

*К. Десенклос\*, А. Неме, Дж. Б. Леру, К. Йохум*

*ENSTA Bretagne, IRDL-UMR CNRS 6027, F-29200 Brest, France*

## **НОВЫЙ МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ТКАНЫХ КОНСТРУКЦИЙ КАЙТОВ С ПЕРЕДНЕЙ НАДУВНОЙ КРОМКОЙ<sup>1</sup>**

*K. Desenclos\*, A. Nême, J. B. Leroux, and C. Jochum*

### **A NOVEL COMPOSITE MODELING METHOD TO ANALYZE THE WOVEN FABRIC STRUCTURES OF LEADING-EDGE INFLATABLE KITES**

**Keywords:** leading-edge inflatable kites, fluid-structure coupling method, woven fabric, buckling

For several years, kites have been representing an innovative technology in the maritime sector to reduce the fuel consumption through an auxiliary propulsion or producing energy onboard. Regarding the continuous increase in kite sizes, one of the main objectives is to determine whether a leading-edge inflatable kite and its components will be able to withstand the pressure field induced by the aerodynamic load. Therefore, an accurate identification of stress fields in them is required by designers. For this aim, a fluid-structure interaction method was developed by coupling a 3D nonlinear lifting-line model with the Abaqus™ 2017 finite-element software tools. Within this framework, a structural analysis was performed for a kite made of a woven fabric by employing the thin-layer finite-element technique for its weak bending properties. This modeling method is new and is not available in the Abaqus™.

**Ключевые слова:** кайты с кромкой передней надувной, метод взаимодействия жидкость—конструкция, материал тканый, потеря устойчивости

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [kelvin.desenclos@ensta-bretagne.org](mailto:kelvin.desenclos@ensta-bretagne.org)  
Corresponding author: [kelvin.desenclos@ensta-bretagne.org](mailto:kelvin.desenclos@ensta-bretagne.org)

<sup>1</sup>Перевод с англ.

В течение нескольких лет кайты (*kites*) представляют инновационную технологию в морском секторе, обеспечивающую снижение расхода топлива за счет вспомогательной силовой установки или производства энергии на борту. Постоянное увеличение размеров кайтов с передней надувной кромкой требует решения одной из основных задач, связанной со способностью их компонентов выдерживать поле давления, обусловленное аэродинамической нагрузкой. Поэтому от проектировщиков требуется точная идентификация полей напряжений в кайтах. С этой целью разработан метод взаимодействия жидкость—конструкция на основе трехмерной нелинейной модели подъемной линии с использованием программного обеспечения Abaqus™ 2017. Конструкционный анализ кайта из тканого материала выполнен с использованием метода тонких конечных элементов в силу слабых изгибных свойств. Предложенный метод моделирования является новым, не имевшимся в наличии в программном обеспечении Abaqus™.

## Введение

Использование гигантских кайтов в промышленных целях становится все более и более распространенным, особенно в последние два десятилетия, поскольку они способны обеспечить большую силу тяги, полезную для некоторых приложений. Проект Beyond the sea® направлен на разработку систем привязных кайтов в качестве вспомогательных движителей для торговых судов с целью сокращения вредных выбросов [1]. Создание таких систем, способных выдерживать высокие динамические нагрузки, требует разработки подхода к моделированию привязанных кайтов для понимания их поведения. С этой целью разработан инструмент программного обеспечения для определения взаимодействия и размеров кайтов (ВРК), использованный для оценки поведения кайта с надувной передней кромкой при заданных, кажущихся эффективными, условиях ветра и угле атаки. Применена трехмерная нелинейная модель подъемной линии [2] в сочетании с конечно-элементным программным обеспечением Abaqus™ 2017. Метод трехмерной нелинейной подъемной линии, разработанный в [3], основан на модификации теории подъемной линии Прандтля.

В работе учитывали нелинейность локального двухмерного коэффициента подъемной силы в зависимости от угла падения и применили итерационный метод для определения локальных циркуляций, обеспечивающих локально возникающие ветры и эффективные углы падения. Зная эволюцию двухмерного коэффициента давления вдоль хорды при заданном угле падения, при моделировании методом конечных элементов (МКЭ) к кайту прикладывали аэродинамическую нагрузку. Инструменты программного обеспечения ВРК, кратко описанные в разделе 2, разработаны в [2, 4]. Численному моделированию кайтов посвящены работы [5—9].

В большинстве случаев конструкции очень приблизительно моделировали как твердое тело, поскольку основной целью этих исследований было представление методов управления кайтом или определение максимальной мощности, передаваемой для производства энергии. В [10, 11] рассмотрена глобальная деформативность привязного кайта и определены его габариты. Кайт изготавливают в основном из очень тонкого тканого материала, что обуславливает его мембраноподобное поведение при незначительной жесткости. Для моделирования мембранного поведения тканей использовали инженерный макроскопический подход, не требующий микромасштабного рассмотрения [12].

Были использованы плоскостные напряжения, определяемые как произведение напряжений Коши на толщину ткани. В разделе 3 представлен метод идентификации матрицы жесткости тканей  $A$ . Все надутые трубы геометрии кайта (переднюю кромку и латы (battens)) моделировали с помощью балочных конечных элементов. Для определения модуля Юнга и геометрических характеристик эквивалентных поперечных сечений балки  $A_0$ ,  $I$  и  $J$  использовали компоненты матрицы мембранной жесткости [13], как описано в разделе 4. Разработка “естественной” конечно-элементной модели кайта посредством программного обеспечения Abaqus™ без особых предостережений приводит к неправильным или несходящимся решениям. В разделах 5.1, 5.2 и 5.3 представлены разные модификации “естественной” конечно-элементной модели надувных труб, купола и тросов кайта. Во избежание проблем с численной сходимостью, связанных с локальной потерей устойчивости тканей, использовали фиктивную толщину [14]. Значения модулей Юнга и сдвига в плоскости, введенные в конечно-элементную модель, разработанную посредством программного обеспечения Abaqus™, также были фиктивными для реализации матрицы жесткости, согласованной с полученными экспериментальными результатами. Эти аспекты описаны в разделе 5.2.

Во избежание трудностей со сходимостью конечно-элементных решений для конструкций мембранного типа также предлагают и другие методы [15—17]. Однако они требуют утомительной калибровки параметров (как правило, коэффициентов демпфирования), зависящих от типа решаемой задачи. В программном обеспечении Abaqus™ во избежание явлений заклинивания от сдвига [18] в конечных элементах балки (см. раздел 5.1) и оболочки (см. раздел 5.2) используют коэффициент гибкости при поперечном сдвиге. В соответствии с нашими собственными критериями значение этого коэффициента, предлагаемое по умолчанию, было изменено. Введение упрочнения посредством тканых накладок, пришитых к куполу, смоделировали с помощью опции “обшивка”, имеющейся в программном обеспечении Abaqus™. Обоснование и реализацию этого варианта расчета описали в разделе 5.2. Конечно-элементная сетка исходной конфигурации привязного кайта, выбранная для расчета конструкции в итерационном

цикле жидкость—конструкция, представлена в разделе 5.3. Поскольку надувные трубы (переднюю кромку и латы) моделировали как балки, стандартная процедура постобработки, предлагаемая программным обеспечением Abaqus™, не подходила для получения информации о стенках труб, изготовленных из ортотропных тканей. В разделе 6 представлены разработки, выполненные для получения критерия потери устойчивости и предела текучести в зависимости от внутреннего давления в накачанных трубах. В разделе 7 представлены результаты, полученные с помощью инструментов программного обеспечения ВРК, для трех конфигураций уздечек привязного кайта площадью 50 м<sup>2</sup>. Преимущества ВРК обсудили в разделе 8.

