# Л. Яануска<sup>\*</sup>, Х. Хейн

University of Tartu, Institute of Computer Science, Tartu, Estonia

# КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА РАССЛОЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТОВ ХААРА И МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ<sup>1</sup>

## L. Jaanuska<sup>\*</sup> and H. Hein

## DELAMINATION QUANTIFICATION BY HAAR WAVELETS AND MACHINE LEARNING

Keywords: delamination, Haar wavelets, machine learning

The inverse problem on determining the location of a delamination and its severity in composite uniform beams is considered. It is shown that the problem can be solved in terms of delamination-induced changes in the natural frequencies or mode shapes. Delaminations are quantified by the artificial neural networks or random forests. The machine learning methods can predict the delamination status based on parameters of the natural frequency or the Haar wavelet transform coefficients derived from the first mode shape. Simulation studies showed that the combined approach of natural frequencies, Haar wavelets, and random forests produced accurate predictions. The results presented in this article can help one to understand the behavior of more complex structures under similar conditions.

Ключевые слова: расслоение, вейвлеты Хаара, обучение машинное

Рассмотрена обратная задача определения местоположения расслоения и его протяженности в композитных однородных балках. Показано, что задача может быть решена с точки зрения изменения собственных частот или формы колебаний, обусловленных расслоением. Расслоения количественно оценено с помощью искусственных нейронных сетей или алгоритма случайных лесов. Методы машинного обучения способны предска-

<sup>\*</sup>Автор, с которым следует вести переписку: ljubov.jaanuska@ut.ee

Corresponding author: ljubov.jaanuska@ut.ee

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Перевод с англ.

зать состояние расслоения на основе параметров собственной частоты или коэффициентов вейвлет-преобразования Хаара, полученных из первой моды. Имитационные исследования показали, что комбинированный подход, использующий собственные частоты, вейвлеты Хаара и алгоритм случайных лесов, обеспечивает точные предсказания. Представленные результаты могут помочь понять поведение более сложных структур при аналогичных условиях.

#### Введение

Слоистый композит — это материал, состоящий из двух или более слоев, соединенных адгезивом. В силу многослойности и взаимодействия слоев в композите внутренние усилия в слоях могут быть одно- или разнонаправленными, аксиальными или изменяющимися по толщине. Кроме того, слои могут быть изготовлены из одинакового материала, например, многослойного стекла или фанеры; на практике слои изготавливают из разных материалов, таких как листы стекла, помещенные между слоями пластика. По сравнению с однородными балками комбинирование разных материалов позволяет создать конструкционный элемент с большей жесткостью, усталостным сопротивлением, функциональными свойствами и износостойкостью. Благодаря своим превосходным свойствам слоистые композиты часто используют в механических, гражданских, морских, автомобильных и других конструкциях с высокими эксплуатационными характеристиками.

Несмотря на многие преимущества слоистых композитов, некоторые материалы, используемые для их изготовления, могут быть чувствительны к нагрузкам, деформациям, напряжениям, химической коррозии, старению, резке и сверлению. Внешние условия могут обусловить расслоение слоев, являющееся, вероятно, наиболее опасным дефектом в композитных материалах, поскольку может проявиться внезапно без какого-либо предварительного предупреждения и продолжать развиваться, разрушая конструкционный элемент. Конструкционный элемент с расслоениями может потерять до 60% своей жесткости, не демонстрируя видимых изменений [1].

Согласно [2] обычные неразрушающие методы, такие как ультразвуковой контроль и рентгенография, слишком дороги для широкого использования на практике. Поэтому промышленность фокусирует внимание на методах мониторинга состояния конструкции (МСК), достоинство которых — контроль целостности конструкций в режиме онлайн без их демонтажа. Некоторые приложения методов МСК описаны в [3, 4]. Настоящая работа посвящена методу МСК, основанному на колебаниях конструкции.

