Н. В. Турбин^{*}, Р. Д. Трифонов, С. С. Ковтунов

Московский авиационный институт (НИУ), Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ СМЯТИЯ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА МЕТОДАМИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МИКРОМЕХАНИКИ

N. V. Turbin^{*}, R. D. Trifonov, and S. S. Kovtunov

SIMULATION OF CRUMPLING IN COMPOSITE MATERIALS VIA COMPUTATIONAL MICROMECHANICS

Keywords: crumpling, computational micromechanics, polymermatrix composites, joints

A method for studying the crumpling of unidirectional composite material based on the computational micromechanics is proposed. A micromechanical model is used to study the elasticity and strength of a unidirectional composite material in crumpling under a fastener. The model simulates the test results on a semisample with a hole of diameter 6 mm. The effect of contact friction and fiber defects on the elastic modulus of crumpling is shown on a model that takes into account only the geometric nonlinearity. On a model with elasticplastic properties of the matrix, the formation features of kink bands in fibers are shown and the sequence of damage initiation during crumpling is revealed. The relations obtained can be taken into account when creating a damage model of the homogenized material of a unidirectional composite layer and studying the crumpling on multidirectional lay-ups.

Ключевые слова: смятие, микромеханика вычислительная, композит с полимерной матрицей, соединения

Предложен метод изучения смятия однонаправленного композитного материала на основе вычислительной микромеханики. Микромеханическая модель использована для изучения упругости и прочности однонаправленного композитного материала в

^{*}Автор, с которым следует вести переписку: turbinnv@mai.ru Corresponding author: turbinnv@mai.ru

условиях работы на смятие под крепежным элементом. Модель имитирует результаты испытаний на полуобразце с отверстием диаметром 6 мм. На модели, учитывающей только геометрическую нелинейность, показано влияние трения контакта и дефектов волокна на модуль упругости смятия. На модели с упругопластическими свойствами матрицы показаны особенности образования полос кинкинга волокон и выявлена последовательность разрушения при смятии. Полученные закономерности могут быть учтены при создании модели разрушения обобщенного материала слоя и изучении смятия на разнонаправленных укладках.

Введение

Полимерные композитные материалы (ПКМ) являются перспективными конструкционными материалами ввиду уникальных удельных прочностных и жесткостных свойств по сравнению с такими традиционно используемыми материалами, как металлические сплавы. В изделиях различных отраслей промышленности композитные материалы применяют уже более полувека, например, в авиации первый опыт применения конструкций из ПКМ в несущих конструкциях относится к 60-м гг. XX века. Основой расчета перспективных конструкций являются методы и положения, развитые механикой композитных материалов.

История использования композитных материалов в технике всегда была сопряжена с интенсивной научно-исследовательской работой ввиду обширного списка трудно объяснимых явлений, связанных со структурными особенностям материала и не поддающихся упрощениям в практических целях, проработанных за долгое время в отношении традиционных металлических сплавов. К числу таких феноменов относится смятие композитного материала под крепежным элементом и связанные с этим проблемы. Исследование смятия актуально [1] при использовании композитных материалов ввиду большого числа различных механических соединений в конструкциях, в том числе высоконагруженных. Анализ жесткости таких мест при высоком уровне нагрузок представляет некоторую трудность, так как поведение ПКМ при смятии при высоких нагрузках демонстрирует существенную нелинейность. Таким образом, расчеты несущей способности с учетом податливости болтовых соединений являются необходимостью [2].

Известны различные классификации видов конструкционных стыков, определяемые такими параметрами, как количество рядов крепежа, плоскостей среза, направления нагрузки, оформлением зоны контакта соединяемых поверхностей и др. Каждый тип соединений обладает своими особенностями при анализе [3].

В условиях смятия элемента конструкции из ПКМ наиболее вероятной причиной разрушения и начальной потери жесткости в ходе приложения

нагрузки является потеря устойчивости волокон [4—9]. Величина критической силы при этом зависит от кривизны и несоосности волокон – технологического дефекта, возникающего на стадии производства материала волокон и в процессе укладки изделия.

Явление складывания групп волокон (англ. "kinking") следует отметить вследствие его исключительной роли в разрушении ортотропного материала под сжимающей нагрузкой. Обычно о возникновении группового изгиба волокон судят по результатам исследования уже разрушенного испытательного образца, получение же информации о развитии явления в процессе нагружения существенно усложняет процедуру испытаний и требует специального оборудования в виде мощных томографов и микроскопов.