## 1. Метод взаимодействия жидкость—конструкция

Для инструментов программного обеспечения ВРК разработали трехмерный нелинейный метод подъемной линии в сочетании с анализом МКЭ. В силу симметрии геометрии кайта конечно-элементную модель создавали только для его половины. Кроме того, учитывали условия прямого полета, что обусловило симметричный режим нагружения. При этом вымпельный ветер считали пространственно однородным, а угол падения между вектором ветра и хордой кайта — неизменным в плоскости симметрии. На втором этапе для решения задачи об аэродинамической нагрузке, действующей на деформированную форму кайта, рассчитанную посредством МКЭ, создали конечно-элементную модель жидкости. Инструмент программного обеспечения ВРК в качестве входных данных включал информацию о геометрии кайта, условия полета и свойствах материалов. Первый шаг начали с расчета жидкости с использованием трехмерного нелинейного метода подъемной линии. Полученные коэффициенты давления интерполировали и использовали при создании конечно-элементной модели кайта. Конечно-элементный анализ кайта начали с нелинейного неявного динамического расчета для квазистатических приложений. При расчете старта конструкции рассматривали недеформированную геометрию

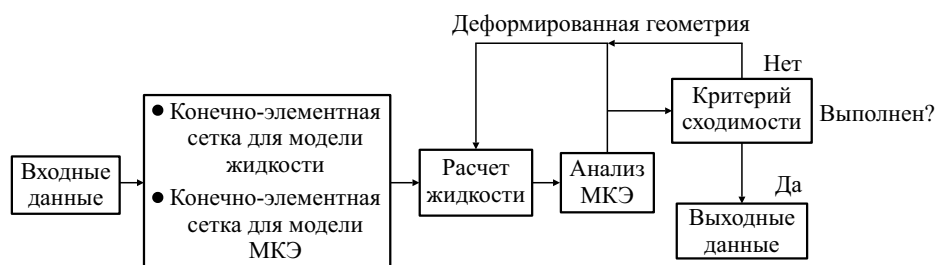


Рис. 1. Блок-схема инструмента программного обеспечения ВРК.

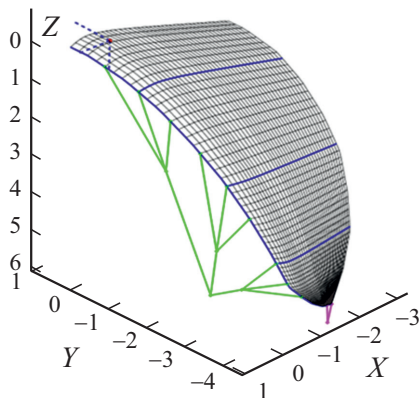


Рис. 2. Пример конечно-элементной сетки для половины кайта: передние (зеленые) и задние (красные) кромки уздечек и радиальные надувные трубы передней кромки и латы (голубые). (●) — точка  $K$ ; (---) — система координат.

трию кайта. Расчет продолжали до тех пор, пока не достигали равновесного положения. По завершении первой итерации начинали вторую с новым расчетом жидкости с учетом деформированной геометрии, вычисленной с помощью программного обеспечения Abaqus™. После расчета по модели жидкости снова выполняли расчет МКЭ. В конце второй итерации проверяли критерии сходимости, основанные на энергии деформирования и кинетической энергии, рассчитанных на каждой итерации. Блок-схема процедуры расчета показана на рис. 1.

Использовали декартовую ортонормированную систему координат  $(K, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  (рис. 2) с началом в точке  $K$  на передней четверти хорды кайта в плоскости симметрии. Ось  $Z$  коллинеарна вектору  $\overline{KO}$ , где точка  $O$  обозначает переднюю кромку швартовки точки закрепления. Ось  $X$  направлена от задней кромки к передней. Наконец, ось  $Y$  задали как векторное произведение  $(\vec{X}, \vec{Z})$ , направленное в сторону не нарисованной половины кайта (см. рис. 2).

## 2. Свойства материалов

Купол и надувные трубы изготовлены из полиэфирных тканей 10080 E37 и 50058 E45 соответственно. Для определения параметров композитного материала использовали ортотропную модель с разной прочностью при растяжении в разных направлениях. Принимая во внимание угол  $\alpha$  между направлениями оси  $\vec{x}$  и основы тканого материала, мембранное уравнение

состояния записали в глобальной декартовой ортонормированной системе координат  $(x, y)$  как

$$N = \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix}, \begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix}, A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_x} & -\frac{\nu_{yx}}{E_y} & \frac{\eta_{xy}}{G_x} \\ -\frac{\nu_{xy}}{E_x} & \frac{1}{E_y} & \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} \\ \frac{\eta_x}{E_x} & \frac{\mu_y}{E_y} & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\frac{\nu_{yx}}{E_y} = \frac{\nu_{xy}}{E_x}; \frac{\eta_x}{E_x} = \frac{\eta_{xy}}{G_x}; \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} = \frac{\mu_y}{E_y},$$

где  $N$  — матрица напряжений в плоскости [Н/м];  $A$  — матрица жесткости [Н/м];  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$  — деформации в плоскости в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно;  $\gamma_{xy}$  — сдвиговая деформация. Матрицы  $N$  и  $A$  — симметричные. Компоненты матрицы  $A^{-1}$  приведены в (3). Модули Юнга, коэффициенты Пуассона и коэффициенты взаимного влияния с нижними индексами  $x$  или  $y$  записаны в глобальной декартовой ортогональной системе координат  $(\vec{x}, \vec{y})$ , а нижние индексы  $L$  или  $T$  определены в декартовой ортогональной системе главных осей упругой симметрии материала, где  $L$  и  $T$  обозначают направление основы и утка тканого композита соответственно [19]. В силу симметрии матрицы податливости  $A^{-1}$  ее компоненты в осях упругой симметрии материала имеют вид

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix}, \nu_{LT} = \frac{\nu_{LT} E_L}{E_T}. \quad (2)$$

Введя обозначения  $c = \cos \alpha$  и  $s = \sin \alpha$ , представим матрицу податливости  $A^{-1}$  в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{E_x} = \frac{c^4}{E_L} + \frac{s^4}{E_T} + (cs)^2 \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{TL}}{E_T} \right), \\ \frac{1}{E_y} = \frac{s^4}{E_L} + \frac{c^4}{E_T} + (cs)^2 \left( \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{TL}}{E_T} \right), \\ \frac{1}{G_{xy}} = 4(cs)^2 \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{TL}}{E_T} \right) + \frac{(c^2 - s^2)^2}{G_{LT}}, \\ \frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{TL}}{E_T} (c^4 + s^4) - (cs)^2 \left( \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} - \frac{1}{G_{LT}} \right), \\ \frac{\mu_{xy}}{G_{xy}} = 2cs \left[ \frac{s^2}{E_L} - \frac{c^2}{E_T} + (s^2 - c^2) \left( \frac{\nu_{TL}}{E_T} - \frac{12}{G_{LT}} \right) \right], \\ \frac{\eta_{xy}}{G_{xy}} = 2cs \left[ \frac{c^2}{E_L} - \frac{s^2}{E_T} + (c^2 - s^2) \left( \frac{\nu_{TL}}{E_T} - \frac{12}{G_{LT}} \right) \right]. \end{array} \right. \quad (3)$$