Одна из самых первых моделей вибрационного анализа композитных балок с расслоениями предложена в [5]: четыре балки Тимошенко соединили по кромкам расслоения для моделирования композитной балки с одним расслоением по ширине. Расчетные значения частот каждый раз были меньше измеренных экспериментально. В [6] улучшили аналитическое решение, учтя взаимосвязь между изгибными и осевыми колебаниями расслоившихся субламинатов. Используя изотропную балку с расщеплениями и классическую модель балки, вычислили значения собственных частот, близкие к экспериментальным. Позже в [7] установили, что некоторые моды колебаний, вычисленные в [6], физически недопустимы в силу возможного перекрытия отслоившихся субламинатов. Во избежание этого несоответствия предположили, что балки, расположенные в области расслоения, остаются близкими во время колебательного движения. Эту модель назвали "моделью ограниченной моды" в отличие от "модели свободной моды", предложенной в [6].

Расслоения и их влияние на вибрационное поведение композитных балок подробно исследовали методом конечных элементов (МКЭ) в [8—12]. Результаты показали, что собственные частоты уменьшаются с увеличением размера расслоения. Кроме того, собственные частоты композитных свободно опертых балок больше, чем консольных, в силу большей изгибной жесткости. Собственные частоты симметричных слоистых композитов больше, чем ортогонально армированных [10].

Обратную задачу идентификации состояния расслоения на основе конструкционного отклика нельзя решить напрямую: два расслоения одинаковой протяженности, но расположенные в двух разных местах конструкции, могут обусловить идентичные изменения в частотном диапазоне. В таком случае необходимы улучшенные методы подбора функций. Многие исследователи использовали искусственные нейронные сети (ИНС) или генетические алгоритмы (ГА) и сдвиг частот для обнаружения разных типов повреждения в балках. В [13] на первых четырех собственных частотах обучили нейронную сеть с прямым и обратным распространением (НСПОР), имевшую 4—10—1 нейрон в слоях. Обученная ИНС довольно точно (с ошибкой, близкой к нулю) предсказала размер безразмерного расслоения от 0,22 до 0,82, но недооценила расслоение размером менее 0,08. В [14] на первых 10 собственных частотах обучили НСПОР, имевшую 10-9-3 нейрона в слоях. Обученная ИНС смогла почти точно с небольшой ошибкой предсказать размер и форму расслоения в пластине, но не смогла точно локализовать его в продольном направлении. В [15] НСПОР обучили, используя первые пять мод колебаний, полученных в ходе модального испытания. Предсказанные значения осевого местоположения и размера расслоения имели максимальную ошибку 27 и 10% соответственно по сравнению с измеренными экспериментально. В [16] количественно оценили расслоения в композитных балках с помощью ГА, минимизировав функцию ошибок, выражающую расхождение между измеренными и теоретическими частотами. Продемонстрировали, что ГА способен предсказать местоположение и величину расслоения с высокой точностью. Однако по сравнению с ИНС обнаружение структурных повреждений посредством ГА требовало многократного поиска по многочисленным параметрам повреждения для нахождения оптимального решения целевой функции (данные измерений) [17].

В большом количестве работ исследовано одиночное относительно большое расслоение в срединной плоскости конструкционных элементов. Решение обычно отыскивается в виде сдвига мод колебаний или собственных частот. Между тем, расчет или измерение множества собственных частот или мод колебаний — сложная и трудоемкая задача; изменения динамических характеристик конструкции, обусловленные конструкционным дефектом меньше одного процента от общего размера конструкционного элемента, незаметны [2, 3]. Недавно в [18] предложили модель прогрессирующего межслойного повреждения, разработанную в Северо-Западном университете, основанную на трапециевидном трехлинейном законе силы сцепления—отрыва. Предложенный подход позволяет более точно предсказать возникновение и распространение расслоений в слоистых композитах при нагружении по модам I и II, чем модель когезионной поверхности, встроенная в программное обеспечение ABAQUS.

Еще одна тенденция обнаружения и количественной оценки повреждений — метод на основе вейвлет-преобразования [3, 19, 20]. В [21] показали, что локальная сингулярность в сигнале временной последовательности может быть более четко выявлена, если сигнал разложен с помощью вейвлет-преобразования. Когда сигнал конструкционного вибрационного отклика во временной области разлагают на несколько подсигналов, изменения, соответствующие конструкционному повреждению в каждом подсигнале, могут заметно различаться, а некоторые из подсигналов могут обладать высокой чувствительностью к небольшим дефектам в конструкциях [3].