В [10] приведены результаты испытания на сжатие однонаправленных образцов с наклонным надрезом для акцентированного развития складывания. Поведение материала при возрастании нагрузки фиксировалось в различных зонах при помощи снимков сканирующего электронного микроскопа. Микромеханическое моделирование испытаний на сжатие сумело воспроизвести некоторые локальные явления, характеризующие складывание волокна, соответствующие эксперименту. Таким образом, для случая одноосного сжатия удалось сделать выводы относительно роли и характеристик феномена складывания. Во-первых, подтверждалась гипотеза о том, что обширный кинкинг, как форма разрушения материала, соответствует точке потери несущей способности, во-вторых, сам по себе кинкинг является прогрессирующим феноменом и включает несколько этапов. Пиковой нагрузке соответствует выход в пластическую область деформирования материала матрицы по ширине образца (т.н. полоса пластичности), приводящий к потере жесткости системы волокно-матрица и соответственно увеличению изгиба волокон в пределах зоны пластичности. Волокна начинают складываться на границе полосы пластичности, при этом достигнутая к этому этапу кривизна филамента (по углу φ) не меняется, а угол полосы складывания β возрастает. Разрушение волокон начинается от границ по вертикали полосы пластичности и прогрессирует к середине. Таким образом, разрушение волокна наступает после потери несущей способности образцом. Выявленная последовательность разрушения была подтверждена результатами расчета по аналитической балочной модели [11], сформулированной на основе проведенного экспериментального и численного исследования. Параметры полосы кинкинга, меняющиеся в процессе нагружения, представлены на рис. 1 (ω — шина полосы кинкинга, β — угол кинкинга).

Информация о закономерностях формировании полос сложенных волокон, полученная на микроуровне в испытаниях и при моделировании, может служить в дальнейшем при разработке аналитических моделей [8, 10, 12—14].

Зависимость напряжение—деформация, получаемая в ходе испытаний при смятии, имеет, как правило, нелинейный вид с тремя характерными



Рис.1. Параметры полосы кинкинга.

участками. Начальный наклон обусловлен развитием контакта, средний участок представляет линейную зависимость, после чего наступает период потери жесткости по нелинейному закону. Испытания при смятии обычно продолжают до деформации отверстия 10%. Существует несколько признанных стандартов испытаний при смятии, таких как ASTM D 5961 A-D, ASTM D 953 и их аналогов [15, 16]. Альтернативно применяются оригинальные подходы, имеющие свои преимущества и недостатки относительно стандартных. Так, для создания условий доминирующего смятия материала испытывают полуобразец с отверстием путем надавливания выреза на фиксированный стержень заданного диаметра [9, 17].

Исследование роли кинкинга волокон в ходе смятия исследовали на полуобразцах тканого материала в работе [17]. Нелинейный участок кривой сила—перемещение начинался приблизительно на 70% пиковой нагрузки, а с 80% пиковой нагрузки были зафиксированы полосы кинкинга с разной ориентацией, в основном вблизи кромки отверстия. Ориентация полос кинкинга в слое однонаправленной ткани с нулевым направлением, судя по снимку томографа, зависит от соотношения сжимающих и сдвиговых деформаций: в центральной зоне, где преобладают деформации сжатия, полосы кинкинга были нормальны направлению нагрузки, а по сторонам, в местах больших деформаций сдвига, полосы кинкинга имели наклон к направлению нагрузки. Эффекты, полученные в эксперименте, не смогли быть зафиксированы авторами исследования [17] в расчете методом конечного элемента. Использовали континуальную модель разрушения в нескольких вариантах, различающихся метом регуляризации решения. Был сделан вывод о том, что континуальные модели с уровнем сложности, пригодным для практики, не способны локализовать прогрессивное разрушение волокна и нелинейное поведение матрицы до наступления пиковой нагрузки. В настоящем исследовании численная модель образца, выполненная на микромеханическом уровне, позволяет зафиксировать эффекты кинкинга, приводящие к потере несущей способности образца.

Дополнение натурных испытаний моделированием является в настоящее время распространенным и развивающимся подходом [18—20]. Так называемые виртуальные испытания, производимые, как правило, с использованием метода конечных элементов, служат удобным инструментом в подготовке испытаний, интерпретации результатов и выявлении таких свойств материала и конструкций, которые затруднительно и нерентабельно получать лабораторными испытаниями. В контексте использования пирамиды образцов исходные данные для расчета получают с более низкого уровня испытаний и затем применяют при прогнозировании свойств образцов высшего уровня, что, естественно, соответствует иерархической природе композитного материала. Наиболее распространено использование такого подхода при обобщении свойств слоя, полученных в ходе испытаний однонаправленных укладок, на свойства пакета для дальнейшего моделирования конструкций.

Модель слоя материала, будучи основой точного расчетного подхода, должна отражать все необходимые особенности механического поведения для адекватного использования в составе конструкций. Эффект смятия материала при контакте возможно зафиксировать при моделировании его на уровне составляющих — волокон и матрицы. Микромеханическая постановка задачи успешно применяется для гомогенизации таких свойств композитного материала, как упругость, прочность и вязкость разрушения методами виртуальных испытаний на ячейке периодичности и встроенной ячейке [21-23]. Упомянутые эффекты, обусловливающие поведение ПКМ при смятии (потеря устойчивости волокон, локальное пластическое течение матрицы и др.), возникают на микроуровне. Таким образом, для выявления подобных эффектов, анализа их развития и учета их влияния на поведение материала наиболее информативным является микромеханический анализ. В силу сложности задачи упругопластического деформирования гетерогенного материала с учетом геометрической нелинейности и контактных взаимодействий такую задачу решают численно с использованием метода конечных элементов (МКЭ).

