*

^б*Department of Mechanics of Materials and Structures, Gdansk University of Technology, 80-233
Gdansk, Poland*

^в*Department of Metallurgical Engineering, Mashhad Branch, Islamic Azad University,
9187144123 Mashhad, Iran*

^г*Department of Civil and Environmental Engineering and Architecture, Università degli Studi
di Cagliari, 09123 Cagliari, Italy*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ АЛЮМИНИЯ И СТЕКЛОВОЛОКОН¹

*M. E. Golmakani, T. Wiczenbach, M. Malikan, E. Z. Karimi, M. Masoumi, and
V. A. Eremeyev**

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY ON MECHANICAL CHARACTERISTICS OF ALUMINUM/GLASS FIBER COMPOSITE LAMINATES

Keywords: fiber-metal composites; tensile test; impact test; mechanical properties; impact strength; laminates

The fiber-metal composites made of aluminum sheets and glass fibers reinforced with a polyester resin as the matrix were studied. The composites were prepared by hand lay-up method. Some aspects of manufacturing affecting the composite behavior were considered. In particular, the influences of the arrangement of layers and their number on the mechanical and physical properties of composites with ten different compositions were investigated. Laminates with fiberglass fabric with different mass per unit area were considered. The laminates with ten different compositions were produced. The tensile modulus, tensile and impact strengths were determined following ASTM D3039 and ASTM D6110 standards. The results obtained show that the arrangement of the laminate layers influences

*Автор, с которым следует вести переписку: eremeyev.victor@gmail.com
Corresponding author: eremeyev.victor@gmail.com

¹Перевод с англ.

Young's modulus and the tensile strength of the composite. The results of impact testing of a multilayer structure reinforced with glass fibers demonstrated a significant increase in the impact strength of the composite owing to the introducing the glass fibers into it compared to the control specimens. The simulations of tests using ABAQUS-based FEA were performed.

Ключевые слова: композиты металловолокнистые, испытание на растяжение, испытание на удар, свойства механические, прочность при ударе, композиты слоистые

Исследованы металловолокнистые композиты, армированные алюминиевыми листами и слоями стеклоткани, с полиэфирной смолой в качестве матрицы. Композиты изготовлены методом ручной выкладки. Проанализировано влияние расположения слоев и их количества на механические и физические свойства композитов 10 разных композиций. Рассмотрены композиты со слоями стеклоткани с разной поверхностной плотностью. Модуль упругости и прочность при растяжении и ударную прочность определили в соответствии со стандартами ASTM D3039 и ASTM D6110. Полученные результаты показали, что последовательность укладки слоев влияет на модуль Юнга и прочность композита. Результаты ударных испытаний многослойной структуры, армированной стекловолокнами, продемонстрировали значительное увеличение ударной прочности композита при введении в него слоев из стекловолокон по сравнению с контрольными образцами. Выполнено моделирование испытаний с использованием метода конечных элементов (МКЭ) с помощью программного обеспечения ABAQUS.

Введение

Композиты на основе полимеров обладают высокой прочностью, усталостной, тепло-, влаго- и химической стойкостью [1, 2]. Однако эти композиты обычно характеризуются низкой рабочей температурой, высоким коэффициентом термического расширения, нестабильностью размеров, чувствительностью к радиации и водопоглощению из окружающей среды. Эти недостатки обуславливают набухание, внутренние напряжения и снижение температуры эксплуатации [3]. Поэтому для ослабления этих нежелательных свойств наряду с композитными слоями используют высокоэффективные и прочные металлические слои [4, 5]. Такие слоистые композиты получили название металловолокнистых композитов (МВК) [6—9].

Один из таких современных композитов — эпоксидная смола, армированная стекловолокнами и слоями алюминия (GLARE). Несколько тонких слоев металла (чаще всего алюминия), чередующихся со слоями стеклово-

локон, соединяют с помощью полимерной матрицы. Многослойные МВК широко используют для изготовления деталей механических конструкций в разных отраслях промышленности, особенно в аэрокосмической [10, 11], они стали перспективной альтернативой другим композитам. МВК обладают почти всеми преимуществами металлов и слоистых композитов, сочетая полезные свойства металлов (мягкость, устойчивость к повреждениям и ударопрочность) с достоинствами волокнистых композитов (высокая прочность и жесткость, хорошая коррозионная стойкость и усталостные свойства).

В силу большого интереса к этим композитам опубликовано много интересных работ. В [12] исследовали влияние поглощения энергии на свойства эпоксидных волокнисто-армированных углепластиков, упрочненных листами алюминия и без упрочнения, при ударе. Образцы подвергали удару по Шарпи. Результаты показали, что волокнисто-армированные углепластики с листами алюминия обладают значительно лучшей ударной прочностью. В [13] изучали образцы из эпоксидного стеклопластика с алюминиевыми листами, изготовленными методом ручной выкладки. Исследовали влияние угла ориентации волокон на ударопрочность. Результаты испытаний удара по Шарпи продемонстрировали, что композитный слой с волокнами, уложенными под углом 0° , значительно улучшает ударные свойства.

Последовательность укладки слоев также весьма важна. Можно сделать вывод о том, что наличие алюминиевых слоев улучшает механические свойства композита. В [14] изучали ударную прочность слоев алюминия и стеклопластика. Результаты продемонстрировали устойчивость к повреждениям, отличные усталостные и ударные свойства при относительно низкой плотности. Механические свойства МВК, армированных стекловолокнами и включающих слои из алюминия и полипропилена, исследовали в [15]. Результаты испытаний на растяжение показали, что увеличение количества алюминиевых и композитных слоев значительно повышает жесткость и прочность при растяжении.

В [16] изучали сдвиговую усталость коротких балок из металловолокнистых многослойных материалов. Для изготовления образцов использовали три слоя из алюминиевого сплава и два — из предварительно пропитанных стекловолокон. Для исследования усталостных характеристик многослойных металловолокнистых материалов квазистатические испытания провели в двух основных направлениях. Удар по Шарпи показал, что ударная прочность в продольном направлении более важна, чем в поперечном. В [17] рассмотрели отклик слоистых металловолокнистых структур при усталостном и растягивающем нагружении, в том числе при наличии алюминиевых и органических волокон. Отклик на изгиб и растяжение гибридных композитов, армированных стекловолокнами и алюминием, изготовленных методом вакуумного формования, исследовали в [18]. В [19] изучали разрушение и изгибное поведение полимерных композитов, армированных углеродными волокнами и алюминием, используя численные и

экспериментальные результаты. В [20] численно смоделировали слоистые металловолоконистые композиты, армированные волокнами из алюминия и высокомолекулярного полиэтилена, при ударном нагружении. Механические свойства слоистых металловолоконистых композитов на основе волокон АА6061 с разным типом предварительной обработки алюминиевой поверхности исследовали в [21]. В [22] смоделировали металловолоконистый слоистый композит с использованием разных алюминиевых сплавов и рассматривали его поведение в условиях малоимпульсного взрыва. В [23] смоделировали слоистый композит, армированный алюминием и стекловолокнами, и исследовали его энергопоглощение и поведение при повреждении. Отклик алюминиевых слоистых композитов, армированных стекловолокнами, на ударную нагрузку снарядом изучали в [24] и оценили влияние распределения металлических слоев. В [25] изучен слоистый композит, армированный алюминиевыми волокнами, при изгибе и растяжении.

Пластмассы, хотя и не обладают значительной прочностью в силу малого модуля при растяжении, нашли широкое применение. Основные преимущества пластмасс — их использование в условиях высокой влажности и малая плотность. Напротив, стекловолокна в качестве армирующего материала демонстрируют значительную прочность при растяжении и модуль упругости, композиты на их основе нашли применение во многих областях техники. Механические и физические свойства композитных материалов различны в зависимости от содержания конкретных составляющих.

Алюминий обладает малой удельной прочностью. Исследователи, пытающиеся исправить этот недостаток, решили использовать слои алюминия и стекловолокон вместе для создания нового материала, обладающего достоинствами обоих материалов. Был изготовлен материал GLARE, введенный в промышленную эксплуатацию и используемый в авиационной промышленности [26]. За счет добавления металлических листов нашли передовые решения по упрочнению композитных материалов. Дополнительное армирование влияет на механические и физические свойства конечного продукта. Провели испытания металловолоконистых многослойных композитов на удар и растяжение.

Новизна настоящей работы — новая компоновка GLARE, позволяющая создать композит с улучшенными механическими свойствами. Полученные результаты сравнили с полученными для контрольных образцов, армированных только алюминиевыми слоями. Основная цель настоящей работы — исследование механических и физических свойств МВК с разным количеством слоев алюминия и стеклопластика. Для проверки экспериментальных результатов выполнили численный анализ МКЭ. Определили ударную прочность МВК, содержащих разные слои. Настоящее исследование может способствовать разработке изделий из МВК с учетом улучшения их физико-механических свойств.

1. Материалы

Для изготовления образцов металловолоконистых композитов в качестве арматуры использовали ткань из E-стекловолокон, алюминиевые листы и полиэфирное связующее в качестве матрицы.

Толщина каждого слоя стеклоткани 0,2 и 0,4 мм, масса 200 и 400 г/м² соответственно; технические характеристики следующие: модуль Юнга $E = 74$ ГПа, модуль сдвига $G = 30$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, плотность $\rho = 2600$ кг/м³. В качестве второй арматуры использовали алюминиевые листы толщиной 0,2 мм (рис. 1) со следующими характеристиками: $E = 72$ ГПа, $G = 100$ —190 ГПа, $\nu = 0,33$, $\rho = 2600$ кг/м³. Характеристики полиэфирной смолы: $E = 0,8$ ГПа, $G = 0,28$ ГПа, $\nu = 0,4$, $\rho = 1200$ кг/м³.

1.1. Изготовление образцов металловолоконистых композитов.

Образцы слоистых композитов изготовили методом ручной выкладки, предварительно обработав поверхность формы антиадгезивом. Затем на поверхность формы нанесли гелевое покрытие для обеспечения желаемого качества и внешнего вида композита. Слои стеклоткани и алюминия укладывали попеременно в форму, покрывая каждый слой полиэфирной смолой. Частицы воздуха удаляли вручную с помощью роликов. Укладку и пропитку продолжали до достижения требуемой конфигурации слоистого композита. Заготовку слоистого композита сначала отверждали на стеклянном столе при температуре окружающей среды в течение 24 ч, а затем доотверждали в печи в течение 16 ч при температуре 40 °С. По завершении отверждения слоистый композит охладили до комнатной температуры, промыли и перед испытанием удалили заусенцы. Образцы слоистого композита с теми размерами, которые требуются для испытаний на растяжение и удар (рис. 2), изготовили с помощью фрезерного станка (Aslanian Machine, Тегеран, Иран) в соответствии со стандартами ASTM D3039 и ASTM D6110.

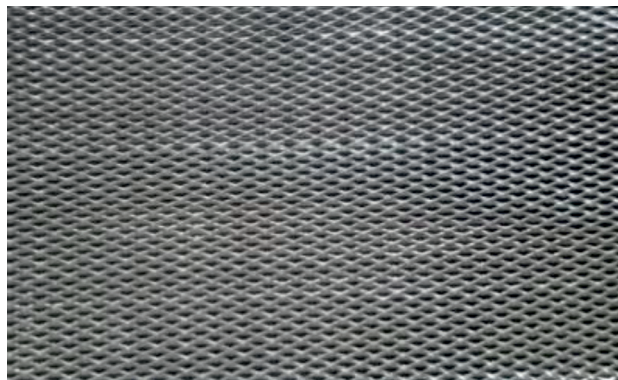


Рис. 1. Алюминиевый лист.

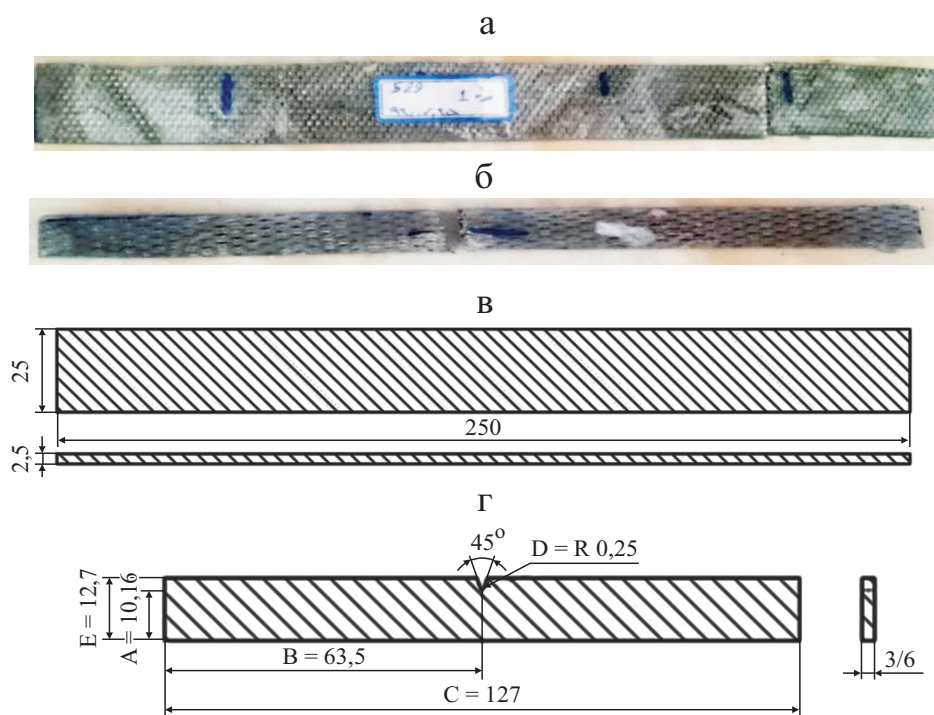


Рис. 2. Образцы для испытания на растяжение (а, в) и удар (б, з) и их геометрия (мм).

Табл. 1

Характеристики образцов

Образец	Последовательность укладки	Количество слоев	Код образца	Толщина, мм
1	[AL/FI/AL/FI/AL/FI] ¹	6	L200-6-1-ТТ	2,5
2	[AL/FI/AL/FI/AL/FI] ²	6	L400-6-2-ТТ	2,5
3	[2AL/FI/AL/2FI] ¹	6	L200-6-3-ТТ	2,5
4	[2AL/FI/AL/2FI] ²	6	L400-6-4-ТТ	2,5
5	[3AL]	3	С-3-ТТ	2,5
6	[AL/FI/AL/FI/AL/FI] ¹	6	L200-6-1-ИТ	3
7	[AL/FI/AL/FI/AL/FI] ²	6	L400-6-2-ИТ	3
8	[2AL/FI/AL/2FI] ¹	6	L200-6-3-ИТ	3
9	[2AL/FI/AL/2FI] ²	6	L400-6-4-ИТ	3
10	[3AL]	3	С-3-ИТ	3
11	[AL/FI/AL/FI/AL/FI/AL/FI/AL/FI/AL/FI] ¹	12	L200-12-1-ИТ	6
12	[AL/FI/AL/FI/AL/FI/AL/FI/AL/FI/AL/FI/AL/FI] ²	12	L400-12-2-ИТ	6
13	[3AL/FI/2AL/2FI/AL/3FI] ¹	12	L200-12-3-ИТ	6
14	[3AL/FI/2AL/2FI/AL/3FI] ²	12	L400-12-4-ИТ	6
15	[6AL]	6	С-6-ИТ	6

^{1,2}Поверхностная плотность стекловолокна 200 и 400 г/м² соответственно.

В табл. 1 приведены характеристики образцов: последовательность укладки слоев алюминия (AL) и стеклоткани (FI), код образца (ТТ – испытание на растяжение, ИТ – испытание на удар). Отметим, что контрольные образцы изготовили только из слоев алюминия и полиэфирной смолы. Количество слоев выбрали произвольно.

1.2. Механическое испытание. В соответствии со стандартами ASTM D3039 и ASTM D6110 испытания на растяжение и удар по Шарпи провели при комнатной температуре $20 \pm 1^\circ\text{C}$ на экспериментальной машине Instron 1186 (Норвуд, Массачусетс, США) и установке на удар Zwick Model 5102 (Zwick GmbH & Co. KG), Ульм, Германия) соответственно. Испытания на растяжение выполнили с датчиком нагрузки 500 Н и постоянной скоростью перемещения траверсы 2 мм/мин на не менее пяти образцах каждой из пяти композиций (см. табл. 1). Построили кривые деформирования сила—перемещение и определили средние значения модуля упругости и прочности при растяжении. Ударную прочность определили в ударном испытании по Шарпи для образцов 10 разных композиций.

1.3. Численный анализ. **1.3.1. Испытание на растяжение.** Для определения предельного продольного перемещения образцов металловолоконистого слоистого композита их испытание на одноосное растяжение смоделировали с помощью конечно-элементного программного обеспечения ABAQUS версии 6.14.1 (Dassault Systemes, ABAQUS Inc., Уолтем, Массачусетс, США). Тип образца — деформируемый.

Материал считали изотропным и для определения его свойств в упругой области использовали значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона, приведенные в табл. 2. Затем рассматривали пластическое механическое поведение. Значения деформаций и напряжений, полученные в ходе испытаний на растяжение, преобразовали в значения истинных напряжений и деформаций по формулам

$$\sigma_T = \sigma_N (1 + \varepsilon_N), \quad (1)$$

$$\varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon_N), \quad (2)$$

Табл. 2

Свойства материала образцов

Образец	Код образца	σ_y , МПа	σ_{num} , МПа	ε_p	E , МПа
1	L200-6-1-ТТ	1,14	63,82	3,80	1548,46
2	L400-6-2-ТТ	1,15	62,65	4,15	1875,10
3	L200-6-3-ТТ	1,76	67,88	3,74	996,90
4	L400-6-4-ТТ	1,78	59,59	4,17	1163,17
5	C-3-ТТ	1,64	4,76	0,58	753,20

Примечание: Для всех образцов $\nu = 0,33$.

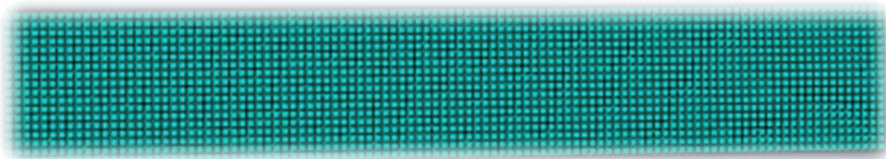


Рис. 3. Образец с конечно-элементной сеткой для численного анализа.

$$\varepsilon_p = \varepsilon_N - \frac{\sigma_T}{E}, \quad (3)$$

где σ_T и ε_T — истинное напряжение и деформация соответственно; ε_N — техническая деформация (из испытания на растяжение); ε_p — пластическая деформация.

Перемещения конца образца, закрепленного в захвате, приняты нулевыми. Противоположная сторона образца могла перемещаться в направлении нейтральной оси. После проведения анализа чувствительности выбрали сетку с размером конечных элементов 1 мм (рис. 3). Численный анализ МКЭ выполнили с помощью программного обеспечения ABAQUS.

1.3.2. Ударное испытание. Конечно-элементная модель ударного испытания образца представлена на рис. 4. Свойство дискретной жесткости использовали для моделирования ударника как идеально жесткого тела при столкновении с образцом. Контакт поверхностей образца и ударника определили как взаимодействие поверхность—поверхность. Рассмотрели взаимосвязь давления и поверхности раздела, соответствующую данному типу контакта. Скорость ударника — 2,5 мм/с согласно стандарту испытания на удар. В соответствии с установкой для испытания на удар граничные условия соответствовали неподвижной нижней стороне образца. После теста на чувствительность выбрали сетку с размером конечных элементов 1 мм.

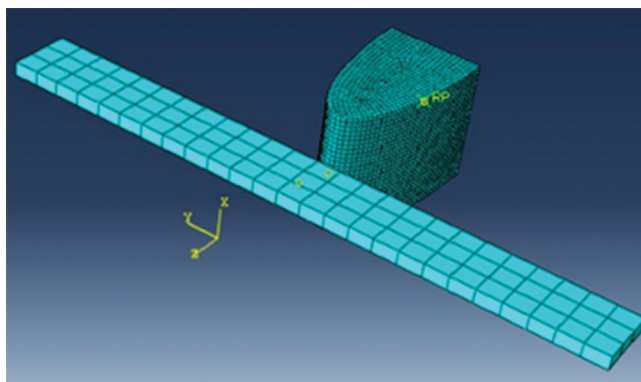


Рис. 4. Конечно-элементная модель образца для численного испытания на удар.

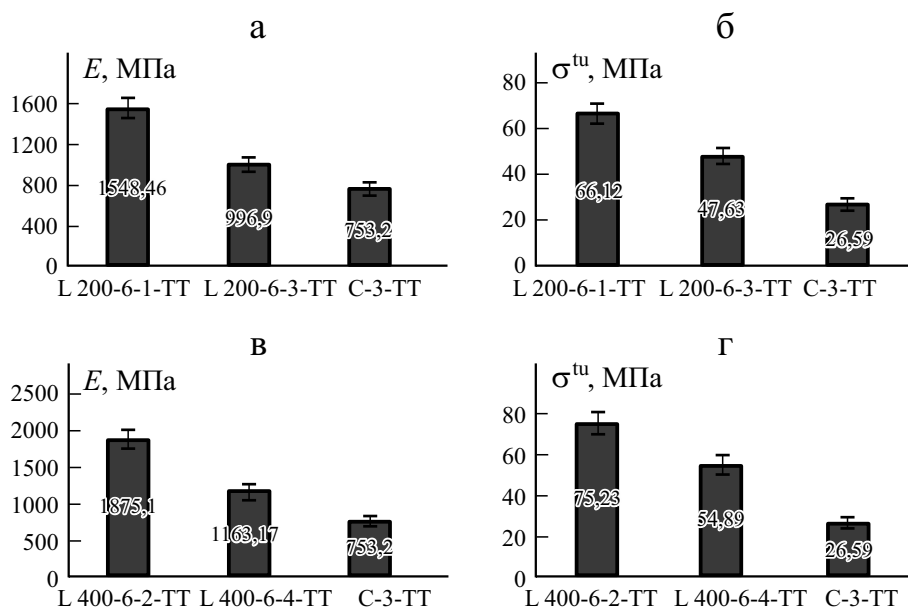


Рис. 5. Модуль упругости E (а, в) и прочность при растяжении σ^{tu} (б, г) МВК, содержащих слои стеклоткани с поверхностной плотностью 200 (а, б) и 400 г/м² (в, г).

2. Результаты

2.1. Экспериментальный анализ. 2.1.1. Испытание на растяжение. Данные рис. 5—а, б иллюстрируют значения модуля Юнга E и прочности при растяжении σ^{tu} МВК, содержащих слои стеклоткани с поверхностной плотностью 200 г/м², и контрольного образца С-3-ТТ. Стандартное отклонение показано черными линиями. Видно, что добавление слоев со стекловолокнами значительно увеличило модуль Юнга МВК. Наибольшую прочность при растяжении продемонстрировал многослойный композит L200-6-1-ТТ.

Значения E и σ^{tu} МВК, содержащих слои стеклоткани с поверхностной плотностью 400 г/м², и контрольного образца приведены на рис. 5—в, г. Видно, что модуль Юнга многослойного образца L400-6-2-ТТ больше,

Табл. 3

Значения модуля Юнга E и прочности при растяжении σ^{tu} образцов

Образец	Код образца	E , МПа	σ^{tu} , МПа
1	L200-6-1-ТТ	1548,46	66,12
2	L400-6-2-ТТ	1875,10	75,23
3	L200-6-3-ТТ	996,90	47,63
4	L400-6-4-ТТ	1163,17	54,89
5	C-3-ТТ	753,20	26,59

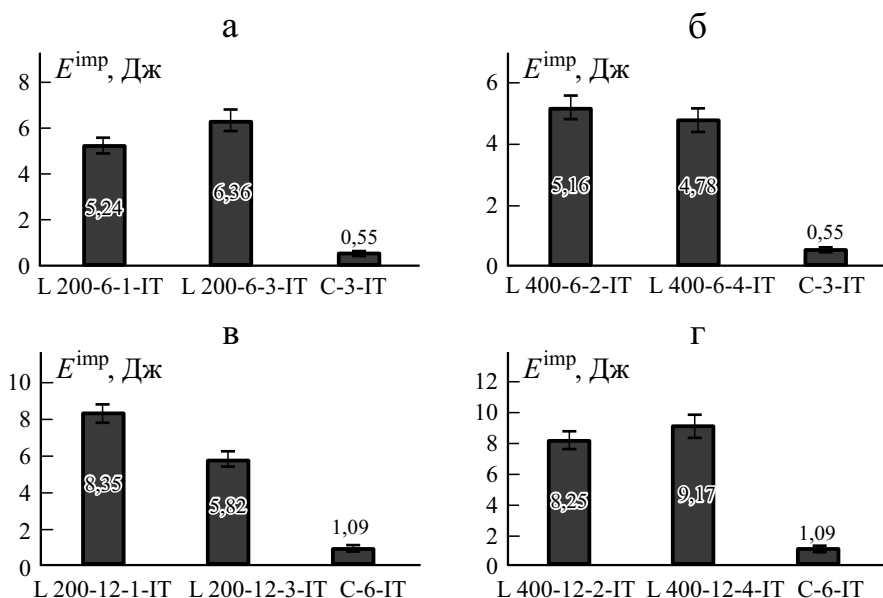


Рис. 6. Диаграммы энергии удара E^{imp} для слоистых композитов с шестью (а, б) и 12 (в, г) слоями, содержащие стеклоткань с поверхностной плотностью 200 (а, в) и 400 г/м² (б, г).

чем остальных. Значения σ^{tu} при растяжении образцов L400-6-4-ТТ и L400-6-2-ТТ примерно в три раза больше, чем контрольного образца С-3-ТТ.

Экспериментальные значения модуля упругости и прочности при растяжении приведены в табл. 3.

Табл. 4

Значения энергии удара E^{imp} и ударной прочности σ^{imp} образцов МВК

Образец	Код образца	E^{imp} , Дж	σ^{imp} , кДж/м ²
6	L200-6-1-IT	5,24	164,78
7	L400-6-2-IT	5,16	162,26
8	L200-6-3-IT	6,36	200,00
9	L400-6-4-IT	4,78	150,31
10	С-3-IT	0,55	17,30
11	L200-12-1-IT	8,35	131,29
12	L400-12-2-IT	8,25	129,72
13	L200-12-3-IT	5,82	91,51
14	L400-12-4-IT	9,17	144,18
15	С-6-IT	1,09	17,14

Табл. 5

Сравнение экспериментальных u_{exp} и расчетных u_{num} значений продольного перемещения

Образец	Код образца	F_{exp} , Н	u_{exp} , мм	u_{num} , мм	Ошибка, %
1	L200-6-1-ТТ	6670,21	5,07	4,58	9,66
2	L400-6-2-ТТ	7300,26	7,05	6,44	8,65
3	L200-6-3-ТТ	6360,56	4,94	4,45	9,92
4	L400-6-4-ТТ	6000,42	6,50	5,92	8,92
5	С-3-ТТ	318,12	1,08	1,02	5,56

2.1.2. Ударное испытание. Данные рис. 6—а, б иллюстрируют влияние поверхностной плотности и последовательности укладки на энергию удара МВК с шестью слоями. Наибольшее значение энергии удара продемонстрировал образец L200-6-3-ИТ со слоями стеклоткани с поверхностной плотностью 200 г/м², а наименьшее — образец L400-6-4-ИТ.

Результаты для МВК с 12 слоями представлены на рис. 6—в, г. Наибольшее значение энергии удара продемонстрировал образец L400-12-4-ИТ, имеющий слой стеклоткани с поверхностной плотностью 400 г/м², а наименьшую — образец L200-12-3-ИТ.

Экспериментальные значения энергии удара E^{imp} и ударной прочности σ^{imp} образцов МВК представлены в табл. 4. Введение в композицию слоев стеклоткани существенно повысило ударную прочность МВК. Последовательность укладки слоев также имела важное значение, тогда как количество слоев повлияло в меньшей степени.

2.2. Численный анализ. 2.2.1. Испытание на растяжение. Экспериментальные u_{exp} и расчетные u_{num} значения предельного продольного перемещения образцов МВК приведены в табл. 5. Вычисленная ошибка свидетельствует о хорошем согласовании результатов.

2.2.2. Ударное испытание. Экспериментальные и расчетные значения энергии удара образцов МВК приведены в табл. 6.

Табл. 6

Сравнение экспериментальных $E_{\text{exp}}^{\text{imp}}$ и расчетных $E_{\text{num}}^{\text{imp}}$ значений энергии удара образцов

Образец	Код образца	$E_{\text{exp}}^{\text{imp}}$, Дж	$E_{\text{num}}^{\text{imp}}$, Дж	Ошибка, %
6	L200-6-1-ИТ	5,24	4,72	9,92
7	L400-6-2-ИТ	5,16	4,81	6,78
8	L200-6-3-ИТ	6,36	5,75	9,59
9	L400-6-4-ИТ	4,78	4,62	3,35
10	С-3-ИТ	0,55	0,51	7,27

Заключение

В металловолоконистых слоистых композитах наряду с композитными слоями используют металлические слои, улучшающие механические свойства, особенно ударопрочность. Исследовали прочность при растяжении, модуль упругости и ударную прочность образцов металловолоконистых композитов с полимерной матрицей. Изучили влияние поверхностной плотности стеклоткани и последовательности укладки слоев. Таким образом, исследованы два типа многослойных конфигураций металловолоконистых композитов. Механические характеристики контрольных образцов, имеющие только три и шесть слоев алюминиевого листа, сравнивали с таковыми образцов из многослойных металловолоконистых композитов. На основе полученных результатов можно заключить следующее.

- Образцы L200-6-1-ТТ и L400-6-2-ТТ продемонстрировали больший модуль Юнга и прочность при растяжении, чем образцы L200-6-3-ТТ и L400-6-4-ТТ с таким же количеством слоев, но альтернативной укладкой. При этом все образцы металловолоконистых композитов обладали большим модулем упругости и прочностью при растяжении, чем контрольный образец С-3-ИТ с тремя алюминиевыми слоями.

- Энергия удара 6-слойного образца L200-6-3-ИТ больше, чем L200-6-1-ИТ с альтернативной последовательностью укладки, и примерно в 12 раз больше, чем контрольного образца С-3-ИТ. Увеличение количества слоев в укладке металловолоконистых композитов до 12 позволило увеличить энергию удара.

- Наибольшую ударную прочность продемонстрировал образец L200-6-3-ИТ, ударное сопротивление которого примерно в 12 раз больше, чем контрольного образца. При этом ударная прочность всех образцов из металловолоконистых композитов значительно больше, чем контрольных.

- Результаты численного анализа МКЭ хорошо согласуются с экспериментальными.

- Полученные результаты свидетельствуют о том, что металловолоконистые композиты с чередующейся укладкой слоев стеклоткани и алюминиевых листов ([AL/FI/AL/FI/AL/FI]), как правило, обладают лучшими механическими характеристиками, чем с альтернативной укрупненной укладкой ([2AL/FI/AL/2FI]).

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Golmakani M. E., Wiczenbach T., Malikan M., Mahoori S. M., and Eremeyev V. A.* Experimental and numerical investigation of tensile and flexural behavior of nanoclay wood-plastic composite // *Materials*. — 2021. — Vol. 14, No. 11. — P. 2773.
2. *Golmakani M. E., Wiczenbach T., Malikan M., Aliakbari R., and Eremeyev V. A.* Investigation of wood flour size, aspect ratios, and injection molding temperature on

mechanical properties of wood flour/polyethylene composites // *Materials*. — 2021. — Vol. 14, No. 12. — P. 3406.

3. *Nowak D., Clapa M., Kula P., Sochacki M., Stonio B., Galazka M., Pelka M., Kuten D., and Niedzielski P.* Influence of the interactions at the graphene–substrate boundary on graphene sensitivity to UV irradiation // *Materials*. — 2019. — Vol. 12, No. 23. — P. 3949.

4. *Li L., Lang L., Khan S., and Wang Y.* Investigation into effect of the graphene oxide addition on the mechanical properties of the fiber metal laminates // *Polym. Test*. — 2020. — Vol. 91, No. 106766.

5. *Kazemi M. E., Shanmugam L., Chen S., Yang L., and Yang J.* Novel Thermoplastic fiber metal laminates manufactured with an innovative acrylic resin at room temperature // *Composites: Part A*. — 2020. — Vol. 138. — Paper No. 106043.