Из испытаний на растяжение при  $\alpha = 0$  и  $\frac{\pi}{2}$  посредством уравнений (3) определим значения  $E_L, E_T, \nu_{LT}$  и  $\nu_{TL}$ , а при  $\alpha = -\frac{\pi}{4}$  — компоненты  $G_{LT}$  и  $\nu_{TL}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{E_x} = \frac{1}{E_L} + \frac{1}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}} - \frac{2\nu_{TL}}{E_T}, \\ \frac{4\nu_{xy}}{E_x} = \frac{2\nu_{TL}}{E_T} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} + \frac{1}{G_{LT}}, \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} G_{LT} = \frac{E_x}{2(1 + \nu_{xy})}, \\ \nu_{TL} = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{E_T}{E_L} - \frac{2E_T}{E_x} (1 - \nu_{xy}) \right], \end{array} \right. \quad (5)$$

запишем  $G_{LT}$  как

$$G_{LT} = \frac{4}{E_x} - \frac{4}{E_L} - \frac{1 - 2\nu_{TL}}{E_T}. \quad (6)$$

Таким образом, определение модуля Юнга  $E_x$  в направлении под углом  $45^\circ$  к направлению основы позволило найти модуль сдвига  $G_{LT}$  (см. уравнение (6)).

Оба тканых материала испытали на прочность при растяжении в продольном, поперечном направлениях и под углом  $45^\circ$  к направлению волокон для определения их свойств в осях ортотропии. Следует отметить, что значения модулей упругости анизотропного материала должны обеспечивать положительную определенность функции энергии деформирования, т.е. матрицы упругости и податливости должны быть положительно определенными и симметричными [20], что проверили с помощью теоремы Сильвестра. Теорема утверждает, что реальная симметричная, или эрмитова, матрица  $A = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq n}$  положительно определена тогда и только тогда, когда матрицы  $A_p = (a_{ij})_{1 \leq i, j \leq p}$  имеют положительный определитель при  $p = 1 - n$ . Таким образом, согласно уравнению (2) необходимо проверить следующие неравенства:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_L > 0, \\ \frac{1}{E_L E_T} - \frac{v_{TL} v_{LT}}{E_L E_T} > 0, \\ \frac{1}{E_L E_T G_{LT}} - \frac{v_{TL} v_{LT}}{E_L E_T G_{LT}} > 0, \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} E_L > 0, \\ E_t > 0, \\ 1 - v_{TL} v_{LT} > 0, \\ G_{LT} > 0, \end{array} \right. \quad (7)$$

где  $X$ ,  $Y$ ,  $S$  — прочности в продольном  $L$  и поперечном  $T$  направлениях и сдвиге в плоскости  $LT$  соответственно (в начале нелинейного поведения). Значения механических постоянных для двух тканых материалов приведены в таблице.

Механические свойства тканей 10080 E37 и 50058 E45

Свойство	10080 E37	50058 E45
Масса на единицу площади, кг/м <sup>2</sup>	83	223
$E_L$ , кН/м	177,14	245,28
$E_T$ , кН/м	97,18	454,14
$G_{LT}$ , кН/м	4,4	29,1
$v_{LT}$	0,17	0,13
$X$ , кН/м	3,19	2,66
$Y$ , кН/м	2,24	4,85
$S$ , кН/м	0,17	0,69



Уздечки (*bridles*) для кайта изготовили из классической ткани Dyneema® плотностью 640 кг/м<sup>3</sup> с модулем Юнга 65,3 ГПа.

### 3. Модель кайта

Уздечки имели нулевую жесткость при изгибе и поперечном сдвиге. Кроме того, они не сопротивлялись сжатию. Поэтому их моделировали с помощью ферменных конечных элементов T3D2 из библиотеки элементов программного обеспечения Abaqus™. Выбор геометрии для их передней и задней кромок осуществляет пользователь, и это критический момент моделирования, поскольку геометрия конструкции уздечек сильно влияет на поведение кайта. Данные рис. 2 иллюстрирует пример геометрии уздечек, показанных зеленым и красным цветом.

Использование надувных труб обеспечивает подъемную силу и геометрическую жесткость кайта. Их смоделировали с помощью трехмерных линейных конечных элементов В31 балки Тимошенко в программном обеспечении Abaqus™. Начиная с карты входных данных материала ( $E_L, G_{LT}$ ), задавали фиктивную геометрию и соответствующие модули упругости для реализации реальных удлинений и жесткостей труб при изгибе и кручении. Площадь поперечного сечения  $A_B$  определяли по внешнему радиусу  $R$ , выбранному для надувной трубы:

$$A_B = \pi R^2. \quad (8)$$

Для определения свойств поперечного сечения балки необходимы значения модулей Юнга  $E_L$  и сдвига  $G_{LT}$  ткани, которой обернута надувная труба. Ее модуль Юнга при растяжении описывает выражение

$$E_B = 2 \frac{E_L}{R}, \quad (9)$$

а жесткость при растяжении равна  $E_B A_B = 2\pi R E_L$ .

Момент инерции при изгибе определим как

$$I = \frac{\pi}{2} R^4, \quad (10)$$

а изгибную жесткость — как  $E_B I = \pi R^3 E_L$ .

Модуль сдвига  $G_B$  запишем как

$$G_B = 2 \frac{G_{LT}}{R}. \quad (11)$$

Крутильный момент инерции равен

$$J = \pi R^4, \quad (12)$$

а крутильная жесткость —  $G_B J = 2\pi R^3 G_{LT}$ .

Купол изготовили из ткани с несколькими слоями с определенными упрочнениями. Конечно-элементную модель купола создали с помощью тонкостенных элементов S4R5 из библиотеки программного обеспечения Abaqus™ с использованием дискретных ограничений Кирхгофа. Последовательность укладки ткани смоделировали с помощью опции обшивки, имеющейся в программном обеспечении Abaqus™.

#### 4. Свойства конечных элементов и конечно-элементная сетка

**4.1. Надувные трубы.** Для надувных труб учитывали трансверсальную жесткость конечного элемента балки Тимошенко. Компоненты трансверсальной сдвиговой жесткости балки  $k_{13}$  и  $k_{23}$  вокруг её нейтральной оси идентичны. Нижние индексы 1 и 2 обозначают два направления, ортогональные направлению оси 3 элемента балки. Ортонормированная система отсчета (1, 2, 3) позволила ориентировать балки с некруглым поперечным сечением. Надувную трубу моделировали как трубу, поскольку её радиус был значительно больше толщины ткани. Согласно [21] коэффициент сдвига для трубы равен 0,53. Поэтому трансверсальную сдвиговую жесткость можно определить как

$$k_{13} = k_{23} = k = 0,53A_B, \quad G_B = 1,06\pi RG_{LT}. \quad (13)$$

Также при задании сдвиговой жесткости в программном обеспечении Abaqus™ использовали коэффициент компенсации гибкости  $\xi$  во избежание слишком длинных элементов балки. Эффективную трансверсальную сдвиговую жесткость поперечного сечения гибкой балки определили в Abaqus™ как

$$\overline{K_{\alpha 3}} = \frac{k}{\xi \left( A_B l^2 \right) + \frac{12I}{12I}}, \quad (14)$$