Аналитическое решение задачи смятия слоя композитного материала является комплексной проблемой, в составе которой — задача на контакт, эффекты свободного края, многоосное напряженное состояние и потеря устойчивости. Однако такое решение, даже при наличии упрощений, является предпочтительным, давая основу для теоретического описания физического явления и инструмент для оптимизации параметров соединения при проектировании [6, 11, 24]. Корректность вновь полученного аналитического решения возможно подтвердить результатами эксперимента и расчета численными методами, такими как метод конечных элементов.

В настоящей работе предложен метод изучения смятия однонаправленного композитного материала на основе вычислительной микромеханики. Микромеханическая модель используется для изучения упругости и прочности однонаправленного композитного материала в условиях работы при смятии под крепежным элементом. Модель имитирует результаты испытаний на полуобразце с отверстием диаметром 6 мм. В первой части исследования рассмотрено поведение материала с линейно-упругими свойствами и учетом нелинейных геометрических эффектов с целью получения модуля смятия и решения вопроса о состоятельности данной формулировки модели для имитирования поведения образца материала из эксперимента. В данной постановке оценено влияние трения и дефектов волокна на модуль смятия на основе параметрических исследований. Во второй части исследования использована модель, учитывающая упругопластические свойства матрицы и рассмотрена последовательность, локализация и особенности явлений, ведущих к потере несущей способности модели образца.

1. Определение модуля смятия на основе микромеханической модели с линейно-упругими свойствами материалов компонентов

Для получения численного решения использовали метод конечных элементов, реализованный в комплексе Abaqus (Abaqus Unified FEA — Dassault Systèmes[®] SIMULIA[™]). Модель имитирует испытания однона-правленного слоя методом сжатия полуобразца.

Граничные условия в модели: на левой кромке полуобразца задано равномерное ненулевое перемещение $(U_1 \neq 0)$, верхняя кромка ограничена перемещениями по оси Y ($U_2 = 0$) и вращательными степенями свободы относительно осей X и Z ($UR_1 = 0$, $UR_3 = 0$, по правой кромке болта заданы симметричные граничные условия по оси X ($U_1 = UR_2 = UR_3 = 0$) (рис. 2.).

Геометрические параметры модели следующие: длина l = 8 мм, полуширина $\frac{1}{2}w = 4$ мм, диаметр отверстия d = 6 мм, толщина t = 1 мм.



Рис. 2. Параметры основного образца: *1, 2* — расположение точек на образце для расчета деформации смятия. На увеличенном изображении видно разбиение на матрицу и волокно в композитном материале.



Рис. 3. Получение эквивалентной представительной ячейки в материале при моделировании элементами с плоской деформацией (*М* — содержание матрицы в образце).

В качестве композитного материала использовали углепластик T800/924C на основе угольного волокна и термореактивного связующего. Свойства материала и компонентов взяты из [25]: однонаправленный слой T800-924C — $E_{11} = 145$ ГПа, $E_{22} = 9,5$ ГПа, $v_{12} = 0,3$, $G_{12} = 5,0$ ГПа; матрица 924C — $E_m = 3,5$ ГПа, $G_m = 1,3$ ГПа, $\sigma_y = 80$ МПа; волокно T800 — $E_L = 294$ ГПа, $v_{LT} = 0,28$; стальной болт — E = 210 ГПа, v = 0,3.

Дискретизация модели выполнена элементами с плоским деформированным состоянием. Для упрощения геометрии волокна в материале имели регулярное расположение. Обеспечение заданного объемного содержания волокна с учетом использования элементов с плоской деформацией имеет свои особенности. В плоском представлении ячейка материала должна быть механически эквивалентна объемной ячейке, модули упругости в плоскости должны соответствовать друг другу. В плоской ячейке для выполнения данного условия достаточно увеличить объем матрицы в два раза. Схема проиллюстрирована на рис. 3. Модули для сравнения получены на объемной ячейке и объемной плоской ячейке методами вычислительной микромеханики с использованием периодических граничных условий на ячейке с квадратной упаковкой.

Симметрия испытательного образца относительно оси *OX* используется для экономии вычислительного ресурса и отражена в граничных условиях.

Численные расчеты проводили на рабочей станции, имеющей 128 ГБ оперативной памяти, 16 физических ядер с возможностью распараллеливания вычислений на 32 потока, тактовая частота процессора Intel Xeon W-2295 — 3 ГГц.

Последовательность расчетных случаев выбиралась из условия постепенного уточнения задействованных эффектов. Сначала рассчитывали модель без трения, с прямолинейными волокнами и линейно-упругим материалом. Затем серией расчетов оценивали влияние трения и устанавливали значение трения для использования в будущих расчетных случаях. С выбранным значением коэффициента трения были совершены расчеты с учетом криволинейного волокна и расчеты с учетом упругопластических свойств компонентов материала во второй части исследования.

1.1.1. Исследование 1. Базовый вариант модели. Модель образца для испытаний представлена на рис. 2. Нагрузку в виде перемещения прикладывали к левой кромке образца. Значение перемещения подбирали из условия достижения требуемой средней деформации сжатия образца. Рассматривали два варианта: небольшая деформация, приблизительно 0,05 %, и высокая деформация 10%.