6. *Rathnasabapathy M., Mouritz A. P., and Orifici A. C.* Finite element modelling of the impact response of fibre metal laminates under tension preloading // *Composites: Part A*. — 2022. — Vol. 157, No. 106930.

7. *Rathnasabapathy M., Orifici A. C., and Mouritz A. P.* Impact damage to fibre metal laminates under compression loading // *Compos. Commun.* — 2022. — Vol. 32. — Paper No. 101148.

8. *Li X., Ma X., Li Sh., Guo Y., Shim V. P. W., and Hao X.* Deformation and failure of a novel fiber-metal hybrid lamina composite under quasi-static and impact loading // *Compos. Sci. Technol.* — 2021. — Vol. 216, No. 109067.

9. *Yao L., Wang Ch., He W., Lu Sh., and Xie D.* Influence of impactor shape on low-velocity impact behavior of fiber metal laminates combined numerical and experimental approaches // *Thin Wall Struct.* — 2019. — Vol. 145, No. 106399.

10. *Megahed M., Abd El-baky M. A., Alsaedy A. M., and Alshorbagy A. E.* Improvement of impact and water barrier properties of GLARE by incorporation of different types of nanoparticles // *Fibers Polym.* — 2020. — Vol. 21. — P. 840—848.

11. *Abd El-Baky M. A. and Attia M. A.* Experimental study on the improvement of mechanical properties of glare using nanofillers // *Polym. Compos.* — 2020. — Vol. 41. — P. 4130—4143.

12. *Bienias J., Jakubczak P., Surowska B., and Dragan K.* Low-energy impact behaviour and damage characterization of carbon fibre reinforced polymer and aluminium hybrid laminates // *Arch. Civ. Mech. Eng.* — 2015. — Vol. 15, No. 4. — P. 925—932.

13. *Sadighi M., Alderliesten R. C., and Benedictus R.* Impact resistance of fiber-metal laminates: a review // *Int. J. Impact Eng.* — 2022. — Vol. 49. — P. 77—90.

14. *Song S. H., Byun Y. S., Ku T. W., Song W. J., Kim J., and Kang B. S.* Experimental and numerical investigation on impact performance of carbon reinforced aluminum laminates // *J Mater. Sci. Technol.* — 2010. — Vol. 26, No. 4. — P. 327—332.

15. *Reyes V. G. and Cantwell W. J.* The mechanical properties of fibre-metal laminates based on glass fibre reinforced polypropylene // *Compos. Sci. Technol.* — 2000. — Vol. 60, No. 7. — P. 1085—1094.

16. *Kotik H. G. and Perez Ipiña J. E.* Short-beam shear fatigue behavior of fiber metal laminate (Glare) // *Int. J. Fatigue*. — 2017. — Vol. 95. — P. 236—242.

17. *Shamohammadi Maryan M., Ebrahimnezhad-Khaljiri H., and Eslami-Farsani R.* The experimental assessment of the various surface modifications on the tensile and fatigue behaviors of laminated aluminum/aramid fibers-epoxy composites // *Int. J. Fatigue*. — 2022. — Vol. 154, No. 106560.

18. *Vasudevan A., Navin Kumar B., Depoures M. Victor, Maridurai T., and Mohanavel V.* Tensile and flexural behaviour of glass fibre reinforced plastic. Aluminium hybrid laminate manufactured by vacuum resin transfer moulding technique (VARTM) // *Mater. Today-Proc.* — 2021. — Vol. 37. — P. 2132—2140.

19. *Hu Ch., Sang L., Jiang K., Xing J., and Hou W.* Experimental and numerical characterization of flexural properties and failure behavior of CFRP/Al laminates // *Compos. Struct.* — 2022. — Vol. 281, No. 115036.
20. *Zakeri M., Mansoori H., Sadeghian M., and Guagliano M.* Impact response of fiber metal laminates based on aluminum and UHMWPE composite: Numerical simulation // *Thin Wall Struct.* — 2022. — Vol. 172. — P. 108796.
21. *Zhu W., Xiao H., Wang J., and Fu Ch.* Characterization and properties of AA6061-based fiber metal laminates with different aluminum-surface pretreatments // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 227. — Paper No. 111321.
22. *Vo Th. P., Guan Z. W., Cantwell W. J., and Schleyer G. K.* Modelling of the low-impulse blast behaviour of fibre-metal laminates based on different aluminium alloys // *Composites: Part B.* — Vol. 44, No. 1. — P. 141—151.
23. *Khan S. H., Sharma A. P., Kitey R., and Parameswaran V.* Effect of metal layer placement on the damage and energy absorption mechanisms in aluminium/glass fibre laminates // *Int. J. Impact Eng.* — 2018. — Vol. 119. — P. 14—25.
24. *Sharma A. P. and Khan S. H.* Influence of metal layer distribution on the projectiles impact response of glass fiber reinforced aluminum laminates // *Polym. Test.* — 2018. — Vol. 70. — P. 320—347.
25. *Rajkumar G. R., Krishna M., Narasimhamurthy H. N., Keshavamurthy Y. C., and Nataraj J. R.* Investigation of tensile and bending behavior of aluminum based hybrid fiber metal laminates // *Proc. Mater. Sci.* — 2014. — Vol. 5. — P. 60—68.
26. *Gunnink J. W.* Composite laminate of metal sheets and continuous filaments-reinforced synthetic layers // (Akzo NV, Arnhem, The Netherlands) US Pat 4 935 291 (19 June 1990), *Compos.*, 23, 205 (1992).

Поступила в редакцию 11.04.2022

Окончательный вариант поступил 04.11.2022

Received Apr. 11, 2022 (Nov. 4, 2022)

С. З. Роговина^{a}, М. М. Гасымов^a, С. М. Ломакин^{a,b}, О. П. Кузнецова^a,
И. М. Ермолаев^a, В. Г. Шевченко^{a,6}, А. В. Шапагин², А. А. Арбузов⁰,
А. А. Берлин^a*

^aФедеральный исследовательский центр химической физики им. Н. Н. Семенова Российской академии наук, Москва, 119991 Россия

⁶Институт биохимической физики им. Н. М. Эмануэля Российской академии наук, Москва, 119991 Россия

²Институт синтетических полимерных материалов им. Н. С. Ениколопова Российской академии наук, Москва, 117393 Россия

⁰Институт физической химии и электрохимии им. А. Н. Фрумкина Российской академии наук, Москва, 119071 Россия

⁰Институт проблем химической физики Российской академии наук, Черноголовка
Московская обл., Россия

ВЛИЯНИЕ СПОСОБА ПОЛУЧЕНИЯ НАПОЛНЕННЫХ ПОЛИМЕРНЫХ НАНОКОМПОЗИТОВ ПОЛИЛАКТИД—ВОССТАНОВЛЕННЫЙ ОКСИД ГРАФЕНА НА ИХ СВОЙСТВА И СТРУКТУРУ

S. Z. Rogovina, M. M. Gasyimov, S. M. Lomakin, O. P. Kuznetsova, I. M. Ermolaev,
V. G. Shevchenko, A. V. Shapagin, A. A. Arbuzov, A. A. Berlin*

INFLUENCE OF THE METHOD OF OBTAINING FILLED POLYMER NANOCOMPOSITES OF POLYLACTIDE—REDUCED GRAPHENE OXIDE ON THEIR PROPERTIES AND STRUCTURE

Keywords: polylactide, reduced graphene oxide, shear strains, mechanical, electric, and thermophysical properties, scanning electron microscopy

Filled compositions of polylactide (PLA) with a reduced graphene oxide (RGO) at various components ratios were obtained by two independent methods: the solid-phase mixing of components under the action of shear strains and the liquid-phase synthesis in a chloroform solution with ultrasonic stirring. The influence of the structure of formed composites on the complex of their properties was studied. The method of scanning electron microscopy showed the

*Автор, с которым следует вести переписку: s.rogovina@mail.ru
Corresponding author: s.rogovina@mail.ru

formation of aggregates of RGO nanoparticles during the synthesis of compositions in the liquid phase, leading to a decrease in their strength and electrical characteristics. A comparative study of the thermophysical characteristics of polylactide in the compositions obtained by the solid- and liquid-phase methods was carried out, and the corresponding temperatures and heats of thermal transitions were determined, and the crystallinity of the compositions was calculated. The sharp drop observed in the crystallinity of PLA in the compositions synthesized in the solid phase was caused by amorphization of the polymer under the action of shear strains and by a decrease in the segmental mobility of macromolecules under these conditions.

Ключевые слова: полилактид, оксид графена восстановленный, деформации сдвиговые, свойства механические, электрические и теплофизические, микроскопия электронная сканирующая

Двумя независимыми способами — твердофазным смешением компонентов под действием сдвиговых деформаций и жидкофазным синтезом в растворе хлороформа при перемешивании ультразвуком получены наполненные композиции полилактоида (ПЛА) с восстановленным оксидом графена (ВОГ) различного состава. Изучено влияние структуры образующихся композитов на комплекс их свойств. Методом сканирующей электронной микроскопии показано образование агрегатов наночастиц ВОГ при синтезе композиций в жидкой фазе, приводящих к снижению их прочностных и электрических характеристик. Проведено сравнительное изучение термофизических характеристик ПЛА в композициях, полученных твердофазным и жидкофазным методами, и определены соответствующие температуры и теплота термических переходов, а также рассчитана кристалличность образцов. Обнаружено резкое падение кристалличности ПЛА в композициях, синтезированных в твердой фазе, обусловленное аморфизацией полимера под действием сдвиговых деформаций и снижением сегментальной подвижности макромолекул в этих условиях.

Введение

Существующий тренд на постепенный переход от синтетических полимеров, получаемых из нефтяных источников, к синтезируемым из природного сырья, становится все более очевидным. Среди различных полимеров такого типа наиболее перспективным является термопластичный алифатический полиэфир полилактид (ПЛА), получаемый поликонденсацией молочной кислоты [1, 2].

Молочная кислота — простейшая гидроксикислота, имеющая хиральный атом углерода и существующая в виде двух оптических *l*- и *d*-изомер-

ров. Сырьем для получения молочной кислоты могут служить различные углеводы, такие как глюкоза, сахароза, лактоза и др.

Существуют два способа синтеза ПЛА: прямой поликонденсацией молочной кислоты и полимеризацией лактида (димера молочной кислоты) с раскрытием цикла, причем второй способ используется наиболее часто и позволяет получать полимеры с высокой молекулярной массой [3, 4]. Варьируя время реакции, температуру, тип и количество катализатора, можно влиять на свойства образующегося полимера. Подбор оптимального катализатора является крайне важным аспектом данного процесса, так как от него зависят свойства и выход конечного продукта. Обычно для синтеза ПЛА используют металлоорганические катализаторы, которые дают хороший выход, однако загрязняют конечный продукт и затрудняют процесс его очистки, поэтому в настоящее время применяются альтернативные каталитические системы, не содержащие металлы.

Соотношение изомеров в полимере регулируют составом реакционной смеси (изменяют соотношение L,L-, D,L- и DD-лактида, вступающего в реакцию полимеризации) [5].

ПЛА обладает некоторыми недостатками, ограничивающими его использование, основными из которых являются низкая термостабильность и гидрофильность, а также повышенная хрупкость [2]. Эти недостатки могут быть устранены либо путем смешения ПЛА с полимерами, либо добавлением наполнителей.

В последние годы появились работы, направленные на создание полимерных материалов на основе ПЛА, содержащих в качестве наполнителей различные производные углерода, такие как многостенные углеродные нанотрубки, терморасширенный графит, оксид графита (ОГ) и восстановленный оксид графена (ВОГ).

ОГ представляет собой ковалентное соединение графита с присоединенными к графеновым плоскостям различных кислородосодержащих (эпоксидных, карбоксильных, гидроксильных, эфирных и пр.) групп. Наличие дефектов, образующихся при окислении графита и остаточных кислородосодержащих групп, обуславливает снижение электропроводности, вследствие чего ОГ является отличным изолятором и эффективно применяется при производстве изолирующих покрытий, противопожарных пен и др. [6].

При восстановлении ОГ происходит частичное восстановление и удаление кислородосодержащих групп, в результате чего образуется ВОГ. Поэтому терморасширенный графит и ВОГ благодаря хорошей тепло- и электропроводности представляют собой перспективные наполнители при создании композитов, улучшающих не только физико-химические характеристики ПЛА, но и повышающие его теплостойкость [7—9].

В силу высоких значений электро- и теплопроводимости графена или графитовых нанопластин введение даже их незначительного количества в полимерную матрицу может привести к созданию тепло- и электропроводящих композитных материалов [10]. Композиции ПЛА с ВОГ активно

используют в биомедицине при создании биосовместимых изделий, обладающих высокой прочностью — скаффолдов и биоимплантов [11, 12].

Процессы термодеструкции композитов на основе ПЛА с графеновыми добавками также являются предметом интенсивного изучения, что связано с необходимостью решения проблем термостабильности и горючести этих материалов, в частности в [13] проведено исследование влияние ВОГ на пиролиз ПЛА.

Полимерные нанокомпозиты, содержащие производные графена, могут быть получены различными способами, обычно используемыми при получении полимерных композиций [14]. Основные методы создания подобных композиций — смешение коллоидных суспензий графеновых производных с полимерными растворами либо растворение полимеров в этих суспензиях, а также твердофазное смешение компонентов под действием сдвиговых деформаций.

В литературе имеется незначительное количество работ, посвященных твердофазному синтезу композиций, содержащих углеродные нанонаполнители. Так, например, в [15] смешение полимера с ВОГ проводили непосредственно в экструдере.

Ранее в многочисленных работах в условиях твердофазного смешения в смесителях различных типов (одношнековый диспергатор, смеситель Брабендера), в которых реализуется принцип совместного воздействия на материал давления и сдвиговых деформаций, были получены композиции на основе полимеров различных классов (полиэтилен, природные полисахариды, полиэфиры полилактид и поли-(3-гидроксibuтират) и изучены их свойства [16—18].

Цель настоящей работы — получение твердофазным и жидкофазным способами наполненных полимерных композиций ПЛА-ВОГ и сравнительное исследование их свойств.

1. Экспериментальная часть

Исследовали полилактид марки 4043D (Nature Works, США) ($T_{\text{melt}} = 155$ °С, прозрачность 2,1%). В качестве наполнителя использовали ВОГ. Синтез осуществляли в несколько стадий: сначала окислением кристаллического графита раствором KMnO_4 в кислой среде по методу Хаммерса синтезировали оксид графита (ОГ), из которого затем восстановлением получили ВОГ.

Термическое восстановление ОГ проводили в трубчатой печи при 900 °С, где происходило взрывообразное разложение ОГ с выделением газообразных CO , CO_2 и H_2O и образованием значительно увеличенного в объеме твердого продукта — ВОГ. [19]. Степень восстановления ОГ (С : О) согласно [20] составляет 42,6.

Определение дисперсного состава ВОГ методом лазерной дифракции проводили в жидкой среде на анализаторе размеров частиц Fritsch

Analysette 22 Microtec plus (“Fritsch”, Германия), разрешающая способность которого 0,08—2000 мкм.

Композиции ПЛА-ВОГ с содержанием ВОГ в диапазоне концентраций 0,05—0,25% по массе были получены под действием сдвиговых деформаций в смесителе закрытого типа Plastograph EC (Brabender®, Germany) при скорости вращения ротора 100 об/мин.

При получении композиций ПЛА-ВОГ жидкофазным способом исходный ПЛА предварительно растворяли в хлороформе. К полученному раствору добавляли расчетное количество ВОГ и перемешивали под действием ультразвука в течение 30 мин при температуре 20 °С. Затем растворитель удаляли на роторном испарителе, а полученную смесь сушили до постоянного веса. Последующим прессованием были получены образцы пленок, содержащие от 0,05 до 20% по массе ВОГ.

Для последующих исследований на лабораторном прессе Carver CH 4386.4010 при температуре 190 °С и давлении 10 МПа были отпрессованы пленки толщиной 0,3 мм.

Механические испытания проводили на разрывной машине “Instron-3365” (УК) в режиме одноосного растяжения при постоянной скорости перемещения верхней траверсы 5,0 мм/мин и комнатной температуре. Образцы имели форму двухсторонних лопаток с длиной рабочей части 35 мм и шириной 5 мм. Из диаграмм растяжения напряжение—удлинение (σ — ε) определяли модуль упругости E , предельные значения прочности σ_u и удлинения ε_u . Результаты усредняли по шести-семи образцам.

Диэлектрические свойства нанокомпозитов (диэлектрическая проницаемость, потери, электрический модуль и проводимость) исследовали в диапазоне частот 10^{-1} — 10^6 Гц с помощью импеданс-анализатора NovocontrolAlpha-A и диэлектрической ячейки ZGS Alpha Active Sample Cell с позолоченными дисковыми электродами диаметром 20 и 30 мм.

Теплофизические характеристики композиций измеряли на дифференциальном сканирующем калориметре DSC 204 F1 (Netzsch) со скоростью нагрева 10°/мин в атмосфере аргона.

Фазовую структуру композиций исследовали методом электронной сканирующей микроскопии (Jeol JSM 6060A, Япония). Во вторичных электронах при ускоряющем напряжении 15 кэВ получены СЭМ-изображения, характеризующие морфологию поверхности сколов пленок объектов исследования. Предподготовка заключалась в магнетронном напылении золота в среде аргона на поверхность образца с целью получения токопроводящей пленки толщиной менее разрешающей способности электронного сканирующего микроскопа.

2. Результаты и обсуждения

В общем случае свойства наполненных композиций в значительной степени зависят от дисперсии нанонаполнителей и равномерности их

распределения в матрице полимера [21, 22]. В то же время эффект армирования в присутствии ВОГ может проявляться более значительно благодаря его межфазному взаимодействию с полимерной матрицей [23]. Однако нанонаполнители могут агрегировать и таким образом снижать эффективность своего присутствия [24]. Кроме того, необходимо учитывать такой важный фактор, как характеристическое отношение частиц, оказывающее влияние на свойства армированного материала [25, 26].

Как уже упоминали, в данной работе исследуемые композиции были получены двумя способами: в твердой фазе и в растворе хлороформа.

Преимуществом получения наполненных полимерных наноконпозиций путем твердофазного смешения полимеров с различными наполнителями, в том числе и с углеродными наночастицами, под действием сдвиговых деформаций является отсутствие растворителя, что позволяет избежать стадии его удаления и, следовательно, делает процесс экологически чистым. Кроме того, проведение процесса в таких условиях должно способствовать более однородному распределению наночастиц наполнителя в полимерной матрице. Необходимо также отметить, что твердофазное воздействие на полимер сдвиговых деформаций, реализующихся в экструдере или смесителе Брабендера, как было показано в [27], приводит к его аморфизации, сопровождающейся разрушением кристаллической решетки, что облегчает протекание реакций в твердой фазе.

На рис. 1—*а* приведена кривая распределения частиц порошка ВОГ, полученная методом лазерной дифракции, а на рис. 1—*б* — микрофотография ВОГ, полученная методом СЭМ. Из кривой распределения видно, что размер частиц наполнителя варьируется от 0,34 до 80 мкм, причем максимум кривой распределения соответствует частицам размером 24,29 мкм. Содержание фракции с частицами менее 42 мкм — около 90%, из них доля с частицами менее 12 мкм примерно 25%.

Размер частиц ВОГ, приведенных на микрофотографии СЭМ, ~4 мкм, что соответствует размерам частиц, описываемых кривой распределения.

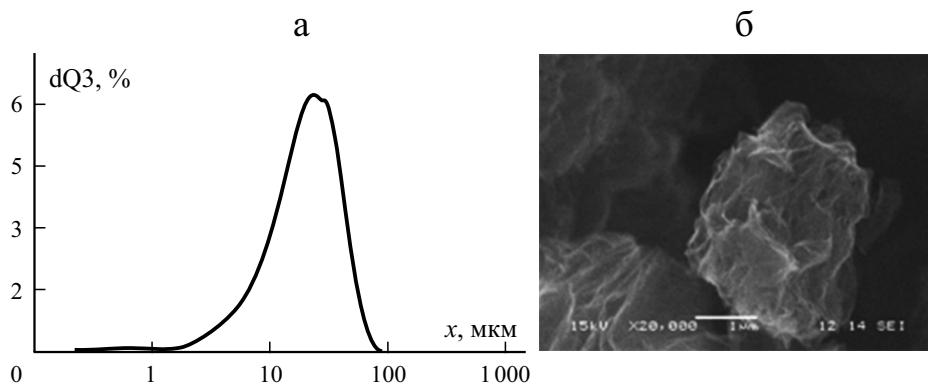


Рис. 1. Кривая распределения (*а*) и СЭМ-изображение (*б*) ВОГ.

Табл. 1.

Механические характеристики ПЛА и композиций ПЛА-ВОГ полученных разными способами

Содержание ВОГ в композиции, % по массе	E , МПа	σ_u , МПа	ε_u , %
Твердофазный способ			
ПЛА	2700±129	45,4±1,9	4,0±0,15
0,05	2720±136	46,3±1,6	2,0±0,1
0,10	2728±163	48,5±1,8	2,0±0,1
0,15	2755±138	50,4±1,5	2,1±0,1
0,20	2778±194	51,5±1,7	2,2±0,1
0,25	2788±167	52,5±2,1	2,5±0,05
Жидкофазный способ			
ПЛА	2900±174	47,7±2,1	3,0±0,1
0,05	3000±150	46,7±1,9	2,5±0,05
0,10	3040±156	42,9±1,7	2,5±0,1
0,15	3100±217	40,8±2,2	2,5±0,1
0,20	3210±192	39,8±1,6	2,0±0,05
0,25	3220±161	38,5±1,8	2,0±0,05
1,00	3230±221	35,2±1,5	1,5±0,02
3,00	3235±159	32,1±1,9	1,5±0,03
5,00	3390±203	22,6±1,4	1,0±0,01

2.1. Механические свойства композиций. Механические характеристики ПЛА и его композиций с ВОГ, полученных твердофазным и жидкофазным способами, приведены в табл. 1. Рассчитанные механические параметры ПЛА типичны для стеклообразных полимеров с низким удлинением при разрыве.

Сравнительное изучение данных показывает, что увеличение содержания наполнителя в интервале концентраций 0,05—0,25% по массе при твердофазном синтезе практически не влияет на значения модуля жесткости E , тогда как при жидкофазном синтезе происходит его незначительное повышение. Как известно, введение более жесткого по сравнению с полимерной матрицей наполнителя обычно приводит к возрастанию жесткости композиции, что объясняется передачей усилий на наполнитель, вследствие чего при условии хорошей адгезии происходит увеличение модуля Юнга. Данные табл. 1 коррелируют с полученными в [28, 29].

В случае, если увеличение концентрации наполнителя при твердофазном синтезе приводит к росту прочности, то при жидкофазном синтезе наблюдается падение значений прочности, особенно заметное при более высоких степенях наполнения. Это может быть связано с различиями в структуре композиций, возникающими вследствие неравномерности

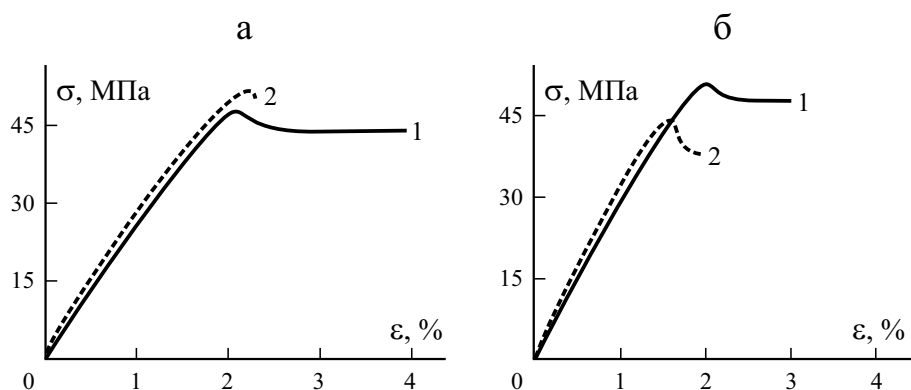


Рис. 2. Диаграммы растяжения σ — ε ПЛА (1) и композитов ПЛА-ВОГ (2), полученных в условиях твердофазного (а) и жидкофазного (б) синтеза, с содержанием наполнителя 0,25% по массе.

распределения частиц ВОГ. В этой связи необходимо отметить, что при проведении жидкофазного синтеза было заметно наличие черного слоя ВОГ, что свидетельствует о неравномерности перемешивания.

Значения удлинения композиций в зависимости от содержания нанонаполнителя изменяются незначительно, что объясняется высокой жесткостью системы, однако можно отметить, что при жидкофазном способе получения наблюдается более заметное падение разрывного удлинения.

Деформационное поведение полимерных систем, содержащих наполнитель, зависит от размера и формы включений, а также морфологии полимерной матрицы. В композитах на основе пластичных полимеров, деформирующихся с образованием шейки, введение наполнителя меняет характер растяжения. В зависимости от свойств матрицы наблюдается либо переход от деформирования с образованием и ростом шейки к однородному пластичному растяжению (пластично-пластичный переход) или переход к хрупкому разрыву (пластично-хрупкий переход).

На рис. 2 приведены диаграммы растяжения σ — ε для ПЛА и смесей ПЛА-ВОГ, полученных в условиях твердофазного (рис. 2—а) и жидкофазного синтеза (рис. 2—б), с содержанием наполнителя 0,25% по массе. Видно, что при удлинении 2% у ПЛА начинает формироваться “шейка”. При дальнейшем растяжении образца сечения исходной и суженной зон изменяются, и образовавшаяся “шейка” распространяется по образцу. Введение в ПЛА наполнителя приводит к изменению кривых растяжения. Композиты, полученные твердофазным методом, деформируются однородно без образования “шейки”, т.е. напряжение в них монотонно возрастает по мере роста деформации (см. кривую 2 рис. 2—а). При растяжении композитов ПЛА-ВОГ, полученных в условиях жидкофазного синтеза, так же, как и для ПЛА, наблюдается образование “шейки” (см. кривую 2 рис. 2—б). При этом значения предела прочности σ_u и удли-

нения при разрыве ε_u для композиций значительно ниже, чем для исходного полимера.

Таким образом, наблюдаемые различия в изменении механических характеристик композиций, по-видимому, объясняются тем, что в условиях твердофазного синтеза частицы наполнителя более равномерно распределены в полимерной матрице. Это обуславливает возрастание прочности материала с увеличением содержания ВОГ, тогда как при синтезе в растворе частицы ВОГ находятся в агрегированном состоянии. Такая агрегация способствует образованию неоднородной структуры композиций, приводящей к снижению их прочностных характеристик.

2.2. Электрические свойства композиций. Одним из наиболее перспективных направлений использования композиций, содержащих графеновые производные, является возможность их применения в различных электронных устройствах благодаря высокой электрической проводимости. Для того чтобы наноконкомпозиты обладали электрической проводимостью, концентрация электропроводящего наполнителя должна быть выше порога перколяции [30].

В работе были измерены электрические характеристики композиций, полученных жидкофазным методом, с концентрацией ВОГ 0,25% по массе и композиций, содержащих ВОГ от 1 до 15% по массе. Поскольку, как уже упоминали, на использованном виде оборудования получение твердофазным методом композитов со столь высокими концентрациями наполнителя затруднительно, то для измерений был выбран диапазон концентраций ВОГ 0,05—0,25% по массе.

На рис. 3—а приведены зависимости проводимости σ от частоты f для композиций, полученных жидкофазным способом, при разной концентрации наполнителя C . Линейная зависимость от частоты свидетель-

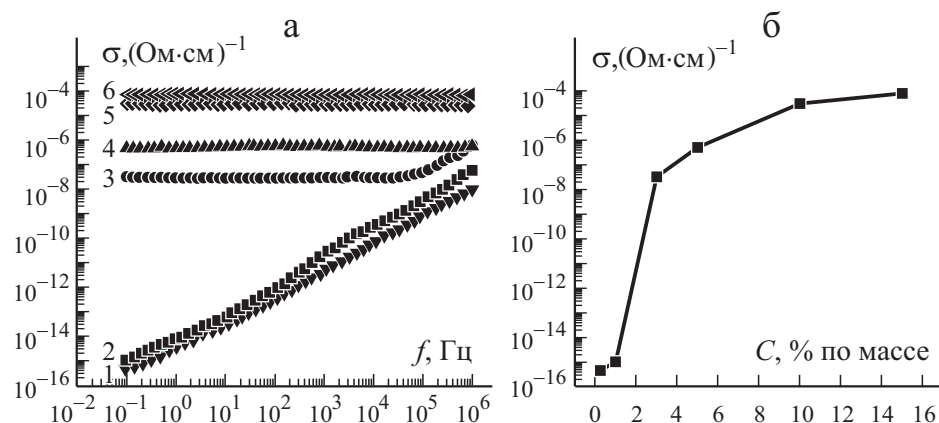


Рис. 3. Зависимость проводимости σ от частоты f при $C = 0,25$ (1); 1 (2); 3 (3); 5 (4); 10 (5); 15% по массе (б) (а) и от концентрации наполнителя C (б) композиций, полученных жидкофазным способом.

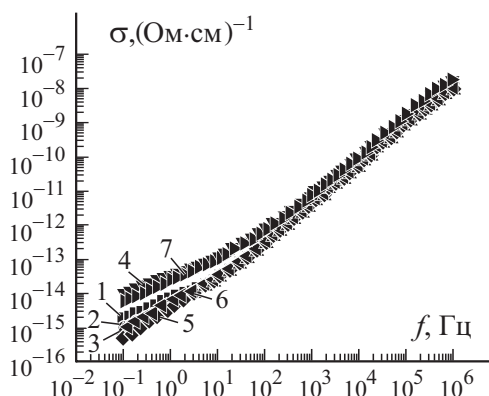


Рис. 4. Зависимость проводимости ПЛА σ и композиций, полученных твердофазным способом, от частоты f при разной концентрации наполнителя C : (1 — ПЛА после обработки в смесителе Брабендера; 2 — исходный ПЛА; 3—7 — композиции при $C = 0,1$ (3); 0,05 (4); 0,15 (5); 0,20 (6); 0,25% по массе (7).

ствует о прыжковом механизме проводимости между изолированными частицами наполнителя, т.е. концентрация наполнителя ниже порога перколяции. Когда порог протекания превышен, проводимость не зависит от частоты. Как видно из данных рис. 3—а, для композитов при $C = 0,25$ и 1% по массе порог протекания еще не достигнут, тогда как при $C = 3\%$ по массе и выше независимость проводимости от частоты свидетельствует о превышении порога протекания. В то же время в интервале концентраций наполнителя 1—3% по массе происходит резкое (на семь-восемь порядков) возрастание проводимости (рис. 3—б). Оценка порога протекания дает значение $\sim 2,5\%$.

Для композиций, полученных твердофазным способом, проводимость линейно зависит от частоты (рис. 4), и ее значения мало отличаются от значений проводимости ненаполненного полимера. Линейная зависимость от частоты свидетельствует о прыжковом механизме проводимости между изолированными частицами наполнителя, т.е. концентрация наполнителя ниже порога перколяции.

Необходимо еще раз отметить, что поскольку диапазоны концентрации наполнителя в композитах, полученных жидкофазным и твердофазным способами, вследствие особенностей проведения синтеза значительно различаются, то единственной общей точкой для измерения электрических характеристик является концентрация ВОГ, равная 0,25% по массе.

Анализ данных рис. 5 показывает, что проводимость на низких частотах композита, полученного твердофазным методом, более чем на порядок выше, чем полученного жидкофазным методом. При этом диэлектрическая проницаемость композита, полученного твердофазным методом (3,0), также выше, чем синтезированного в жидкой фазе (2,7), и разница этих значений более чем 10%.