Среди множества дискретных, действительных и комплексных вейвлетов дискретные вейвлеты Хаара — простейшие с математической точки зрения. Они напоминают ступенчатую функцию. Вейвлеты Хаара имеют аналитическое решение и могут успешно аппроксимировать производные функций при решении дифференциальных уравнений [22—24], таких как уравнение движения для поперечных колебаний балок из слоистых композитов. В [25, 26] показали, что с помощью метода вейвлет Хаара высокого порядка можно вычислить с высокой точностью собственные частоты. Другие практические применения вейвлетов Хаара для локализации и оценки повреждений описаны в [27, 28].

В настоящей работе предложена новая технология для определения состояния расслоения. Расслоение произвольной длины, индуцированное в случайной точке однородной композитной балки, идентифицируется с использованием её модальных свойств (собственных частот и мод колебаний), вейвлетов Хаара и методов машинного обучения (нейронная сеть и алгоритм случайного леса). Новизна подхода заключается в вычислении собственных частот с использованием вейвлетов Хаара и разложения мод колебаний на коэффициенты вейвлет-преобразования Хаара. Подобно вектору признаков на основе коэффициентов вейвлетов Хаара методы машинного обучения были и на первых восьми собственных частотах. Результаты разных методов машинного обучения сравнили друг с другом с целью выявления наиболее эффективного подхода. Подобных исследований в литературе не найдено.

### 1. Количественная оценка расслоений

Верификация предложенного метода для оценки состояния расслоения с помощью вейвлетов Хаара и методов машинного обучения была осуществлена на примере однородной консольной балки, изготовленной из эпоксидного углепластика T300/934 с укладкой  $[0^{\circ}/90^{\circ}]_{2s}$ . Размеры балки 127×12,7×1,016 мм. Свойства материала для пластины следующие:  $E_{11} = 134$  ГПа,  $E_{22} = 10,3$  ГПа,  $G_{12} = 5$  ГПа,  $v_{12} = 0,33$ ,  $\rho = 1480$  кг/м<sup>3</sup>. В балке моделировали одиночное расслоение произвольной длины  $L_2$ , происходящее в произвольном местоположении  $L_1$  вдоль оси балки в произвольном слое H балки.

**1.1. Наборы данных.** Ключевая идея настоящего исследования заключается в том, чтобы установить взаимосвязь ввод—вывод между модальным откликом и состоянием расслоения с использованием машинного обучения с учителем. Искусственные нейронные сети (ИНС) и алгоритм случайного леса (АСЛ) требуют некоторого количества данных для обучения, проверки и тестирования. В настоящем исследовании случайным образом выбрали 1000 состояний расслоения (рис. 1). Местоположения расслоения  $L_1$  от левого торца балки варьировали от 0,001 до 0,111 м; значения протяженности расслоения  $L_2$  случайным образом задавали в диапазоне от 0,001 до 0,125 м. Поскольку консольная балка обладает вертикальной симметрией, анализировали только половину ее слоев.

Модальный отклик (первые восемь параметров собственной частоты) для каждого состояния расслоения вычислили численно с использованием



*Рис. 1.* Свойства случайно генерируемого расслоения: *L*<sub>1</sub> — местоположение расслоения от левого торца балки; *L*<sub>2</sub> — длина расслоения.

Длина расслоения, мм	Настоящая работа	[30]	[31]	[32]
0,0	82,02	81,88	82,04	81,86
25,42	79,93	80,47	80,13	81,84
50,8	74,36	75,36	75,29	76,81
76,2	65,07	66,14	66,94	67,64
101,6	54,75	55,67	57,24	56,95

Значения основной частоты (Гц) композитной консольной балки

Табл. 1

процедуры, описанной в [29]. Расчетные значения первой собственной частоты (СЧ) сравнили с имеющимися в литературе (табл. 1). Рассчитанные значения СЧ хорошо согласуются с экспериментальными [30] и рассчитанными с помощью МКЭ [31, 32].

Коэффициенты вейвлет-преобразования Хаара (КВПХ) для каждого состояния расслоения рассчитали согласно процедуре, описанной в [33]. КВПХ были рассчитаны для наиболее информативной первой моды колебаний [34]. Расчет набора данных на основе КВПХ более 12 раз быстрее расчета набора данных на основе СЧ.

Кроме того, с учетом результатов, опубликованных в [33], получили дополнительный набор данных. Вектор признаков третьего набора данных содержал первую СЧ и 16 КВПХ.