Принцип определения модуля смятия базируется на отношении средних напряжений смятия и относительной деформации отверстия, так что процедура в общем аналогична описанным в стандартах [15, 16]. Перемещение рассчитывали по разности перемещений точек 1 и 2 (см. рис. 2) и преобразовывали в деформацию смятия по выражению (1). Очевидно, что получаемая величина модуля смятия существенно зависит способа вычисления деформации (расчет с прямолинейными волокнами без учета трения, $\varphi = 0^\circ$, $\mu = 0$):

— заданное перемещение образца $u_0 = 0,003$ мм,

— полученное перемещение точки 1 $u_1 = 0,00082$ мм,

— полученное перемещение точки 2 $u_2 = 0,002917$ мм,

— деформация отверстия по заданному перемещению $\varepsilon_{hole0} = 0.05\%$,

— деформация отверстия по перемещению точки 2 $\varepsilon_{hole2} = 0,0486\%$,

— деформация отверстия по разнице перемещений точек 1 и 2 $\varepsilon_{hole12} = 0,0349\%$,

— модуль смятия по ε_{hole0} $E_{crump0} = 65,046$ ГПа,

- модуль смятия по ε_{hole2} $E_{crump2} = 66,902$ ГПа,
- модуль смятия по ε_{hole12} $E_{crump12} = 93,168$ ГПа.

Выражение для определения модуля смятия имеет вид

$$E_{\text{crump}} = \frac{\sigma_{\text{crump}}}{\varepsilon_{\text{hole12}}}, \ \sigma_{\text{crump}} = \frac{2 \cdot RF}{d \cdot t}, \ \varepsilon_{\text{hole12}} = \frac{u_2 - u_1}{d}$$
(1)

RF — сила реакции.



Рис. 4. Форма отклонения волокон при учете только геометрической нелинейности. Соответствует деформации образца 1,3%, масштаб деформаций 10:1. Диаграмма деформирования в случае приложения малой и высокой деформации имела сходный наклон, что свидетельствует о несущественном влиянии изгиба волокон в зоне отверстия на жесткость системы. Форма изгиба волокон отражена на рис. 4 (перемещения в увеличенном масштабе 10:1). Очевидно, что направление изгиба волокон различается в зависимости от зоны расположения вдоль окружности контакта. Участок с изогнутыми волокнами имеет локальный характер и не влияет на потерю несущей способности образца материала в целом. Данные недавнего исследования с использованием обработки томограмм текущего состояния материала в ходе приложения нагрузки [26] подтверждают, что волокна меняют свою ориентацию группами в зависимости от величины нагрузки.

Модуль смятия, рассчитанный по модели обобщенного материала со свойствами, взятыми из [25] и коэффициентом трения, отличается от рассчитанного по микромеханической модели с тем же коэффициентом трения на 6%. В условиях отсутствия экспериментальных данных по смятию однонаправленного материала полученные результаты могут служить в качестве верификации микромеханической модели и обоснованием для анализа явлений, связанных со смятием, на качественном уровне.

1.1.2. Исследование 2. Влияние трения. Точная оценка модуля смятия требует учета трения контакта между болтом и слоем. Влияние трения оценивали в ходе параметрического исследования, в котором заданная величина коэффициента трения принимает значения 0,2, 0,4, 0,8.

В нашем случае трение моделируется [27] без учёта зависимости силы трения от скорости относительного движения контактирующих поверхностей. Использовали расширенную версию классической изотропной модели кулоновского трения.

Согласно модели относительного движения контактирующих поверхностей не происходит, если эквивалентное напряжение трения

$$\tau_{\rm eqv} = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2} \tag{2}$$

меньше критического напряжения $\tau_{\rm cr}$, пропорционального контактному давлению p:

$$\tau_{\rm cr} = \mu p. \tag{3}$$

Результаты расчета следующие: при $\mu = 0$ $\varepsilon_{hole12} = 0,0349\%$ и $E_{crump12} = 93,168$ ГПа; при $\mu = 0,2 - 0,0341\%$ и 112,1348 ГПа; при $\mu = 0,8 - 0,0265\%$ и 220,4026 ГПа соответственно. Видно, что учет трения значительно влияет на модуль упругости смятия. Отклонение волокон в ходе приложения нагрузки имеет форму, схожую с базовым случаем. Увеличение модуля упругости смятия связано с увеличением обобщенной силы, воздействующей на образец, при сохранении деформации. Возросшая величина обобщенной силы может быть объяснена возникновением "удерживающих" касательных напряжений в зоне контакта, что способ-

ствует увеличению нормальных напряжений и расширению области действия максимальных нормальных напряжений по ширине образца.

Для дальнейших расчетов используем коэффициент трения 0,2 как наиболее правдоподобный.

Результаты моделирования в настоящем исследовании косвенно служат оценкой приблизительных границ диапазона возможных коэффициентов трения между однонаправленным композитным материалом и металлическим крепежным элементом. Из результатов видно, что коэффициент трения $\mu = 0,2$ дает правдоподобное значение модуля смятия, в то же время при $\mu = 0,8$ превышает модуль смятия материала при растяжении. Следовательно, реальный коэффициент трения находится в диапазоне $\mu = 0,2$ —0,3.