где  $\alpha = 1, 2$ ;  $l$  — длина элемента балки. На основании прогиба балки Тимошенко с учетом коррекции сдвига коэффициент сдвиговой гибкости задали следующим образом:

$$\xi = \frac{0,53G_B}{E_B} = \frac{k}{E_B A_B} = 0,53 \frac{G_{LT}}{E_L}. \quad (15)$$

Тогда формула (14) для эффективной трансверсальной сдвиговой жесткости сводится к соотношению

$$\overline{K_{\alpha 3}} = \frac{k}{1 + \frac{kl^2}{12E_B I}}. \quad (16)$$

**4.2. Купол** в силу механического поведения (малая трансверсальная сдвиговая жесткости при изгибе) моделируют с помощью мембранных конечных элементов, имеющих нулевую изгибную жесткость и нулевую прочность при сжатии, но при этом может возникнуть потеря устойчивости и складкообразование. Такие явления делают конструкционные расчеты очень сложными. Во избежание этого затруднения, купол смоделировали, используя тонкостенные оболочечные конечные элементы S4R5 из библиотеки программного обеспечения Abaqus™, обеспечивающие лучшую устойчивость, чем мембранные элементы. Однако применение оболочечных элементов привело к ненулевой изгибной жесткости. Поэтому толщину оболочечных элементов оболочки изменили.

Применив мембранную стратегию программного обеспечения Abaqus™, использовали безразмерный параметр  $D/CS$ , где  $D$  и  $C$  — изгибная и мембранная жесткости кайта соответственно;  $S$  — поверхность кайта. В случае изотропного материала и оболочки толщиной  $t$  параметры  $D$  и  $C$  вычисляли как

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}, \quad (17)$$

$$C = \frac{Et}{(1-\nu^2)}. \quad (18)$$

Численные тесты [3, 14] показали, что этому соотношению соответствует значение  $10^{-8}$ :

$$\frac{D}{CS} = \frac{t^2}{12S} = 10^{-8}. \quad (19)$$

Определим толщину купола как

$$t = \sqrt{12S \cdot 10^{-8}}. \quad (20)$$

Таким образом, толщина  $t$  оболочечного элемента, заданная в соответствии с формулой (20), обычно больше реальной толщины купола. В силу такой фиктивной толщины благодаря поперечному сдвигу возникает энергия деформирования. Однако цель работы заключалась в том, чтобы смоделировать мембранное поведение купола. Для численного применения ограничений Кирхгофа в программном обеспечении Abaqus™ трансверсальную сдвиговую жесткость определяют как

$$\overline{K_{\alpha\beta}^{ts}} = f_p K_{\alpha\beta}^{ts}, \quad (21)$$

где  $\overline{K_{\alpha\beta}^{ts}}$  — компоненты сдвиговой жесткости поперечного сечения;  $\alpha, \beta = 1, 2$  относятся к локальным ортогональным направлениям, каса-

тельным к поверхности оболочечного элемента (3 обозначает нормальное направление); оси 1 и 2 параллельны направлению основы и утка ткани соответственно;  $f_p$  — безразмерный коэффициент, используемый для предотвращения чрезмерного увеличения сдвиговой жесткости в тонких оболочках;  $K_{\alpha\beta}^{ts}$  — реальная сдвиговая жесткость поперечного сечения. Коэффициент  $f_p$  определим как

$$f_p = \frac{1}{1 + 2,5 \cdot 10^{-5} \frac{A_s}{t^2}}, \quad (22)$$

где  $A_s$  — площадь поверхности элемента.

Предположили, что компоненты связанной жесткости  $K_{12} = K_{21}$  обращаются в нуль, поскольку сильно несимметричную укладку не рассматривали. Таким образом, необходимо было определить только трансверсальную сдвиговую жесткость  $K_{\alpha\alpha}$ . Основное допущение, сделанное в настоящей работе, заключается в том, что материал является изотропным, а трансверсальная сдвиговая жесткость оболочечного элемента эквивалентна жесткости балки Тимошенко длиной  $L$ , высотой  $t$  и шириной  $l$ . Тогда трансверсальную сдвиговую жесткость конечного элемента купола можно записать как

$$\overline{K_{\alpha\alpha}^{ts}} = \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{L^3 \left( 1 + \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{G_{\alpha 3}A_{EB}L^2} \right)}, \quad (23)$$

где  $A_{EB} = Lt$  и  $I_{EB} = \frac{Lt^3}{12}$ .

Трансверсальной сдвиговой жесткостью следует пренебречь по сравнению с изгибной жесткостью:

$$\frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{G_{\alpha 3}A_{EB}L^2} \ll 1. \quad (24)$$

Трансверсальная сдвиговая жесткость квадратного оболочечного элемента длиной  $L$ , толщиной  $t$  и площадью  $A_s = L^2$  равна

$$\overline{K_{\alpha\alpha}^{ts}} = \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{L^3 \left( 1 + \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{G_{\alpha 3}A_{EB}L^2} \right)} \approx \frac{12E_{\alpha}I_{EB}}{L^3} = E_{\alpha}L \left( \frac{t}{L} \right)^3 = E_{\alpha}t \frac{t^2}{A_s}. \quad (25)$$

Согласно уравнениям (25), (22) и (21) реальная трансверсальная сдвиговая жесткость равна

$$K_{\alpha\alpha}^{ts} = E_{\alpha} t \left( \frac{t^2}{A_s} + 2,5 \cdot 10^{-5} \right). \quad (26)$$

Как уже было указано, купол может быть изготовлен из нескольких слоев ткани. Учитывая процесс изготовления, трудно определить эффективную реальную толщину каждого слоя. Последовательность укладки композитов обычно моделируют, используя опцию укладки композитов, имеющуюся в программном обеспечении Abaqus™. Однако, поскольку толщина купола, заданная посредством уравнения (20), является фиктивной, изгибная жесткость всего пакета слоев также фиктивна. Это обусловило фиктивные напряжения в слоях по обеим сторонам слоя, содержащего нейтральную ось. Такой подход приводит к неправильным результатам, если для постобработки поведения слоев используют критерий Цая—Ву. Но поскольку толщина купола небольшая, пакет слоев можно было рассматривать в виде смеси. Согласно этому предположению последовательность укладки моделировали с помощью конечных элементов обшивки. Первый слой имел трансверсальную сдвиговую жесткость всего пакета и фиктивную толщину. Остальные слои пакета задали с помощью узловых точки первого слоя, а их толщину — в 1000 раз меньше фиктивной. Этот прием позволил избежать реализации дополнительной значительной трансверсальной сдвиговой и изгибной жесткости купола. Остальные слои вносили вклад только в мембранную жесткость купола. Эту ситуацию иллюстрируют данные рис. 3.