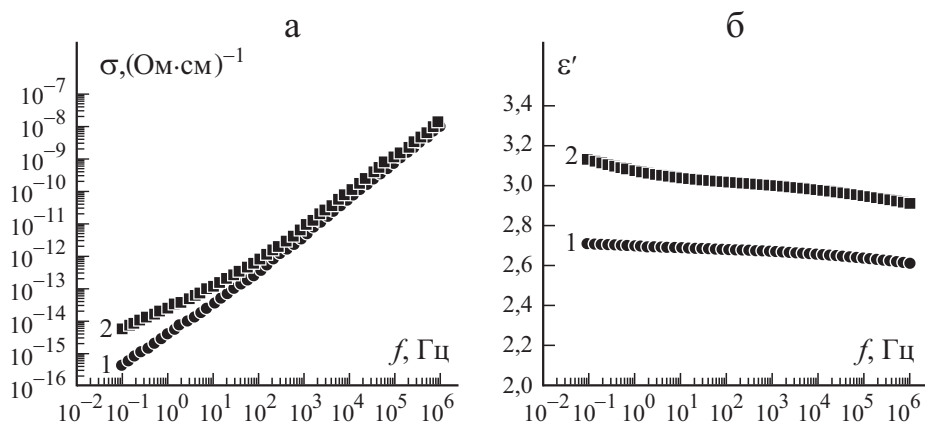


Рис. 5. Зависимость проводимости σ (а) и диэлектрической проницаемости ε' (б) от частоты f композитов, полученных жидкофазным (1) и твердофазным (2) способами. $C = 0,25\%$ по массе.

Таким образом, более высокая проводимость композита, полученного твердофазным методом, при одинаковой концентрации наполнителя позволяет предположить, что порог протекания для этих композиций окажется ниже, чем полученных жидкофазным методом. Это предположение согласуется с результатами механических испытаний образцов, свидетельствующими о более равномерном распределении частиц ВОГ в матрице, полученной твердофазным способом.

2.3. Термофизические свойства композиций. Теплофизические характеристики композиций, полученных жидкофазным и твердофазным методами, определяли методом ДСК.

ДСК-термограммы использовали для определения температуры стеклования T_g , температуры релаксации T_r , температуры холодной кристаллизации (кристаллизации в расплаве) $T_{c,cr}$, температуры плавления T_{melt} , а также энтальпий релаксации ΔH_r , холодной кристаллизации $\Delta H_{c,cr}$ и плавления ΔH_{melt} . Удельный тепловой поток от пика плавления (мВт/мг) соотносили с массой ПЛА за вычетом массы ВОГ, с целью коррекции тепловых эффектов.

Степень кристалличности ПЛА и его композиций χ (%) вычисляли по формуле

$$\chi = \frac{\Delta H_{melt} + \Delta H_{cr}}{\Delta H_{melt}^{100}},$$

где ΔH_{melt}^{100} — теоретическая величина энтальпии плавления 100-процентного кристаллического поли(L-лактида), по литературным данным равная 93,6 Дж/г [31]. Рассчитанная таким образом степень кристалличности ПЛА равна 30,8%.

На рис. 6 представлены типичные ДСК-кривые композиций ПЛА-ВОГ, полученные в растворе хлороформа (а) и в условиях твердофазного сме-

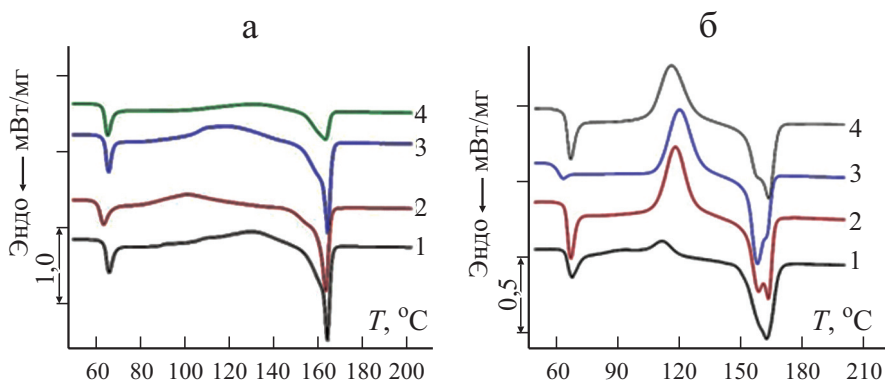


Рис. 6. Зависимость теплового потока (ДСК) от температуры T композиций ПЛА-ВОГ, полученных в растворе хлороформа, содержащих 0,05 (1); 0,1 (2); 0,25 (3); 1,0% по массе (4) ВОГ (а), и в условиях твердофазного смешения для исходного ПЛА (1) и композиций ПЛА-ВОГ, содержащих 0,05 (2); 0,15 (3); 0,25% по массе (4) ВОГ (б), при первичном нагревании.

шения (б). Как видно из рисунка, на всех термограммах ДСК исходного ПЛА и композиций ПЛА-ВОГ, полученных в растворе хлороформа (рис. 6—а) и в условиях твердофазного смешения (рис. 6—б), наблюдается переход из стеклообразного состояния в высокоэластичное, с температурами стеклования T_g в диапазоне 61,1—66,0 °С (табл. 2). В диапазоне

Табл. 2.

Термофизические характеристики ПЛА и композиций ПЛА-ВОГ, полученных разными способами

Образец	$T_g, °C$	$T_f, °C$	$\Delta H_f, Дж/Г$	$T_{c,cr}, °C$	$\Delta H_{c,cr}, Дж/Г$	$T_{melt}, °C$	$\Delta H_{melt}, Дж/Г$	$X, \%$
В растворе хлороформа								
ПЛА-ВОГ 0,05% по массе	64,8	66,0	-4,8	129,5	16,3	- / 162,8	-38,2	23,4
ПЛА-ВОГ 0,1% по массе	62,2	63,6	-3,6	100,9	15,5	- / 162,1	-36,2	22,0
ПЛА-ВОГ 0,25% по массе	64,6	65,8	-4,2	117,6	21,3	- / 162,9	-39,6	19,7
ПЛА-ВОГ 1,0% по массе	64,1	65,4	-4,4	129,6	7,6	- / 162,0	-17,3	10,4
Твердофазный способ								
ПЛА-ВОГ 0,05% по массе	65,9	67,3	-5,3	117,7	28,8	157,7/162,5	32,1	3,5
ПЛА-ВОГ 0,1% по массе	62,0	63,0	-1,6	119,2	27,4	156,3/161,7	30,1	2,9
ПЛА-ВОГ 0,25% по массе	65,7	67,2	-5,1	115,6	28,4	157,3/162,7	31,0	2,0

температур 62,2—68,1 °С присутствуют типичные эндо-пики, отражающие релаксационный эффект структуры ПЛА, возникающий сразу же после перехода композиций из стеклообразного состояния в высокоэластичное, сопровождающегося обратимой деформацией макромолекул ПЛА при малых растяжениях.

При температуре выше 110 °С для всех композиций ПЛА наблюдается экзотермический эффект “холодной кристаллизации”. Из данных табл. 2 видно, что значения температуры “холодной кристаллизации” для всех композиций ПЛА-ВОГ, полученных в растворе хлороформа, находятся в диапазоне температур 100,9—129,6 °С, тогда как аналогичные значения $T_{c.cr}$ для композиций, полученных в условиях твердофазного смешения, — в диапазоне 115,6—119,2 °С.

В общем случае значения теплот “холодной кристаллизации” ($\Delta H_{c.cr}$) для композиций ПЛА-ВОГ, полученных твердофазным способом, выше полученных в растворе хлороформа (см. табл. 2), что свидетельствует о более равномерном распределении ВОГ в ПЛА при твердофазном смешении, приводящем к снижению сегментальной подвижности цепей ПЛА и затруднению формирования кристаллической структуры ПЛА в расплаве. Кроме того, из-за аморфизации полимера при твердофазном смешении под действием сдвиговых деформаций доля аморфного полимера увеличивается, вследствие чего возрастает его способность к холодной кристаллизации.

Необходимо отметить, что тепловой эффект плавления (ΔH_{melt}) для α - и α' -кристаллических форм ПЛА снижается в композициях ПЛА-ВОГ, полученных в растворе хлороформа (см. табл. 2), по мере увеличения концентрации ВОГ и практически остается неизменным для композиций, полученных в условиях твердофазного смешения (см. табл. 2).

Проведенная сравнительная оценка влияния концентрации ВОГ на степень кристалличности композиций ПЛА-ВОГ, полученных обоими

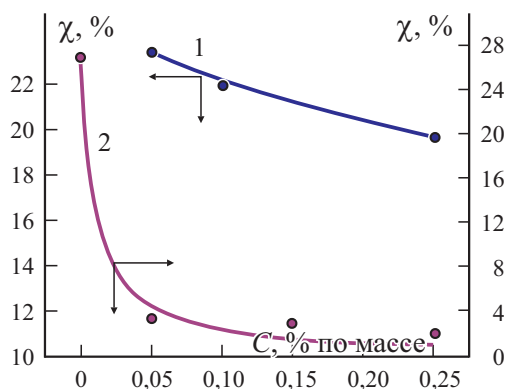


Рис. 7. Зависимость степени кристалличности χ ПЛА от концентрации ВОГ C в композициях, полученных в растворе хлороформа (1) и в условиях твердофазного смешения (2).

способами, показала, что значения степени кристалличности ПЛА в композициях, полученных жидкофазным способом, выше, чем синтезированных в твердой фазе.

Наблюдаемое резкое падение значений кристалличности ПЛА в композициях, полученных твердофазным способом, по сравнению с кристалличностью исходного ПЛА может быть связано с аморфизацией ПЛА в процессе твердофазного смешения ВОГ под действием сдвиговых деформаций. Как уже упоминали ранее, аморфизация полимеров приводит к снижению их степени кристалличности. Кроме того, несомненно, следует учитывать и более равномерное распределение частиц ВОГ в композициях ПЛА при твердофазном смешении, чем в растворе хлороформа, приводящее к затруднению образования кристаллической фазы ПЛА вследствие снижения сегментальной подвижности цепей макромолекул. Полученные результаты иллюстрируют кривые, приведенные на рис. 7, из которых отчетливо видно изменение степени кристалличности ПЛА в композициях, полученных разными методами.

2.4. Морфология композиций. Описанные результаты получили свое подтверждение при исследовании морфологии композиций, полученных

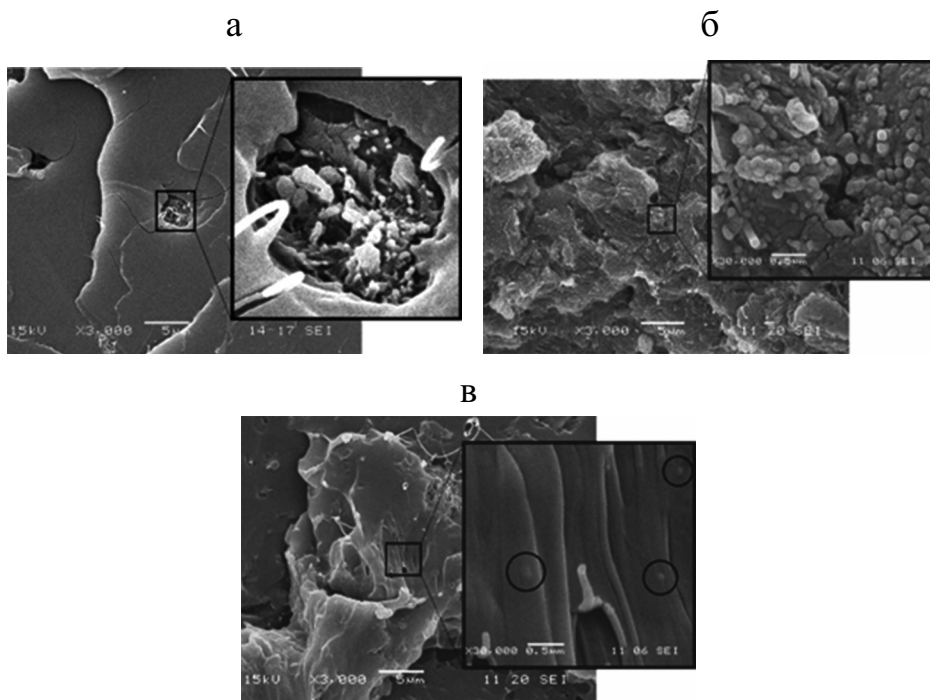


Рис. 8. СЭМ-изображения композиций ПЛА-ВОГ, полученных жидкофазным способом с содержанием наполнителя 0,25 (а) и 10% по массе (б), и твердофазным способом, содержащих 0,25% по массе ВОГ (в).

разными способами, методом сканирующей электронной микроскопии (СЭМ).

Из данных рис. 8—*a, б* отчетливо видно, что в композициях, полученных жидкофазным способом, частицы наполнителя коагулируют с образованием агрегатов, локализуемых в отдельных областях. Отметим, что с ростом концентрации ВОГ в матрице ПЛА характер распределения частиц и их размеры не меняются, а увеличивается только объемная доля дисперсной фазы в композитном материале.

В то же время твердофазный способ получения композиций (рис. 8—*в*) приводит к получению фазовой структуры типа матрица—включения с равномерным распределением дисперсных частиц коагулировавшего ВОГ размером 100 нм.

Таким образом, полученные СЭМ-изображения композиций наглядно демонстрируют различия в структуре образцов и полностью согласуются с результатами исследования их механических, электрических и теплофизических характеристик, согласно которым метод получения является главным фактором, определяющим свойства образующегося материала.

Выводы

Методами твердофазного смешения под действием сдвиговых деформаций в смесителе Бранднера и смешением в жидкой фазе под действием ультразвука получены нанокomпозиции ПЛА-ВОГ разного состава. Проведено сравнительное изучение механических, электрических и термических свойств, а также морфологии композиций. Установлено, что композиции, полученные в твердой фазе, обладают более высокими прочностными характеристиками, что объясняется более равномерным распределением и отсутствием агрегации наночастиц ВОГ в матрице ПЛА, чем получение в жидкой фазе. Для композитов, полученных твердофазным методом, проводимость на низких частотах более чем на порядок превышает проводимость композитов, полученных жидкофазным методом, при одинаковой концентрации 0,25% по массе.

При исследовании термofизических свойств композиций продемонстрированы различия температур фазовых переходов и величин тепловых эффектов. Обнаруженное резкое падение степени кристалличности ПЛА в композициях, полученных твердофазным способом, обусловлено двумя причинами: аморфизацией полимера под действием сдвиговых деформаций и снижением сегментальной подвижности полимерных цепей в присутствии неагрегированных частиц ВОГ. Исследование морфологии композиций методом СЭМ показало различие структур композиций, полученных обоими методами, что является важным подтверждением влияния способа смешения на свойства образующихся материалов.

Таким образом, разрабатываемые композиции, являющиеся новыми перспективными полимерными материалами с улучшенными по сравнению с исходным полилактидом прочностными и термическими харак-

теристиками, а также повышенной электропроводностью, могут быть востребованы во многих современных технологических устройствах, включая солнечные батареи, плазменные мониторы, сенсорные экраны, а также в биомедицине и т.д.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (№ проекта 22-23-00369).

Работа посвящена 70-летию Лаборатории армированных пластиков ФИЦ ХФ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jem K. J., van der Pol J. F., de Vos S.* Microbial lactic acid, its polymer poly(lactic acid) and their industrial applications // *Plastics from Bacteria: Natural Functions and Applications* / Ed. G. G.-Q. Chen — Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. — P. 323—346.
2. *Garlotta D. A.* Literature review of poly(lactic acid) // *J. Polym. Environ.* — 2011. — Vol. 19, Iss. 2. — P. 63—84.
3. *Ghaffar T. Irshad M., Anwar Z., Aqil T., Zulifqar Z., Tarig A., Kamran M., Ehsan N., Mehmood S.* Recent trends in lactic acid biotechnology: A brief review on production to purification // *J. Radiat. Res. Appl. Sci.* — 2014. — Vol. 7, Iss. 2. — P. 222—229.
4. *Mehta R., Kumar V., Bhunia H., Upadhyay S. N.* Synthesis of poly(lactic acid): A Review // *J. Macromol. Sci., Polym. Rev.* — 2005. — Vol. 45, Iss. 4. — P. 325—349.
5. *Drumright R. E., Gruber P. R., Henton D. E.* Polylactic acid technology // *Adv. Mater.* — 2000. — Vol. 12, Iss. 23. — P. 1841—1846.
6. *Gao W.* The Chemistry of grapheme oxide // *Graphene Oxide.* — Cham: Springer Int. Publ., 2015. — P. 61—95.
7. *Fu Y., Liu L., Zhang J., Hiscox W. C.* Functionalized graphenes with polymer toughener as novel interface modifier for property-tailored polylactic acid/graphene nanocomposites // *Polym.* — 2014. — Vol. 55, Iss. 24. — P. 6381—6389.
8. *Rogovina S., Lomakin S., Usachev S., Gasymov M., Kuznetsova O., Shilkina N., Shevchenko V., Shapagin A., Prut E., Berlin A.* The study of properties and structure of polylactide-graphite nanoplates compositions // *Hindawi Polym. Crystal.* — 2022. — Article ID 4367582. — 9 p.
9. *Mortazavi B., Hassouna F., Laachachi A., Rajabpour A., Ahzi S., Chapron D., Toniazzi V., Ruch D.* Experimental and multiscale modeling of thermal conductivity and elastic properties of PLA/expanded graphite polymer nanocomposites // *Thermochim. Acta* 552. — 2013. — P. 106—113.
10. *Gao Y., Picot O. T., Bilotti E., Peijs T.* Influence of filler size on the properties of poly(lactic acid) (PLA)/graphene nanoplatelet (GNP) nanocomposites // *Europ. Polym. J.* — 2017. — Vol. 86. — P. 117—131.
11. *Lai Y.-H., Chen Y.-H., Pal A., Chou S.-H., Chang S.-J., Huan E.-W., Lin Z.-H., Chen S.-Y.* Regulation of cell differentiation via synergistic self-powered stimulation and degradation behavior of a biodegradable composite piezoelectric scaffold for cartilage tissue // *Nano Energy. Part A.* — 2021. — Vol. 90, Dec. — 106545.
12. *Esperanza D., Naroa I., Sylvie R., Senentxu L.-M.* Cytocompatible scaffolds of poly(L-lactide)/reduced graphene oxide for tissue engineering // *J. Biomat. Sci. Polym.* — 2021. — Vol. 32, Iss. 11. — P. 1406—1419.

13. *Usachev S. V., Lomakin S. M., Koverzanova E. V., Shilkina N. G., Levina I. I., Prut E. V., Rogovina S. Z., Berlin A. A.* Thermal degradation of various types of polylactides research. The effect of reduced graphite oxide on the composition of the PLA4042D // *Thermochim. Acta.* — 2022. — Vol. 712. — 179227.
14. *Moniruzzaman M., Winey K. I.* Polymer nanocomposites containing carbon nanotubes // *Macromolecules.* — 2006. — Vol. 39. — P. 5194—5205.
15. *Zhang H. B., Zheng W. G., Yan Q., Wang J. W., Lu Z. H., et al.* Electrically conductive polyethylene terephthalate/graphene nanocomposites prepared by melt compounding // *Polym.* — 2010. — Vol. 51. — P. 1191—1196.
16. *Rogovina S. Z., Aleksanyan K. V., Loginova A. A., Ivanushkina N. E., Vladimirov L. V., Prut E. V., Berlin A. A.* Influence of PEG on mechanical properties and biodegradation of composites based on PLA and starch // *Starch/Staerke.* — 2018. — Vol. 70. — <https://doi.org/10.002/star.201700268>
17. *Rogovina S. Z., Prut E. V., Aleksanyan K. V., Krashininnikov V. G., Perepelitsyna E. O., Shaskin D. P., Ivanushkina N. E., Berlin A. A.* Production and investigation of structure and properties of polyethylene-poly lactide composites // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2019. — Vol. 136, Iss. 22. — 47598. — <https://doi.org/10.1002/app.47598>
18. *Rogovina S. Z., Zhorina L. A., Gatina A. K., Prut E. V., Kuznetsova O. P., Yakhina A. R., Olkhov A. A., Samoylov N. A., Grishin M. V., Iordanskii A. L., Berlin A. A.* Biodegradable polylactide-poly(3-hydroxybutyrate) compositions obtained via blending under shear deformations and electrospinning: characterization and environmental application // *Polym.* — 2020. — Vol. 12. — P. 1088; doi:10.3390/polym12051088
19. *Арбузов А. А., Мурадян В. Е., Тарасов Б. П., Соколов Е. А., Бабенко С. Д.* Эпоксидные композиты с термически восстановленным оксидом графита и их свойства // *Журн. физ. химии.* — 2016. — Т. 90, № 5. — С. 663—667.
20. *Арбузов А. А., Мурадян В. Е., Тарасов Б. П.* Синтез графеноподобных материалов восстановлением оксида графита // *Изв. РАН. Сер. хим.* — 2013. — № 9. — С. 1962—1966.
21. *Alexandre M., Dubois P.* Polymer-layered silicate nanocomposites: preparation, properties and uses of a new class of materials // *Mater. Sci. Eng. R. Rep.* — 2000. — Vol. 28. — P. 1—63.
22. *Fornes T. D., Paul D. R.* Modeling properties on nylon 6/clay nano-composites using composite theories // *Polym.* — 2003. — Vol. 44. — P. 4993—5013.
23. *Gong L., Kinloch I. A., Young R. J., Riaz I., Jalil R., Novoselov K. S.* Interfacial stress transfer in a graphene monolayer nanocomposite // *Adv. Mater.* — 2010. — Vol. 22. — P. 2694—2697.
24. *Schaefer D. W., Justice R. S.* How nano are nanocomposites // *Macromol.* — 2007. — Vol. 40. — P. 8501—8517.
25. *Dreyer D. R., Park S., Bielawski C. W., Ruoff R. S.* The chemistry of graphene oxide // *Chem. Soc. Rev.* — 2010. — Vol. 39. — P. 228—240.
26. *Schniepp H. C., Li J. L., McAllister M. J., Sai H., Herrera-Alonso M., Adamson D. H., et al.* Functionalized single graphene sheets derived from splitting graphite oxide // *J. Phys. Chem. B.* — 2006. — Vol. 110, Iss. 17. — P. 8535—8539.
27. *Роговина С. З.* Химическая модификация природных полисахаридов целлюлозы, хитина и хитозана в твердой фазе под действием сдвиговых деформаций // *Дис. ... д-ра хим. наук. ИСПМ РАН.* — М., — 2003. — 232 с.
28. *Bataklijev T., Georgiev V., Kalupgian C., Mucoz P. A. R., Ribeiro H., Fechine G. J. M., Andrade R. J. E., Ivanov E., Kotsilkova R.* Physico-chemical characterization of PLA-based composites holding carbon nanofillers // *Appl. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 28. — P. 1175—1192.

29. *Goodarzi V., Fasihib M., Garmabi H., Ohshima M., Taki K., Saeb M. R.* Microstructure, mechanical and electrical characterizations of bimodal and nanocellular polypropylene/graphene nanoplatelet composite foams // *Mater. Today Comm.* — 2020. — Vol. 25. — 101447.

30. *Balogun Y. A., Buchanan R. C.* Enhanced percolative properties from solubility dispersion of filler phase in conducting polymer composites (CPCs) // *Compos. Sci. Technol.* — 2010. — P. 892—900.

31. *Fischer E., Sterzel H., Wegner G.* Investigation of the structure of solution grown crystals of lactide copolymers by means of chemical reactions // *Colloid Polym. Sci.* — 1973. — Vol. 521. — P. 980—990.

Поступила в редакцию 16.03.2022

Окончательный вариант поступил 16.06.2022

Received March 16, 2022 (June 16, 2022)

*М. А. Вяткина^а, Ю. А. Горбаткина^а, И. Ю. Горбунова^с, Р. А. Корохин^а,
Н. Г. Павлюкович^{б,в}, Т. В. Петрова^а, В. И. Солодилов^{а*}, И. П. Сторожук^{б,в}*

^а*Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н. Н. Семенова РАН,
Москва, 119991 Россия*

^б*Институт элементоорганических соединений им. А. Н. Несмеянова РАН, Москва, 119991 Россия*

^в*Московский Государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва,
105005 Россия*

^с*Российский химико-технологический университет им. Д. И. Менделеева, Москва, 125047 Россия*

ВЛИЯНИЕ ОЛИГОМЕРНЫХ СОПОЛИИМИДОВ НА СВОЙСТВА ЭПОКСИДНЫХ СВЯЗУЮЩИХ

*М. А. Vyatkina, Yu. A. Gorbatkina, I. Yu. Gorbunova, R. A. Korokhin, N. G. Pavlukovich,
T. V. Petrova, V. I. Solodilov*, I. P. Storozhuk*

EFFECT OF OLIGOMERIC COPOLYIMIDES ON THE PROPERTIES OF EPOXY BINDERS

Keywords: epoxy resin, oligomer copolyimides, viscosity, temperature constancy, adhesive strength of “matrix — fiber” joints.

The application ability of oligomeric copolyimides (OCPI) as epoxy resin modifiers of fiber-reinforced composites was investigated. For this purpose, the properties of epoxy resin compositions based on an ED-20 epoxy resin and iso-MTHPA modified by oligomeric copolyimides with terminal anhydride groups were studied. It is shown that the incorporation of OCPI into the ED-20 epoxy resin does not reduce manufacturability of the initial binder (viscosity of all binders is almost similar in composite formation conditions), increases the “binder-fiber” interface strength (the growth in the adhesive strength reaches 40%), and can slightly improve or reduce the heat capacity (the alteration in the glass temperature is ± 16 -22°C). The magnitude of the effects obtained depends on the amount of injected oligoimide amount and its structure. An analysis of the results obtained allows us to suggest that reactive oligomers can serve as modifiers of the epoxydiane resin in the production of fiber-reinforced structural plastics.

*Автор, с которым следует вести переписку: vital-yo@yandex.ru
Corresponding author: vital-yo@yandex.ru

Ключевые слова: смола эпоксидная, сополиимиды олигомерные, вязкость, теплостойкость, прочность соединений связующее—волокно адгезионная

Рассмотрена возможность применения олигомерных сополиимидов (СПИ) в качестве модификаторов эпоксидных смол, используемых для получения волокнистых композитов. Для этого изучены свойства эпоксидно-ангидридных композиций на основе эпоксидиановой смолы ЭД-20 и изо-МТГФА, модифицированных олигомерными сополиимидами с концевыми ангидридными группами. Показано, что введение СПИ в смолу ЭД-20 не ухудшает технологичности исходного связующего (в условиях формирования композитов вязкость всех связующих практически одинакова), повышает прочность межфазной границы связующее—волокно (рост значений адгезионной прочности достигает 40%), может ухудшать или улучшать теплостойкость (изменение температуры стеклования ± 16 — 22 °С). Величина достигнутых эффектов зависит от количества введённого олигоимиды и его структуры. Анализ результатов позволяет утверждать, что реакционноспособные олигоимиды могут служить модификаторами эпоксидиановых смол при получении армированных волокнами пластиков конструкционного назначения.

Введение

Эпоксидные смолы (ЭС) — одни из наиболее востребованных полимерных материалов, их используют в качестве заливочных электроизоляционных и герметизирующих компаундов, связующих в многочисленных композитных материалах различного функционального назначения, в виде клеев и защитных лакокрасочных покрытий [1—5]. Однако усадка этих смол относительно высока при отверждении, а в отверждённом состоянии — теплостойкость невысокая и высокая хрупкость [6—10]. Направленное регулирование свойств эпоксидных смол введением различных добавок или химическим модифицированием структуры позволяет свести указанные недостатки к минимуму и разрабатывать материалы, удовлетворяющие конкретным эксплуатационным требованиям. Одно из направлений модифицирования ЭС — создание связующих эпоксид—термопласт, в частности, с полисульфонами [10, 11], полиэфиримидами [12—14]. При этом термопласты используют как в виде полимеров (с относительно высокой молекулярной массой), так и олигомеров с концевыми реакционноспособными по отношению к ЭС группами [15]. Применение низкомолекулярных соединений с концевыми химически активными группами, содержащих элементарные звенья хорошо зарекомендовавших себя термопластов, облегчает совместимость этих соединений с эпоксидной смолой и делает процесс приготовления

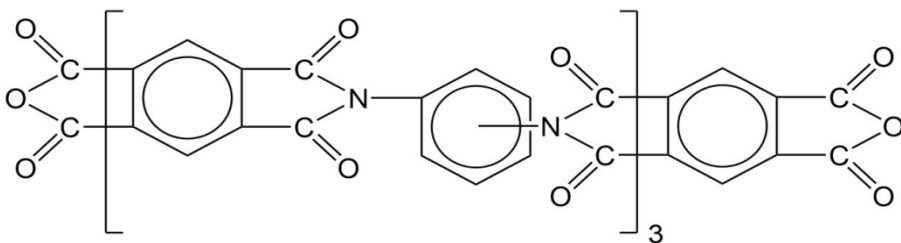
композиции более технологичным, а регулирование величины молекулярной массы олигомеров позволяет разрабатывать связующие с набором функциональных свойств.

В данной работе исследовано влияние модифицирования эпоксидиановой смолы горячего отверждения низкомолекулярными сополиимидами с концевыми реакционноспособными ангидридными группами. Выбор модификаторов связан с тем, что полиимиды, полиэфиримиды и сополиимиды разного химического строения и состава относятся к суперконструкционным термопластам, отличающимся высокой теплостойкостью и механической прочностью, а также хорошей адгезией к разным материалам. Благодаря комплексу своих эксплуатационных свойств эти полимеры находят широкое применение в различных отраслях промышленности, и для их производства имеется обширная сырьевая база [16—21].

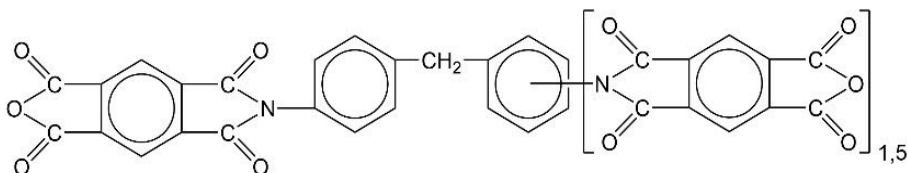
1. Материалы и методы

1.1. Объекты исследования. В качестве основы всех связующих использовали эпоксидиановую смолу ЭД-20. Отвердитель — *изо*-метилтетрагидрофталевый ангидрид (*изо*-МТГФА) (90% от массы смолы), ускоритель полимеризации — 2-метилимидазол (0,2% от массы смолы). В качестве модификаторов использовали реакционноспособные олигоимиды, синтезированные в Институте элементоорганических соединений РАН, представляющие собой порошки от светло-желтого до коричневого цвета. Структурные формулы модификаторов следующие:

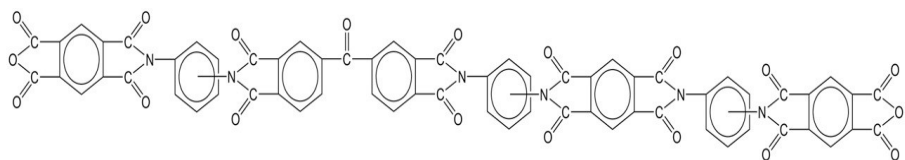
— СПИ-34 — олигомер на основе пиромеллитового диангидрида (ПМДА) и смеси *пара*- и *мета*-фенилендиамина



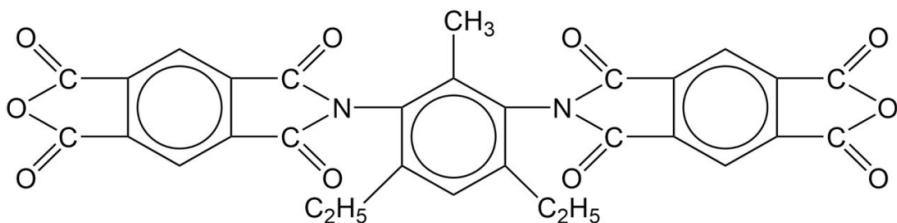
— СПИ-36 — синтезирован на основе смеси изомеров дифенилметандиизоцианата при избытке ПМДА



— СПИ-38 — сополиимид на основе смеси ПМДА и диангирида бензофенонтетракарбоновой кислоты



— ПДТА-2 — синтезирован на основе замещенного *meta*-фенилендиамина и диангирида пиромеллитовой кислоты



Все исследуемые олигоимиды растворимы в диметилформамиде, N-метилпирролидоне и при нагревании — в *изо*-МТГФА.

1.2. Приготовление смесей эпоксид—олигоимид. Олигоимиды растворяли при тщательном перемешивании в нагретом до 70 °С отвердителе. После растворения в *изо*-МТГФА получали прозрачные растворы от светло-жёлтого до тёмно-коричневого цвета. Охлаждённые до 20 °С растворы добавляли в смолу ЭД-20 комнатной температуры, содержащую ускоритель. Концентрация СПИ в получившемся связующем составляла 5—30% от массы смолы. Эти связующие использовали далее при проведении всех измерений.