1.1.3. Исследование 3. Влияние угла несоосности волокон. Из результатов многочисленных исследований известно, что прочность при сжатии однонаправленного материла имеет выраженную зависимость от наличия таких дефектов, как несоосность и криволинейность волокон, возникающих в ходе изготовления волокон и их укладки [4—8]. Причиной разрушения материала в условиях сжатия является потеря устойчивости волокон, при этом критическое напряжение уменьшается с увеличением указанных дефектов. Угол несоосности, характеризующий дефекты, измеряли разными техниками, в числе которых пересчет овализации волокна для ряда шлифов и обработка снимков рентген-микроскопа [28, 29]. Плотность вероятности отклонения волокон однонаправленного образца на определенный угол описывается нормальным распределением. Среднее значение угла отклонения соответствует $\varphi = 0^{\circ}$, т.е. номинальной ориентации материала слоя. Вероятность симметричного отклонения волокна на заданный угол одинакова для отрицательного и положительного значения. Стандартное отклонение величины несоосности волокон свидетельствует о качестве изготовления однонаправленного материала.

В настоящем исследовании предполагаем, что наличие особого поведения композитного материала в зоне смятия определяется во многом последствиями локальной потери устойчивости, поэтому отклонение геометрических характеристик армирующего компонента должно напрямую сказаться на значении модуля смятия. Влияние угла несоосности оценивали, сравнивая результаты расчета при углах 0, 1, 2, 5°.

Существует несколько способов представления искривленного волокна в модели. Наиболее распространенным является моделирование гео-



Рис. 5. Параметры модели криволинейного волокна.

метрии волокна тригонометрической функцией косинуса или синуса, где угол пересечения с соответствующей осью определяется выбранным значением угла несоосности филамента (рис. 5). Таким образом, уравнение синусоиды связывает ключевые параметры, моделирующие дефект, при заданном угле отклонения волокна φ :

$$y = b\sin(cx) ,$$

$$y' = tg(\varphi) = b\cos(cx)c , \qquad (4)$$

$$b = \frac{tg(\varphi)}{\cos(cx)c} = \frac{tg(\varphi)}{c} ,$$

где *b* — амплитуда синусоиды; *с* — частота синусоиды —

$$\lambda = 2(l/n) \implies c = \frac{2\pi}{\lambda},$$
 (5)

l — длина образца; n — количество пиков синусоиды; λ — длина волны синусоиды. При этом возникает множество вариантов для выбора длины волны синусоиды. В условиях ресурсоемкой вычислительной задачи длину волны в работе выбирали из удобства наложения и качества сетки.

Результаты расчетов (принято, что $\mu = 0,2$) следующие: при $\varphi = 0^{\circ}$ $\varepsilon_{hole12} = 0,0341\%$ и $E_{crump12} = 112,7884$ ГПа; при $\varphi = 1^{\circ} - 0,0342\%$ и 112,348 ГПа; при $\varphi = 2^{\circ} - 0,0343\%$ и 103,0927 ГПа; при $\varphi = 5^{\circ} - 0,0346\%$ и 99,59677 ГПа соответственно. Уменьшение модуля смятия соответствует увеличению угла отклонения, зависимость имеет нелинейный характер. Отклонение волокон в ходе приложения нагрузки имеет форму, схожую с результатами предыдущих расчетных случаев. Снижение модуля упругости смятия связывается с нелинейным уменьшением напряжения потери устойчивости в зависимости от угла несоосности волокна [4].

1.1.4. Выводы по расчету смятия на основе микромеханической модели с линейно-упругими свойствами материалов компонентов. Результаты описанных исследований подтверждают тот факт, что при моделировании упругого материала и учете только геометрических нелинейных эффектов потери несущей способности элемента конструкции в заданных пределах деформации образца вследствие смятия не происходит. Учет трения между болтом и слоем наряду с учетом криволинейности волокна влияет только на изменение жесткости контакта. Для изучения явлений, возникающих в материале в ходе испытаний при смятии и влияющих на прочность, были выполнены квазистатические расчеты в явном решателе Abaqus с учетом пластических свойств матрицы.

1.2. Исследование упругости и прочности материала на основе микромеханической модели с упругопластическими свойствами матрицы

Расчетный анализ прочности композитного материала при смятии требует проведения расчетов при высоком уровне нагруженности материала, при котором происходит потеря устойчивости волокон, что обусловливает существенное геометрически нелинейное поведение модели. В то же время для адекватного описания поведения материала при высоких нагрузках модель материла матрицы должна включать в себя описание пластического течения материала, что приводит к высокому уровню физической нелинейности в поведении модели. В настоящем исследовании использовали упругопластические свойства матрицы, являющиеся типовыми для класса реактопластов и используемые в аналогичных исследованиях [30].

Обусловленная указанными факторами высокая степень нелинейности поведения модели приводит к проблемам со сходимостью решения при неявной схеме решения методом конечных элементов. В такой ситуации для обеспечения сходимости решения была использована явная схема решения.