**4.3. Создание конечно-элементной сетки.** Сетка, использованная при расчете жидкости, концептуально отличалась от используемой в программном обеспечении Abaqus™. Усилие, рассчитанное на кайте с помощью модели жидкости, пришлось перестроить для конечно-элементной модели конструкции посредством анализа МКЭ. Трехмерный нелинейный метод подъемной линии позволил определить коэффициенты давления в точках

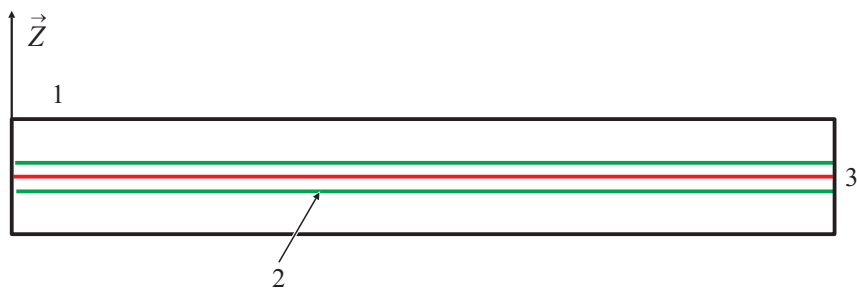


Рис. 3. Схема укладки слоев, используемая в подходе обшивки: 1 — слой 1; 2 — слои от 2 до  $N$ ; 3 — нейтральная плоскость при изгибе.

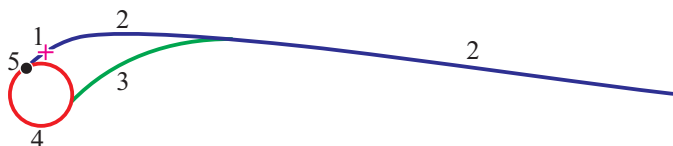


Рис. 4. Передняя кромка балочных сечений надувной трубы и элементарные силы и моменты: 1 —  $M_i$ ; 2 — купол; 3 — область рециркуляции; 4 — надувная труба; 5 — узел балки.

вдоль профиля сечения. На рис. 4 показаны три части секции трубчатой балки с надувной передней кромкой, смоделированные для расчета жидкости; каждая точка  $M_i$  имеет свой коэффициент давления. Линейная интерполяция сетки жидкости и коэффициентов давления позволила передать эти коэффициенты давления в структуру сетки анализа МКЭ.

Купол покрыли сеткой из четырехугольников. Рассматривая конечный элемент как четырехугольник ABCD, его нормаль  $n$  вычислили как среднее значение векторного произведения  $(\overline{AB}, \overline{AD}), (\overline{BC}, \overline{BA}), (\overline{CD}, \overline{CB}), (\overline{DA}, \overline{DC})$ . Нормаль  $n$  одного элемента представляла собой аппроксимацию поверхности элемента. Давление, приложенное к элементу, вычислили с помощью интерполированных коэффициентов давления в точках  $A, B, C, D$ :

$$P = \frac{1}{8} \rho_{air} V_{eff}^2 [C_p(A) + C_p(B) + C_p(C) + C_p(D)], \quad (27)$$

где  $\rho_{air}$  — плотность воздуха;  $V_{eff}$  — эффективная скорость ветра в сечении жидкости. Также выполнили конкретный анализ аэродинамических сил, действующих на переднюю кромку надувной трубы [3], приложенных в виде сосредоточенных сил и моментов к узловым точкам балочного элемента в конечно-элементной модели.

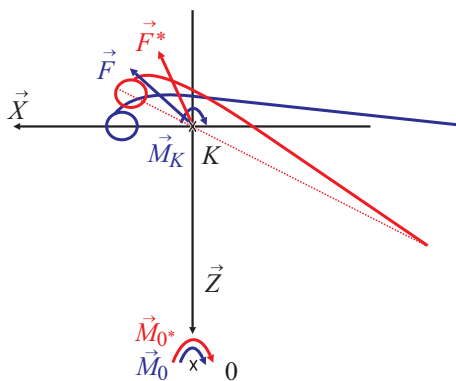


Рис. 5. Метод вращения кайта: исходное (синие линии) и повернутое (красные линии) положения.

Сумма элементарных сил и моментов, приложенных к куполу и передней кромке, вычисленная в точке  $K$ , представляет собой общую аэродинамическую нагрузку на половинку кайта (без тросов).  $F$  — проекция силы на плоскость симметрии  $(X, Z)$ ;  $\overline{M}_k$  — проекция момента на ось  $\vec{Y}$  (рис. 5). Эти составляющие создают момент  $\overline{M}_o$  вокруг оси  $\vec{Y}$  в точке  $O$ . Поскольку тросы закреплены в точке  $O$ , момент  $\overline{M}_o$  должен обратиться в нуль. Этому моменту можно избежать, повернув кайт (только купол и трубу) вокруг оси  $(K, \vec{Y})$  на такой угол  $\alpha$  (см. рис. 5), чтобы момент  $\overline{M}_o$  был равен нулю. Такое вращение обеспечивает более быструю сходимость расчета за счет сокращения времени стабилизации конструкции.

## 5. Постобработка

Потеря устойчивости надувных труб может произойти в силу перегрузки. Действительно, изгиб при действии аэродинамической нагрузки может вызвать потерю устойчивости передней кромки и латов, которую наблюдали экспериментально (рис. 6). Для проверки этой неустойчивости выполнили специальный анализ постобработки выходных данных, полученных посредством программного обеспечения Abaqus™. Данные о напряженном состоянии в стенке трубы в выходных данных Abaqus™ отсутствовали. Поэтому в [4] выполнили еще одну постобработку с целью проверки пригодности критерия Цая—Ву при оценке разрушения ткани в стенке балки.

**5.1. Критерий потери устойчивости.** Выполненное с помощью программного обеспечения Abaqus™ конечно-элементное моделирование не продемонстрировало ни потери линейности надувных труб, ни риск потери устойчивости. Поэтому пришлось использовать процедуру постобработки, разработанную с помощью языка программирования python [4]. В выходных данных Abaqus™ были доступны значения силы ( $SF$ ) и мо-

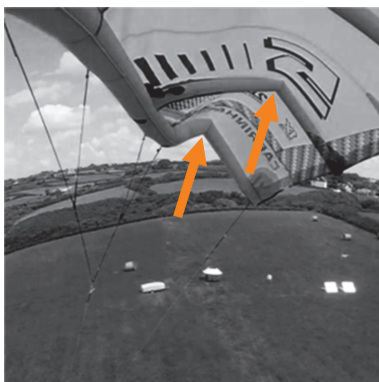


Рис. 6. Потеря устойчивости кайта с надувной передней кромкой (показан стрелками) в ходе экспериментального полета [22].

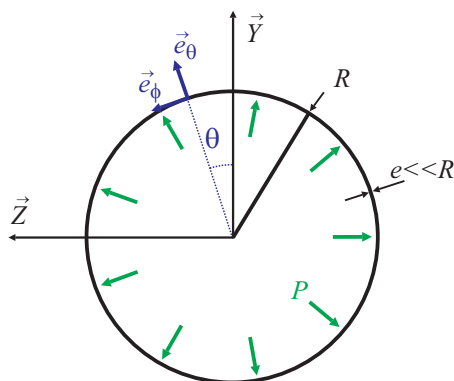


Рис. 7. Поперечное сечение надувной трубы.