Затем выполнили корреляционный анализ (рис. 2) и установили, что значения СЧ тесно коррелировали (R > |0,7|) с протяженностью расслоения. Значения СЧ и КВПХ имели умеренную корреляцию (R > |0,4|) с осевым местоположением расслоения. Наблюдали слабую корреляцию между значениями СЧ или КВПХ и слоем расслоения.

Прежде чем перейти к методам машинного обучения, все значения в наборах данных масштабировали от нуля до единицы. Сравнение разных предсказывающих регрессионных моделей (протяженность расслоения и его осевое местоположение) основано на величинах среднеквадратической ошибки (MSE) и коэффициенте детерминации  $\mathbb{R}^2$ . Первый фактор характеризует величину ошибки (в идеале равную 0,0), а второй — способность модели предсказать состояние расслоения на основе выбранных признаков (в идеале равную 1,0). Сравнение предсказывающей классификации моделей (слой балки) основано на отношении между правильными классификациями (RCC) (в идеале равном 1,0) и *F*-оценкой (в идеале равной 1,0).

1.2. Нейронная сеть с прямой связью и обратным распространением. Исследования архитектуры ИНС и обучающих функций показали, что наиболее точные предсказания количественной оценки повреждений можно получить, используя ИНС с 10 скрытыми нейронами и байесовский метод машинного обучения [34, 35]. Постепенное увеличение количества скрытых нейронов от 10 до 150 с шагом 10 нейронов снижало точность



Рис. 2. Корреляция между состоянием расслоения и СЧ (а) и КВПХ (б).

предсказаний (это наблюдение согласуется с данными [13, 14, 35, 36]). Ни один из градиентных алгоритмов обучения (таких как градиентный спуск с адаптивной скоростью или импульсом обучения, сопряженный градиент с модификациями Флетчера—Ривза, или Пауэлла—Била, или Полака— Рибьера) не продемонстрировал точного предсказания количественной оценки повреждения.

В настоящем исследовании консольной балки с расслоением, изготовленной из эпоксидного углепластика, задачу сформулировали несколько иначе. В частности, построили цепочку из трех независимых ИНС. Каждая ИНС предсказывала в данный момент времени только один параметр: протяженность расслоения, осевое местоположение или слой с расслоением. Нейронная сеть прямого распространения с одним скрытым слоем и обратным распространением имела 10 нейронов в скрытом слое. Дифференцируемая передаточная функция в скрытом слое представляла собой симметричный сигмоид Эллиота (elliotsig). В выходном слое использовали линейную передаточную функцию (purelin); положительная линейная передаточная функция (poslin) в выходном слое не обеспечила ожидаемых

Параметр	Набор данных			
IIupumerp	1	2	3	
$L_1$	MSE = 0,0023 R2 = 0,9733	$MSE = 0,0051 R^2 = 0,9387$	$\begin{array}{l} MSE = 0,0027 \\ R^2 = 0,9676 \end{array}$	
$L_2$	MSE = 0,0025 R2 = 0,9514	$MSE = 0,0056 R^2 = 0,8928$	$MSE = 0,0040  R^2 = 0,9245$	
Н	RCC = <b>0,4890</b> <i>F</i> -оценка = <b>0,4948</b>	RCC = 0,3530 <i>F</i> -оценка = 0,3521	RCC = 0,4060 <i>F</i> -оценка = 0,4055	

5-кратная перекрестная проверка для предсказания осевого местоположения расслоения  $L_1$ , его протяженности  $L_2$  и слоя с расслоением H с использованием разных наборов данных и ИНС

результатов. Обучение ИНС останавливали, достигнув приемлемого уровня ошибки (MSE = 10<sup>-4</sup>), превысив 5000 итераций или выполнив шесть проверок валидации. Все расчеты провели с использованием MATLAB 2020a и MacBook Pro Dual-Core Intel i5 2,5 ГГц с 8 ГБ памяти.

Прежде всего выполнили 5-кратную перекрестную проверку с использованием 850 записей (150 записей отложили для независимого тестирования). Согласно полученным результатам (табл. 2) наиболее чувствителен к состоянию повреждения набор данных на основе СЧ; набор данных на основе КВПХ продемонстрировал наихудшие результаты. Третий вычислительно эффективный набор данных (содержавший первую СЧ и 16 КВПХ) продемонстрировал компромиссные результаты вычислений.