Отметим, что при хранении в нормальных условиях смеси могут расслаиваться, поэтому их следует перемешивать непосредственно перед приготовлением образцов.

1.3. Измерение вязкости. Вязкость смесей измеряли методом ротационной вискозиметрии на реометре MCR 702 (AntonPaarGmbH, Австрия) с рабочей ячейкой конус—плоскость при температурах 20—80 °С. Угол между конусом и плоскостью 1°. Значение вязкости η , Па·с, определяли из формулы [22, 23]

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}},$$

где τ — напряжение при сдвиге, Па; $\dot{\gamma}$ — скорость сдвига, с⁻¹. Скорость сдвига варьировали от 30 до 410 с⁻¹.

1.4. Измерение температуры стеклования. Температуру стеклования T_g отвержденных образцов определяли с помощью дифференциальной

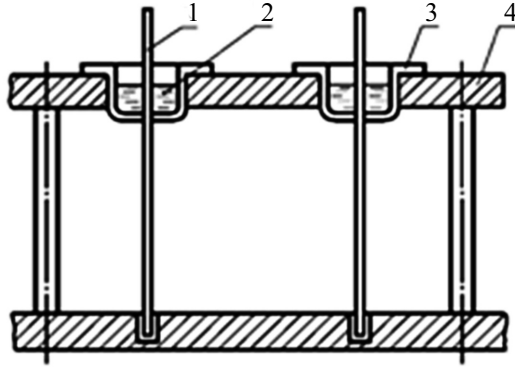


Рис. 1. Схема образца, используемого для определения адгезионной прочности соединений полимеров с волокнами диаметром $d \geq 80\text{—}100$ мкм методом выдёргивания (pull-out): 1 — волокно; 2 — полимер; 3 — алюминиевая чашечка; 4 — приспособление для приготовления образцов.

сканирующей калориметрии (ДСК). Измерения проводили на приборе NETZCH DSC 204F1 Phoenix при температуре $25\text{—}200$ °С со скоростью нагрева 10 К/мин в среде аргона. Для исключения тепловой предыстории образцов в температурную программу ставили два нагрева и определяли температуру стеклования из термограммы второго нагрева. В качестве образцов использовали маленькие кусочки смолы ($3\text{—}5$ мг), которые откалывали от матриц, остающихся в алюминиевых чашечках после измерения адгезионной прочности (см. далее).

1.5. Определение адгезионной прочности соединений эпоксидное связующее—волокно. Адгезионную прочность определяли методом pull-out на модельных образцах, схема которых представлена на рис. 1. Подложкой во всех случаях служила стальная проволока ОВС-9 диаметром $d = 150$ мкм. Химический состав стального волокна ОВС-9: С — $0,67\text{—}0,75$, Si — $0,17\text{—}0,37$, Mn — $0,5\text{—}0,8$, Fe — основа, Cr $\leq 0,25$, Ni $\leq 0,25$, S $\leq 0,035$, P $\leq 0,03$.

Полученные эпоксиолигоимидные смеси заливали в алюминиевые чашечки глубиной $3\text{—}5$ мм и диаметром 8 мм. Образцы отверждали в термощкафу по ступенчатому режиму: 90 °С — 3 ч, 120 °С — 12 ч; от комнатной температуры до 90 °С и от 90 °С до 120 °С образцы нагревали со скоростью 1 град/мин; после термообработки образцы, оставаясь в формах, остывали вместе с термощкафом до комнатной температуры со скоростью $1\text{—}2$ град/мин.

Сдвиговую адгезионную прочность τ образцов определяли по формуле

$$\tau = F / S,$$

где F — сила, необходимая для разрушения соединения (для сдвига

волокна относительно слоя заполимеризованного связующего); S — площадь адгезионного соединения, $S = \pi dl$; d — диаметр волокна; l — длина адгезионного соединения (длина участка волокна, погруженного в смолу). Значение F определяли на адгезиометре (микроразрывная машина, разработанная в ИХФ РАН [24, 25]); длину l измеряли микрометром с двумя конусными вставками.

При изготовлении образцов значения толщины слоя смолы в чашечках (длина контакта волокна со связующим) немного различались. Поэтому площадь склеек образцов оказывается распределённой в некотором интервале ΔS . При обработке результатов измерений интервал ΔS делили на субинтервалы, каждый площадью $0,1 \text{ мм}^2$. Для каждого субинтервала рассчитывали среднее значение разрушающей нагрузки F_{av} и сдвиговой адгезионной прочности τ_{av} образцов, чья площадь попадала в этот субинтервал, и строили зависимость величины τ от размеров соединений. Типичные кривые $\tau — S$ приведены на рис. 6. Подробно методика измерения адгезионной прочности описана в [24, 25].

2. Результаты и обсуждение

Для выяснения возможности использования предлагаемых олигоимидов в качестве модификаторов эпоксидных смол, применяемых в качестве связующих при производстве волокнистых композитов конструкционного назначения, было проверено, как добавление СПИ сказывается на вязкости и теплостойкости эпоксидов и на адгезионной прочности соединений связующее—волокно. Иными словами, как введение олигоимидов влияет на технологическое поведение связующих, их теплостойкость (у эпоксидов невысокая) и на прочность межфазной границы волокно—матрица, так как известно, что (при неидеальной адгезии) прочность однонаправленного композита изменяется симбатно с адгезионной прочностью. Заметное ухудшение хотя бы одного из трёх указанных параметров вызывает сомнение в целесообразности использования данных олигоимидов для модифицирования эпоксидиановых смол.

2.1. Влияние олигоимидов на вязкость связующих. Результаты измерения вязкости смесей η эпоксидная смола—реакционноспособный сополиимид представлены на рисунках 2—4. На рис. 2 показаны типичные зависимости вязкости η от скорости сдвига $\dot{\gamma}$. Видно, что при постоянной температуре (в интервале $20—80 \text{ }^\circ\text{C}$) значения η и немодифицированной, и модифицированных смесей остаются практически постоянными, т.е. все исследуемые смеси (связующие) — ньютоновские жидкости. Введение олигоимидов при всех значениях температуры повышает вязкость исходной смолы ЭД-20 (рис. 3). Зависимость $\ln \eta — C$ при всех температурах описывается прямыми, наклон которых уменьшается по мере роста температуры.

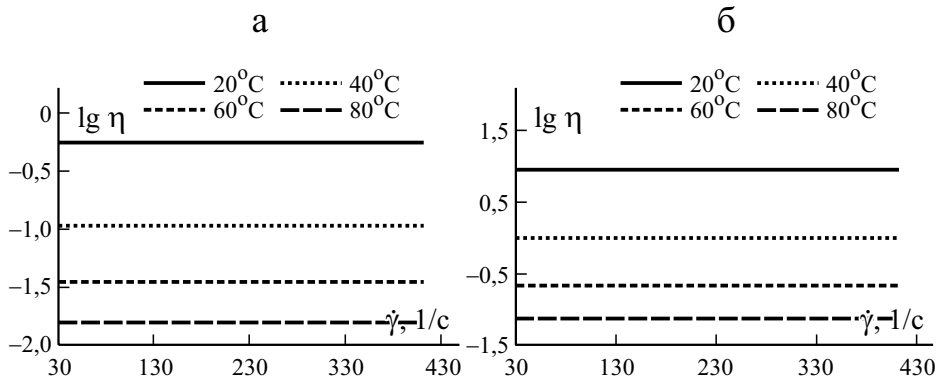


Рис. 2. Зависимость вязкости η эпоксиолигоимидных связующих — ЭД-20+изо-МТГФА (а) и ЭД-20+изо-МТГФА+20% по массе СПИ-38 (б) от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ при разной температуре в полулогарифмических координатах.

С повышением температуры от 20 °С до 80 °С вязкость падает больше, чем на порядок, у немодифицированной смолы ЭД-20 и на два порядка — у смесей с модификаторами (рис. 4). В результате того, что исходная смола ЭД-20 и связующие, в состав которых входят различные олигоимиды, с повышением температуры уменьшают свою вязкость по-разному, при 80 °С значения η оказываются практически одинаковыми (см. рис. 4—з).

Отметим, что держать смеси (связующие) при 70 °С и выше нельзя дольше ~15 мин, так как при более длительном прогреве начинается (становится заметным) отверждение смесей.

Полученные результаты позволяют утверждать, что модифицирование эпоксидной смолы ЭД-20 сополимерными олигоимидами не ухудшают

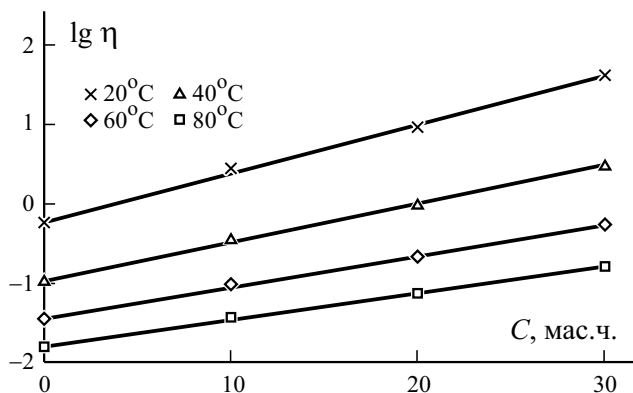


Рис. 3. Зависимость вязкости η от концентрации C олигоимида в смесях ЭД-20 + изо-МТГФА+СПИ-38 при разных температурах в полулогарифмических координатах. Скорость сдвига $\dot{\gamma} = 190 \text{ c}^{-1}$.

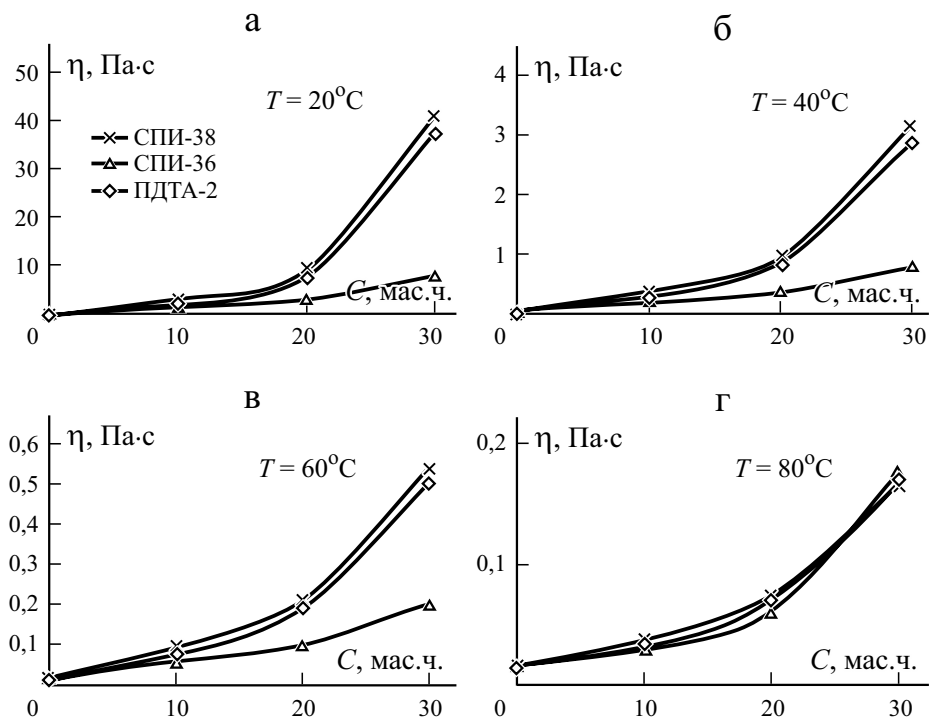


Рис. 4. Зависимость вязкости η от концентрации C олигоимида в смесях ЭД-20+изо-МТГФА+олигоимид при разной температуре. Скорость сдвига 190 c^{-1} .

технологических возможностей связующих (по сравнению с исходной смолой). Хотя их вязкость при введении СПИ при комнатной температуре заметно растёт, она значительно интенсивнее падает с повышением температуры. Поэтому при создании однонаправленных композитов (например, методом намотки) при температуре выше комнатной ($50\text{—}60^\circ\text{C}$) значения вязкости всех связующих близки, и соответственно введение СПИ не требует изменения параметров технологического процесса.

2.2. Влияние количества введённых олигоимидов на теплостойкость эпоксидных связующих. Об изменениях теплостойкости эпоксидного олигомера при модифицировании его реакционноспособными олигоимидами судили по изменению температуры стеклования T_g отверждённых смесевых матриц. Значение T_g определяли по точке перегиба термограмм, полученных методом ДСК (рис. 5 и табл. 1). Из таблицы видно, что добавление 5% по массе модификатора для всех исследованных композиций увеличивает температуру стеклования эпоксидной матрицы. Рост значений T_g зависит от структуры используемого олигоимида. Модификаторы СПИ-36 и ПДТА-2 повышают температуру стеклования несколько заметнее, чем СПИ-34 и СПИ-38: первые — на $15\text{—}16^\circ\text{C}$, вторые — на $8\text{—}12^\circ\text{C}$. Дальнейшее (свыше 5% по массе) увеличение концентрации олигоимидов

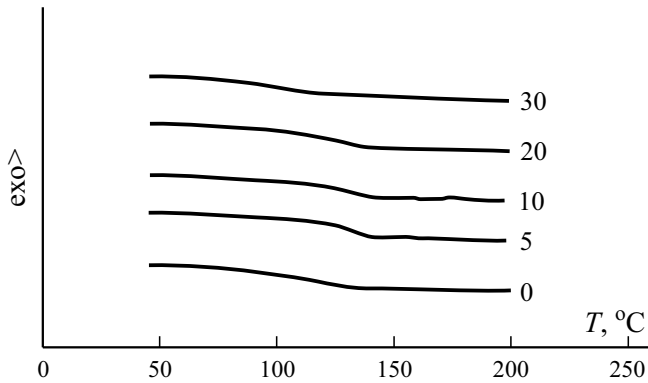


Рис. 5. Термограммы эпоксидных матриц, модифицированных СПИ-38. Цифры у кривых — содержание СПИ-38 в матрице (% по массе).

приводит к снижению температуры стеклования. Таким образом, концентрационная зависимость температуры стеклования эпоксидной смолы ЭД-20, модифицированной олигоимидами, во всех случаях описывается кривой с более или менее чётко выраженным максимумом. Как и максимальное значение T_g , так и его снижение при $C > 5\%$ по массе определяется строением олигоида. Например, модифицирование эпоксидной матрицы СПИ-34 приводит к практически линейному снижению значений T_g ; увеличение содержания СПИ-38 и СПИ-36 ведёт к более медленному снижению, но при концентрации $C = 30$ и 20% по массе соответственно значение T_g этих матриц становится ниже, чем исходной. И только олигоимид ПДТА-2 сохраняет повышенное значение температуры стеклования смесевых матриц (по сравнению со смолой ЭД-20) во всём интервале рассмотренной концентрации.

Таким образом, теплостойкость смесевых матриц (эпоксид + олигоимид) может быть и немного выше, и немного ниже теплостойкости исходной эпоксидной матрицы и зависит от структуры вводимого олигои-

Табл. 1

Температура стеклования T_g (°C) эпоксидных матриц, модифицированных олигоимидами

Модификатор	C, % по массе				
	0	5	10	20	30
СПИ-34	121	129	122	111	-
СПИ-36	121	137	126	95	96
СПИ-38	121	133	134	132	106
ПДТА-2	121	136	-	133	129

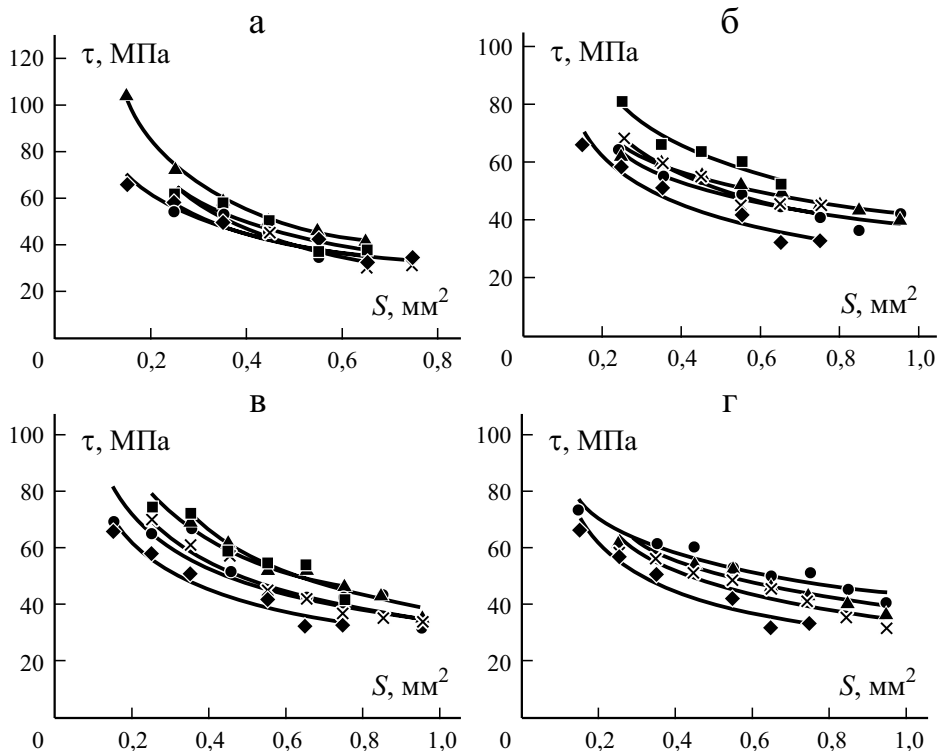


Рис. 6. Зависимость адгезионной прочности τ от площади соединений S для системы эпоксидная смола ЭД-20, модифицированная олигоимидами—стальная проволока ($d = 150$ мкм) при $C = 5$ (а); 10 (б); 20 (в); 30% по массе (г): \blacklozenge — немодифицированная смола; \blacksquare — СПИ-34; \blacktriangle — СПИ-36; \times — ПДТА-2; \bullet — СПИ-38.

мида и его концентрации. С чем связан подобный ход кривых $T_g - C$ пока не ясно. По всей вероятности, для ответа на этот вопрос нужно исследовать кинетику сополимеризации эпоксидов и олигоимидов.

2.3. Влияние количества введённых олигоимидов на прочность границы раздела эпоксидное связующее—волокно. Результаты, полученные при исследовании межфазной прочности смолы ЭД-20 в соединениях с волокнами, представлены на рис. 6. Отметим, что прочность сцепления исходного связующего с волокном только немного ниже полученной при отверждении смолы аминными отвердителями (например, триэтаноламином или триэтаноламинотитанатом) [18, 19].

Для всех исследованных систем значения адгезионной прочности τ зависят от размеров соединения, уменьшаясь с увеличением площади склейки S . Падение значений τ наиболее чётко выражено у соединений малых размеров ($S = 0,4 - 0,5$ мм²; $l/d \leq 5 - 7$). Таким образом, характер масштабной зависимости адгезионной прочности в новых исследуемых

Табл. 2.

Адгезионная прочность τ (МПа) соединений модифицированное олигоимидами эпоксидное связующее—стальная проволока ($d = 150$ мкм) при $S = 0,4$ и $0,6$ мм²

Модификатор	C, % по массе				
	0	5	10	20	30
$S = 0,4$ мм ²					
СПИ-34	49	51	-	66	-
СПИ-36	49	56	58	67	57
СПИ-38	49	48	54	57	59
ПДТА-2	49	50	55	55	54
$S = 0,6$ мм ²					
СПИ-34	38	39	-	52	-
СПИ-36	38	43	51	54	49
СПИ-38	38	36	45	46	52
ПДТА-2	38	35	44	44	47

системах ничем не отличается от такового в самых разнообразных изученных до сих пор адгезионных парах (когда измерение значений τ проводят ниже температуры стеклования адгезива).

Как известно [9, 18, 19], причина наблюдаемой масштабной зависимости адгезионной прочности — неравномерное распределение сдвиговых (касательных) напряжений на межфазной границе связующее—волокно. Эти напряжения складываются из внешних, прилагаемых к образцу при нагружении, и остаточных, возникающих в соединении во время его формирования и дальнейшего охлаждения ниже температуры стеклования связующего до температуры испытания. Характер зависимости τ — S определяется в основном температурными остаточными напряжениями.

Расположение кривых τ — S на рис. 6 свидетельствует о том, что введение любого из исследуемых олигоимидов в связующее на основе смолы ЭД-20 улучшает прочность сцепления. Это не очень отчётливо видно при добавлении 5% по массе олигоимида (см. рис. 6—*a*) и вполне отчётливо — на рис. 6—*в*, *г*. Рост значений τ наблюдается для образцов любых размеров (см. табл. 2). Также ясно, что адгезионная прочность модифицированной смолы повышается с ростом количества введённого модификатора.

Из данных рис. 6 и табл. 2 следует, что увеличение адгезионной прочности зависит также от строения (структуры) используемого олигоимида.

Самой высокой адгезионной прочностью обладают смеси, содержащие 20% по массе СПИ-36. Для систем, содержащих СПИ-38 и ПДТА-2, максимум значений τ достигается при концентрации 30% по массе.

Увеличение прочности границы раздела может достигать 42% относительно чистой смолы.

Заключение

Исследование реологических, тепловых и адгезионных свойств эпоксициановой смолы ЭД-20, модифицированной олигомерными сополиимидами, показало, что эти композиции пригодны для использования в качестве связующих при создании армированных волокнами пластиков конструкционного назначения. Для получения связующих со стабильными оптимальными характеристиками требуется изучение их свойств в процессе отверждения.

Благодарность. Авторы благодарят Т. В. Антонову за помощь в экспериментах.

Работа выполнена по Государственному заданию ФИЦ ХФ РАН.

Работа посвящена 70-летию Лаборатории армированных пластиков ФИЦ ХФ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Panda H.* Epoxy Resins Technology Handbook. — Asia Pacific Business Press Inc., 2017. — 576 p.
2. *Чурсова Л. В., Панина Н. Н., Гребенева Т. А., Кутергина И. Ю.* Эпоксидные смолы, отвердители, модификаторы и связующие на их основе. — СПб.: ЦОП “Профессия”, 2020. — 576 с.
3. *Кочнова З. А., Жаворонок Е. С., Чалых А. Е.* Эпоксидные смолы и отвердители: промышленные продукты. — М.: Пейнт-Медиа, 2006. — 200 с.
4. *Еселев А. Д., Бобылев В. А.* Отвердители для клеев на основе эпоксидных смол // Клеи. Герметики. Технологии. — 2005. — № 4. — С. 2-8.
5. *Сорокин М. Ф., Кочнова З. А., Шодэ Л. Г.* Химия и технология пленкообразующих веществ. — М.: Химия, 1989. — 480 с.
6. *Михайлин Ю. А.* Специальные полимерные композитные материалы. — СПб.: НОТ, 2009. — 664 с.
7. *Кербер М. Л.* Полимерные композитные материалы. Структура. Свойства. Технологии. — СПб.: Профессия, 2008. — 560 с.

8. *Aguib S., Chikh N., Settet A. et al.* Experimental analysis of the tensile behavior of a hybrid composite beam with adjustable mechanical properties. // *Mech. Compos. Mater.* — 2021 — Vol. 57. No. 6. — P. 825—832.
9. *Sławski S., Kaczmarczyk J., Szymiczek M. et al.* Numerical studies on the influence of a reinforcing material on the energy absorption in a multilayered composite during impacts // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 3. — P. 309—320.
10. *Крыжановский В. К.* Производство изделий из полимерных материалов. — СПб.: Профессия, 2008. — 460 с.
11. *Горбаткина Ю. А., Иванова-Мумжиева В. Г.* Адгезия модифицированных эпоксидов к волокнам. — М.: Торус-пресс, 2018. — 216 с.
12. *Korokhin R. A., Shapagin A. V., Solodilov V. I., Zvereva U. G., Solomatin D. V., Gorbatkina Yu. A.* Epoxy polymers modified with polyetherimide. Part I: Rheological and thermomechanical characteristics // *Polym. Bulletin.* — 2021. — Vol. 78. — P. 1573—1584.
13. *Сопотов П. И., Зюкин С. В., Горбунова И. Ю., Кербер М. Л., Дорошенко Ю. Е., Кравченко Т. П., Ильин В. И., Тузова С. Ю.* Рекинетика отверждения эпоксидного олигомера ЭД-20, модифицированного полисульфоном и полиэфиримидом // *Пласт. массы.* — 2015. — № 11—12. — С. 7—9.
14. *Бессонов М. И., Котон М. М., Кудрявцев В. В., Лайус Л. А.* Полиимиды — класс термостойких полимеров. — Л.: Наука, 1983. — 328 с.
15. *Кочергин Ю. С., Сторожук И. П., Кулик Т. А., Григоренко Т. И.* Сульфонсодержащие эпоксидные смолы // *Обзорн. инф. Сер. Эпоксидные смолы и материалы на их основе.* — М.: НИИТЭХИМ, 1990. — 47 с.
16. *Бородулин А. С., Калинин А. Н., Терешков А. Г., Музыка С. С.* Полиэфиримиды для создания термостойких полимерных композитных материалов с высокими физико-механическими свойствами // *Вест. БГТУ им. В. Г. Шухова.* — 2019. — № 11. — С. 94—100.
17. *Johnson R. O., Burlhis H. S.* Polyetherimide: a new high-performance thermoplastic resin // *J. Polym. Sci.: Polym. Symp.* — 1983. — Vol. 70. — P. 129—143.
18. *Parker D., Vussink J., Grampel H. T., Wheatley G. W., Dorf E. U., Ostlinning E., Reinking K., Schubert F., Junger O.* Polymers, High-Temperature // *Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry.* — Weinheim: Wiley, 2012.
19. *Alsaadi M.* A study on the delamination and flexural behavior of carbon- and aramid-fiber-reinforced epoxy composites with silicon carbide particle inclusions // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 6. — P. 847—856.
20. *Demircan G., Kisa M., Ozen M. et al.* Quasi-static penetration behavior of glass-fiber-reinforced epoxy nanocomposites // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57. No. 4. — P. 503—516.
21. *Abidi A., Salem S. B., Bezazi A. et al.* A Comparative study on the effect of milling and abrasive water jet cutting technologies on the tensile behavior of composite carbon/epoxy laminates // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, No. 4. — P. 539—550.
22. *Малкин А. Я., Чалых А. Е.* Диффузия и вязкость полимеров. Методы измерения. — М.: Химия, 1979. — 281 с.
23. *Шрамм Г.* Основы практической реологии и реометрии. — М.: КолосС, 2003. — 312 с.

24. *Горбаткина Ю. А.* Адгезионная прочность в системах полимер — волокно. — М.: Химия, 1987. — 192 с.

25. *Gorbatkina Yu. A.* Adhesive Strength of Fibre-Polymer Systems. — N. Y.; London; Toronto: ELLIS HORWOOD, — 1992. — 264 p.

Поступила в редакцию 20.04.2022

Окончательный вариант поступил 12.07.2022

Received Apr. 20, 2022 (July 12, 2022)

К. Десенклос, А. Неме, Дж. Б. Леру, К. Йохум*

ENSTA Bretagne, IRDL-UMR CNRS 6027, F-29200 Brest, France

НОВЫЙ МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ТКАНЫХ КОНСТРУКЦИЙ КАЙТОВ С ПЕРЕДНЕЙ НАДУВНОЙ КРОМКОЙ¹

K. Desenclos, A. Nême, J. B. Leroux, and C. Jochum*

A NOVEL COMPOSITE MODELING METHOD TO ANALYZE THE WOVEN FABRIC STRUCTURES OF LEADING-EDGE INFLATABLE KITES

Keywords: leading-edge inflatable kites, fluid-structure coupling method, woven fabric, buckling

For several years, kites have been representing an innovative technology in the maritime sector to reduce the fuel consumption through an auxiliary propulsion or producing energy onboard. Regarding the continuous increase in kite sizes, one of the main objectives is to determine whether a leading-edge inflatable kite and its components will be able to withstand the pressure field induced by the aerodynamic load. Therefore, an accurate identification of stress fields in them is required by designers. For this aim, a fluid-structure interaction method was developed by coupling a 3D nonlinear lifting-line model with the Abaqus™ 2017 finite-element software tools. Within this framework, a structural analysis was performed for a kite made of a woven fabric by employing the thin-layer finite-element technique for its weak bending properties. This modeling method is new and is not available in the Abaqus™.

Ключевые слова: кайты с кромкой передней надувной, метод взаимодействия жидкость—конструкция, материал тканый, потеря устойчивости

*Автор, с которым следует вести переписку: kelvin.desenclos@ensta-bretagne.org
Corresponding author: kelvin.desenclos@ensta-bretagne.org

¹Перевод с англ.

В течение нескольких лет кайты (*kites*) представляют инновационную технологию в морском секторе, обеспечивающую снижение расхода топлива за счет вспомогательной силовой установки или производства энергии на борту. Постоянное увеличение размеров кайтов с передней надувной кромкой требует решения одной из основных задач, связанной со способностью их компонентов выдерживать поле давления, обусловленное аэродинамической нагрузкой. Поэтому от проектировщиков требуется точная идентификация полей напряжений в кайтах. С этой целью разработан метод взаимодействия жидкость—конструкция на основе трехмерной нелинейной модели подъемной линии с использованием программного обеспечения Abaqus™ 2017. Конструкционный анализ кайта из тканого материала выполнен с использованием метода тонких конечных элементов в силу слабых изгибных свойств. Предложенный метод моделирования является новым, не имевшимся в наличии в программном обеспечении Abaqus™.

Введение

Использование гигантских кайтов в промышленных целях становится все более и более распространенным, особенно в последние два десятилетия, поскольку они способны обеспечить большую силу тяги, полезную для некоторых приложений. Проект Beyond the sea® направлен на разработку систем привязных кайтов в качестве вспомогательных движителей для торговых судов с целью сокращения вредных выбросов [1]. Создание таких систем, способных выдерживать высокие динамические нагрузки, требует разработки подхода к моделированию привязанных кайтов для понимания их поведения. С этой целью разработан инструмент программного обеспечения для определения взаимодействия и размеров кайтов (ВРК), использованный для оценки поведения кайта с надувной передней кромкой при заданных, кажущихся эффективными, условиях ветра и угле атаки. Применена трехмерная нелинейная модель подъемной линии [2] в сочетании с конечно-элементным программным обеспечением Abaqus™ 2017. Метод трехмерной нелинейной подъемной линии, разработанный в [3], основан на модификации теории подъемной линии Прандтля.

В работе учитывали нелинейность локального двухмерного коэффициента подъемной силы в зависимости от угла падения и применили итерационный метод для определения локальных циркуляций, обеспечивающих локально возникающие ветры и эффективные углы падения. Зная эволюцию двухмерного коэффициента давления вдоль хорды при заданном угле падения, при моделировании методом конечных элементов (МКЭ) к кайту прикладывали аэродинамическую нагрузку. Инструменты программного обеспечения ВРК, кратко описанные в разделе 2, разработаны в [2, 4]. Численному моделированию кайтов посвящены работы [5—9].

В большинстве случаев конструкции очень приблизительно моделировали как твердое тело, поскольку основной целью этих исследований было представление методов управления кайтом или определение максимальной мощности, передаваемой для производства энергии. В [10, 11] рассмотрена глобальная деформативность привязного кайта и определены его габариты. Кайт изготавливают в основном из очень тонкого тканого материала, что обуславливает его мембраноподобное поведение при незначительной жесткости. Для моделирования мембранного поведения тканей использовали инженерный макроскопический подход, не требующий микромасштабного рассмотрения [12].