Необходимость моделирования на микроуровне приводит к чрезвычайно малому размеру элемента конечно-элементной сетки, в результате чего конечно-элементная сетка модели содержит более 7,6 млн элементов. В силу того что размер элемента крайне мал, размер временного инкремента решения, определяемый при явной схеме решения по критерию Куранта—Фридрихса—Леви, принимает также крайне малое значение, рассчитываемое по формуле [27]

$$\Delta t \le \min\left(L_e \sqrt{\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}}\right),\tag{6}$$

где Δt — допустимый размер временного инкремента; L_e — характерный размер элемента; ρ — плотность материала; λ и μ — коэффициенты Ламе (обозначены только здесь согласно первоисточнику, а в остальной части работы — длина волны из формулы (5) и коэффициент трения соответственно):

$$\lambda = \frac{Ev}{(1+v)(1-2v)},\tag{7}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \,. \tag{8}$$

Здесь *Е* — модуль Юнга; *v* — коэффициент Пуассона. Таким образом, данная задача становится чрезвычайно ресурсоемкой с вычислительной



Рис. 6. Смешанная модель (*A* — материал болта, *B* — гетерогенный материал, *C* — гомогенный материал).

точки зрения. Для уменьшения времени расчета была подготовлена смешанная модель. В такой модели область смятия, где важно воспроизвести эффекты, возникающие на уровне волокна и матрицы, смоделирована на микроуровне, а удаленная от области смятия часть модели, в которой микроскопические эффекты не представляют интереса, смоделирована в виде однородного материала, обладающего гомогенизированными свойствами монослоя. Общий вид модели показан на рис. 6. Размер области, смоделированной на микроуровне, определен на основании результатов расчета модели, выполненной на микроуровне целиком. Остальная часть модели, в которой такие эффекты отсутствуют, смоделирована в виде однородного материала монослоя, так как его поведение при отсутствии эффектов, имеющих место на микроуровне, совпадает с истинным поведением гетерогенного материала.

1.2.1. Исследование 4. Смятие микромеханической модели образца с учетом упругопластического поведения матрицы. Принятое в расчете пластическое поведение материала матрицы основано на модели Дрюкера—Прагера (Drucker—Prager), в которой учитывается влияние объемных деформаций и внутреннего трения, что существенно, когда матрица находится под воздействием сжатия и сдвига. В некоторых работах, посвященных микромеханическому моделированию, показана эффективность указанной формулировки [13, 21]. Данная модель является встроенной в расчетном комплексе Abaqus, в руководстве пользователя [27] есть подробное описание модели и набор типовых свойств для расчета. Значение предела текучести $\sigma_y = 80$ МПа матрицы выбрано по результатам анализа данных статей [13, 21].

По результатам расчета микромеханической модели построена зависимость действующей на образец силы от перемещений заделки образца. Данную кривую можно условно разделить на три участка: линейно-упругий участок, участок с выраженной нелинейностью, участок полной потери



Рис. 7. Зависимость силы Р от перемещения и.

несущей способности (рис. 7). В таблице приведены значения средних напряжений, деформаций отверстия и секущих модулей для характерных точек на графике сила—перемещение.

Переход от линейного к нелинейному участку кривой совпадает с началом изгиба первых волокон. При этом волокна начинают изгибаться примерно одновременно в двух зонах (рис. 8), в верхней зоне ось волокна параллельна нормали к сминающей поверхности, изгиб волокна происходит от сжатия. В нижней зоне ось волокна составляет некоторый угол с нормалью к сминающей поверхности, и изгиб волокна происходит в том числе под воздействием силы, перпендикулярной к оси волокна. В свою очередь процесс изгиба волокон связан с пластическим течением матрицы, так как волокно в матрице можно представить как балку на упругом основании, и ослабление матрицы в результате пластического течения приводит к изменению условий опирания и соответственно к снижению критических напряжений потери устойчивости. На примере результатов моделирования можно убедиться, что во всех случаях, где наблюдается изгиб волокна, ему

Номер точки на гра- фике сила—переме- щение (см. рис. 7)	Деформация отверстия по разности перемеще- ний в точках образца 1	Средние напря- жения σ_{crump} , МПа	Секущий модуль смятия <i>Е</i> _{crump12} , ГПа
	hole12		
1	0,002276	243,743	107,1
2	0,006464	497,78	77
3	0,00698	517,41	74,1

Значения средних напряжений, деформаций отверстия и секущего модуля для характерных точек на кривой деформирования образца

Примечание: Значения напряжений $\sigma_{\rm crump}$ и деформаций $\varepsilon_{\rm hole12}$ определены по значениям сил и перемещений по формулам, приведенным ранее.



Рис. 8. Зоны начала изгиба волокон: *А* — болт, *В* — материал с обобщенными свойствами (для наглядности показан масштабированный результат).

предшествует появление пластических деформаций в прилегающей области матрицы. На рис. 9 приведены временные зависимости эквивалентных пластических деформаций и вертикальных перемещений точки матрицы, прилегающей к волокну в области смятия, положение точки показано на рис. 10. По вертикальным перемещениям можно судить об изгибе волокна. Можно увидеть, что изгиб волокна связан с пластическим течением матрицы (см. кривую *B*).

На протяжении всего процесса деформирования образца области изгиба волокон возникают только в зоне контакта со сминающим элементом и



Рис. 9. Временные зависимости — вертикальных перемещений и точки модели (A) и эквивалентных пластических деформаций ε (B) от времени t, находящейся в области смятия (местоположение точки показано на рис. 10).