Важно отметить, что протяженность расслоения и его местоположение от левого торца консольной балки было легче предсказать, чем слоя с расслоением (см. табл. 2). Это можно объяснить тем фактом, что один вектор признаков на основе СЧ или КВПХ может соответствовать разным слоям. Для повышения точности предсказания слоя с расслоением H сделали следующее предположение: после предсказания протяженности расслоения ( $H_{L2}$ ) или его осевого местоположения ( $H_{L1}$ ) эту информацию также можно использовать в векторе признаков. После нескольких манипуляций с данными обнаружили (табл. 3), что добавление информации о

Табл. 3

MSE 5-кратной перекрестной проверки для предсказания слоя с расслоением *H* с использованием разных наборов данных и ИНС

		-		
Параметр	Набор данных			
параметр	1	2	3	
$H_{L1}$	RCC = 0,5120 <i>F</i> -оценка = 0,5118	RCC = 0,4110 <i>F</i> -оценка = 0,4151	RCC = 0,4520 <i>F</i> -оценка = 0,4559	
$H_{L2}$	RCC = <b>0,8150</b> <i>F</i> -оценка = <b>0,8151</b>	RCC = 0,3760 <i>F</i> -оценка = 0,3778	RCC = 0,4590 <i>F</i> -оценка = 0,4570	



*Рис. 3.* Предсказываемые и фактические значения осевого местоположения расслоения (ИНС): корреляция (*a*) и распределение ошибок (*б*).

протяженности расслоения к информации о первых восьми СЧ значительно повысило точность предсказания слоя с расслоением. Предположение о повышении точности предсказания слоя с расслоением за счет добавления информации об осевом местоположении расслоения оказалось ошибочным.

По результатам вычислений (см. табл. 2 и 3) построили цепочку из трех ИНС, которую исследовали на независимом тестовом наборе из 150 записей:



*Рис. 4*. Предсказываемые и фактические значения протяженности расслоения (ИНС): корреляция (*a*) и распределение ошибок (*б*).



*Рис. 5.* Матрица несоответствий предсказываемых и фактических слоев с расслоением (ИНС).

• осевое местоположение и протяженность расслоения спрогнозировали с помощью двух ИНС, снабженных записями из набора данных 3 (выбор мотивирован меньшим временем вычисления: несмотря на немного лучшие результаты при использовании набора данных 1, расчет на основе КВПХ был значительно быстрее, чем на основе первых восьми СЧ);

• слой с расслоением предсказала ИНС, обученная на наборе данных 1, дополненная информацией о протяженности расслоения.

Гистограммы ошибок и корреляция фактических и предсказываемых значений расслоения представлены на рис. 3 и 4; матрица несоответствий задачи классификации приведена на рис. 5. Для ясности и наглядности характеристики расслоения показаны в немасштабированном формате. Значения коэффициента корреляции *R* равны 0,09945 (предсказание осевого местоположения расслоения) и 0,9816 (предсказание протяженности расслоения). Абсолютная ошибка осевой локализации расслоения меньше 0,012 во всех 150 случаях тестирования, а абсолютная ошибка количественной оценки протяженности расслоения меньше 0,014 в 148 случаях. В 127 случаях (84,7%) слой с расслоением предсказано наличие расслоения в соседнем слое).

**1.3.** Алгоритм случайного леса. По сравнению с ИНС алгоритм случайного леса (АСЛ) легче настроить в силу меньшего количества гиперпараметров. Кроме того, АСЛ устойчив к выбросам данных и шуму, поскольку сильно коррелированные переменные играют почти эквивалентные роли. Эти свойства особенно привлекательны для рассматриваемой задачи количественной оценки повреждения.