Были использованы плоскостные напряжения, определяемые как произведение напряжений Коши на толщину ткани. В разделе 3 представлен метод идентификации матрицы жесткости тканей A . Все надутые трубы геометрии кайта (переднюю кромку и латы (battens)) моделировали с помощью балочных конечных элементов. Для определения модуля Юнга и геометрических характеристик эквивалентных поперечных сечений балки A_0 , I и J использовали компоненты матрицы мембранной жесткости [13], как описано в разделе 4. Разработка “естественной” конечно-элементной модели кайта посредством программного обеспечения Abaqus™ без особых предостережений приводит к неправильным или несходящимся решениям. В разделах 5.1, 5.2 и 5.3 представлены разные модификации “естественной” конечно-элементной модели надувных труб, купола и тросов кайта. Во избежание проблем с численной сходимостью, связанных с локальной потерей устойчивости тканей, использовали фиктивную толщину [14]. Значения модулей Юнга и сдвига в плоскости, введенные в конечно-элементную модель, разработанную посредством программного обеспечения Abaqus™, также были фиктивными для реализации матрицы жесткости, согласованной с полученными экспериментальными результатами. Эти аспекты описаны в разделе 5.2.

Во избежание трудностей со сходимостью конечно-элементных решений для конструкций мембранного типа также предлагают и другие методы [15—17]. Однако они требуют утомительной калибровки параметров (как правило, коэффициентов демпфирования), зависящих от типа решаемой задачи. В программном обеспечении Abaqus™ во избежание явлений заклинивания от сдвига [18] в конечных элементах балки (см. раздел 5.1) и оболочки (см. раздел 5.2) используют коэффициент гибкости при поперечном сдвиге. В соответствии с нашими собственными критериями значение этого коэффициента, предлагаемое по умолчанию, было изменено. Введение упрочнения посредством тканых накладок, пришитых к куполу, смоделировали с помощью опции “обшивка”, имеющейся в программном обеспечении Abaqus™. Обоснование и реализацию этого варианта расчета описали в разделе 5.2. Конечно-элементная сетка исходной конфигурации привязного кайта, выбранная для расчета конструкции в итерационном

цикле жидкость—конструкция, представлена в разделе 5.3. Поскольку надувные трубы (переднюю кромку и латы) моделировали как балки, стандартная процедура постобработки, предлагаемая программным обеспечением Abaqus™, не подходила для получения информации о стенках труб, изготовленных из ортотропных тканей. В разделе 6 представлены разработки, выполненные для получения критерия потери устойчивости и предела текучести в зависимости от внутреннего давления в накачанных трубах. В разделе 7 представлены результаты, полученные с помощью инструментов программного обеспечения ВРК, для трех конфигураций уздечек привязного кайта площадью 50 м². Преимущества ВРК обсудили в разделе 8.

1. Метод взаимодействия жидкость—конструкция

Для инструментов программного обеспечения ВРК разработали трехмерный нелинейный метод подъемной линии в сочетании с анализом МКЭ. В силу симметрии геометрии кайта конечно-элементную модель создавали только для его половины. Кроме того, учитывали условия прямого полета, что обусловило симметричный режим нагружения. При этом вымпельный ветер считали пространственно однородным, а угол падения между вектором ветра и хордой кайта — неизменным в плоскости симметрии. На втором этапе для решения задачи об аэродинамической нагрузке, действующей на деформированную форму кайта, рассчитанную посредством МКЭ, создали конечно-элементную модель жидкости. Инструмент программного обеспечения ВРК в качестве входных данных включал информацию о геометрии кайта, условия полета и свойствах материалов. Первый шаг начали с расчета жидкости с использованием трехмерного нелинейного метода подъемной линии. Полученные коэффициенты давления интерполировали и использовали при создании конечно-элементной модели кайта. Конечно-элементный анализ кайта начали с нелинейного неявного динамического расчета для квазистатических приложений. При расчете старта конструкции рассматривали недеформированную геометрию

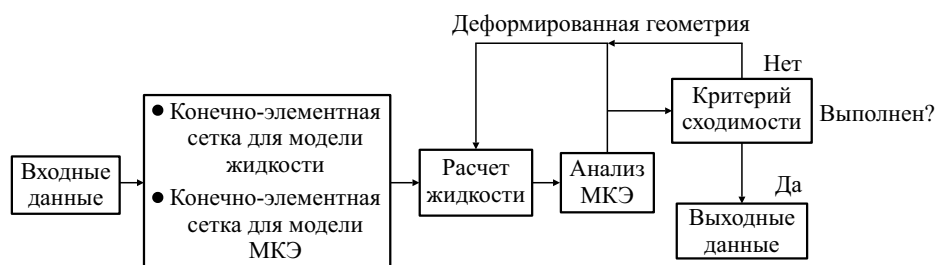


Рис. 1. Блок-схема инструмента программного обеспечения ВРК.

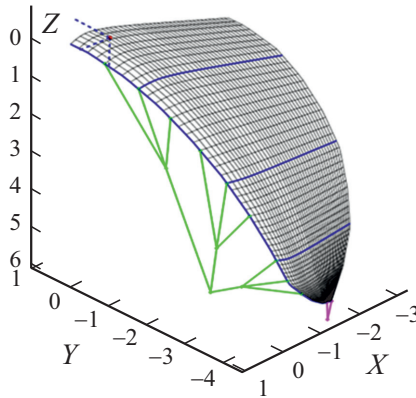


Рис. 2. Пример конечно-элементной сетки для половины кайта: передние (зеленые) и задние (красные) кромки уздечек и радиальные надувные трубы передней кромки и латы (голубые). (●) — точка K ; (---) — система координат.

трию кайта. Расчет продолжали до тех пор, пока не достигали равновесного положения. По завершении первой итерации начинали вторую с новым расчетом жидкости с учетом деформированной геометрии, вычисленной с помощью программного обеспечения Abaqus™. После расчета по модели жидкости снова выполняли расчет МКЭ. В конце второй итерации проверяли критерии сходимости, основанные на энергии деформирования и кинетической энергии, рассчитанных на каждой итерации. Блок-схема процедуры расчета показана на рис. 1.

Использовали декартовую ортонормированную систему координат $(K, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ (рис. 2) с началом в точке K на передней четверти хорды кайта в плоскости симметрии. Ось Z коллинеарна вектору \overline{KO} , где точка O обозначает переднюю кромку швартовки точки закрепления. Ось X направлена от задней кромки к передней. Наконец, ось Y задали как векторное произведение (\vec{X}, \vec{Z}) , направленное в сторону не нарисованной половины кайта (см. рис. 2).

2. Свойства материалов

Купол и надувные трубы изготовлены из полиэфирных тканей 10080 E37 и 50058 E45 соответственно. Для определения параметров композитного материала использовали ортотропную модель с разной прочностью при растяжении в разных направлениях. Принимая во внимание угол α между направлениями оси \vec{x} и основы тканого материала, мембранное уравнение

состояния записали в глобальной декартовой ортонормированной системе координат (x, y) как

$$N = \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix}, \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{\eta_{xy}}{G_x} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} \\ \frac{\eta_x}{E_x} & \frac{\mu_y}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}; \frac{\eta_x}{E_x} = \frac{\eta_{xy}}{G_x}; \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} = \frac{\mu_y}{E_y},$$

где N — матрица напряжений в плоскости [Н/м]; A — матрица жесткости [Н/м]; ϵ_x и ϵ_y — деформации в плоскости в направлении осей x и y соответственно; γ_{xy} — сдвиговая деформация. Матрицы N и A — симметричные. Компоненты матрицы A^{-1} приведены в (3). Модули Юнга, коэффициенты Пуассона и коэффициенты взаимного влияния с нижними индексами x или y записаны в глобальной декартовой ортогональной системе координат (\vec{x}, \vec{y}) , а нижние индексы L или T определены в декартовой ортогональной системе главных осей упругой симметрии материала, где L и T обозначают направление основы и утка тканого композита соответственно [19]. В силу симметрии матрицы податливости A^{-1} ее компоненты в осях упругой симметрии материала имеют вид

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix}, \nu_{LT} = \frac{\nu_{LT} E_L}{E_T}. \quad (2)$$

Введя обозначения $c = \cos \alpha$ и $s = \sin \alpha$, представим матрицу податливости A^{-1} в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{E_x} = \frac{c^4}{E_L} + \frac{s^4}{E_T} + (cs)^2 \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{TL}}{E_T} \right), \\ \frac{1}{E_y} = \frac{s^4}{E_L} + \frac{c^4}{E_T} + (cs)^2 \left(\frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{TL}}{E_T} \right), \\ \frac{1}{G_{xy}} = 4(cs)^2 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{TL}}{E_T} \right) + \frac{(c^2 - s^2)^2}{G_{LT}}, \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{TL}}{E_T} (c^4 + s^4) - (cs)^2 \left(\frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right), \\ \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} = 2cs \left[\frac{s^2}{E_L} - \frac{c^2}{E_T} + (s^2 - c^2) \left(\frac{\nu_{TL}}{E_T} - \frac{12}{G_{LT}} \right) \right], \\ \frac{\eta_{xy}}{G_{xy}} = 2cs \left[\frac{c^2}{E_L} - \frac{s^2}{E_T} + (c^2 - s^2) \left(\frac{\nu_{TL}}{E_T} - \frac{12}{G_{LT}} \right) \right]. \end{array} \right. \quad (3)$$

Из испытаний на растяжение при $\alpha = 0$ и $\frac{\pi}{2}$ посредством уравнений (3) определим значения E_L, E_T, ν_{LT} и ν_{TL} , а при $\alpha = -\frac{\pi}{4}$ — компоненты G_{LT} и ν_{TL} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{E_x} = \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{TL}}{E_T}, \\ \frac{4\nu_{xy}}{E_x} = \frac{2\nu_{TL}}{E_T} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}}, \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} G_{LT} = \frac{E_x}{2(1 + \nu_{xy})}, \\ \nu_{TL} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{E_T}{E_L} - \frac{2E_T}{E_x} (1 - \nu_{xy}) \right], \end{array} \right. \quad (5)$$

запишем G_{LT} как

$$G_{LT} = \frac{4}{E_x} - \frac{4}{E_L} - \frac{1 - 2\nu_{TL}}{E_T}. \quad (6)$$

Таким образом, определение модуля Юнга E_x в направлении под углом 45° к направлению основы позволило найти модуль сдвига G_{LT} (см. уравнение (6)).

Оба тканых материала испытали на прочность при растяжении в продольном, поперечном направлениях и под углом 45° к направлению волокон для определения их свойств в осях ортотропии. Следует отметить, что значения модулей упругости анизотропного материала должны обеспечивать положительную определенность функции энергии деформирования, т.е. матрицы упругости и податливости должны быть положительно определенными и симметричными [20], что проверили с помощью теоремы Сильвестра. Теорема утверждает, что реальная симметричная, или эрмитова, матрица $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$ положительно определена тогда и только тогда, когда матрицы $A_p = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq p}$ имеют положительный определитель при $p = 1 - n$. Таким образом, согласно уравнению (2) необходимо проверить следующие неравенства:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_L > 0, \\ \frac{1}{E_L E_T} - \frac{v_{TL} v_{LT}}{E_L E_T} > 0, \\ \frac{1}{E_L E_T G_{LT}} - \frac{v_{TL} v_{LT}}{E_L E_T G_{LT}} > 0, \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_L > 0, \\ E_t > 0, \\ 1 - v_{TL} v_{LT} > 0, \\ G_{LT} > 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

где X , Y , S — прочности в продольном L и поперечном T направлениях и сдвиге в плоскости LT соответственно (в начале нелинейного поведения). Значения механических постоянных для двух тканых материалов приведены в таблице.

Механические свойства тканей 10080 E37 и 50058 E45

Свойство	10080 E37	50058 E45
Масса на единицу площади, кг/м ²	83	223
E_L , кН/м	177,14	245,28
E_T , кН/м	97,18	454,14
G_{LT} , кН/м	4,4	29,1
v_{LT}	0,17	0,13
X , кН/м	3,19	2,66
Y , кН/м	2,24	4,85
S , кН/м	0,17	0,69

Уздечки (*bridles*) для кайта изготовили из классической ткани Dyneema® плотностью 640 кг/м³ с модулем Юнга 65,3 ГПа.

3. Модель кайта

Уздечки имели нулевую жесткость при изгибе и поперечном сдвиге. Кроме того, они не сопротивлялись сжатию. Поэтому их моделировали с помощью ферменных конечных элементов T3D2 из библиотеки элементов программного обеспечения Abaqus™. Выбор геометрии для их передней и задней кромок осуществляет пользователь, и это критический момент моделирования, поскольку геометрия конструкции уздечек сильно влияет на поведение кайта. Данные рис. 2 иллюстрирует пример геометрии уздечек, показанных зеленым и красным цветом.

Использование надувных труб обеспечивает подъемную силу и геометрическую жесткость кайта. Их смоделировали с помощью трехмерных линейных конечных элементов В31 балки Тимошенко в программном обеспечении Abaqus™. Начиная с карты входных данных материала (E_L, G_{LT}), задавали фиктивную геометрию и соответствующие модули упругости для реализации реальных удлинений и жесткостей труб при изгибе и кручении. Площадь поперечного сечения A_B определяли по внешнему радиусу R , выбранному для надувной трубы:

$$A_B = \pi R^2. \quad (8)$$

Для определения свойств поперечного сечения балки необходимы значения модулей Юнга E_L и сдвига G_{LT} ткани, которой обернута надувная труба. Ее модуль Юнга при растяжении описывает выражение

$$E_B = 2 \frac{E_L}{R}, \quad (9)$$

а жесткость при растяжении равна $E_B A_B = 2\pi R E_L$.

Момент инерции при изгибе определим как

$$I = \frac{\pi}{2} R^4, \quad (10)$$

а изгибную жесткость — как $E_B I = \pi R^3 E_L$.

Модуль сдвига G_B запишем как

$$G_B = 2 \frac{G_{LT}}{R}. \quad (11)$$

Крутильный момент инерции равен

$$J = \pi R^4, \quad (12)$$

а крутильная жесткость — $G_B J = 2\pi R^3 G_{LT}$.

Купол изготовили из ткани с несколькими слоями с определенными упрочнениями. Конечно-элементную модель купола создали с помощью тонкостенных элементов S4R5 из библиотеки программного обеспечения Abaqus™ с использованием дискретных ограничений Кирхгофа. Последовательность укладки ткани смоделировали с помощью опции обшивки, имеющейся в программном обеспечении Abaqus™.

4. Свойства конечных элементов и конечно-элементная сетка

4.1. Надувные трубы. Для надувных труб учитывали трансверсальную жесткость конечного элемента балки Тимошенко. Компоненты трансверсальной сдвиговой жесткости балки k_{13} и k_{23} вокруг её нейтральной оси идентичны. Нижние индексы 1 и 2 обозначают два направления, ортогональные направлению оси 3 элемента балки. Ортонормированная система отсчета (1, 2, 3) позволила ориентировать балки с некруглым поперечным сечением. Надувную трубу моделировали как трубу, поскольку её радиус был значительно больше толщины ткани. Согласно [21] коэффициент сдвига для трубы равен 0,53. Поэтому трансверсальную сдвиговую жесткость можно определить как

$$k_{13} = k_{23} = k = 0,53A_B, \quad G_B = 1,06\pi RG_{LT}. \quad (13)$$

Также при задании сдвиговой жесткости в программном обеспечении Abaqus™ использовали коэффициент компенсации гибкости ξ во избежание слишком длинных элементов балки. Эффективную трансверсальную сдвиговую жесткость поперечного сечения гибкой балки определили в Abaqus™ как

$$\overline{K_{\alpha 3}} = \frac{k}{\xi \left(A_B l^2 \right) + \frac{12I}{12I}}, \quad (14)$$

где $\alpha = 1, 2$; l — длина элемента балки. На основании прогиба балки Тимошенко с учетом коррекции сдвига коэффициент сдвиговой гибкости задали следующим образом:

$$\xi = \frac{0,53G_B}{E_B} = \frac{k}{E_B A_B} = 0,53 \frac{G_{LT}}{E_L}. \quad (15)$$

Тогда формула (14) для эффективной трансверсальной сдвиговой жесткости сводится к соотношению

$$\overline{K_{\alpha 3}} = \frac{k}{1 + \frac{kl^2}{12E_B I}}. \quad (16)$$

4.2. Купол в силу механического поведения (малая трансверсальная сдвиговая жесткости при изгибе) моделируют с помощью мембранных конечных элементов, имеющих нулевую изгибную жесткость и нулевую прочность при сжатии, но при этом может возникнуть потеря устойчивости и складкообразование. Такие явления делают конструкционные расчеты очень сложными. Во избежание этого затруднения, купол смоделировали, используя тонкостенные оболочечные конечные элементы S4R5 из библиотеки программного обеспечения Abaqus™, обеспечивающие лучшую устойчивость, чем мембранные элементы. Однако применение оболочечных элементов привело к ненулевой изгибной жесткости. Поэтому толщину оболочечных элементов оболочки изменили.

Применив мембранную стратегию программного обеспечения Abaqus™, использовали безразмерный параметр D/CS , где D и C — изгибная и мембранная жесткости кайта соответственно; S — поверхность кайта. В случае изотропного материала и оболочки толщиной t параметры D и C вычисляли как

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (17)$$

$$C = \frac{Et}{(1-\nu^2)}. \quad (18)$$

Численные тесты [3, 14] показали, что этому соотношению соответствует значение 10^{-8} :

$$\frac{D}{CS} = \frac{t^2}{12S} = 10^{-8}. \quad (19)$$

Определим толщину купола как

$$t = \sqrt{12S \cdot 10^{-8}}. \quad (20)$$

Таким образом, толщина t оболочечного элемента, заданная в соответствии с формулой (20), обычно больше реальной толщины купола. В силу такой фиктивной толщины благодаря поперечному сдвигу возникает энергия деформирования. Однако цель работы заключалась в том, чтобы смоделировать мембранное поведение купола. Для численного применения ограничений Кирхгофа в программном обеспечении Abaqus™ трансверсальную сдвиговую жесткость определяют как

$$\overline{K_{\alpha\beta}^{ts}} = f_p K_{\alpha\beta}^{ts}, \quad (21)$$

где $\overline{K_{\alpha\beta}^{ts}}$ — компоненты сдвиговой жесткости поперечного сечения; $\alpha, \beta = 1, 2$ относятся к локальным ортогональным направлениям, каса-

тельным к поверхности оболочечного элемента (3 обозначает нормальное направление); оси 1 и 2 параллельны направлению основы и утка ткани соответственно; f_p — безразмерный коэффициент, используемый для предотвращения чрезмерного увеличения сдвиговой жесткости в тонких оболочках; $K_{\alpha\beta}^{ts}$ — реальная сдвиговая жесткость поперечного сечения. Коэффициент f_p определим как

$$f_p = \frac{1}{1 + 2,5 \cdot 10^{-5} \frac{A_s}{t^2}}, \quad (22)$$

где A_s — площадь поверхности элемента.

Предположили, что компоненты связанной жесткости $K_{12} = K_{21}$ обращаются в нуль, поскольку сильно несимметричную укладку не рассматривали. Таким образом, необходимо было определить только трансверсальную сдвиговую жесткость $K_{\alpha\alpha}$. Основное допущение, сделанное в настоящей работе, заключается в том, что материал является изотропным, а трансверсальная сдвиговая жесткость оболочечного элемента эквивалентна жесткости балки Тимошенко длиной L , высотой t и шириной l . Тогда трансверсальную сдвиговую жесткость конечного элемента купола можно записать как

$$\overline{K_{\alpha\alpha}^{ts}} = \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{L^3 \left(1 + \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{G_{\alpha 3}A_{EB}L^2} \right)}, \quad (23)$$

где $A_{EB} = Lt$ и $I_{EB} = \frac{Lt^3}{12}$.

Трансверсальной сдвиговой жесткостью следует пренебречь по сравнению с изгибной жесткостью:

$$\frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{G_{\alpha 3}A_{EB}L^2} \ll 1. \quad (24)$$

Трансверсальная сдвиговая жесткость квадратного оболочечного элемента длиной L , толщиной t и площадью $A_s = L^2$ равна

$$\overline{K_{\alpha\alpha}^{ts}} = \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{L^3 \left(1 + \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{G_{\alpha 3}A_{EB}L^2} \right)} \approx \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{L^3} = E_{\alpha}L \left(\frac{t}{L} \right)^3 = E_{\alpha}t \frac{t^2}{A_s}. \quad (25)$$

Согласно уравнениям (25), (22) и (21) реальная трансверсальная сдвиговая жесткость равна

$$K_{\alpha\alpha}^{ts} = E_{\alpha} t \left(\frac{t^2}{A_s} + 2,5 \cdot 10^{-5} \right). \quad (26)$$

Как уже было указано, купол может быть изготовлен из нескольких слоев ткани. Учитывая процесс изготовления, трудно определить эффективную реальную толщину каждого слоя. Последовательность укладки композитов обычно моделируют, используя опцию укладки композитов, имеющуюся в программном обеспечении Abaqus™. Однако, поскольку толщина купола, заданная посредством уравнения (20), является фиктивной, изгибная жесткость всего пакета слоев также фиктивна. Это обусловило фиктивные напряжения в слоях по обеим сторонам слоя, содержащего нейтральную ось. Такой подход приводит к неправильным результатам, если для постобработки поведения слоев используют критерий Цая—Ву. Но поскольку толщина купола небольшая, пакет слоев можно было рассматривать в виде смеси. Согласно этому предположению последовательность укладки моделировали с помощью конечных элементов обшивки. Первый слой имел трансверсальную сдвиговую жесткость всего пакета и фиктивную толщину. Остальные слои пакета задали с помощью узловых точки первого слоя, а их толщину — в 1000 раз меньше фиктивной. Этот прием позволил избежать реализации дополнительной значительной трансверсальной сдвиговой и изгибной жесткости купола. Остальные слои вносили вклад только в мембранную жесткость купола. Эту ситуацию иллюстрируют данные рис. 3.

4.3. Создание конечно-элементной сетки. Сетка, использованная при расчете жидкости, концептуально отличалась от используемой в программном обеспечении Abaqus™. Усилие, рассчитанное на кайте с помощью модели жидкости, пришлось перестроить для конечно-элементной модели конструкции посредством анализа МКЭ. Трехмерный нелинейный метод подъемной линии позволил определить коэффициенты давления в точках

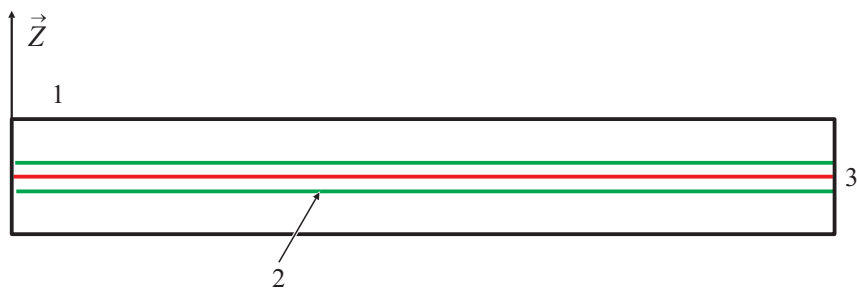


Рис. 3. Схема укладки слоев, используемая в подходе обшивки: 1 — слой 1; 2 — слои от 2 до N ; 3 — нейтральная плоскость при изгибе.

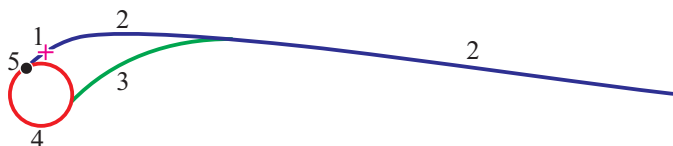


Рис. 4. Передняя кромка балочных сечений надувной трубы и элементарные силы и моменты: 1 — M_i ; 2 — купол; 3 — область рециркуляции; 4 — надувная труба; 5 — узел балки.

вдоль профиля сечения. На рис. 4 показаны три части секции трубчатой балки с надувной передней кромкой, смоделированные для расчета жидкости; каждая точка M_i имеет свой коэффициент давления. Линейная интерполяция сетки жидкости и коэффициентов давления позволила передать эти коэффициенты давления в структуру сетки анализа МКЭ.

Купол покрыли сеткой из четырехугольников. Рассматривая конечный элемент как четырехугольник ABCD, его нормаль n вычислили как среднее значение векторного произведения $(\overline{AB}, \overline{AD}), (\overline{BC}, \overline{BA}), (\overline{CD}, \overline{CB}), (\overline{DA}, \overline{DC})$. Нормаль n одного элемента представляла собой аппроксимацию поверхности элемента. Давление, приложенное к элементу, вычислили с помощью интерполированных коэффициентов давления в точках A, B, C, D :

$$P = \frac{1}{8} \rho_{air} V_{eff}^2 [C_p(A) + C_p(B) + C_p(C) + C_p(D)], \quad (27)$$

где ρ_{air} — плотность воздуха; V_{eff} — эффективная скорость ветра в сечении жидкости. Также выполнили конкретный анализ аэродинамических сил, действующих на переднюю кромку надувной трубы [3], приложенных в виде сосредоточенных сил и моментов к узловым точкам балочного элемента в конечно-элементной модели.

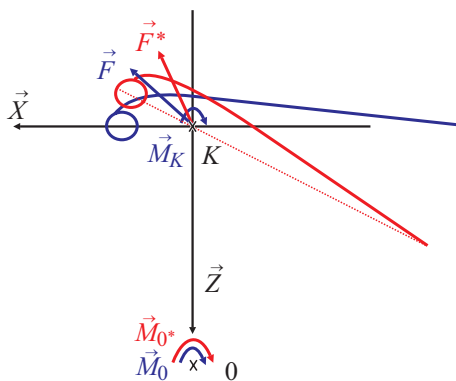


Рис. 5. Метод вращения кайта: исходное (синие линии) и повернутое (красные линии) положения.

Сумма элементарных сил и моментов, приложенных к куполу и передней кромке, вычисленная в точке K , представляет собой общую аэродинамическую нагрузку на половинку кайта (без тросов). F — проекция силы на плоскость симметрии (X, Z) ; \overline{M}_k — проекция момента на ось \vec{Y} (рис. 5). Эти составляющие создают момент \overline{M}_o вокруг оси \vec{Y} в точке O . Поскольку тросы закреплены в точке O , момент \overline{M}_o должен обратиться в нуль. Этому моменту можно избежать, повернув кайт (только купол и трубу) вокруг оси (K, \vec{Y}) на такой угол α (см. рис. 5), чтобы момент \overline{M}_o был равен нулю. Такое вращение обеспечивает более быструю сходимость расчета за счет сокращения времени стабилизации конструкции.

5. Постобработка

Потеря устойчивости надувных труб может произойти в силу перегрузки. Действительно, изгиб при действии аэродинамической нагрузки может вызвать потерю устойчивости передней кромки и латов, которую наблюдали экспериментально (рис. 6). Для проверки этой неустойчивости выполнили специальный анализ постобработки выходных данных, полученных посредством программного обеспечения Abaqus™. Данные о напряженном состоянии в стенке трубы в выходных данных Abaqus™ отсутствовали. Поэтому в [4] выполнили еще одну постобработку с целью проверки пригодности критерия Цая—Ву при оценке разрушения ткани в стенке балки.

5.1. Критерий потери устойчивости. Выполненное с помощью программного обеспечения Abaqus™ конечно-элементное моделирование не продемонстрировало ни потери линейности надувных труб, ни риск потери устойчивости. Поэтому пришлось использовать процедуру постобработки, разработанную с помощью языка программирования python [4]. В выходных данных Abaqus™ были доступны значения силы (SF) и мо-

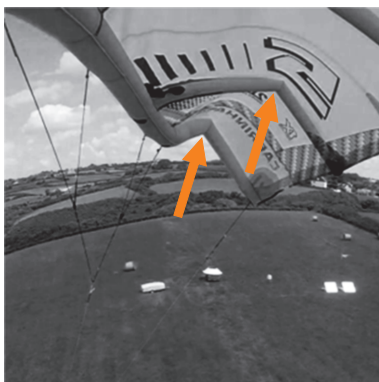


Рис. 6. Потеря устойчивости кайта с надувной передней кромкой (показан стрелками) в ходе экспериментального полета [22].

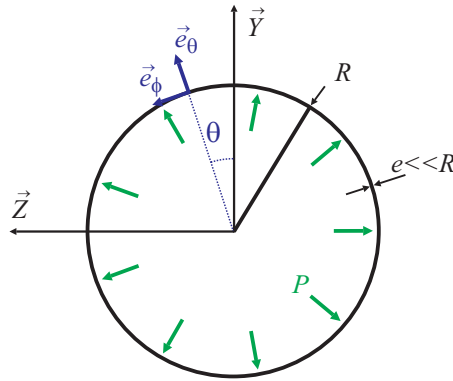


Рис. 7. Поперечное сечение надувной трубы.

мента (SM) в поперечном сечении балок. Благодаря данным о внутреннем давлении, одинаковом во всех трубах, геометрии кайта (рис. 7) и свойствах материала удалось определить потерю прямолинейности и критерий потери устойчивости. Матрица плоских напряжений в стенке трубы имеет вид

$$N = \begin{bmatrix} N_{xx} & N_{x\theta} \\ N_{x\theta} & N_{\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{xx} = e \left(\frac{N_x}{A_0} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z \right) = e \left(\frac{N_x}{A_0} - \frac{2M_z}{I_0} y + \frac{2M_y}{I_0} z \right), \\ N_{\theta\theta} = PR, \\ N_{x\theta} = e \frac{M_x}{I_0} R, \end{array} \right. \quad (29)$$

где y и z — координаты точек в стенке трубы; N_1 — сила тяги; M_x — крутящий момент; M_y и M_z — изгибающие моменты; e — толщина; $A_0 = 2\pi eR$; $I_0 = \pi eR^3$. Нормальное напряжение в поперечном сечении равно

$$N_x = N_1 + P\pi R^2. \quad (30)$$

Критерий потери устойчивости основан на главном минимальном плоском напряжении, поскольку мембранные элементы не должны подвергаться сжатию во избежание риска их местной потери устойчивости. Поэтому главные напряжения, относящиеся к плоскому напряжению мембранного элемента, должны быть положительными. Главные напряжения определили путем диагонализации матрицы напряжений следующим образом:

$$\begin{vmatrix} N_{xx} - \lambda & N_{x\theta} \\ N_{x\theta} & N_{\theta\theta} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (31)$$

$$\lambda^2 - (N_{xx} + N_{\theta\theta})\lambda + N_{xx}N_{\theta\theta} - N_{x\theta}^2 = 0.$$

Полиномиальный дискриминант имеет вид

$$\Delta = (N_{xx} + N_{\theta\theta})^2 + 4N_{x\theta}^2 \tag{32}$$

и соответствующие собственные значения

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{2}(N_{xx} + N_{\theta\theta} - \sqrt{\Delta}), \tag{33a}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{2}(N_{xx} + N_{\theta\theta} + \sqrt{\Delta}). \tag{33b}$$

Критерий потери устойчивости, основанный на минимальном главном напряжении, можно записать в виде

$$2\lambda_{\min} = N_{xx} + N_{\theta\theta} - \sqrt{(N_{xx} + N_{\theta\theta})^2 + 4N_{x\theta}^2} \geq 0. \tag{34}$$

Здесь y и z — функции аргумента θ . Используя (29), для λ_{\min} получим уравнение

$$2\lambda_{\min} = \frac{N_1}{2\pi R} + PR + f(\theta) - \sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2} \geq 0, \tag{35}$$

где

$$f(\theta) = \frac{1}{\pi R^2}(M_y \sin \theta - M_z \cos \theta), \tag{36}$$

$$\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = \frac{df(\theta)}{d\theta} - \frac{\frac{df(\theta)}{d\theta}\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)}{\sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}}, \tag{37}$$

$2\lambda_{\min}$ — функция из множества C^∞ при $\theta \in \mathbb{R}$. Минимум $2\lambda_{\min}$ определили как экстремум $\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = 0$. Производная $2\lambda_{\min}$ по θ имеет вид

$$\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{df(\theta)}{d\theta} = 0, & (38a) \end{cases}$$

$$\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)}{\sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}} = 1. & (38b) \end{cases}$$

Случай (38б) приводит к $M_x = 0$ и $\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta) > 0$, эквивалентному случаю $2\lambda_{\min} = 2PR > 0$. Случай (38а) приводит к $M_y \cos\theta + M_z \sin\theta = 0$. Если $M_z \neq 0$, то $\theta = \arctg\left(-\frac{M_y}{M_z}\right) + k\pi, k \in \mathbb{N}$.