мента ( $SM$ ) в поперечном сечении балок. Благодаря данным о внутреннем давлении, одинаковом во всех трубах, геометрии кайта (рис. 7) и свойствах материала удалось определить потерю прямолинейности и критерий потери устойчивости. Матрица плоских напряжений в стенке трубы имеет вид

$$N = \begin{bmatrix} N_{xx} & N_{x\theta} \\ N_{x\theta} & N_{\theta\theta} \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{xx} = e \left( \frac{N_x}{A_0} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z \right) = e \left( \frac{N_x}{A_0} - \frac{2M_z}{I_0} y + \frac{2M_y}{I_0} z \right), \\ N_{\theta\theta} = PR, \\ N_{x\theta} = e \frac{M_x}{I_0} R, \end{array} \right. \quad (29)$$

где  $y$  и  $z$  — координаты точек в стенке трубы;  $N_1$  — сила тяги;  $M_x$  — крутящий момент;  $M_y$  и  $M_z$  — изгибающие моменты;  $e$  — толщина;  $A_0 = 2\pi eR$ ;  $I_0 = \pi eR^3$ . Нормальное напряжение в поперечном сечении равно

$$N_x = N_1 + P\pi R^2. \quad (30)$$

Критерий потери устойчивости основан на главном минимальном плоском напряжении, поскольку мембранные элементы не должны подвергаться сжатию во избежание риска их местной потери устойчивости. Поэтому главные напряжения, относящиеся к плоскому напряжению мембранного элемента, должны быть положительными. Главные напряжения определили путем диагонализации матрицы напряжений следующим образом:

$$\begin{vmatrix} N_{xx} - \lambda & N_{x\theta} \\ N_{x\theta} & N_{\theta\theta} - \lambda \end{vmatrix} = 0, \quad (31)$$



$$\lambda^2 - (N_{xx} + N_{\theta\theta})\lambda + N_{xx}N_{\theta\theta} - N_{x\theta}^2 = 0.$$

Полиномиальный дискриминант имеет вид

$$\Delta = (N_{xx} + N_{\theta\theta})^2 + 4N_{x\theta}^2 \tag{32}$$

и соответствующие собственные значения

$$\lambda_{\min} = \frac{1}{2}(N_{xx} + N_{\theta\theta} - \sqrt{\Delta}), \tag{33a}$$

$$\lambda_{\max} = \frac{1}{2}(N_{xx} + N_{\theta\theta} + \sqrt{\Delta}). \tag{33b}$$

Критерий потери устойчивости, основанный на минимальном главном напряжении, можно записать в виде

$$2\lambda_{\min} = N_{xx} + N_{\theta\theta} - \sqrt{(N_{xx} + N_{\theta\theta})^2 + 4N_{x\theta}^2} \geq 0. \tag{34}$$

Здесь  $y$  и  $z$  — функции аргумента  $\theta$ . Используя (29), для  $\lambda_{\min}$  получим уравнение

$$2\lambda_{\min} = \frac{N_1}{2\pi R} + PR + f(\theta) - \sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2} \geq 0, \tag{35}$$

где

$$f(\theta) = \frac{1}{\pi R^2}(M_y \sin \theta - M_z \cos \theta), \tag{36}$$

$$\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = \frac{df(\theta)}{d\theta} - \frac{\frac{df(\theta)}{d\theta}\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)}{\sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}}, \tag{37}$$

$2\lambda_{\min}$  — функция из множества  $C^\infty$  при  $\theta \in \mathbb{R}$ . Минимум  $2\lambda_{\min}$  определили как экстремум  $\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = 0$ . Производная  $2\lambda_{\min}$  по  $\theta$  имеет вид

$$\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{df(\theta)}{d\theta} = 0, & (38a) \end{cases}$$

$$\frac{d(2\lambda_{\min})}{d\theta} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)}{\sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta)\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}} = 1. & (38b) \end{cases}$$

Случай (38б) приводит к  $M_x = 0$  и  $\frac{N_1}{2\pi R} - PR + f(\theta) > 0$ , эквивалентному случаю  $2\lambda_{\min} = 2PR > 0$ . Случай (38а) приводит к  $M_y \cos\theta + M_z \sin\theta = 0$ . Если  $M_z \neq 0$ , то  $\theta = \arctg\left(-\frac{M_y}{M_z}\right) + k\pi, k \in \mathbb{N}$ .

Таким образом, функцию  $f(\theta)$  можно записать как

$$f(\theta) = \frac{1}{\pi R^2} \cos\theta (M_y \operatorname{tg}\theta - M_z) = \pm \frac{1}{\pi R^2} \sqrt{M_y^2 + M_z^2}. \quad (39)$$

Окончательно имеем два выражения:

$$2\lambda_{\min} = \frac{N_1}{2\pi R} + PR + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} - \sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR + \frac{1}{\pi R^2} \sqrt{M_y^2 + M_z^2}\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}, \quad (40a)$$

$$2\lambda_{\min} = \frac{N_1}{2\pi R} + PR - \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} - \sqrt{\left(\frac{N_1}{2\pi R} - PR - \frac{1}{\pi R^2} \sqrt{M_y^2 + M_z^2}\right)^2 + \left(\frac{M_x}{\pi R^2}\right)^2}. \quad (40б)$$

Локальная потеря устойчивости возможна, если минимум уравнений (40) меньше нуля.

**5.2. Критерий Цая—Ву** для анализа повреждения надувных тканых балок использовали в виде

$$\max_{\theta} \left( \frac{N_{xx}}{X} \right)^2 + \left( \frac{N_{\theta\theta}}{Y} \right)^2 + \left( \frac{N_{x\theta}}{S} \right)^2 \leq 1, \quad (41)$$

где  $X$  и  $Y$  — прочность в осевом и орторадиальном направлении соответственно;  $S$  — прочность при сдвиге;  $N_{xx}$  — единственный член, зависящий здесь от  $\theta$ . Согласно функции  $f$  (см. уравнение (36)) критерий Цая—Ву выполняется при условии

$$\max_{\theta} \left[ \frac{\left( \frac{N_1}{2\pi R} + f(\theta) \right)^2}{X^2} \right] + \left( \frac{N_{\theta\theta}}{Y} \right)^2 + \left( \frac{N_{x\theta}}{S} \right)^2 \leq 1. \quad (42)$$

Экстремум  $\frac{dN_{xx}^2}{d\theta}$  определяли так же, как и в предыдущем разделе.

Раскрытие уравнения  $\frac{dN_{xx}^2}{d\theta} = 0$  привело к соотношениям

$$N_{xx}^2 = \left( \frac{N_1}{2\pi R} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} \right)^2, \quad (43a)$$

$$N_{xx}^2 = \left( \frac{N_1}{2\pi R} - \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2} \right)^2. \quad (43b)$$

Наибольшее значение  $N_{xx}$  достигается тогда и только тогда, когда  $N_1$  отрицательно; в этом случае  $2\lambda_{\min}$ , определяемое уравнением (40), также отрицательно, что указывает на наличие локальной потери устойчивости. Поэтому критерий Цая—Ву определили как

$$\left( \frac{\frac{N_1}{2\pi R} + \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{\pi R^2}}{X} \right)^2 + \left( \frac{PR}{Y} \right)^2 + \left( \frac{M_x}{S} \right)^2 \leq 1. \quad (44)$$

Вторую и последнюю постобработку необходимо выполнить, используя критерий Цая—Ву для анализа поведения купола. Так как оболочечные элементы для создания конечно-элементной сетки купола использованы и в силу сделанных предположений, критерий Цая—Ву проверили для половинной толщины каждого слоя. Поскольку толщину слоя верхней и нижней обшивки купола задали фиктивной, проверка критерия Цая—Ву для элементов этого слоя не имела значения. Для вычисления напряжений Коши  $\left( \frac{X}{t}, \frac{Y}{t}, \frac{S}{t} \right)$ , необходимых для критерия Цая—Ву в программном обеспечении Aباcqu<sup>TM</sup>, использовали значения механических свойств тканей, приведенные в таблице, и фиктивной толщины.