#### Табл. 4

MSE 5-кратной перекрестной проверки для предсказания осевого местоположения расслоения  $L_1$ , его протяженности  $L_2$  и слоя с расслоением H с использованием разных наборов данных и АСЛ

Параметр	Набор данных			
	1	2	3	
$L_1$	MSE = 0,0011  R2 = 0,9862  p = 5, n = 25	MSE = 0,0008R2 = 0,9900p = 8, n = 25	MSE = <b>0,0006</b> R <sup>2</sup> = <b>0,9920</b> p = 9, n = 75	
<i>L</i> <sub>2</sub>	MSE = 0,0029R2 = 0,9429p = 5, n = 25	MSE = 0,0028R2 = 0,9480p = 16, n = 25	MSE = <b>0,0015</b> R <sup>2</sup> = <b>0,9708</b> p = 17, n = 50	
Н	RCC = <b>0,5080</b> <i>F</i> -оценка = <b>0,5094</b> <i>p</i> = 8, <i>n</i> = 150	RCC = 0,4420 <i>F</i> -оценка = 0,4459 <i>p</i> = 8, <i>n</i> = 500	RCC = 0,4530 <i>F</i> -оценка = 0,4574 <i>p</i> = 9, <i>n</i> = 300	

Моделирование, описанное в подразделе 1.2, исследовали с использованием следующих конфигураций АСЛ:

• количество *p* предикторов без замены установили равным 1/6, 1/2 и 2/3 от предикторов в шаблоне или общего количества;

• количество *n* деревьев выбирали равным 25, 50, 75, 100, 150, 300, 500, 750 и 1000.

Наиболее многообещающие результаты приведены в табл. 4. В целом, точность предсказания АСЛ выше, чем ИНС. Набор данных, основанный на первой СЧ и 16 КВПХ, дал наиболее точные предсказания протяженности расслоения и его осевого местоположения. При идентификации слоев с расслоением наиболее информативным был набор данных, основанный на СЧ.

Подтверждена справедливость предположения о повышении точности предсказания слоев с расслоением за счет добавления информации о протяженности расслоения или его осевом местоположении (табл. 5).

Используя результаты табл. 4 и 5, построили цепочку из трех АСЛ, которую исследовали на независимом тестовом наборе из 150 записей:

Табл. 5

MSE 5-кратной перекрестной проверки для предсказания слоя с расслоением с использованием разных наборов данных и ИНС

Параметр	Набор данных		
параметр	1	2	3
$H_{L1}$	RCC = 0,4750	RCC = 0,4200	RCC = 0,4350
	<i>F</i> -оценка = 0,4779	<i>F</i> -оценка = 0,4209	<i>F</i> -оценка = 0,4359
$H_{L2}$	RCC = <b>0,5780</b>	RCC = 0,4340	RCC = 0,4580
	<i>F</i> -оценка = <b>0,5861</b>	<i>F</i> -оценка = 0,4325	<i>F</i> -оценка = 0,4593



*Рис. 6.* Предсказываемые и фактические значения осевого местоположения расслоения (АСЛ): корреляция (*a*) и распределение ошибок (*б*).

• осевое местоположение и протяженность расслоения предсказаны АСЛ с помощью записей из набора данных 3;

• слой с расслоением предсказан АСЛ, обученным на наборе данных 1, дополненным информацией о протяженности расслоения.

Гистограммы ошибок и корреляции между фактическими и предсказываемыми значениями состояния расслоения представлены на рис. 6 и 7, а матрица несоответствия классификации слоев с расслоением — на рис. 8. Значения коэффициента корреляции R равны 0,9970 (для предсказания



*Рис.* 7. Предсказываемые и фактические значения протяженности расслоения (АСЛ): корреляция (*a*) и распределение ошибок (б).



*Рис. 8.* Матрица несоответствий предсказанных и фактических слоев с расслоением (АСЛ).

осевого местоположения расслоения; см. рис. 6-a) и 0,9904 (для предсказания протяженности расслоения; см. рис. 7-a). Абсолютная ошибка осевой локализации местоположения расслоения была менее 0,07 в 149 случаях тестирования, а абсолютная ошибка количественной оценки протяженности расслоения — менее 0,09 в 149 случаях. В 84 случаях (56%) слои с расслоением предсказаны правильно, а 66 случаев (44%) — неправильно (аналогично результатам ИНС предсказано наличие расслоения в соседнем слое).

### 2. Обсуждение и заключение

Расслоение — это внутренний дефект, не видимый снаружи. Тем не менее, наличие расслоения в слоистых композитах уменьшает их жесткость, прочность и собственные частоты. Поэтому разработка эффективных методов своевременного выявления расслоений — актуальная задача.