Таким образом, функцию $f(\theta)$ можно записать как

$$f(\theta) = \frac{1}{\pi R^2} \cos\theta (M_y \operatorname{tg}\theta - M_z) = \pm \frac{1}{\pi R^2} \sqrt{M_y^2 + M_z^2}. \quad (39)$$

Окончательно имеем два выражения:

$$2\lambda_{\min} = \frac{N_1}{2\pi R} + PR + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} - \sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + \frac{1}{\pi R^2} \sqrt{M_y^2 + M_z^2}\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}, \quad (40a)$$

$$2\lambda_{\min} = \frac{N_1}{2\pi R} + PR - \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} - \sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR - \frac{1}{\pi R^2} \sqrt{M_y^2 + M_z^2}\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}. \quad (40б)$$

Локальная потеря устойчивости возможна, если минимум уравнений (40) меньше нуля.

5.2. Критерий Цая—Ву для анализа повреждения надувных тканых балок использовали в виде

$$\max_{\theta} \left(\frac{N_{xx}}{X} \right)^2 + \left(\frac{N_{\theta\theta}}{Y} \right)^2 + \left(\frac{N_{x\theta}}{S} \right)^2 \leq 1, \quad (41)$$

где X и Y — прочность в осевом и орторадиальном направлении соответственно; S — прочность при сдвиге; N_{xx} — единственный член, зависящий здесь от θ . Согласно функции f (см. уравнение (36)) критерий Цая—Ву выполняется при условии

$$\max_{\theta} \left[\frac{\left(\frac{N_1}{2\pi R} + f(\theta) \right)^2}{X^2} \right] + \left(\frac{N_{\theta\theta}}{Y} \right)^2 + \left(\frac{N_{x\theta}}{S} \right)^2 \leq 1. \quad (42)$$

Экстремум $\frac{dN_{xx}^2}{d\theta}$ определяли так же, как и в предыдущем разделе.

Раскрытие уравнения $\frac{dN_{xx}^2}{d\theta} = 0$ привело к соотношениям

$$N_{xx}^2 = \left(\frac{N_1}{2\pi R} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} \right)^2, \quad (43a)$$

$$N_{xx}^2 = \left(\frac{N_1}{2\pi R} - \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} \right)^2. \quad (43b)$$

Наибольшее значение N_{xx} достигается тогда и только тогда, когда N_1 отрицательно; в этом случае $2\lambda_{\min}$, определяемое уравнением (40), также отрицательно, что указывает на наличие локальной потери устойчивости. Поэтому критерий Цая—Ву определили как

$$\left(\frac{\frac{N_1}{2\pi R} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2}}{X} \right)^2 + \left(\frac{PR}{Y} \right)^2 + \left(\frac{M_x}{S} \right)^2 \leq 1. \quad (44)$$

Вторую и последнюю постобработку необходимо выполнить, используя критерий Цая—Ву для анализа поведения купола. Так как оболочечные элементы для создания конечно-элементной сетки купола использованы и в силу сделанных предположений, критерий Цая—Ву проверили для половинной толщины каждого слоя. Поскольку толщину слоя верхней и нижней обшивки купола задали фиктивной, проверка критерия Цая—Ву для элементов этого слоя не имела значения. Для вычисления напряжений Коши $\left(\frac{X}{t}, \frac{Y}{t}, \frac{S}{t} \right)$, необходимых для критерия Цая—Ву в программном обеспечении Aباcqus™, использовали значения механических свойств тканей, приведенные в таблице, и фиктивной толщины.

6. Результаты

В данном разделе для одних и тех же условий полета изучили три конфигурации кайта с разной архитектурой уздечек, показанные на рис. 8. Надувные трубы изготовили из четырех слоев ткани 50058 E45; каждый слой имел одинаковое направление, так что волокна основы ориентированы вдоль длины пролета кайта. Первый слой купола изготовили из двух слоев ткани 10080 E37 с волокнами основы, также ориентированными вдоль длины пролета кайта. Второй слой купола выполнили только в один слой ткани, волокна которого располагались перпендикулярно волокнам первого слоя и не покрывали весь купол. Параметры кайта и условия полета следующие: площадь 50 м², угол атаки 16°, длина привязного троса 50 м, давление в трубе 25 кПа, вымпельный ветер 20 м/с. Конфигурация 1

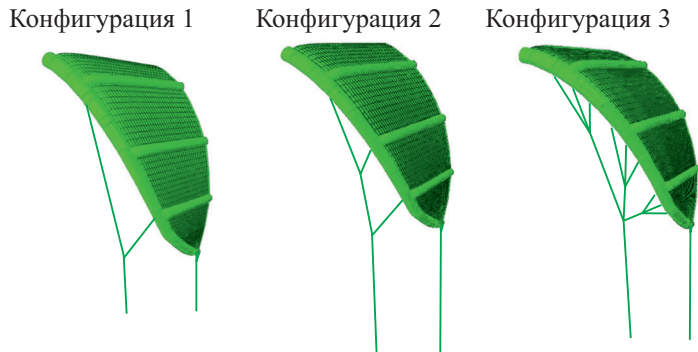


Рис. 8. Архитектура уздечки в конфигурациях 1, 2, 3.

простая; конфигурация 2 немного сложнее, с дополнительной уздечкой; конфигурация 3 наиболее сложная, имеющая несколько дополнительных уздечек.

Первое различие расчетов трех конфигураций кайта заключалось в том, что конфигурация 2 потребовала больше итераций для удовлетворения критерию сходимости, чем конфигурации 1 и 3 (25 итераций против 9 и 7). Кроме того, расчет конфигурации 3 потребовал наибольшего процессорного времени (~ 6500 CPU) по сравнению с расчетом конфигураций 1 и 2 (2500 и 3600 CPU соответственно), демонстрируя, что эти конфигурации более устойчивы, поскольку их решения быстрее сходятся.

Анализ результатов, полученных для трех конфигураций, позволил сделать вывод о том, что конфигурация 2 с точки зрения потери устойчивости ведет себя лучше (рис. 9). Согласно уравнению (39) потеря устойчивости может произойти, если значение λ_1 или λ_2 (корни уравнения (31)) отрицательно. Результаты расчета МКЭ показали, что это явление в конфигурации 1 возникает на стыке передней кромки и латов. В конфигурации 2 только третья лата имела риск потери устойчивости. В конфигурации 3 потерей устойчивости подвержена почти вся передняя кромка.

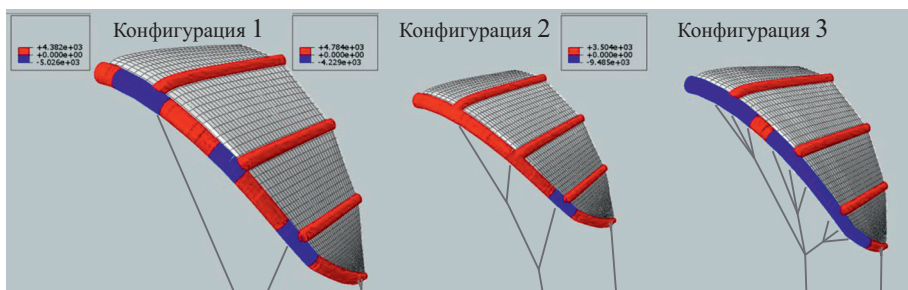


Рис. 9. Результаты потери устойчивости конфигураций 1, 2, 3: $2 \min(\lambda_{\min}) > 0$ (без потери устойчивости, красный) и < 0 (потеря устойчивости, синий).

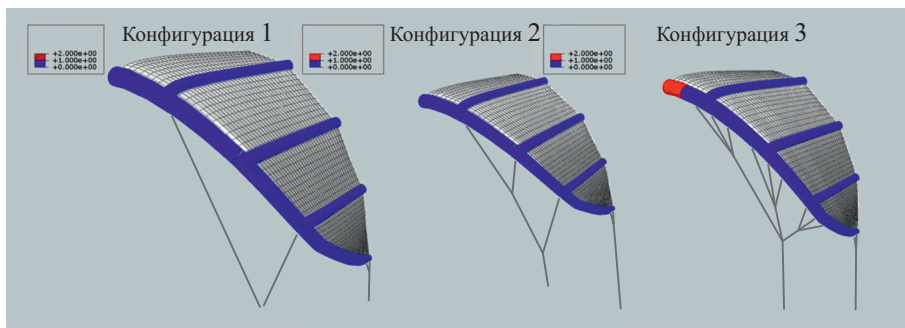


Рис. 10. Применение критерия Цая—Бу (TW) при анализе поведения надувных труб в конфигурациях 1, 2, 3: $TW > 1$ (разрушение, красный) и < 1 (без разрушения, синий).

Предварительный анализ размеров помогает спроектировать кайт и выяснить, возможна ли в нем потеря устойчивости. При предварительном расчете размеров учитывается диаметр трубы, величина давления, свойства материала и количество уздечек, прикрепленных к передней кромке. Количество уздечек и их местоположение существенно влияют на потерю устойчивости кайта. Если количество уздечек слишком мало или велико, явление потери устойчивости неизбежно. Этот результат демонстрирует, что представленный анализ связан не только конструкцией кайта, но и реальным поведением жидкости. При анализе купола критерий Цая—Бу нельзя использовать только для двух элементов в трех конфигурациях. Эти элементы находятся в ушах кайта, где возникает концентрация напряжений.

Однако конечно-элементная сетка, созданная в ушах кайта, не очень важна по сравнению с остальной частью купола. Как видно из данных рис. 10, результаты критерия Цая—Бу для надувных труб различны. В конфигурации 3 разрушению подверглись два участка вблизи плоскости

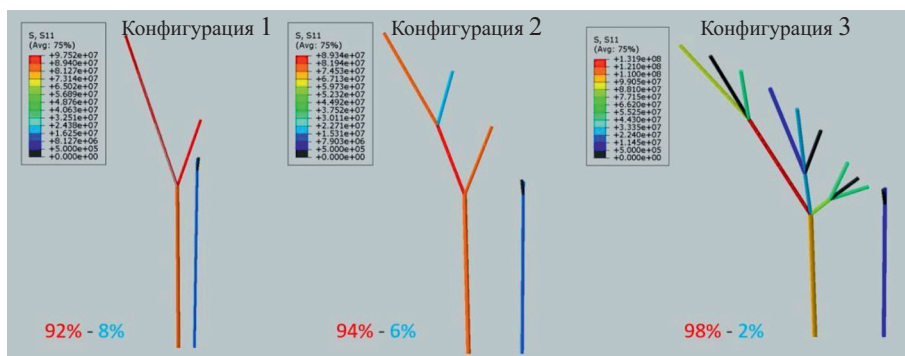


Рис. 11. Распределение напряжения в привязных тросах конфигураций 1, 2, 3: красным и синим цветом показано распределение общей силы, приложенной к кайту, между передними и задними тросами соответственно.

симметрии; в конфигурациях 1 и 2 разрушение не имело места. Такой результат обусловлен внутренней конкуренцией между силой тяги N_1 , крутящим M_x и изгибающими M_y, M_z моментами.

Как следует из данных рис. 11, еще одним различием между конфигурациями было распределение напряжения в тросах кайта. Некоторые тросы оказались незагруженными (показаны черным цветом). Поэтому три троса в конфигурации 3 были бесполезны. Результаты моделирования обеспечивают разработчику выбор варианта конструкции тросов и их закрепления. Задние линии менее загружены, чем передние. Действительно, более 90% приложенной нагрузки воспринимали тросы передней линии.

Заключение

Моделирование кайта при прямолинейном полете — сложная задача. Чтобы моделирование соответствовало действительности, необходимо учесть несколько моментов. Оценили трансверсальную сдвиговую жесткость балочных конечных элементов. Купол смоделировали с использованием оболочечных конечных элементов во избежание потери устойчивости и складкообразования. Оболочечные элементы необходимо было адаптировать к мембранному поведению. Для этого в конечно-элементную модель ввели фиктивную толщину и трансверсальную сдвиговую жесткость. Для проверки появления потери устойчивости и возможного разрушения использовали специальную постобработку результатов МКЭ для надувных труб. Точно так же необходимо было выполнить анализ результатов МКЭ для конечных элементов, моделирующих купол. Взаимодействие жидкость—конструкция кайта и различия при создании их конечно-элементных сеток потребовали специальных мер для адаптации сил, приложенных при анализе МКЭ к кайт-парусу. Конструкция тросов и их закрепление оказали существенное влияние на продолжительность моделирования и поведение кайта. Кроме того, результаты моделирования трех конфигураций конструкции кайта также показали, что некоторые привязные тросы бесполезны. Проектирование системы тросов особенно сложное. Как показал анализ с использованием критерия потери устойчивости, как малое, так и большое количество уздечек обуславливает возникновение локальной потери устойчивости. Разработанные инструменты программного обеспечения ВРК предоставляют полезную информацию о поведении паруса кайта и рекомендации по улучшению конструкции. Тем не менее для моделирования поведения кайтов, изготовленных из тканого материала, необходимо сформулировать серьезные предположения и провести сравнение с экспериментами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Podeur V., Merdrignac D., Behrel M., Roncin K., Fonti C., Jochum C., Parlier Y., and Renaud P.* Fuel economy assessment tool for auxiliary kite propulsion of merchant ship // *Houille Blanche*. — 2018. — No. 1. — P. 5—7.
2. *Duport C., Leroux J.-B., Roncin K., Jochum C., and Parlier Y.* Benchmarking of a 3D nonlinear lifting-line method against 3D RANSE simulations // *La Houille Blanche*. — 2019. — Vol. 105, Nos. 5—6. — P. 70—73.
3. *Duport C.* Modeling with consideration of the fluid-structure interaction of the behaviour under load of a kite for auxiliary traction of ships. — Ph.D. thesis, 2018.
4. *Maison A., Nême A., and Leroux J.-B.* De la problématique du dimensionnement de grands kites // *ATMA*. — 2017. — No. 2717.
5. *Dadd G., Hudson D., and Shenoï R.* Determination of kite forces using three-dimensional flight trajectories for ship propulsion // *Renew. Energy*. — 2011. — Vol. 36, No. 10, — P. 2667—2678.
6. *Breukels J., Schmehl R., and Ockels W.* Aeroelastic simulation of flexible membrane wings based on multibody system dynamics in airborne wind energy // *Airborne Wind Energy. Ser. Green Energy and Technology* /Eds. U. Ahrens, M. Diehl, and R. Schehl. — Springer, 2013. — P. 287—305.
7. *Bosch A., Schmehl R., Tiso P., and Rixen D.* Dynamic nonlinear aerolastic model of a kite for power generation // *J. Guid. Control. Dyn.* — 2014. — Vol. 37, No. 5. — P. 1426—1436.
8. *van Til J., De Lellis M., Saraiva R., and Trofino A.* Dynamic model of a c-shaped bridled kite using a few rigid plates. In: *Airborne Wind Energy, series Green Energy and Technology, Ch. 5.* / Eds. R. Schmehl. — Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2018. — P. 99—115.
9. *van der Vlugt R., Bley A., Noom M., and Schmehl R.* Quasi-steady model of a pumping kite power system // *Renewable Energy*. — 2019. — Vol. 131. — P. 83—99.
10. *Breuer J. C. M. and Luchsinger R. H.* Inflatable kites using the concept of Tensairity // *Aerospace Sci. Technol.* — 2010. — Vol. 14, No. 8. — P. 557—563.
11. *Bosch A., Schmehl R., Tiso P., and Rixen D.* Nonlinear aeroelasticity, flight dynamics and control of a flexible membrane traction kite // *Airborne Wind Energy*. — Springer, 2014. — P. 307—323.
12. *Dixit A. and Mali Harlal Singh* Modeling techniques for predicting the mechanical properties of woven-fabric textile composites: a review // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 49, No. 1. — P. 1—20.
13. *Kobelev V. and Larichev A. D.* Model of thin-walled anisotropic rods // *Mech. Compos. Mater.* — 1988. — Vol. 24, No. 1. — P. 97—104.
14. *Sacher J., Leroux J. B., Neme A., and Jochum C.* A fast and robust approach to compute nonlinear fluid-structure interactions on yacht sails. Application to a semi-rigid composite mainsail // *Ocean Eng.* — 2020. — Vol. 201. — P. 1—15.
15. *Lu K., Accorsi M. and Leonard J.* Finite element analysis of membrane wrinkling // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* — 2001. — Vol. 50. — P. 1017—1038.
16. *Oñate E., Flores F. G., and Marcipar J.* Membrane structures formed by low pressure inflatable tubes. new analysis methods and recent constructions // *Textile Composites and Inflatable Structures. II* / Eds. E. Oñate and B. Kröplin. — Springer, 2008. — P. 163—196.
17. *Trimarchi D., Vidrascu M., Taunton D., Turnock S. R., and Chapelle D.* Wrinkle development analysis in thin sail-like structures using MITC shell finite elements // *Finite Elem. Anal. Des.* — 2013. — Vol. 64. — P. 48—64.

18. *Belytschko T., Liu W. K., Moran B., and Elkhodary K.* Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. — John Wiley and Sons, 2013.

19. *Tsai S. W.* Composites Design. — Think Composites, 1988.

20. *Sadd M. H.* Elasticity, Theory, Applications and Numerics. — Elsevier, 2005.

21. *Cowper G. R.* The shear coefficient in Timoshenko's beam theory // *J. Appl. Mech.* — 1966. — Vol. 33. — P. 335—340.

22. *Behrel M.* Investigation of kites for auxiliary ship propulsion: experiment setup, trials, data analysis and kite specs novel identification approach. — Ph.D. Thesis, Université de Bretagne Occidentale, 2017.

Поступила в редакцию 22.11.2021

Окончательный вариант поступил 07.07.2022

Received Nov. 22, 2021 (July 7, 2022)

*Дж. Симон, А. Джайн**

*Mechanical Engineering Department, Indian Institute of Technology Kharagpur, Kharagpur,
India-721302*

ВЛИЯНИЕ ТИПА УПАКОВКИ НА ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ МОДУЛЬ УПРУГОСТИ И КОНЦЕНТРАЦИЮ НАПРЯЖЕНИЙ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ КОМПОЗИТОВ¹

*J. Simon and A. Jain**

THE EFFECT OF PACKING TYPE ON THE EQUIVALENT MODULUS AND STRESS CONCENTRATIONS OF UNIDIRECTIONAL COMPOSITES

Keywords: unidirectional composites, finite-element modelling, homogenization, stress concentrations, uniform packing types

A representative volume element (RVE) with 11 uniform fiber packings is studied. The effective modulus of RVE corresponding to the different packing types is evaluated using the finite-element modelling and a semianalytical multistep rule of mixtures. The equivalent modulus of the RVE depends on the packing type. All the packing types displayed a strong transverse isotropy with less than a 1% variation in equivalent modulus in the two transverse directions. The multistep rule of mixtures could allow for changes in the moduli due to the different packing types. However, this method consistently underpredicted the equivalent modulus compared with full FE results. The effective modulus for the random packing closest to that of the elongated triangular packing type. The stress distribution in the interface varied strongly with packing type and loading direction. The sparsest packing type, i.e., the truncated hexagonal one led to both the highest equivalent modulus and the highest stress concentrations in the interface. The densest packing type, i.e., the triangular packing, led to the lowest modulus and lowest radial stress concentrations.

Ключевые слова: композиты однонаправленные, моделирование конечно-элементное, гомогенизация, концентрация напряжений, тип упаковки регулярный

*Автор, с которым следует вести переписку: atuljain@mech.iitkgp.ac.in
Corresponding author: atuljain@mech.iitkgp.ac.in

¹Перевод с англ.

Изучен представительный элемент объема (ПЭО) с 11 типами регулярной упаковки волокон. Используя метод конечных элементов (МКЭ) и полуаналитическое многошаговое правило смесей, определен эффективный модуль упругости ПЭО, соответствующий разным типам упаковки волокон. Эквивалентный модуль упругости ПЭО зависит от типа упаковки. Все типы упаковки продемонстрировали наличие трансверсальной изотропии: различие численных значений эквивалентного модуля в двух поперечных направлениях менее 1%. Метод расчета, основанный на многоступенчатом правиле смесей, допускает изменение модулей упругости в случае разных типов упаковки и постоянно занижает значение эквивалентного модуля упругости по сравнению с рассчитанным МКЭ. Значение эффективного модуля упругости для случайной упаковки наиболее близко к таковому при удлиненной треугольной упаковке. Распределение напряжения на поверхности раздела волокно—матрица существенно зависит от типа упаковки и направления нагружения. Наиболее разреженный усеченный гексагональный тип упаковки продемонстрировал наибольшее значение эквивалентного модуля упругости и наибольшую концентрацию напряжений на поверхности раздела. Наиболее плотный треугольный тип упаковки обуславливает наименьшее значение модуля упругости и наименьшую концентрацию радиальных напряжений.

Введение

Волокнисто-армированные композитные материалы находят все более широкое применение в таких высокотехнологичных отраслях, как аэрокосмическая и автомобильная. Однако эксплуатационные характеристики однонаправленных композитов часто ограничивают их отклик на поперечные нагрузки, при которых разрушение обычно начинается на поверхности раздела волокно—матрица, где возникают концентрации напряжений.

В [1] экспериментально установлено повреждение, начинающееся на поверхности раздела высоконапряженного волокна, далее распространяющееся по матрице. В [2] представлены изображения, полученные с помощью сканирующего электронного микроскопа (СЭМ), демонстрирующие нарушение сцепления между волокном и матрицей, приводящее к распространению трещины. Обычно такая потеря сцепления происходит на поверхности раздела волокна при наличии концентрации напряжений. Поэтому очень важно понимать распределение напряжений на поверхности раздела волокон в однонаправленных композитах.

Анализ прочности однонаправленных композитов обычно выполняют либо для упорядоченной [3—7], либо случайной [8—12] микроструктуры. При рассмотрении упорядоченной микроструктуры предпочтительны преимущественно квадратные или так называемые гексагональные упа-

ковки. Однако есть несколько способов упаковать круги в прямоугольное пространство. На основе однородной мозаики можно образовать до 11 регулярных рисунков упаковки [13]. В регулярных упаковках каждый круг можно увязать с любым другим кругом, используя комбинацию поворотов и отражений [14]. Важно отметить, что выбор квадратной или гексагональной упаковки для упорядоченных микроструктур — идеализация, удобная для теоретических исследований. В действительности, как показывает анализ изображений поперечных сечений однонаправленных композитов, полученных с помощью СЭМ, расположение волокон является случайным и может оказаться ближе к любому из 11 типов равномерной упаковки, особенно в случае малого или умеренного объемного содержания армирующих волокон. Изучение концентрации напряжений на поверхности раздела волокно—матрица может способствовать пониманию влияния разных типов упаковки волокон в однонаправленных композитах. Понимание локальной жесткости и концентрации напряжений может быть достигнуто путем изучения изменений модуля упругости и распределения межповерхностных напряжений при разных типах упаковки.

Исследование эффективных модулей упругости и концентрации напряжений в случае разных типов упаковок и сравнение их с таковыми при случайной упаковке может дать важную информацию о квадратных и гексагональных упаковках для теоретических разработок. Ранее провели исследования, направленные на понимание изменений в распределении напряжений на поверхности раздела волокно—матрица при отклонении упаковки от идеальной гексагональной [15, 16]. Однако исследований, посвященных разным идеализациям композитных структур, проведено очень мало.

В [17] исследовали коэффициент теплового расширения (КТР) композитов с металлической матрицей с учетом влияния типа упаковки. Рассмотрели только случайные и квадратные упаковки и установили, что тип упаковки оказывает значительное влияние на эквивалентный КТР. В [18] изучали поведение композитов со случайной, квадратной и гексагональной упаковками при поперечной ползучести и пришли к выводу, что такое рассмотрение приводит к неточным прогнозам поведения композитных материалов. В [19] провели систематическое исследование развития повреждений в композитах, изменяя межволоконное расстояние, и установили, что тип упаковки оказывает сильное влияние на эффективные свойства и поля локальных напряжений композитов. В [20] оценивали размер элементарной ячейки и тип упаковки на общие эквивалентные поперечные свойства однонаправленных композитов. В [7] разработали аналитические модели для предсказания эффективных свойств при квадратной, гексагональной и случайной упаковке волокон в композите.

Детально изучали и концентрацию напряжений вокруг круглых волокон. В [21] вывели аналитическое выражение для концентрации напряжений вокруг одиночного круглого волокна. Концентрацию напряжений

исследовали преимущественно в случае квадратных и гексагональных [4, 22, 23] и случайных [24] упаковок. Насколько известно авторам настоящей работы, систематического исследования эффективного модуля упругости и концентрации напряжений для упаковок, отличных от квадратных и гексагональных, не проведено.

Предпринято несколько попыток расчета эквивалентных модулей упругости однонаправленных композитов. Некоторые разработанные методы основаны на правиле смесей и моделях, предложенных в [25—28]. Также использовали метод Мори—Танака [29] и другие методы гомогенизации [30]. Указанные методы предсказывают эффективный модуль упругости однонаправленных композитов с разной степенью точности и имеют ограниченную практическую ценность при изучении концентрации напряжений, зависящей от конкретной упаковки волокон в композите. Для этой цели используют конечно-элементные расчеты [31].

Разработка аналитических моделей для предсказания эффективного отклика однонаправленных композитов не является целью настоящей работы. Для этого можно использовать несколько методов разной степени точности. Основная цель настоящей работы — изучение и сравнение эффективных модулей упругости композитов и изменения напряжений на поверхности раздела волокно—матрица, рассчитанных для 11 разных типов регулярной упаковки и случайного распределения волокон. Влияние типа упаковки на эффективные модули упругости, распределение и концентрацию напряжений на поверхностях раздела (определяемых как математическая поверхность контакта между волокном и матрицей) изучали с помощью конечно-элементных моделей и простых полуаналитических формулировок.

1. Теория

1.1. Упаковка кругов в прямоугольник. Увязывая каждый круг с другими посредством поворотов и отражений, можно получить 11 типов регулярных упаковок [13]. Например, квадратную упаковку можно получить путем вращения и отражения квадратных блоков. Точно также треугольную упаковку можно получить путем вращения и трансляции равносторонних треугольников. В ранее опубликованной литературе треугольную упаковку часто называют гексагональной. Однако в настоящей работе называем ее треугольной. Разница между гексагональной и треугольной упаковками заключается в том, что треугольную упаковку можно получить посредством повторяющихся и вращающихся треугольников, тогда как основной блок гексагональной упаковки — шестиугольник. В гексагональной упаковке отсутствует круг в центре шестиугольника. В зависимости от основного повторяющегося блока различают 11 типов упаковки: а) треугольную, б) квадратную, в) гексагональную, г) удли-

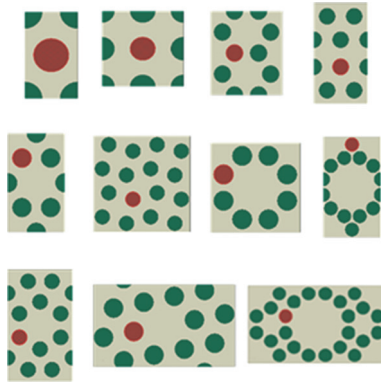


Рис. 1. Разные типы упаковки волокон: верхний ряд слева направо — треугольная, квадратная, гексагональная, удлиненная треугольная; средний ряд слева направо — тригексагональная, плосконосая квадратная, усеченная квадратная, усеченная гексагональная; нижний ряд слева направо — прямоугольная тригексагональная, плосконосая тригексагональная, усеченная тригексагональная.

ненную треугольную, д) тригексагональную (trihexagonal), е) плосконосую тригексагональную (snub trihexagonal), ж) усеченную квадратную, з) усеченную гексагональную, и) прямоугольную тригексагональную (rectitrihexagonal), к) плосконосую тригексагональную (snub trihexagonal), л) усеченную тригексагональную. Схема 11 типов упаковок приведена на рис. 1.

Для анализа и аналитического моделирования упаковок, представленных в настоящей работе, рассматриваем минимальный прямоугольный повторяющийся блок, содержащий по крайней мере одно полное волокно. Выбор прямоугольного повторяющегося блока сделан с учетом простоты применения граничных условий. Тип упаковки и минимальные прямоугольные блоки показаны на врезках графиков, иллюстрирующих распределение напряжений в разделе обсуждения результатов.

Разные типы упаковок имеют разные пределы теоретически возможного максимального объемного содержания волокон. Максимальное объемное содержание волокон, достижимое в усеченной гексагональной упаковке, ~ 35%, а в треугольной может достигать 90%. Типы упаковок с наименьшим и наибольшим пределом объемного содержания волокон иногда называют наиболее разреженной и наиболее плотной соответственно.

1.2. Многошаговое правило смесей. Эффективные модули упругости композита рассчитывают, используя многошаговое правило смесей. В предложенной схеме ПЭО разбивается на небольшие полосы нормированной ширины a , параллельные направлению расчета модулей упругости. Предположим, что каждая полоса находится в изонапряженном со-

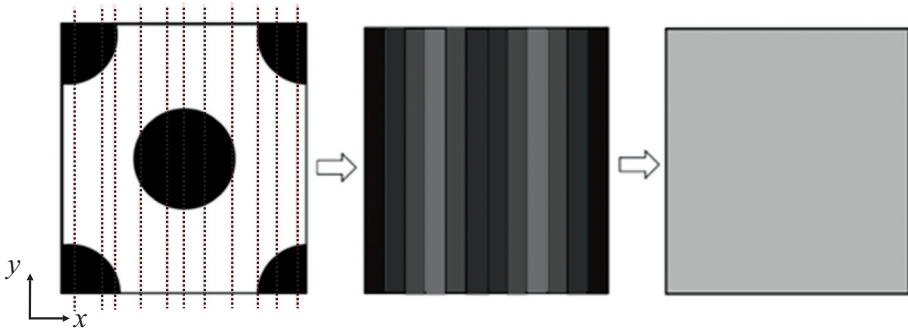


Рис. 2. Схематическое представление многошагового правила смесей: ПЭО разбивается на кратное количество полосок, эквивалентные свойства каждой из которых оценивают с помощью обратного правила смесей, а эквивалентные свойства ПЭО — посредством правила смесей.

стоянии, а эффективный модуль упругости E_{1strip}^i i -й полосы вычисляем с помощью обратного правила смесей

$$\frac{1}{E_{1strip}^i} = \frac{v_{strip}^i}{E_f} + \frac{1-v_{strip}^i}{E_m}, \quad (1)$$

где v_{strip}^i — объемное содержание волокон; E_f , E_m — модули упругости волокна и матрицы соответственно:

$$E_{eqv} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_{1strip}^i, \quad (2)$$

N — количество полос.

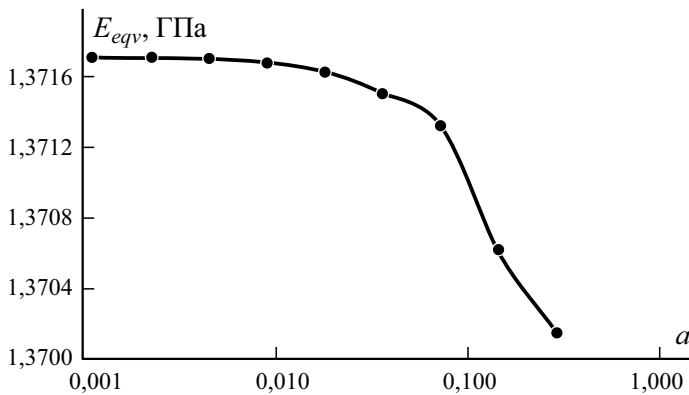


Рис. 3. Изменение предсказываемого эквивалентного модуля упругости E_{eqv} как функции нормированной толщины a полосы ПЭО с треугольной упаковкой волокон.

Схема многоступенчатого правила смесей (рис. 2) позволяет учитывать разные типы упаковки, что было невозможно при использовании простого правила смесей.

Исследование чувствительности предложенной схемы с разной шириной полосы показало, что достаточна ширина полосы, равная 0,01 радиуса волокна. Данные рис. 3 демонстрируют изменение модуля Юнга в зависимости от нормированной ширины полосы для ПЭО с треугольной упаковкой волокон.

2. Методология

Во всех конечно-элементных моделях, построенных с помощью программного обеспечения ABAQUS 6.14 для разных типов упаковки волокон, форма ПЭО была прямоугольной. Конечно-элементные сетки образованы из 8-узловых квадратичных четырехугольных конечных элементов CPE8R плоской деформации. Для повышения точности вычисления напряжений на поверхности раздела конечно-элементную сетку сгущали вблизи поверхности волокон до размера 0,005 от диаметра волокна.