Рис. 10. Местоположение точки, для которой были построены графики пластических деформаций и вертикальных перемещений (местоположение точки указано стрелкой).

только к моменту потери несущей способности выходят за пределы зоны контакта. Состояние образца на момент времени, соответствующий точке 2 на кривой сила—перемещение (см. рис. 7), иллюстрируют данные рис. 11, т.е. до потери несущей способности. Видно, что изгиб волокон имеет место только в области контакта со сминающим элементом. На рис. 12 проиллюстрировано состояние образца на момент времени, соответствующий точке 3 на кривой сила—перемещение (см. рис. 7), после потери несущей способности. В этот момент времени изгиб волокна имеет место за пределами области контакта со сминающим элементом. Такое поведение модели соответствует результатам обработки томограмм текущего состоя-



Рис.11. Состояние образца на момент времени, соответствующий точке 2 на кривой сила—перемещение (см. рис. 7); изгиб волокна происходит только в зоне контакта со сминающим элементом.



Рис. 12. Состояние образца на момент времени, соответствующий точке *3* на кривой сила—перемещение (см. рис. 7); изгиб волокна происходит в том числе и за пределами зоны контакта со сминающим элементом.

ния материала, приведенным в работе [26] и показывающим, что волокна меняют свою ориентацию группами в зависимости от величины нагрузки.

Заключение

По результатам проведенных исследований можно судить о применимости вычислительной микромеханической модели в части детального представления поведения композитного материала под сминающим воздействием крепежного элемента.

Для получения характеристик упругого поведения материала достаточной оказывается формулировка модели, учитывающая только линейно-упругое поведение компонентов материала. При этом существенное влияние на результат моделирования оказывает выбранное значение коэффициента трения контакта крепежного элемента и композитного слоя. Сравнительная оценка результатов дает основание предполагать, что реальное значение коэффициента трения не превышает $\mu = 0,4$. Кривизна волокна также влияет на модуль смятия, однако существенного влияния в диапазоне выбранных для параметрического исследования значений учет криволинейности волокон не показал. В то же время линейно-упругая микромеханическая модель материала оказалась не способна зафиксировать потерю несущей способности системы вследствие потери устойчивости, а, следовательно, учет только геометрической нелинейности недостаточен для определения прочности образца при смятии.

Выводы о последовательности, локализации и особенности явлений, ведущих к потере несущей способности, получены по результатам микромеханической модели с учетом нелинейности материала матрицы. Явление "складывания" волокна (kinking) оказывается в случае смятия основным механизмом разрушения, так же как и в случае продольного сжатия, однако конфигурация и развитие зон интенсивного складывания различны для двух видов нагружения. Переход напряженно-деформированного состоянии матрицы в пластическую зону начинается на ранних стадиях нагружения и, занимая определенную область в зоне контакта, значительно ускоряет процесс складывания, что приводит к достижению пика нагрузки. Микромеханическая модель позволяет отчетливо выделить зоны с разным характером протекании процессов разрушения.

Развитие предлагаемого подхода видится авторам применительно к изучению смятия в многослойных разнонаправленных укладках, в которых должна учитываться деламинация слоев и эффект от взаимодействия соседних слоев с разными ориентациями. Текущая формулировка модели может быть уточнена включением разрушаемого интерфейса волокно—матрица, что может повлиять на картину разрушения материала в условиях смятия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Montagne B., Lachaud F., Paroissien E., Martini D.* Failure analysis of composite bolted joints by an experimental and a numerical approach // ECCM 2018 - 18th Europ. Conf. Compos. Mater., Athens, 24-28 June, 2020.

2. Eremin V., Bolshikh A., Koroliskii V., Shelkov K. Methods for flexibility determination of bolted joints: Empirical formula review // J. Phys. Conf. Ser. — 2021. — Vol. 1925, No. 1. — P. 1—9.

3. *Camanho P. P., Matthews F. L.* Stress analysis and strength prediction of mechanically fastened joints in FRP: A review // Composites: Part A. — 1997. — Vol. 28, No. 6. — P. 529—547.

4. *Barbero E. J.* Prediction of compression strength of unidirectional polymer matrix composites // J. Compos. Mater. — 1998. — Vol. 32, No. 5. — P. 483—502.

5. *Budiansky B., Fleck N. A.* Compressive failure of fibre composites // J. Mech. Phys. Solids. — 1993. — Vol. 41, No. 1. — P. 183—211.

6. Budiansky B., Fleck N. A., Amazigo J. C. On kink-band propagation in fiber composites // J. Mech. Phys. Solids. — 1998. — Vol. 46, No. 9. — P. 1637—1653.

7. Soutis C., Fleck N. A., Smith P. A. Failure prediction technique for compression loaded carbon fibre-epoxy laminate with open holes // J. Compos. Mater. — 1991. — Vol. 25, No. 11. — P. 1476—1498.

8. Sutcliffe M. P. F., Fleck N. A. Microbuckle propagation in fibre composites // Acta Materialia. — 1997. — Vol. 45, No. 3. — P. 921—932.

9. Wu P. S., Sun C. T. Modeling bearing failure initiation in pin-contact of composite laminates // Mech. Mater. — 1998. — Vol. 29, Nos. 3—4. — P. 325—335.