В настоящей работе композитную консольную балку Эйлера—Бернулли рассматривали на предмет состояния её расслоения. По сравнению с предыдущими исследованиями, методы вейвлет-преобразования Хаара и машинного обучения распространили на более сложную обратную задачу — оценку местоположения расслоения (осевое и послойное) и его протяженности. Результаты 5-кратной перекрестной проверки показали, что локализация осевого местоположения расслоения и его протяженность предсказаны более точно, когда вектор признаков содержал как первую СЧ, так и 16 КВПХ. Слой с расслоением идентифицировали более точно, когда вектор признаков содержал информацию о первых восьми СЧ. Идентификацию слоя с расслоением можно было улучшить, когда вектор признаков содержал значение протяженности расслоения. Сравнение характеристик, предсказанных ИНС и АСЛ, показало, что АСЛ может быть более предпочтительным для задач регрессии, а ИНС — более полезной для задачи классификации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Patil R. A. and Kavade M. V.* Delamination detection in composite sandwich beam: experimental study // J. Adv. Sci. Technol. — 2017. — Vol. 13, No. 1. — P. 199—204.

2. *Yang Z., Wang L., Wang H., et al.* Damage detection in composite structures using vibration response under stochastic excitation // J. Sound Vibration. — 2009. — Vol. 325, No. 45. — P. 755—768.

3. *Yam L. H., Yan Y. J., and Jiang J. S.* Vibration-based damage detection for composite structures using wavelet transform and neural network identification // Compos. Struct. — 2003. — Vol. 60, No. 4. — P. 403—412.

4. *Tuck A. and Kekoc V.* KC—30A structural health monitoring system verification and validation; MRH 90 HUMS // AIAC14 Fourteenth Australian Int. Aerospace Congress, 2011. — P. 3—18.

5. Ramkumar R. L., Kulkarni S. V., and Pipes B. Free vibration frequencies of a delaminated beam // 34th Annual Tech. Conf. Proc., 1979. — P. 1—5.

6. *Wang J. T. S., Liu Y., and Gibby J. A.* Vibration of split beams // J. Sound Vibration. — 1982. — Vol. 84. — P. 491—502.

7. *Mujumdar P. and Suryanarayan S.* Flexural vibration of beams with delaminations // J. Sound Vibration. — 1988. — Vol. 125. — P. 441—461.

8. *Nagashima T. and Suemasu H*. X-FEM analyses of a thin-walled composite shell structure with a delamination // Comput. Struct. — 2010. — Vol. 88. — P. 549—557.

9. *Kumar S. K., Ganguli R., and Harursampath D.* Partial delamination modeling in composite beams using a finite element method // Finite Elements in Analysis and Design. — 2013. — Vol. 76. — P. 1—12.

10. *Gowda C., Rajanna N., and Udupa N. G. S.* Investigating the effects of delamination location and size on the vibration behaviour of laminated composite beams // Mater. Today. — 2017. — Vol. 4. — P. 10944—10951.

11. *Yin D. Y., Zhu C. F., Chen X. C., et al.* Finite-element analysis and an experimental study into the water jet reaming process of carbon—carbon composites // Mech. Compos. Mater. — 2021. — Vol. 57, No. 2. — P. 257—268.

12. Pupurs A., Loukil M., and Varna J. Bending stiffness of damaged cross-ply laminates // Mech. Compos. Mater. — 2021. — Vol. 57, No. 1. — P. 31—46.

13. Okafor A., Chandrashekhara K., and Jiang Y. P. Delamination prediction in composite beams with built-in piezo-electric devices using modal analysis and neural network // Smart Mater. Struct. — 1999. — Vol. 5. — P. 338.

14. *Chakraborty D*. Artificial neural network based delamination prediction in laminated composites // Mater. Des. — 2005. — Vol. 26. — P. 1—7.

15. *Adams P.* Damage detection in composite structures using piezoelectric materials (and neural net) // Smart Mater. Struct. — 1994. — Vol. 3. — P. 318—328.

16. *Krawczuk M. and Ostachowicz W.* Identification of delamination in composite beams by genetic algorithm // Sci. Eng. Compos. Mater. — 2002. — Vol. 10. — P. 147—155.

17. Nag A., Mahapatra D., and Gopalakrishnan S. Identification of delamination in composite beams using spectral estimation and a genetic algorithm // Smart Mater. Struct. — 2002. — Vol. 11. — P. 899.