Граничные условия прикладывали путем выполнения двухэтапных расчетов МКЭ. На первом этапе ПЭО подвергали расширению на 0,1% в направлении нагружения. При этом расчете поперечные грани задавали свободными от напряжений. Коэффициент Пуассона вычисляли как отношение усредненных деформаций в поперечном направлении и направлении нагружения

$$\nu_{xy} = -\frac{\langle \varepsilon_{yy} \rangle}{\langle \varepsilon_{xx} \rangle}, \quad (3)$$

где ε_{yy} и ε_{xx} — нормальные деформации в направлении осей x и y ; $\langle \rangle$ обозначает усреднение по объему.

На втором этапе к тому же ПЭО прикладывали граничные условия в перемещениях, обеспечивающие его расширение 0,1% в направлении нагружения и сужение в силу эффекта Пуассона (на основе значений коэффициентов Пуассона, рассчитанных ранее) в поперечном направлении. Задание такого граничного условия наряду с использованием элементов плоской деформации гарантировало отсутствие трансляции ПЭО, поскольку все его грани были закреплены. Такие же граничные условия использовали в [32, 33] в качестве прокси для простого растягивающего нагружения, но в настоящей работе для вычисления значений коэффициентов Пуассона использовали не приближение Чамиса, а более точное вычисление.

На рис. 4 схематически изображены граничные условия, применяемые при определении модуля Юнга E_x в направлении оси x . При вы-

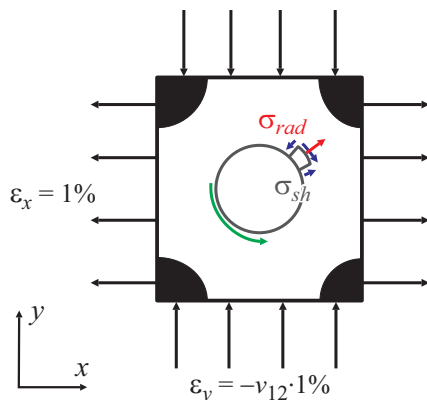


Рис. 4. Схематическое представление граничных условий для радиальных σ_{rad} и сдвиговых σ_{sh} напряжений. Начальная точка распределения напряжений соответствует началу зеленой стрелки.

числении модуля Юнга E_y , меняли местами направления перемещений, задаваемых в направлении осей x и y . Поперечные модули Юнга волокна и матрицы приняты равными 10 и 1 ГПа соответственно, а коэффициенты Пуассона — 0,22 и 0,35 соответственно. Поперечный модуль упругости в зависимости от типа углеродного волокна изменяется в пределах 5—15 ГПа [34]. Существует несколько термопластов с модулем упругости 1 ГПа [35]. Также следует отметить, что для проводимого анализа значения индивидуальных модулей упругости обычно не имеют значения. Более важный параметр — отношение поперечных модулей упругости волокна и матрицы. В настоящей работе оно принято равным 10. Рассматривали ПЭО с объемным содержанием волокон 0,3, 0,4 и 0,5.

Постобработку конечно-элементных результатов выполнили для определения эффективного модуля Юнга и распределения напряжения на поверхности раздела. Для примененных граничных условий модуль Юнга вычисляли по формуле

$$E_x = \frac{\langle \sigma_{xx} \rangle}{\langle \varepsilon_{xx} \rangle}, \quad (4)$$

где σ_{xx} и ε_{xx} — нормальное напряжение и деформация соответственно.

Радиальные и сдвиговые напряжения вычисляли в каждой узловой точке вдоль поверхности раздела (определяемой как область матрицы, близкая к волокну). Помимо радиального, осевого и сдвигового напряжений на поверхности раздела вычисляли средневзвешенное по объему напряжение в матрице, совпадающее с направлением нагружения (σ_{xx} , если направление нагружения по оси x). Концентрацию напряжений на

поверхности раздела вычисляли путем нормирования значений напряжений на поверхности раздела на средневзвешенное по объему напряжение.

В конкретных типах упаковки концентрация и распределения напряжений разных волокон различались. В таких случаях дальнейшему анализу подвергали волокна с наибольшей концентрацией напряжений (отмечено красным цветом на рис. 1). Распределения напряжений построили в зависимости от угла α , отсчитываемого от начальной точки в направлении движения зеленой стрелки (см. рис. 4).

Помимо изучения ПЭО с регулярными типами упаковки рассмотрели также ПЭО со случайным пространственным расположением. При всех трех рассматриваемых значениях объемного содержания волокон разработали восемь случайных реализаций по 50 волокон в каждой. ПЭО со случайным расположением волокон сгенерировали с помощью алгоритма наилучшего кандидата (НК) [36]. В алгоритм НК новое включение добавляли, создавая k случайно размещенных включений-кандидатов и выбирая наилучшего. “Наилучшего” кандидата определяли как наиболее удаленного от предыдущих. Процесс повторяли до тех пор, пока не минимизировали разницу с требуемым объемным содержанием волокон в ПЭО. Случайные микроструктуры, сгенерированные в настоящей работе, не были периодическими.

Среднее значение эквивалентного модуля для восьми реализаций сравнили с таковыми, вычисленными для разных типов упаковок, для определения типа регулярной упаковки, наиболее близкой к случайной. Комбинацию с меньшими данными ПЭО для расчета средних свойств ранее использовали и рекомендовали в [37, 38].

3. Результаты и обсуждение

3.1. Эффективный модуль упругости. Данные рис. 5 иллюстрируют изменение модуля Юнга в зависимости от типа упаковки. При одном и том же объемном содержании волокон v_f разница между минимальным и максимальным значениями модуля Юнга $\sim 10\%$. При $v_f = 0,3$ значения модулей упругости E_x и E_y изменялись в диапазонах 1,51—1,62 ГПа и 1,52—1,63 ГПа соответственно. Аналогичные диапазоны при $v_f = 0,4$ равны 1,78—1,95 ГПа и 1,79—1,94 ГПа, при $v_f = 0,5$ 2,14—2,4 ГПа и 2,15—2,4 ГПа. Наименьшие значения модулей упругости при трех рассмотренных значениях объемного содержания волокон продемонстрировал ПЭО с треугольной упаковкой. Наибольшее значение модуля упругости при $v_f = 0,3, 0,4$ и $0,5$ имели ПЭО с усеченной гексагональной, усеченной тригексагональной и усеченной квадратной упаковкой соответственно (с наиболее разреженным расположением волокон при рассматриваемом объемном содержании). Усеченная гексагональная структура имела максимальный теоретический предел объемного содержания $\sim 35\%$. ПЭО с $v_f = 0,4$ для этого типа упаковки невозможен. По-

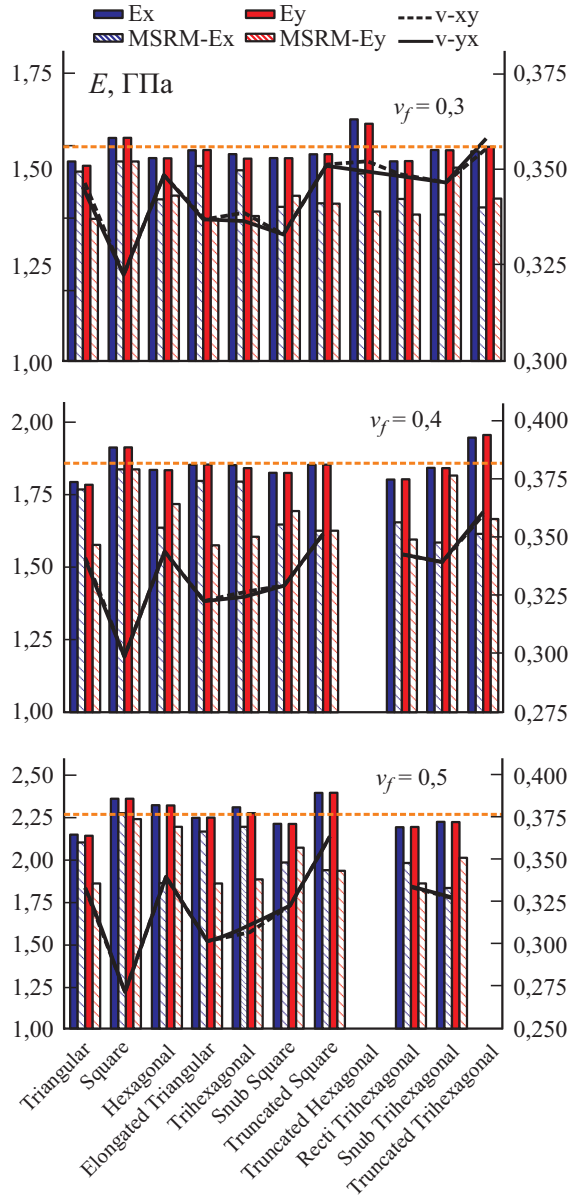


Рис. 5. Диаграммы значений модулей упругости E_x и E_y для разных упаковок волокон. Заштрихованные диаграммы соответствуют средней жесткости, рассчитанной с помощью многошагового правила смесей.

этому можно сказать, что усеченная тригексагональная структура — наиболее разреженный тип упаковки волокон в ПЭО с $v_f = 0,4$ и более. Предел объемного содержания волокон в усеченной тригексагональной структуре менее 50%. ПЭО с $v_f = 0,5$ для этого типа упаковки невозможен, поэтому структура усеченного квадрата — наиболее разреженный тип упаковки в ПЭО с $v_f = 0,5$.

Для заданного объемного содержания волокон межцентровые расстояния между двумя ближайшими волокнами максимальны в случае треугольной упаковки, тогда как у разреженных типов упаковки, таких как усеченные гексагональные, эти расстояния были небольшими для одних волокон и большими — для других. При $\nu_f = 0,3$ межцентровые расстояния между двумя ближайшими волокнами в треугольной упаковке составляли 1,79 диаметра волокна, а усеченной гексагональной — всего 1,14 диаметра волокна.

Предел упаковки определенного волокна достигается, когда межцентровое расстояние между любыми двумя волокнами приближается к нулю. Разреженные типы упаковки имеют области, преимущественно представляющие собой матрицу, и области с высоким содержанием волокон. Это обуславливает при разреженной упаковке больший модуль Юнга, чем при треугольной, даже если общее объемное содержание волокон одинаково.

Средние значения модулей упругости, рассчитанные для восьми реализаций случайной упаковки из 50 волокон, находились в пределах значений, рассчитанных для разных регулярных типов упаковки. Эффективные модули для случайной упаковки наиболее близки к таковым удлиненной треугольной упаковки. Все типы упаковок продемонстрировали трансверсальную изотропию модуля упругости с вариацией значений E_x и E_y менее 1% для любого типа упаковки. Только в случае тригексагональной упаковки с $\nu_f = 0,5$ расчет МКЭ продемонстрировал различие значений E_x и E_y 1,31%. Многошаговое правило смесей позволило использовать разные типы упаковки, но расчет на его основе постоянно занижал значение эффективного модуля упругости.

Таким образом, значение эффективного модуля упругости зависит от типа упаковки. Наименьшей жесткостью обладала треугольная упаковка, а наибольшим эффективным модулем упругости при $\nu_f = 0,3, 0,4$ и $0,5$ — усеченная гексагональная, усеченная тригексагональная и усеченная квадратная упаковки соответственно.

3.2. Распределение напряжений на поверхности раздела (при $\nu_f = 0,3$) для 11 типов упаковки волокон при нагружении в направлении осей x и y показано на рис. 6. На каждом из графиков угол α отсчитывали от отрицательной оси y против часовой стрелки (см. также рис. 4). Видно, что распределение напряжений на поверхности раздела сильно зависит от типа упаковки. Радиальное напряжение достигает локального максимума в области, где линия, соединяющая центры соседних волокон, пересекается с поверхностью раздела и изменяется при изменении направления нагружения. Например, распределения напряжений при усеченной гексагональной упаковке при нагружении в направлении осей x , y и объемном содержании волокон $\nu_f = 0,3$ заметно различаются по величине (максимальная радиальная концентрация

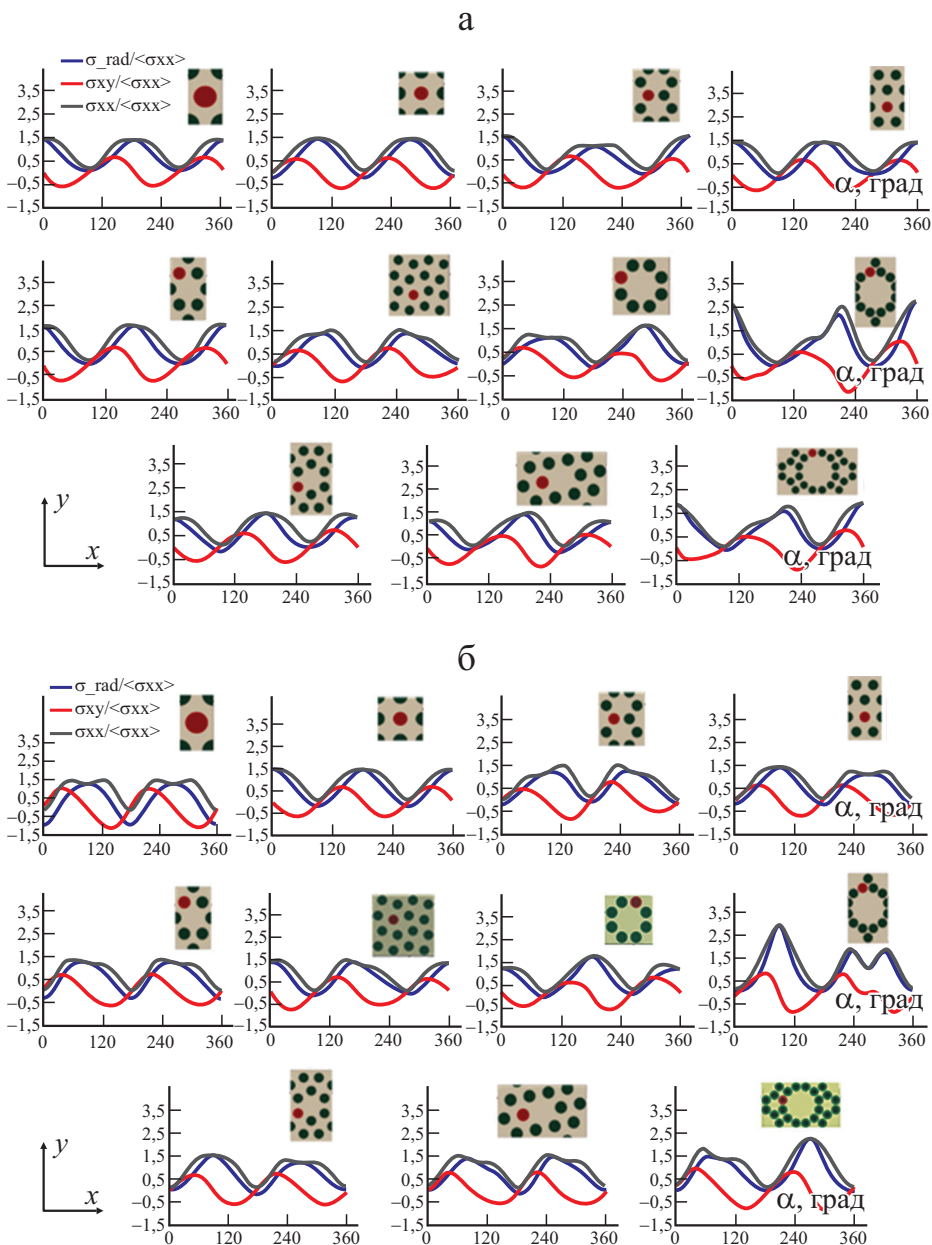


Рис. 6. Распределение радиальных σ_{rad} , сдвиговых σ_{xy} и осевых σ_{xx} напряжений на поверхности раздела волокна с наибольшим осевым напряжением (указан красным цветом на вставках, иллюстрирующих тип упаковки (см. рис. 1)) при нагружении в направлении осей x (а) и y (б) и $\nu_f = 0,3$. Тип упаковки указан на вставках.

напряжений равна 2,68 и 2,93 соответственно) и имеют разное количество локальных максимумов и минимумов.

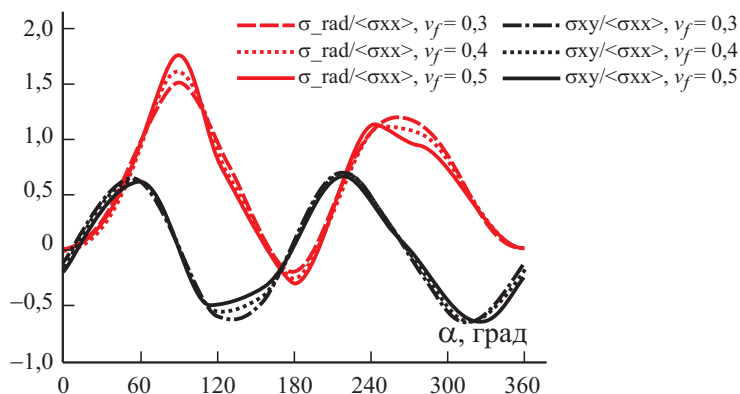


Рис. 7. Влияние объемного содержания на распределение напряжений на поверхности раздела в ПЭО с прямоугольной тригексагональной упаковкой при нагружении в направлении оси x .

3.3. Влияние объемного содержания. Распределение радиальных и сдвиговых напряжений при прямоугольной тригексагональной упаковке и разным объемном содержании волокон показано на рис. 7. Видно, что общий характер зависимостей одинаков с близкими значениями локальных максимумов и минимумов. С увеличением объемного содержания волокон значения максимальной концентрации радиальных напряжений возрастают и равны 1,50, 1,60 и 1,76 при $v_f = 0,3, 0,4$ и $0,5$ соответственно. Пик концентрации радиальных напряжений близок к $\alpha = 90^\circ$.

При других типах упаковок наблюдали одинаковую зависимость распределения напряжений от объемного содержания волокон.

3.4. Концентрация напряжений. Пиковые значения напряжений важны для моделирования инициирования потери сцепления волокно—матрица. На рис. 8 представлено изменение максимальной концентрации радиальных и сдвиговых напряжений при разных типах упаковки и объемном содержании волокон. При этом типы упаковок с большей эквивалентной жесткостью имели большие значения коэффициента концентрации напряжений. В случае треугольной упаковки наблюдали минимальную концентрацию радиальных напряжений, равную 1,37, 1,40 и 1,45 при $v_f = 0,3, 0,4$ и $0,5$ соответственно. Максимальную концентрацию радиальных напряжений при $v_f = 0,3, 0,4$ и $0,5$ продемонстрировали усеченная гексагональная, усеченная тригексагональная и усеченная квадратная упаковки: при нагружении в направлении оси x — 2,69, 2,52 и 2,60 соответственно, в направлении оси y — 2,93, 3,14 и 2,60 соответственно. Следует отметить, что максимальную и минимальную концентрации напряжений для одного и того же типа упаковки наблюдали при максимальном и минимальном значениях эквивалентных модулей упругости.

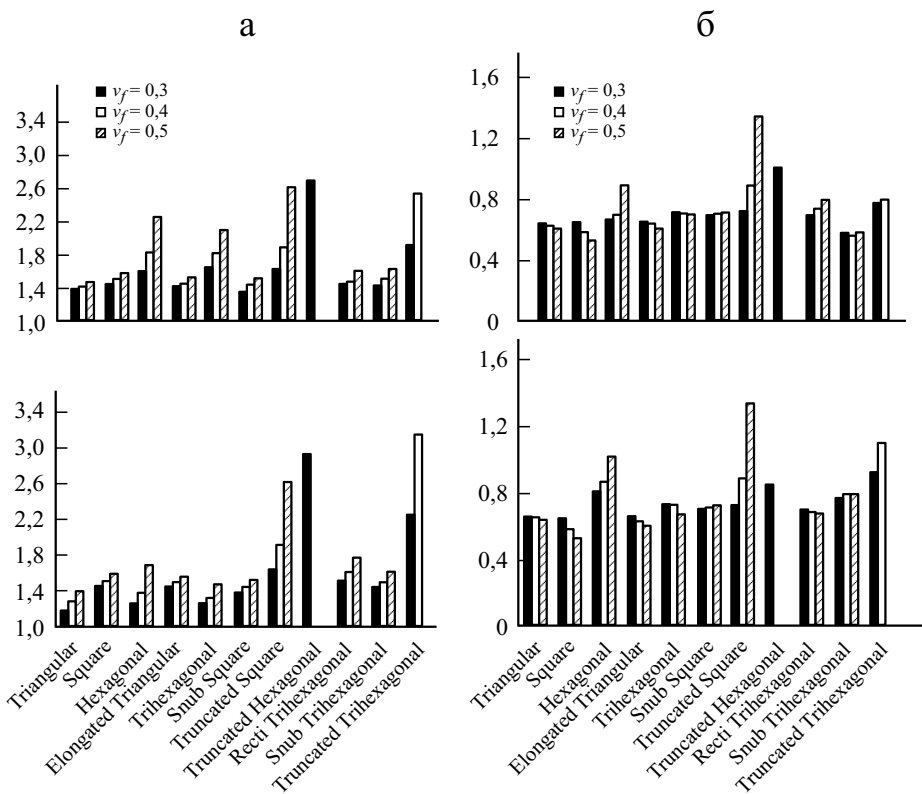


Рис. 8. Максимальная концентрации радиальных (а) и сдвиговых (б) напряжений при нагружении в направлении оси x (сверху) и y (снизу).

По мере увеличения объемного содержания волокон коэффициенты концентрации радиальных напряжений немного возрасли при квадратной, треугольной и тригексагональной упаковках и чуть в большей степени — при гексагональной и усеченной квадратной.

Поведение коэффициента концентрации сдвиговых напряжений более неустойчивое: в зависимости от типа упаковки он возрасал или уменьшался. При плосконосой тригексагональной, тригексагональной и плосконосой квадратной упаковках объемное содержание волокон имело незначительное влияние (менее 2%) на максимальный коэффициент концентрации сдвиговых напряжений. При усеченной квадратной упаковке наблюдали максимальные значения концентрации сдвиговых напряжений, равные 0,73, 0,89 и 1,34 при $v_f = 0,3$, 0,4 и 0,5 соответственно, что подтверждает сильную зависимость от объемного содержания волокон в данном случае.

Заключение

Исследовано влияние типа упаковки волокон на эффективные модули упругости однонаправленных композитов, распределение и концентрацию напряжений. Разработаны ПЭО, соответствующие 11 типам упаковки волокон, и изучен эффективный отклик и распределение напряжений на поверхности раздела. Важными выводами исследования являются следующие.

Тип упаковки оказывает существенное влияние на эффективные модули упругости композитов. Наиболее плотный тип упаковки обуславливает наименьший эффективный модуль упругости композитов, а наиболее разреженный — наибольший. В зависимости от типа упаковки волокон при их одинаковом объемном содержании значение эффективного модуля упругости может варьироваться до 10%.

Многошаговое правило смесей работает лучше, чем более часто используемое обратное правило смесей.

Значения эффективных модулей упругости при случайной упаковке наиболее близки к таковым при удлиненной треугольной (а не обычно используемой квадратной или треугольной). Таким образом, теоретические модели точнее разрабатывать на основе несколько более сложной удлиненной треугольной упаковки.

Распределение напряжений на поверхности раздела сильно зависит от типа упаковки. При объемном содержании волокон $v_f = 0,3$ коэффициенты концентрации напряжений в зависимости от типа упаковки насадки могут изменяться от 1,39 до 2,65.

При всех рассмотренных типах упаковок наблюдали трансверсальную изотропию эффективных модулей упругости в двух перпендикулярных направлениях: различие значений модулей упругости E_x и E_y не превышало 2%. Однако поперечной изотропии для распределения напряжений на поверхностях раздела не наблюдали.

Вид распределения напряжений не зависел от объемного содержания волокон. При этом значение концентрации радиального напряжения возрастало с увеличением объемного содержания волокон при всех рассмотренных типах упаковки, а концентрация сдвиговых напряжений как уменьшалась, так и возрастала.

Проведено тщательное исследование влияния разных типов упаковки волокон на эффективные свойства и распределение напряжений в однонаправленных композитах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Agarwal B. D., Broutman L. J., and Chandrashekhara K.* Analysis and Performance of Fiber Composites. — John Wiley & Sons, 2006.

2. *Gamstedt E. K. and Sjögren B. A.* Micromechanisms in tension-compression fatigue of composite laminates containing transverse plies // *Compos. Sci. Technol.* — 1999. — Vol. 59, No. 2. — P. 167—178.

3. *Sertse H. M. et al.* Challenge problems for the benchmarking of micromechanics analysis: Level I initial results // *J. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 52, No. 1. — P. 61—80.
4. *Knight M. G., Wrobel L. C., and Henshall J. L.* Micromechanical response of fibre-reinforced materials using the boundary element technique // *Compos. Struct.* — 2003. — Vol. 62. — P. 341—352.
5. *Sabuncuoğlu B. et al.* Micro-scale finite element analysis of stress concentrations in steel fiber composites under transverse loading // *J. Compos. Mater.* — 2014. — Vol. 49. — P. 1057—1069.
6. *Maligno A. R., Warrior N. A., and Long A. C.* Finite element investigations on the microstructure of fibre-reinforced composites // *Express Polym. Lett.* — 2008. — Vol. 2. — P. 665—676.
7. *Malekmohammadi S.* Efficient Multi-Scale Modelling of Viscoelastic Composites with Different Microstructures. — University of British Columbia, 2014.
8. *Kari S. et al.* Computational evaluation of effective material properties of composites reinforced by randomly distributed spherical particles // *Compos. Struct.* — 2007. — Vol. 77. — P. 223—231.
9. *Pathan M. V. et al.* A new algorithm to generate representative volume elements of composites with cylindrical or spherical fillers // *Composites: Part B.* — 2017. — Vol. 110. — P. 267—278.
10. *Wang X. et al.* A long-range force based random method for generating anisotropic 2D fiber arrangement statistically equivalent to real composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2019. — Vol. 180. — P. 33—43.
11. *Gusev A. A., Hine P. J., and Ward I. M.* Fiber packing and elastic properties of a transversely random unidirectional glass/epoxy composite // *Compos. Sci. Technol.* — 2000. — Vol. 60, No. 4. — P. 535—541.
12. *Wongsto A. and Li S.* Micromechanical FE analysis of UD fibre-reinforced composites with fibres distributed at random over the transverse cross-section // *Composites: Part A.* — 2005. — Vol. 36, No. 9. — P. 1246—1266.
13. *Heppes A.* Some densest two-size disc packings in the plane // *Discrete & Computational Geometry.* — 2003. — Vol. 30, No. 2. — P. 241—262.
14. Circle packing. A: Wikipedia, DOI https://en.wikipedia.org/wiki/Circle_packing
15. *Choi S. and Ji W.* Effects of fiber arrangements on stress distributions over the transverse cross section of unidirectionally continuous fiber-reinforced composites // *Compos. Res. The Korean Soc. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 33, No. 1. — P. 30—37.
16. *Hojo M. et al.* Effect of fiber array irregularities on microscopic interfacial normal stress states of transversely loaded UD-CFRP from viewpoint of failure initiation // *Compos. Sci. Technol.* — 2009. — Vol. 69, No. 11. — P. 1726—1734.
17. *Hassanzadeh-Aghdam M. K. and Ansari R.* Role of fiber arrangement in the thermal expanding behavior of unidirectional metal matrix composites // *Mater. Chem. Phys.* — 2020. — Vol. 252. — P. 123273.
18. *Zhang L., Ernst L. J., and Brouwer H. R.* Transverse behaviour of a unidirectional composite (glass fibre reinforced unsaturated polyester). Part I. Influence of fibre packing geometry // *Mech. Mater.* — 1998. — Vol. 27, No. 1. — P. 13—36.

19. *Maligno A. R., Warrior N. A., and Long A. C.* Effects of inter-fibre spacing on damage evolution in unidirectional (UD) fibre-reinforced composites // *Eur. J. Mech.-A/Solids*. — 2009. — Vol. 28, No. 4. — P. 768—776.
20. *D'Mello R. J. and Waas A. M.* Influence of unit cell size and fiber packing on the transverse tensile response of fiber reinforced composites // *Mater. Multidisciplinary Digital Publishing Institute*. — 2019. — Vol. 12, No. 16. — P. 2565.
21. *Goodier J. N.* Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws // *TASME*. — 1933. — Vol. 55. — P. 39.
22. *Heinrich C. et al.* The influence of the representative volume element (RVE) size on the homogenized response of cured fiber composites // *Modell. Simul. Mater. Sci. Eng. IOP Publ.* — 2012. — Vol. 20, No. 7. — P. 75007.
23. *Sabuncuoglu B., Gorbatikh L., and Lomov S. V.* Analysis of stress concentrations in transversely loaded steel-fiber composites with nano-reinforced interphases // *Int. J. Solids Struct.* — 2018. — Vol. 130. — P. 248—257.
24. *Melro A. R., Camanho P. P., and Pinho S. T.* Generation of random distribution of fibres in long-fibre reinforced composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2008. — Vol. 68, No. 9. — P. 2092—2102.
25. *Hashin Z.* Analysis of composite materials — a survey // *J. Appl. Mech.* — 1983. — P. 451—505.
26. *Halpin J. C. and Kardos J. L.* The Halpin–Tsai equations: a review // *Polym. Eng. Sci.* — 1976. — Vol. 16, No. 5. — P. 344—352.
27. *Tucker C. L. I. and Liang E.* Stiffness predictions for unidirectional short-fiber composites: Review and evaluation // *Compos. Sci. Technol.* — 1999. — Vol. 59, No. 5. — P. 655—671.
28. *Chamis C. C.* Mechanics of composite materials: past, present, and future // *J. Compos. Technol. Res.* — 1989. — Vol. 11, No. 1. — P. 3—14.
29. *Mori T. and Tanaka K.* Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions // *Acta Metall.* — 1973. — Vol. 21, No. 5. — P. 571—571.
30. *Jain A.* Micro and mesomechanics of fibre reinforced composites using mean field homogenization formulations: A review // *Mater. Today Communications*. — 2019. — Vol. 21, No. 1 — P. 100552.
31. *Koley S., Mohite P. M., and Upadhyay C. S.* A micromechanical study and uncertainty quantification for effective properties of unidirectional fibre reinforced composites // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 225. — P. 111141.
32. *Sabuncuoglu B. et al.* Micro-scale finite element analysis of stress concentrations in steel fiber composites under transverse loading // *J. Compos. Mater.* — 2015. — Vol. 49, No. 9. — P. 1057—1069.
33. *Sabuncuoglu B., Cakmakci O., and Kadioglu F. S.* Fiber/matrix interface stress analysis of flax-fiber composites under transverse loading considering material nonlinearity // *J. Reinf. Plastics Compos.* — 2020. — Vol. 39, Nos. 9—10. — P. 345—360.
34. *Miyagawa H. et al.* Transverse elastic modulus of carbon fibers measured by Raman spectroscopy // *Mater. Sci. Eng.* — 2005. — Vol. 412, No. 1. — P. 88—92.
35. *Campus Plastics, 2020.* www.campusplastics.com
36. *Mitchell D. P.* Spectrally optimal sampling for distribution ray tracing // *Proc. 18th Ann. Conf. on Computer Graphics and Interactive Techniques, 1991.* — P. 157—164.

37. *Kanit T. et al.* Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach // *Int. J. Solids Struct.* — 2003. — Vol. 40, Nos. 13—14. — P. 3647—3679.

38. *Jain A. et al.* Pseudo-grain discretization and full Mori—Tanaka formulation for random heterogeneous media: Predictive abilities for stresses in individual inclusions and the matrix // *Compos. Sci. Technol.* — 2013. — Vol. 87. — P. 86—93.