## 6. Результаты

В данном разделе для одних и тех же условий полета изучили три конфигурации кайта с разной архитектурой уздечек, показанные на рис. 8. Надувные трубы изготовили из четырех слоев ткани 50058 E45; каждый слой имел одинаковое направление, так что волокна основы ориентированы вдоль длины пролета кайта. Первый слой купола изготовили из двух слоев ткани 10080 E37 с волокнами основы, также ориентированными вдоль длины пролета кайта. Второй слой купола выполнили только в один слой ткани, волокна которого располагались перпендикулярно волокнам первого слоя и не покрывали весь купол. Параметры кайта и условия полета следующие: площадь 50 м<sup>2</sup>, угол атаки 16°, длина привязного троса 50 м, давление в трубе 25 кПа, вымпельный ветер 20 м/с. Конфигурация 1

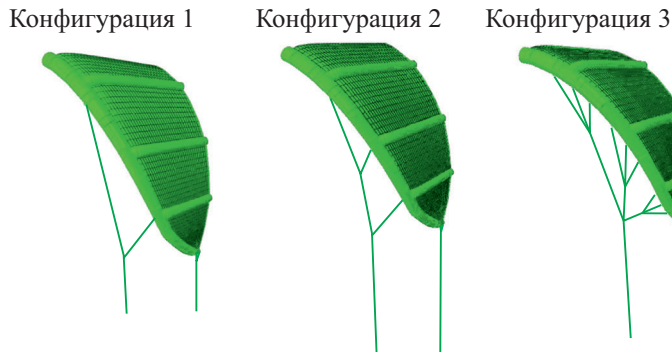


Рис. 8. Архитектура уздечки в конфигурациях 1, 2, 3.

простая; конфигурация 2 немного сложнее, с дополнительной уздечкой; конфигурация 3 наиболее сложная, имеющая несколько дополнительных уздечек.

Первое различие расчетов трех конфигураций кайта заключалось в том, что конфигурация 2 потребовала больше итераций для удовлетворения критерию сходимости, чем конфигурации 1 и 3 (25 итераций против 9 и 7). Кроме того, расчет конфигурации 3 потребовал наибольшего процессорного времени (~ 6500 CPU) по сравнению с расчетом конфигураций 1 и 2 (2500 и 3600 CPU соответственно), демонстрируя, что эти конфигурации более устойчивы, поскольку их решения быстрее сходятся.

Анализ результатов, полученных для трех конфигураций, позволил сделать вывод о том, что конфигурация 2 с точки зрения потери устойчивости ведет себя лучше (рис. 9). Согласно уравнению (39) потеря устойчивости может произойти, если значение  $\lambda_1$  или  $\lambda_2$  (корни уравнения (31)) отрицательно. Результаты расчета МКЭ показали, что это явление в конфигурации 1 возникает на стыке передней кромки и латов. В конфигурации 2 только третья лата имела риск потери устойчивости. В конфигурации 3 потерей устойчивости подвержена почти вся передняя кромка.

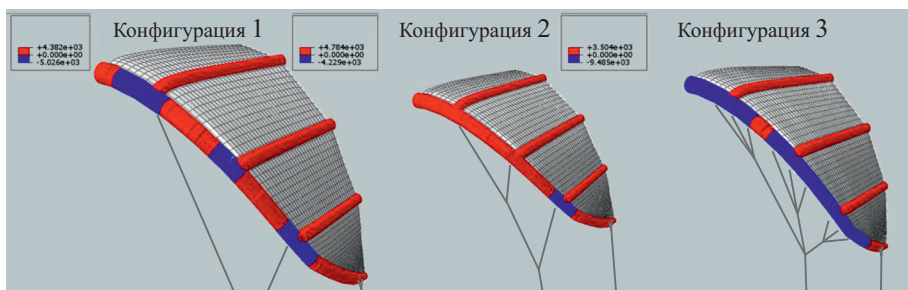


Рис. 9. Результаты потери устойчивости конфигураций 1, 2, 3:  $2 \min(\lambda_{\min}) > 0$  (без потери устойчивости, красный) и  $< 0$  (потеря устойчивости, синий).

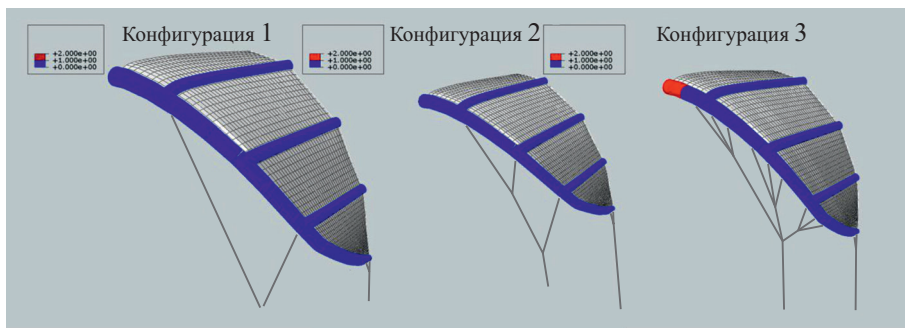


Рис. 10. Применение критерия Цая—Бу (TW) при анализе поведения надувных труб в конфигурациях 1, 2, 3:  $TW > 1$  (разрушение, красный) и  $< 1$  (без разрушения, синий).

Предварительный анализ размеров помогает спроектировать кайт и выяснить, возможна ли в нем потеря устойчивости. При предварительном расчете размеров учитывается диаметр трубы, величина давления, свойства материала и количество уздечек, прикрепленных к передней кромке. Количество уздечек и их местоположение существенно влияют на потерю устойчивости кайта. Если количество уздечек слишком мало или велико, явление потери устойчивости неизбежно. Этот результат демонстрирует, что представленный анализ связан не только конструкцией кайта, но и реальным поведением жидкости. При анализе купола критерий Цая—Бу нельзя использовать только для двух элементов в трех конфигурациях. Эти элементы находятся в ушах кайта, где возникает концентрация напряжений.

Однако конечно-элементная сетка, созданная в ушах кайта, не очень важна по сравнению с остальной частью купола. Как видно из данных рис. 10, результаты критерия Цая—Бу для надувных труб различны. В конфигурации 3 разрушению подверглись два участка вблизи плоскости

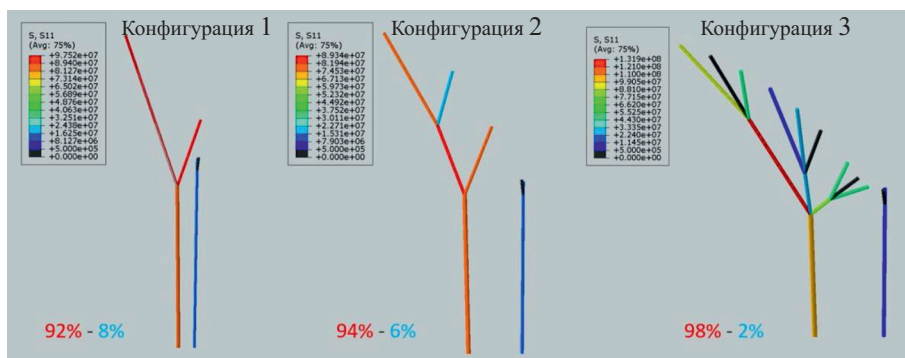


Рис. 11. Распределение напряжения в привязных тросах конфигураций 1, 2, 3: красным и синим цветом показано распределение общей силы, приложенной к кайту, между передними и задними тросами соответственно.

