Э. Зиле<sup>а\*</sup>, Д. Зеленякене<sup>6</sup>, А. Анискевич<sup>а</sup>

<sup>a</sup>Institute for Mechanics of Materials, University of Latvia, Riga, LV-1004, Latvia <sup>6</sup>Department of Mechanical Engineering, Kaunas University of Technology, Kaunas, Lithuania

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗДЕЛИЙ ИЗ ПОЛИМОЛОЧНОЙ КИСЛОТЫ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПЛАВЛЕНИЯ<sup>1</sup>

E. Zīle<sup>\*</sup>, D. Zeleniakiene, and A. Aniskevich

### CHARACTERIZATION OF POLYLACTIC ACID PARTS PRODUCED USING THE FUSED DEPOSITION MODELLING

Keywords: fused deposition modelling, laminate, voids, fiber

This work is devoted to studying the mechanical behavior of a polylactic acid (PLA) material produced by the fused deposition modelling. The influence of mesostructure on their macro-scale mechanical properties is characterized by porosity. The dependence of its longitudinal and transverse properties on the porosity is found experimentally. It is shown that, due to the crystallization after melting and extrusion, the properties of a single PLA fiber increase in time. The results obtained show that the classical lamination theory and the Tsai—Hill failure criterion can predict the modulus and strength of PLA printed materials.

**Keywords:** моделирование наплавления, композит слоистый, пустоты, волокно

Работа посвящена изучению механического поведения материала на основе полимолочной кислоты (ПМК), изготовленного методом моделирования наплавления. Влияние мезоструктуры на макромасштабные механические свойства материала характеризовали степенью пористости. Экспериментально установлена зависимость продольных и поперечных механических свойств от пористости. Показано, что в силу кристаллизации после плав-

<sup>\*</sup>Автор, с которым следует вести переписку: edmunds.zile@gmail.com

Corresponding author: edmunds.zile@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Перевод с англ.

ления и экструдирования свойства одиночного волокна из ПМК со временем возрастают. Полученные результаты показывают, что классическая теория слоистых композитов и критерий разрушения Цая—Хилла позволяют предсказать модуль упругости и прочность материалов из ПМК, изготовленных с помощью 3D печати.

#### Введение

Моделирование методом наплавления (ММН) — быстро развивающаяся технология 3D печати, в которой используют термопластичную нить, расплавляемую, а затем экструдируемую через сопло. Сопло с цифровым управлением наносит сжиженный материал на платформу для послойного создания изделия. Материалы, используемые для печати, включают полимолочную кислоту (ПМК), акрилонитрилбутадиенстирол (АБС), поликарбонат (ПК) и т.д.

Проблемы, связанные с окружающей средой, экономикой и безопасностью, обусловили частичную замену полимеров на основе нефтехимии на биоразлагаемые [1]. В качестве основного кандидата ПМК представляет собой биоразлагаемый, высокопрочный и высокомодульный термопласт, изготавливаемый из возобновляемых источников. По этой причине в настоящем исследовании ПМК выбран в качестве материала для 3D печати.

Основная проблема технологии ММН заключается в несогласованности свойств материалов, поскольку свойства напечатанного материала отличаются от таковых исходного объемного полимера, используемого при изготовлении изделий на 3D принтере. Послойное изготовление материала создает неоднородности, такие как поры и пустоты, обусловливающие анизотропию свойств, например, механических в наплавленном материале. Понимание упругих свойств и прочности конечного материала необходимо для эффективного проектирования изделий, изготавливаемых на 3D принтере.

В [2] испытания на растяжение использовали для определения прочности, деформации при максимальной прочности и модуля упругости изделий из ПМК, изготовленных с помощью разных настольных принтеров с открытым исходным кодом с разной ориентацией растра и высотой слоя. В [3] показали, что заполнение оказывает более значительное влияние на свойства материала изделий из ПМК, изготовленных на 3D принтере, чем толщина слоя и ориентация печати. В [4] описали механическое поведение печатных изделий из ПМК, используя классическую теорию слоистых композитов (КТСК). Значения модуля Юнга в направлениях, продольном и поперечном волокнам, определили из испытаний однослойных образцов с углами растра 0 и 90°. Однако эти упругие постоянные определили только для одного фиксированного набора параметров печати. В [5] изучали влияние угла печати и толщины слоя на прочность при растяжении и модуль Юнга печатных материалов из ПМК. Установили, что эти параметры существенно влияют на свойства печатных материалов. Также показали, что гипотезы трансверсально-изотропного и ортотропного материалов при плоском напряженном состоянии пригодны для анализа печатных материалов из ПМК. Аналогичные результаты относительно влияния параметров печати получили в [6—8], где также предложили теоретическую модель, способную предсказать прочность при растяжении и межслойное разрушение печатных материалов из ПМК. В [9] использовали три плоскости печати, определили механические параметры в каждой плоскости печати под разными углами и показали, что для материалов ПМК ортотропная модель предпочтительнее трансверсально-изотропной.