18. *Wang Z. Z., Zhao J., Ma X., et al.* Numerical simulation of progressive delamination in composite laminates under mode I and mode II loadings // Mech. Compos. Mater. — 2021. — Vol. 56, No. 6. — P. 735—746.

19. *Rucka M. and Wilde K.* Application of continuous wavelet transform in vibration based damage detection method for beams and plates // J. Sound Vibration. — 2006. — Vol. 297, No. 35. — P. 536—550.

20. *Zheng S., Li Z., and Wang H.* Research on delamination monitoring for composite structures based on HHGAWNN // Appl. Soft Computing. — 2009. — Vol. 9, No. 3. — P. 918—923.

21. *Chui C*. Wavelets: a Mathematical Tool for Signal Analysis. — Society for Industrial and Applied Mathematics, USA, 1997.

22. *Chen C. K. and Hsiao C. H.* Haar wavelet method for solving lumped and distributed-parameter systems // Control Theory and Applications. — 1997. — Vol. 144, No. 1. — P. 87—94.

23. *Hsiao C. H. and Wang W. J.* State analysis of time-varying singular nonlinear systems via Haar wavelets // Math. Comput. Simulation. — 1999. — Vol. 51, No. 12. — P. 91—100.

24. *Lepik Ü*. Numerical solution of differential equations using Haar wavelets // Math. Comput. Simulation. — 2005. — Vol. 68, No. 2. — P. 127—143.

25. *Ratas M., Salupere A., and Majak J.* Solving nonlinear PDEs using the higher order Haar wavelet method on nonuniform and adaptive grids // Math. Modelling Analysis. — 2021. — Vol. 1, No. 26. — P. 147—169.

26. Sorrenti M., Di Sciuva M., Majak J., and Auriemma F. Static response and buckling loads of multilayered composite beams using the refined Zigzag theory and higher-order Haar wavelet method // Mech. Compos. Mater. — 2021. — Vol. 57, No. 1. — P. 1—18.

27. *Chun Z. and Zheng Z.* Three-dimensional analysis of functionally graded plate based on the Haar wavelet method // Acta Mechanica Solida Sinica. — 2007. — Vol. 20, No. 2. — P. 95—102.

28. *Shvartsman B. and Majak J.* Numerical method for stability analysis of functionally graded beams on elastic foundation // Appl. Math. Modelling. — 2016. — Vol. 40, No. 5. — P. 3713—3719.

29. *Cao M., Ye L., Zhou L., et al.* Sensitivity of fundamental mode shape and static deflection for damage identification in cantilever beams // Mech. Systems Signal Processing. — 2011. — Vol. 25. — P. 630—643.

30. *Shu D. and Della C. N.* Free vibration analysis of composite beams with two non-overlapping delaminations // Int. J. Mech. Sci. — 2004. — Vol. 46, No. 4. — P. 509—526.

31. Shen M.-H. H. and Pierre C. Natural modes of Bernoulli—Euler beams with symmetric cracks // J. Sound and Vibration. — 1990. — Vol. 138, No. 1. — P. 115—134.

32. *Luo H. and Hanagud S.* Dynamics of delaminated beams // Int. J. Solids Struct. — 2000. — Vol. 37. — P. 1501—1519.

33. *Hein H. and Feklistova L.* Free vibrations of non-uniform and axially functionally graded beams using Haar wavelets // Eng. Struct. — 2011. — Vol. 33, No. 12. — 3696—3701.

34. *Hein H. and Feklistova L.* Computationally efficient delamination detection in composite beams using Haar wavelets // Mech. Systems Signal Processing. — 2011. — Vol. 25, No. 6. — P. 2257—2270.

35. *Feklistova L. and Hein H.* Delamination identification using machine learning methods and Haar wavelets // Comput. Assisted Methods Eng. Sci. — 2012. — Vol. 19, No. 4. — P. 351—360.

36. *Mustafidah H., Hartati S., and Harjoko A*. Selection of most appropriate backpropagation training algorithm in data pattern recognition // Int. J. Computer Trends Technol. — 2014. — Vol. 14. — P. 92—95.

Поступила в редакцию 07.05.2021 Окончательный вариант поступил 15.06.2021 Received May 7, 2021 (June 15, 2021)

\_\_\_\_\_