симметрии; в конфигурациях 1 и 2 разрушение не имело места. Такой результат обусловлен внутренней конкуренцией между силой тяги  $N_1$ , крутящим  $M_x$  и изгибающими  $M_y, M_z$  моментами.

Как следует из данных рис. 11, еще одним различием между конфигурациями было распределение напряжения в тросах кайта. Некоторые тросы оказались незагруженными (показаны черным цветом). Поэтому три троса в конфигурации 3 были бесполезны. Результаты моделирования обеспечивают разработчику выбор варианта конструкции тросов и их закрепления. Задние линии менее загружены, чем передние. Действительно, более 90% приложенной нагрузки воспринимали тросы передней линии.

### Заключение

Моделирование кайта при прямолинейном полете — сложная задача. Чтобы моделирование соответствовало действительности, необходимо учесть несколько моментов. Оценили трансверсальную сдвиговую жесткость балочных конечных элементов. Купол смоделировали с использованием оболочечных конечных элементов во избежание потери устойчивости и складкообразования. Оболочечные элементы необходимо было адаптировать к мембранному поведению. Для этого в конечно-элементную модель ввели фиктивную толщину и трансверсальную сдвиговую жесткость. Для проверки появления потери устойчивости и возможного разрушения использовали специальную постобработку результатов МКЭ для надувных труб. Точно так же необходимо было выполнить анализ результатов МКЭ для конечных элементов, моделирующих купол. Взаимодействие жидкость—конструкция кайта и различия при создании их конечно-элементных сеток потребовали специальных мер для адаптации сил, приложенных при анализе МКЭ к кайт-парусу. Конструкция тросов и их закрепление оказали существенное влияние на продолжительность моделирования и поведение кайта. Кроме того, результаты моделирования трех конфигураций конструкции кайта также показали, что некоторые привязные тросы бесполезны. Проектирование системы тросов особенно сложное. Как показал анализ с использованием критерия потери устойчивости, как малое, так и большое количество уздечек обуславливает возникновение локальной потери устойчивости. Разработанные инструменты программного обеспечения ВРК предоставляют полезную информацию о поведении паруса кайта и рекомендации по улучшению конструкции. Тем не менее для моделирования поведения кайтов, изготовленных из тканого материала, необходимо сформулировать серьезные предположения и провести сравнение с экспериментами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Podeur V., Merdrignac D., Behrel M., Roncin K., Fonti C., Jochum C., Parlier Y., and Renaud P.* Fuel economy assessment tool for auxiliary kite propulsion of merchant ship // *Houille Blanche*. — 2018. — No. 1. — P. 5—7.
2. *Duport C., Leroux J.-B., Roncin K., Jochum C., and Parlier Y.* Benchmarking of a 3D nonlinear lifting-line method against 3D RANSE simulations // *La Houille Blanche*. — 2019. — Vol. 105, Nos. 5—6. — P. 70—73.
3. *Duport C.* Modeling with consideration of the fluid-structure interaction of the behaviour under load of a kite for auxiliary traction of ships. — Ph.D. thesis, 2018.
4. *Maison A., Nême A., and Leroux J.-B.* De la problématique du dimensionnement de grands kites // *ATMA*. — 2017. — No. 2717.
5. *Dadd G., Hudson D., and Shenoï R.* Determination of kite forces using three-dimensional flight trajectories for ship propulsion // *Renew. Energy*. — 2011. — Vol. 36, No. 10, — P. 2667—2678.
6. *Breukels J., Schmehl R., and Ockels W.* Aeroelastic simulation of flexible membrane wings based on multibody system dynamics in airborne wind energy // *Airborne Wind Energy. Ser. Green Energy and Technology* /Eds. U. Ahrens, M. Diehl, and R. Schehl. — Springer, 2013. — P. 287—305.
7. *Bosch A., Schmehl R., Tiso P., and Rixen D.* Dynamic nonlinear aerolastic model of a kite for power generation // *J. Guid. Control. Dyn.* — 2014. — Vol. 37, No. 5. — P. 1426—1436.
8. *van Til J., De Lellis M., Saraiva R., and Trofino A.* Dynamic model of a c-shaped bridled kite using a few rigid plates. In: *Airborne Wind Energy, series Green Energy and Technology, Ch. 5.* / Eds. R. Schmehl. — Springer Nature Singapore Pte Ltd, 2018. — P. 99—115.
9. *van der Vlugt R., Bley A., Noom M., and Schmehl R.* Quasi-steady model of a pumping kite power system // *Renewable Energy*. — 2019. — Vol. 131. — P. 83—99.
10. *Breuer J. C. M. and Luchsinger R. H.* Inflatable kites using the concept of Tensairity // *Aerospace Sci. Technol.* — 2010. — Vol. 14, No. 8. — P. 557—563.
11. *Bosch A., Schmehl R., Tiso P., and Rixen D.* Nonlinear aeroelasticity, flight dynamics and control of a flexible membrane traction kite // *Airborne Wind Energy*. — Springer, 2014. — P. 307—323.
12. *Dixit A. and Mali Harlal Singh* Modeling techniques for predicting the mechanical properties of woven-fabric textile composites: a review // *Mech. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 49, No. 1. — P. 1—20.
13. *Kobelev V. and Larichev A. D.* Model of thin-walled anisotropic rods // *Mech. Compos. Mater.* — 1988. — Vol. 24, No. 1. — P. 97—104.
14. *Sacher J., Leroux J. B., Neme A., and Jochum C.* A fast and robust approach to compute nonlinear fluid-structure interactions on yacht sails. Application to a semi-rigid composite mainsail // *Ocean Eng.* — 2020. — Vol. 201. — P. 1—15.
15. *Lu K., Accorsi M. and Leonard J.* Finite element analysis of membrane wrinkling // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* — 2001. — Vol. 50. — P. 1017—1038.
16. *Oñate E., Flores F. G., and Marcipar J.* Membrane structures formed by low pressure inflatable tubes. new analysis methods and recent constructions // *Textile Composites and Inflatable Structures. II* / Eds. E. Oñate and B. Kröplin. — Springer, 2008. — P. 163—196.
17. *Trimarchi D., Vidrascu M., Taunton D., Turnock S. R., and Chapelle D.* Wrinkle development analysis in thin sail-like structures using MITC shell finite elements // *Finite Elem. Anal. Des.* — 2013. — Vol. 64. — P. 48—64.

18. *Belytschko T., Liu W. K., Moran B., and Elkhodary K.* Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. — John Wiley and Sons, 2013.

19. *Tsai S. W.* Composites Design. — Think Composites, 1988.

20. *Sadd M. H.* Elasticity, Theory, Applications and Numerics. — Elsevier, 2005.

21. *Cowper G. R.* The shear coefficient in Timoshenko's beam theory // *J. Appl. Mech.* — 1966. — Vol. 33. — P. 335—340.

22. *Behrel M.* Investigation of kites for auxiliary ship propulsion: experiment setup, trials, data analysis and kite specs novel identification approach. — Ph.D. Thesis, Université de Bretagne Occidentale, 2017.

Поступила в редакцию 22.11.2021

Окончательный вариант поступил 07.07.2022

Received Nov. 22, 2021 (July 7, 2022)

---