Поступила в редакцию 29.07.2021

Окончательный вариант поступил 28.01.2022

Received July 29, 2021 (Jan. 28, 2022)

УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В ЖУРНАЛЕ
“МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ” В 2022 ГОДУ

Т. 58, № 1

<i>Триведи Н., Дас С., Крачун Е.-М.</i> Математическое изучение краевой трещины в двух разных моделях при возмущении гармонической волны	3
<i>Митрофанов О., Осман Мазен</i> Проектирование гладких композитных панелей при обеспечении устойчивости и прочности при закритическом поведении	21
<i>Власов Д. Д., Полилов А. Н.</i> Возможность предсказания ползучести вязкоупругих полимерных композитов на основе частотных зависимостей компонент комплексного модуля	43
<i>Макаревич Ю. Л., Онискив В. Д., Столбов В. Ю., Гитман И.</i> Влияние гамма-облучения на прочностные свойства базальтокомпозитов	59
<i>Резаи-Паджанд М., Масуди А. Р., Аленахамбар А.</i> Потеря устойчивости при продольном изгибе с кручением двунаправленной экспоненциально-градиентной тонкостенной С-образной балки	75
<i>Даидемир А.</i> Модальный анализ вынужденных колебаний пьезоэлектрической пластины с начальным напряжением посредством конечно-элементного моделирования	97
<i>Герайше Л., Тарфауи М., Османи Х.</i> Влияние старения в горячей воде на компрессионные свойства эпоксидных стеклопластиков при переменной скорости деформирования	115
<i>Кумар А. М., Парамешваран Р., Раджасекар Р., Моганаприя Ч., Маниваннан Р.</i> Обзор сверления волокнисто-армированных полимерных композитов	139
<i>Селахи Е.</i> Анализ разрушения гибридных клееболтовых вертикальных Т- и L-образных композитных соединений, подверженных осевым и изгибающим нагрузкам	159
<i>Чжэн Цз., Махарадж К., Лю Цз., Чай Х., Лю Х., Деар Дж. П.</i> Сравнительное изучение критериев разрушения для предсказания начала повреждения в волокнисто-армированных композитах	175
<i>Котомин С. В., Обидин И. М., Павлючкова Е. А.</i> Расчет прочности адгезионной связи армирующих волокон с полимерами по методу “петли”	197
Роланд Рикардс	213

Т. 58, № 2

<i>Гусейнов К., Сапожников С. Б., Кудрявцев О. А.</i> Особенности испытаний на трехточечный изгиб для определения межслойного модуля сдвига слоистых композитов	223
<i>Зиле Э., Зеленькене Д., Анискевич А.</i> Определение характеристик изделий из полимолочной кислоты, изготовленных методом моделирования наплавления	241

<i>Янелюкстис Р., Мироновс Д., Сафоноvs А.</i> Статистический контроль целостности композитных конструкций на основе автоматического операционного модального анализа. Обзор	257
<i>Багери Тофиги М., Биглари Х., Шокри М. М.</i> Экспериментальное и численное исследование отклика на низкоскоростной удар сэндвич-конструкций с сердцевиной из полипропилена, армированной графеном	297
<i>Сайтарлы С. В., Дзюбенко Л. С., Плаван В. П., Пушкарёв Ю. Н., Сапьяненко А. А., Горбик П. П.</i> Влияние наполнителя на структуру, термостойкость и механические свойства композиций на основе модифицированного полипропилена	321
<i>Монтичелли Ф. М., Орнаги-мл. Х. Л., Чиоффи М. О. Х., Ворвальд Х. Дж. К.</i> Влияние межповерхностной адгезии в гибридном эпоксидном композите углепластик/стеклопластик на вязкость разрушения по моде II	335
<i>Януска Л., Хейн Х.</i> Количественная оценка расслоения с помощью вейвлетов Хаара и машинного обучения	353
<i>Хассан Е. А. М., Эль-Абид А. Е. А., Башир Е. О., Элагиб Т. Х. Х.</i> Влияние модификации углеродных волокон на механические свойства полиамидных композитов для автомобильных применений	369
<i>Чандрасекар М., Шахрозе Р. М., Сентмутужумар Т., Сенткумар К., Ишак М. Р., Раджани Н., Сенгчин С.</i> Влияние наполнителя силикагель на механические, термические и физические свойства композита на основе льняных волокон и эпоксидной смолы	383
<i>Падовец З., Кржсена Я., Седлачек Р., Замечникова Т.</i> Экспериментальный и численный анализ оптимизированных композитных профилей для конструкции самолета	397
<i>Чуррука М. Дж., Моран Дж. И., Родригес Э. С.</i> Влияние нанотрубок галлуазита на микрорастрескивание матрицы в эпоксидных углепластиках	411

Т. 58, № 3

<i>Бочкарева С. А., Алексенко В. О., Люкшин Б. А., Буслович Д. Г., Панин С. В.</i> Влияние теплопроводности сопрягаемых материалов на интенсивность изнашивания полимер-полимерной пары трения	437
<i>Праджаспати Х., Тевати А., Диксит А.</i> Достижения в композитах, армированных натуральными волокнами: Тематический обзор	455
<i>Гусев Е. Л., Бакулин В.Н.</i> Обобщенные модели долговечности и их применение для решения задач прогнозирования определяющих характеристик композитов	505
<i>Нгуен Дин Дык, Зьонг Туан Мань, Нгуен Динь Хоа, Фам Динь Нгуен</i> Механическая устойчивость эксцентрически подкрепленных ауксетических усеченных конических сэндвич-оболочек на упругих основаниях	521
<i>Протасеня Т. А., Крень А. П., Дьякова Г. Н.</i> Применение метода динамического инден-тирования для оценки твердости и модуля упругости материала изделий, полу-	

ченых экструзионным методом аддитивного производства из угленаполненных композитных материалов	545
<i>Ван И., Ямашита Ш., Такахаши Дж.</i> Оценка и моделирование свойств при растяжении термопластиков на основе рубленых лент разной толщины из углеродных волокон	563
<i>Паймушин В. Н., Газизуллин Р. К., Холмогоров С. А., Шишов М. А.</i> Механика деформирования тест-образцов из слоистых волокнистых композитов со структурой $[\pm 45^\circ]$ при испытаниях на растяжение и сжатие. 1. Теоретико-экспериментальные методы определения механических характеристик и параметров напряженно-деформированного состояния	581
<i>Паньков А. А.</i> Диагностирование микропор в полимерном материале встроенной оптоволоконной брэгговской решеткой	609
<i>Аббаспур Ф., Арвин Х.</i> Анализ свободных колебаний слоистых микропластин с пластинками графена и пьезоэлектрическими лицевыми слоями, покоящихся на упругом основании и подверженных термоэлектрическим нагрузкам	619
Т. 58, № 4	
<i>Гриняев Ю. В., Чертова Н. В., Шилько Е. В.</i> Лагранжев формализм для анализа акустических свойств двухфазных композитных материалов с дефектными межфазными границами	649
<i>Соловьёв А. Н., До Тхань Бинь, Чебаненко В. А., Паринов И. А.</i> Изгибные колебания композитного пьезоактивного биморфа в переменном магнитном поле: прикладная теория и конечно-элементное моделирование	675
<i>Акбаров С. Д., Анвар М. Й., Кутюг З.</i> Трехмерная неосесимметричная локальная потеря устойчивости полого цилиндра из анизотропного вязкоупругого материала	691
<i>Турбин Н. В., Трифонов Р. Д., Ковтунов С. С.</i> Моделирование смятия композитного материала методами вычислительной микромеханики	715
<i>Паймушин В. Н., Газизуллин Р. К., Холмогоров С. А., Шишов М. А.</i> Механика деформирования тест-образцов из слоистых волокнистых композитов со структурой $[\pm 45^\circ]$ при испытаниях на растяжение и сжатие. 2. Исследование плоских внутренних форм потери устойчивости	735
<i>Стрижиус В. Е.</i> Прогнозирование деградации остаточной прочности при циклическом нагружении слоистых композитов	757
<i>Проценко А. Е., Петров В. В.</i> Рециклинг стеклоармирующих наполнителей из полимерных композитов на основе эпоксивинилэфирного связующего	771
<i>Чен Ч. Ш., Ван Х., Као Цз. И., Чен В. Р.</i> Исследование неустойчивости параметрических колебаний композитных пластин при произвольных пульсирующих нагрузках на основе теорий пластин высокого порядка	783

- Нгуен Н. Т., Нгуен Т. К., Ду Д. Х., Нгуен Д. Н.* Конечно-элементный анализ железобетонных балок, упрочненных U-образными обмотками волокнисто-армированного углепластика 813
- Гупта Н., Хиремат С. Р., Маханатра Д. Р.* Влияние перекрытия микротрещин на свойства эпоксидных композитов с углеродными нанотрубками при растяжении и сжатии 835783

Т. 58, № 5

- Турусов Р. А., Поликарпова И. А., Орлов М. А., Сергеев А. Ю., Солодилов В. И.* Напряженно-деформированное состояние преформы при послойной автоматизированной нашивке ровинга 865
- Львов Г. И.* Численная гомогенизация теплофизических свойств волокнистых композитов 883
- Хошгофтар М. Дж., Карими М., Сейфури С.* Нелинейный анализ изгиба пластин из слоистого композита с использованием уточненной зигзагообразной теории 905
- Захаров Д. Д.* Точные уравнения и нахождение частот среза при свободных колебаниях пластин из функционально-градиентных материалов 927
- Мишра Н., Дас К.* Сравнительное исследование инкрементальной самосогласованной и Эшелби—Мори—Танака моделей для оценки электроупругих свойств пьезоэлектрических полимерных композитов с ортотропной матрицей 943
- Адамов А. А., Келлер И. Э., Острер С. Г., Селетков Д. В.* Оценка работоспособности антифрикционных ПТФЭ-композитов при давлении свыше 60 МПа. I. Сравнение твердости и деформационных свойств в условиях свободного и стесненного сжатия 965
- Абатурова Н. А., Ломовской В. А., Галушко Т. Б., Ломовская Н. Ю.* Релаксационные процессы в нанокompозитной системе поливиниловый спирт—йод—йодид калия . . . 987
- Аликин М. Б., Алексеева К. Д., Панфилов Д. А., Дворко И. М., Лавров Н. А.* Свойства эпоксидных композиций, отвержденных продуктами аминолита вторичных полиэтилентерефталата и поликарбоната 999
- Юрков Г. Ю., Пророкова Н. П., Козинкин А. В., Вавилова С. Ю., Солодилов В. И., Максимова А. В., Власенко В. Г., Кириллов В. Е., Бузник В. М.* Полипропиленовые нити, модифицированные марганецсодержащими наночастицами 1011
- Ян Цз., Тан Цз., Ван Ю., Ван Ц.* Нелинейный анализ механического поведения балок из функционально-градиентного сплава с памятью формы 1031
- Паньков А. А.* Влияние начального напряженного состояния на эффективные свойства пьезокompозита 1049
- Гюнеш Р., Аль-Грайшави Дж.* Экспериментальное исследование поведения толстых и тонких слоистых композитов при низкоскоростном ударе 1069

<i>Фрейре Р. Т. С., Нуньес С. Г., Амиго С. К., Аль-Рамахи Н. Дж., Йоффе Р., Варна Я.</i> Об определении функций линейной вязкоупругой податливости и релаксации полимеров в одном испытании на растяжение	1095
<i>Игнатова А. В., Безмельницын А. В., Оливенко Н. А., Кудрявцев О. А., Сапожников С. Б., Шавшина А. Д.</i> Прогнозирование саморазогрева стеклопластика при циклическом изгибе	1125
<i>Чебаков М. И., Данильченко С. А.</i> Теоретико-экспериментальный подход к определению механических характеристик тонких полимерных композитных покрытий	1145
<i>Жигун В. И., Плуме Э. З., Крестоне С. А., Краснов Л. Л.</i> Метод определения модулей сдвига композитных материалов из опытов на трёхточечный поперечный изгиб	1157
<i>Смолин И. Ю., Зимина В. А., Буякова С. П.</i> Оценка температурных остаточных напряжений в слоистом керамическом композите	1175
<i>Голмакани М. Э., Виченбах Т., Маликан М., Карими Э. З., Масуми М., Еремеев В. А.</i> Экспериментальное и численное изучение механических характеристик слоистых композитов на основе алюминия и стекловолокон	1193
<i>Роговина С. З., Гасымов М. М., Ломакин С. М., Кузнецова О. П., Ермолаев И. М., Шевченко В. Г., Шапагин А. В., Арбузов А. А., Берлин А. А.</i> Влияние способа получения наполненных полимерных нанокомпозитов полилактид—восстановленный оксид графена на их свойства и структуру	1207
<i>Вяткина М. А., Горбаткина Ю. А., Горбунова И. Ю., Корохин Р. А., Павлюкович Н. Г., Петрова Т. В., Солодилов В. И., Сторожук И. П.</i> Влияние олигомерных сополиимидов на свойства эпоксидных связующих	1225
<i>Десенкрос К., Неме А., Леру Дж. Б., Йохум К.</i> Новый метод комплексного моделирования для анализа тканых конструкций кайтов с передней надувной кромкой	1239
<i>Симон Дж., Джайн А.</i> Влияние типа упаковки на эквивалентный модуль упругости и концентрацию напряжений однонаправленных композитов	1263
Указатель статей, опубликованных в журнале “Механика композитных материалов” в 2022 году	1281
Авторский указатель за 2022 год	1286

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ ЗА 2022 ГОД

- Абатурова Н. А. **5** 987
 Аббаспур Ф. **3** 619
 Адамов А. А. **5** 965
 Акбаров С. Д. **4** 691
 Алексеева К. Д. **5** 999
 Алексенко В. О. **3** 437
 Алепаихамбар А. **1** 75
 Аликин М. Б. **5** 999
 Аль-Грайшави Дж. **5** 1069
 Аль-Рамахи Н. Дж. **6** 1095
 Амико С. К. **6** 1095
 Анвар М. Й. **4** 691
 Анискевич А. **2** 241
 Арбузов А. А. **6** 1207
 Арвин Х. **3** 619
- Багери** Тофиги М. **2** 297
 Бакулин В. Н. **3** 505
 Башир Е. О. **2** 369
 Безмельницын А. В. **6** 1125
 Берлин А. А. **6** 1207
 Биглари Х. **2** 297
 Бочкарева С. А. **3** 437
 Бузник В. М. **5** 1011
 Буслович Д. Г. **3** 437
 Буякова С. П. **6** 1175
- Вавилова** С. Ю. **5** 1011
 Ван И. **3** 563
 Ван Х. **4** 783
 Ван Ц. **5** 1031
 Ван Ю. **5** 1031
 Варна Я. **6** 1095
 Виченбах Т. **6** 1193
 Власенко В. Г. **5** 1011
 Власов Д. Д. **1** 43
 Ворвальд Х. Дж. К. **2** 335
 Вяткина М. А. **6** 1225
- Газизуллин Р. К. А. **3** 581, **4** 735
 Галушко Т. Б. **5** 987
 Гасымов М. М. **6** 1207
 Герайше Л. **1** 115
 Гитман И. **1** 59
 Голмакани М. Э. **6** 1193
 Горбаткина Ю. А. **6** 1225
 Горбик П. П. **2** 321
- Горбунова И. Ю. **6** 1225
 Гриняев Ю. В. **4** 649
 Гусев Е. Л. **3** 505
 Гусейнов К. **2** 223
 Гупта Н. **4** 835
 Гюнеш Р. **5** 1069
- Данильченко С. А. **6** 145
 Дас К. **5** 943
 Дас С. **1** 3
 Дашдемир А. **1** 97
 Дворко И. М. **5** 999
 Деар Дж. П. **1** 175
 Десенкрос К. **6** 1239
 Джайн А. **6** 1263
 Дзюбенко Л. С. **2** 321
 Диксит А. **3** 455
 До Тхань Бинь **4** 675
 Ду Д. Х. **4** 813
 Дьякова Г. Н. **3** 545
- Еремеев** В. А. **6** 1193
 Ермолаев И. М. **6** 1207
- Жигун** В. И. **6** 1157
- Замечникова** Т. **2** 397
 Захаров Д. Д. **5** 927
 Зеленькене Д. **2** 241
 Зиле Э. **2** 241
 Зимина В. А. **6** 1175
 Зыонг Туан Мань **3** 521
- Игнатова** А. В. А. **6** 1125
 Ишак М. Р. **2** 383
- Йоффе** Р. **6** 1095
 Йохум К. **6** 1239
- Као** Цз. И. **4** 783
 Карими М. **5** 905
 Карими Э. З. **6** 1193
 Келлер И. Э. **5** 965
 Кириллов В. Е. **5** 1011
 Ковтунов С. С. **4** 715
 Козинкин А. В. **5** 1011
 Корохин Р. А. **6** 1225
 Котомин С. В. **1** 197

Краснов Л. Л. **6** 1157
Крачун Е.-М. **1** 3
Крень А. П. **3** 545
Кржена Я. **2** 397
Кристоне С. А. **6** 1157
Кудрявцев О. А. **2** 223, **6** 1125
Кузнецова О. П. **6** 1207
Кумар А. М. **1** 139
Кутюг З. **4** 691

Лавров Н. А. **5** 999
Леру Дж. Б. **6** 1239
Ломакин С. М. **6** 1207
Ломовская Н. Ю. **5** 987
Ломовской В. А. **5** 987
Львов Г. И. **5** 883
Лю Х. **1** 175
Лю Цз. **1** 175
Люкшин Б. А. **3** 437

Макаревич Ю. Л. **1** 59
Максимова А. В. **5** 1011
Маликан М. **6** 1193
Маниваннан Р. **1** 139
Масуди А. Р. **1** 75
Масуми М. **6** 1193
Махапатра Д. Р. **4** 835
Махарадж К. **1** 175
Мироновс Д. **2** 257
Митрофанов О. **1** 21
Мишра Н. **5** 943
Моганаприя Ч. **1** 139
Монтичелли Ф. М. **2** 335
Моран Дж. И. **2** 411

Нгуен Д. Н. **4** 813
Нгуен Дин Дык **3** 521
Нгуен Динь Хоа **3** 521
Нгуен Н. Т. **4** 813
Нгуен Т. К. **4** 813
Неме А. **6** 1239
Нуньес С. Г. **6** 1095

Обидин И. М. **1** 197
Оливенко Н. А. **6** 1125
Онискви В. Д. **1** 59
Орлов М. А. **5** 865
Орнаги-мл. Х. Л. **2** 335
Осман Мазен **1** 21
Османи Х. **1** 115
Острер С. Г. **5** 965

Павлюкович Н. Г. **6** 1225
Павлючкова Е. А. **1** 197
Падовец З. **2** 397
Паймушин В. Н. **3** 581, **4** 735
Панин С. В. **3** 437
Панфилов Д. А. **5** 999
Паньков А. А. **3** 609, **5** 1049
Парамешваран Р. **1** 139
Паринов И. А. **4** 675
Петров В. В. **4** 771
Петрова Т. В. **6** 1225
Плаван В. П. **2** 321
Плуме Э. З. **6** 1157
Поликарпова И. А. **5** 865
Полилов А. Н. **1** 43
Праджапати Х. **3** 455
Пророкова Н. П. **5** 1011
Протасеня Т. А. **3** 545
Проценко А. Е. **4** 771
Пушкарев Ю. Н. **2** 321

Раджасекар Р. **1** 139
Раджини Н. **2** 383
Резаи-Паджанд М. **1** 75
Роговина С. З. **6** 1207
Родригес Э. С. **2** 411

Сайтарлы С. В. **2** 321
Сапожников С. Б. **2** 223, **6** 1125
Сапьяненко А. А. **2** 321
Сафоновс А. **2** 257
Седлачек Р. **2** 397
Сейфури С. **5** 905
Селахи Е. **1** 159
Селетков Д. В. **5** 965
Сенгчин С. **2** 383
Сенткумар К. **2** 383
Сентмутукумар Т. **2** 383
Сергеев А. Ю. **5** 865
Симон Дж. **6** 1263
Смолин И. Ю. **6** 1175
Соловьёв А. Н. **4** 675
Солодилов В. И. **5** 865, 1011, **6** 1225
Столбов В. Ю. **1** 59
Сторожук И. П. **6** 1225
Стрижиус В. Е. **4** 757

Такахашаи Дж. **3** 563

Тан Цз. **5** 1031

Тарфауи М. **1** 115

Теваги А. **3** 455

Триведи Н. **1** 3

Трифонов Р. Д. **4** 715

Турбин Н. В. **4** 715

Турусов Р. А. **5** 865

Фам Динь Нгуен **3** 521

Фрейре Р. Т. С. **6** 1095

Хассан Е. А. М. **2** 369

Хейн Х. **2** 353

Хиремат С. Р. **4** 835

Холмогоров С. А. **3** 581, **4** 735

Хошгофгар М. Дж. **5** 905

Чай Х. **1** 175

Чандрасекар М. **2** 383

Чебаков М. И. **6** 145

Чебаненко В. А. **4** 675

Чен В. Р. **4** 783

Чен Ч. Ш. **4** 783

Чертова Н. В. **4** 649

Чжэн Цз. **1** 175

Чиоффи М. О. Х. **2** 335

Чуррука М. Дж. **2** 411

Шавшина А. Д. **6** 1125

Шапагин А. В. **6** 1207

Шахрозе Р. М. **2** 383

Шевченко В. Г. **6** 1207

Шилько Е. В. **4** 649

Шишов М. А. **3** 581, **4** 735

Шокри М. М. **2** 297

Элагиб Т. Х. Х. **2** 369

Эль-Абид А. Е. А. **2** 369

Юрков Г. Ю. **5** 1011

Яануска Л. **2** 353

Ямашита Ш. **3** 563

Ян Цз. **5** 1031

Янелюкстис Р. **2** 257

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Фрейре Р. Т. С., Нуньес С. Г., Амиго С. К., Аль-Рамахи Н. Дж., Йоффе Р., Варна Я.</i> Об определении функций линейной вязкоупругой податливости и релаксации полимеров в одном испытании на растяжение	1095
<i>Игнатова А. В., Безмельницын А. В., Оливенко Н. А., Кудрявцев О. А., Сапожников С. Б., Шавишина А. Д.</i> Прогнозирование саморазогрева стеклопластика при циклическом изгибе	1125
<i>Чебаков М. И., Данильченко С. А.</i> Теоретико-экспериментальный подход к определению механических характеристик тонких полимерных композитных покрытий	1145
<i>Жигун В. И., Плуме Э. З., Кристоне С. А., Краснов Л. Л.</i> Метод определения модулей сдвига композитных материалов из опытов на трёхточечный поперечный изгиб	1157
<i>Смолин И. Ю., Зимина В. А., Бужакова С. П.</i> Оценка температурных остаточных напряжений в слоистом керамическом композите	1175
<i>Голмакани М. Э., Виченбах Т., Маликан М., Карими Э. З., Масуми М., Еремеев В. А.</i> Экспериментальное и численное изучение механических характеристик слоистых композитов на основе алюминия и стекловолокон	1193
<i>Роговина С. З., Гасымов М. М., Ломакин С. М., Кузнецова О. П., Ермолаев И. М., Шевченко В. Г., Шапагин А. В., Арбузов А. А., Берлин А. А.</i> Влияние способа получения наполненных полимерных нанокомпозитов полилактид—восстановленный оксид графена на их свойства и структуру	1207
<i>Вяткина М. А., Горбаткина Ю. А., Горбунова И. Ю., Корохин Р. А., Павлюкович Н. Г., Петрова Т. В., Солодилов В. И., Сторожук И. П.</i> Влияние олигомерных сополиимидов на свойства эпоксидных связующих	1225
<i>Десенкрос К., Неме А., Леру Дж. Б., Йохум К.</i> Новый метод комплексного моделирования для анализа тканых конструкций кайтов с передней надувной кромкой	1239
<i>Симон Дж., Джэйн А.</i> Влияние типа упаковки на эквивалентный модуль упругости и концентрацию напряжений однонаправленных композитов	1263
Указатель статей, опубликованных в журнале “Механика композитных материалов” в 2022 году	1281
Авторский указатель за 2022 год	1286

CONTENTS

<i>Freire R. T. S., Nunes S. G., Amico S. C., Al-Ramahi N. J., Joffe R., and Varna J.</i> On determination of the linear viscoelastic compliance and relaxation functions for polymers in one tensile test	1095
<i>Ignatova A. V., Bezmelnitsyn A. V., Olivenko N. A., Kudryavtsev O. A., Sapozhnikov S. B., and Shavshina A. D.</i> Prediction of GFRP self-heating kinetics under cyclic bending	1125
<i>Chebakov M. I. and Danil'chenko S. A.</i> Theoretical-experimental approach to determining the mechanical characteristics of thin polymer composite coatings	1145
<i>Zhigun V. I., Plume E. Z., Kristone S. A., and Krasnov L. L.</i> Method for determining the shear moduli of composite materials from experiments in the three-point transverse bending	1157
<i>Smolin I. Yu., Zimina V. A., and Buyakova S. P.</i> Estimation of residual thermal stresses in a layered ceramic composite	1175
<i>Golmakani M. E., Wiczenbach T., Malikan M., Karimi E. Z., Masoumi M., and Eremeyev V. A.</i> Experimental and numerical study on mechanical characteristics of aluminum/glass fiber composite laminates	1193
<i>Rogovina S. Z., Gasymov M. M., Lomakin S. M., Kuznetsova O. P., Ermolaev I. M., Shevchenko V. G., Shapagin A. V., Arbuzov A. A., and Berlin A. A.</i> Influence of the method of obtaining filled polymer nanocomposites of polylactide—reduced graphene oxide on their properties and structure	1207
<i>Vyatkina M. A., Gorbatkina Yu. A., Gorbunova I. Yu., Korokhin R. A., Pavlukovich N. G., Petrova T. V., Solodilov V. I., and Storozhuk I. P.</i> Effect of oligomeric copolyimides on the properties of epoxy binders	1225
<i>Desenclos K., Nême A., Leroux J. B., and Jochum C.</i> A novel composite modeling method to analyze the woven fabric structures of leading-edge inflatable kites	1239
<i>Simon J. and Jain A.</i> The effect of packing type on the equivalent modulus and stress concentrations of unidirectional composites	1263
Contents of the journal <i>Mekhanika Kompozitnykh Materialov</i> in 2022	1281
Author's index for 2022	1286

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

Список некоторых планируемых конференций (Композиты и перспективные материалы)

2022—2025

Modern Materials and Manufacturing 2023

May 2-4, Tallinn, Estonia
<https://taltech.ee/en/mmm2023>

ICSCES

International Conference of Steel and Composite for Engineering Structures

June 12-13, 2023, Università Politecnica delle Marche, Ancona, Italy
<https://icsces.com/>

ICFC9

The ninth International Conference on Fatigue of Composites

June 21-23, 2023, University of Padova, Vicenza, Italy
<http://static.gest.unipd.it/icfc9/>

The 14-th International Conference on Numerical Methods in Industrial Forming Processes

June 25-29, 2023, AGH University of Science and Technology, Krakow, Poland
<http://numiform2023.agh.edu.pl/>

SMART 2023

10th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials

July 3-6, 2023, University of Patras, Patras, Greece
<https://www.smart2023.eu/>

AB2023

7th International Conference on Structural Adhesive Bonding

July 13-14, 2023, University of Porto (FEUP), Porto, Portugal
<https://web.fe.up.pt/~ab2023/>

CICE 2023

11th International Conference on Fiber-Reinforced Polymer (FRP) Composites in Civil Engineering

July 23-26, 2023, Rio de Janeiro, Brazil
<https://cice2023.org/>; <https://easychair.org/cfp/CICE2023>

ICCM-23

International Conference on Composite Materials

July 30 - August 4, 2023, Belfast, Ireland
<https://iccm23.org/about-the-conference/>

ISNDCM

17th International Symposium on the Nondestructive Characterization of Materials

August 14-17, 2023, The Empa Akademie; Dübendorf (Zurich), Switzerland
<https://asnt.eventsair.com/isndcm23/>

FEMS EUROMAT23

Materials Science and Technology in Europe

September 3-7, 2023, Frankfurt on the Main, Germany

<https://euromat2023.com/>

5th Polish Congress of Mechanics

25th International Conference on Computer Methods in Mechanics

September 4-7, 2023, Gliwice, Poland

<https://pcm-cmm.com/>

COMPOSITES 2023

9th ECCOMAS Thematic Conference on the Mechanical Response of Composites

September 12-14, 2023, Trapani, Sicily, Italy

<https://composites2023.cimne.com/>

ICPIC 2023

International Congress of Polymers in Concrete

September 17-20, 2023, Warsaw University of Technology, Poland

<https://icpic2022.org/organizers/>

9th International Conference on Fracture of Polymers, Composites and Adhesives

September 17-21, 2023, Eurotel Victoria, Les Diablerets, Switzerland

<https://www.elsevier.com/events/conferences/esistc4conference>

IUTAM Symposium Creep in Structures

September 18-22, 2023, Magdeburg, Germany

<http://www.iutam-symposium.ovgu.de>

VBE2023

The First International Conference on Vehicle Body Engineering

November 2-3, 2023, University of Porto (FEUP), Porto, Portugal

<https://web.fe.up.pt/~vbe2023/>

ECCOMAS CONGRESS 2024

9th European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering

June 3-7, 2024, Lisbon, Portugal

<https://eccomas2024.org/>

MDA 2024

5th International Conference on Materials Design and Applications

July 4-5, 2024, University of Porto (FEUP), Porto, Portugal

<https://web.fe.up.pt/~mda2024/>

ECCM21 2024

21st European Conference on Composite Materials

July 2-5, 2024, Nantes, France

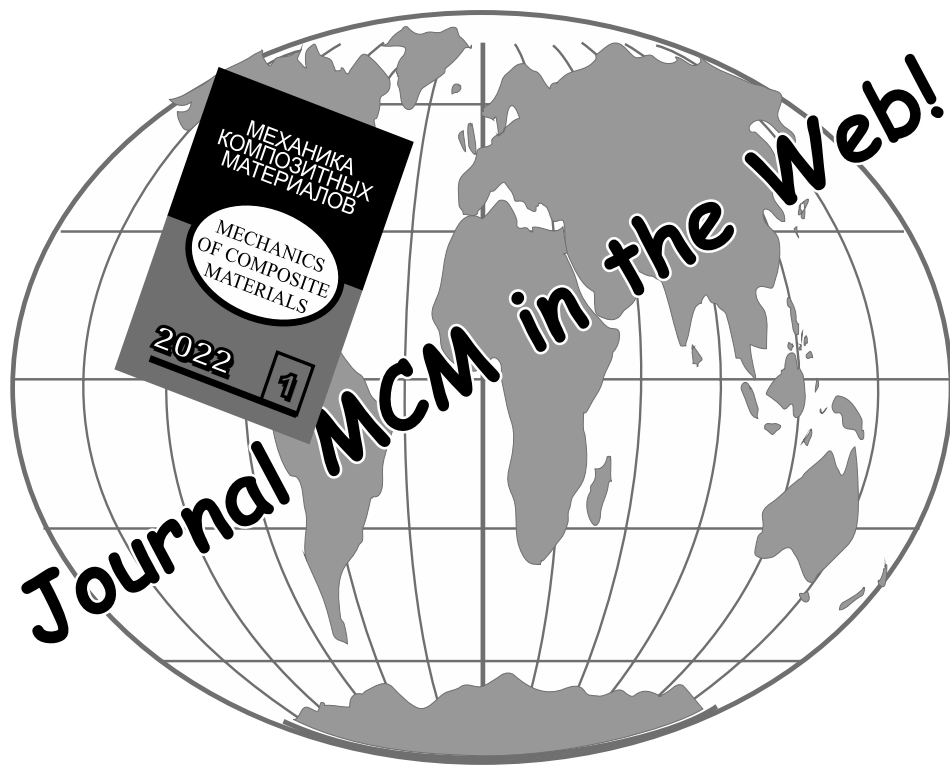
<https://www.showsbee.com/fairs/European-Conference-Composite-Materials.html>

ICCM24

The 24th International Conference on Composite Materials

August 9-15, 2025, Baltimore, Maryland, U.S.A

<http://iccm24.com/>



Адрес редакции:

ул. Айзкрауклес, 23, Рига, LV-1006 Латвия
<https://www.apgads.lu.lv/journals/mkm/>
e-mail: mcm@pmi.lv, tatjana.gubina@pmi.lv

Address:

23 Aizkraukles St., Riga, LV-1006 Latvia
<https://www.apgads.lu.lv/en/journals/mkm/>
e-mail: mcm@pmi.lv, tatjana.gubina@pmi.lv

Редактор *Т. В. Губина*

Редактор английского текста *А. Лагздиньш*

Перевод для издания журнала на английском языке *В. Кулакова, А. Лагздиньша*

Компьютерная верстка *А. В. Пумпурс*

Корректор *С. А. Видинеев*

Отпечатано в типографии SIA "Eiro Print", ул. Апес, 5А – 89, Рига, LV-1039 Латвия