10. *Pimenta S., Gutkin R., Pinho S. T., Robinson P.* A micromechanical model for kink-band formation: Part I. Experimental study and numerical modelling // Compos. Sci. Technol. — 2009. — Vol. 69, Nos. 7—8. — P. 948—955.

11. *Pimenta S., Gutkin R., Pinho S. T., Robinson P.* A micromechanical model for kinkband formation: Part II-Analytical modelling // Compos. Sci. Technol. — 2009. — Vol. 69, Nos. 7—8. — P. 956—964.

12. Hsu S. Y., Vogler T. J., Kyriakides S. Compressive strength predictions for fiber composites // J. Appl. Mech., Trans. ASME. — 1998. — Vol. 65, No. 1. — P. 7—16.

13. *Herráez M., Bergan A. C., Lopes C. S., González C.* Computational micromechanics model for the analysis of fiber kinking in unidirectional fiber-reinforced polymers // Mech. Mater. — 2020. — Vol. 142, March. — P. 1—25.

14. *Daum B., Feld N., Allix O., Rolfes R.* A review of computational modelling approaches to compressive failure in laminates // Compos. Sci. Technol. — 2019. — Vol. 181, Sept. — P. 1-37

15. ASTM Standard D 953-37 Bearing Strength of Plastics. — 2019. — P. 1—8.

16. ASTM Standard D5961/D5961M-13 Bearing Response of Polymer Matrix Composite Laminates. — 2013. — P. 1—31.

17. Sola C., Castanié B., Michel L., Lachaud F., Delabie A., Mermoz E. On the role of kinking in the bearing failure of composite laminates // Compos. Struct. — 2016. — Vol. 141, May. — P. 184—193.

18. Falcó O., Tijs B., Romano B., Lopes C. S. A virtual test lab for unidirectional composite coupons // ECCM 2018 - 18th Europ. Conf. Compos. Mater., Athens, 24-28 June, 2020.

19. *Hosseini S., Löhnert S., Wriggers P., Baranger E.* A Multiscale projection method for the analysis of fiber microbuckling in fiber reinforced composites // Lecture Notes in Appl. Comput. Mech. — 2020. — Vol. 93. — P. 167—184.

20. Pogosyan M., Nazarov E., Bolshikh A., Koroliskii V., Turbin N., Shramko K. Aircraft composite structures integrated approach: A review // J. Phys.: Conf. Ser. — 2021. — Vol. 1925, No. 1 — P. 1—16.

21. *González C., Llorca J.* Mechanical behavior of unidirectional fiber-reinforced polymers under transverse compression: Microscopic mechanisms and modeling // Compos. Sci. Technol. — 2007. — Vol. 67, No. 13. — P. 2795—2806.

22. Canal L. P., Pappas G., Botsis J. Large scale fiber bridging in mode I intralaminar fracture. An embedded cell approach // Compos. Sci. Technol. — 2016. — Vol. 126, Apr. — P. 52—59.

23. *Pierard O., Friebel C., Doghri I.* Mean-field homogenization of multi-phase thermoelastic composites: A general framework and its validation // Compos. Sci. Technol. — 2004. — Vol. 64, No. 10—11. — P. 1587—1603.

24. *Malakhov A. V., Polilov A. N., Li D., Tian X.* Increasing the bearing capacity of composite plates in the zone of bolted joints by using curvilinear trajectories and a variable fiber volume fraction // Mech. Compos. Mater. — 2021. — Vol. 57, No. 3. — P. 287—300.

25. *Zhao L., Wang K., Ding F., Qin T., Xu J., Liu F., Zhang J.* A post-buckling compressive failure analysis framework for composite stiffened panels considering intra-, inter-laminar damage and stiffener debonding // Results in Physics. — 2019. — Vol. 13, June. — P.1—10.

26. *Emerson M. J., Wang Y., Withers P. J., Conradsen K., Dahl A. B., Dahl V. A.* Quantifying fibre reorientation during axial compression of a composite through time-lapse X-ray imaging and individual fibre tracking // Compos. Sci. Technol. — 2018. — Vol. 168, Nov. — P. 47—54.

27. Abaqus 2018 Analysis User's Guide // Book Abaqus 2018 Analysis User's Guide / EditorSimulia, 2018.

28. *Czabaj M. W., Riccio M. L., Whitacre W. W.* Numerical reconstruction of graphite/ epoxy composite microstructure based on sub-micron resolution X-ray computed tomography // Compos. Sci. Technol. — 2014. — Vol. 105. — P. 174—182. 29. Yurgartis S. W. Measurement of small angle fiber misalignments in continuous fiber composites // Compos. Sci. Technol. — 1987. — Vol. 30, No. 4. — P. 279—293.

30. *Fiedler B., Hojo M., Ochiai S., Schulte K., Ando M.* Failure behavior of an epoxy matrix under different kinds of static loading // Compos. Sci. Technol. — 2001. — Vol. 61, No. 11. — P. 1615—1624.

Поступила в редакцию 08.02.2022 Окончательный вариант поступил 04.04.2022 Received Feb. 8, 2022 (Apr. 4, 2022)