В упомянутых исследованиях толщину слоя ПМК выбрали для представления влияния параметров печати на свойства материала. Однако такой выбор делает очень трудным сравнение и анализ данных о свойствах, полученных в разных исследованиях, поскольку сама по себе толщина слоя плохо отражает полученную мезоструктуру. При заданных ориентациях формирования и растра, плотности заполнения и рисунке печати свойства печатаемого материала зависят не только от толщины слоя, но и от величины воздушного зазора, температуры экструзии, скорости печати и ширины растра. Одновременное воздействие этих параметров создает мезоструктуру с определенной картиной пустот. Для правильной оценки влияния процесса изготовления на свойства материала необходимо установить зависимость между параметром, связанным с пустотами или порами, с механическими свойствами напечатанного материала. Такой параметр — пористость, которую можно определить как плотность воздушных пустот в заданной плоскости печатного материала [10] или как отношение общего объема пор к общему объему материала [11]. Цель настоящего исследования — предсказание с помощью КТСК свойств изделий из ПМК с упорядоченной пористой мезоструктурой, изготовленных методом ММН.

# 1. Структура печатных материалов, изготовленных наплавлением

Каждый слой, созданный с помощью ММН, состоит из двух фаз: термопластичного материала и неизбежно присутствующих пустот. В ходе ММН пряди или волокна полутвердого расплавленного материала наплавляются рядом (см. раздел 3.1 с описанием параметров принтера). В результате каждый наплавленный слой состоит из связанных плотно упакованных волокон, структура которого очень похожа на слой волокнисто-армированного композита, состоящего из волокон, внедренных в матрицу другого материала. Таким образом, изделие, изготавливаемое ММН, имеет структуру слоистого композита, первой фазой которого являются волокна наплавленного материала, второй — пустоты. Для описания ориентации внутренней структуры печатного материала относительно



*Рис. 1.* Определение систем координат материала (1—2—3) и образца (*x*—*y*—*z*). *1*— угол растра; 2— направление станины.

геометрии образца определим две правые системы координат, а именно: систему слоя материала (1—2—3) и систему образца ММН (x-y-z), как показано на рис. 1. В системе материала оси 1 и 2 находятся в плоскости слоя, ось 3 (направление формирования) — перпендикулярна этой плоскости, ось 1, или ориентация растра, направлена по длине волокна. 3D принтер Ultimaker S5 позволяет задавать произвольный угол растра, изменяя параметр "направление линии заполнения". Другая возможность изменить угол растра — повернуть модель образца, сохранив направление печати. Обе возможности реализует программное обеспечение нарезки Ultimaker Cura 4.9.0 принтера. Поперечное ("слабое") направление, или направление оси 2, — перпендикулярно длине волокна. Плоскость 1—2 всегда параллельна станине принтера.

### 2. Классическая теория слоистых композитов

Внутренняя архитектура, создаваемая с помощью ММН, предполагает, что напечатанные изделия можно рассматривать как слоистые композиты, состоящие из ортотропных слоев, и использовать КТСК для анализа жесткостных характеристик изделий, изготовленных с помощью ММН. Для паспортизации ортотропного слоя при плоском напряженном состоянии необходимы четыре упругие постоянные: продольный  $E_1$  и поперечный  $E_2$  модули упругости, коэффициент Пуассона  $v_{12}$  и модуль сдвига в плоскости  $G_{12}$ . Приведенную жесткость  $Q_{ij}$  в системе координат слоя можно рассчитать следующим образом [12]:

$$\begin{bmatrix} Q_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} , \qquad (1)$$

где

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - v_{12}v_{21}}, \ Q_{22} = \frac{E_2}{1 - v_{12}v_{21}}, \ Q_{12} = \frac{v_{12}E_2}{1 - v_{12}v_{21}}, \ Q_{66} = G_{12}.$$
 (2)

Кроме того, для ортотропных материалов справедливо соотношение

$$\frac{v_{21}}{E_2} = \frac{v_{12}}{E_1}.$$
(3)

Приведенную жесткость  $\overline{Q}_{ij}$  в системе координат слоистого композита выразим как

$$\left[\overline{\mathcal{Q}}_{ij}\right] = \left[T_{ij}\right]^{-1} \left[\mathcal{Q}_{ij}\right] \left[T_{ij}\right]^{-T},\tag{4}$$

где  $\begin{bmatrix} T_{ij} \end{bmatrix}$  — матрица преобразования, определяемая как

$$\begin{bmatrix} T_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}, \quad (5)$$

 $\theta$  — угол между осями *x* и 1 (рис. 2).

Результирующие силы  $\mathbf{N}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} N_x & N_y & N_{xy} \end{bmatrix}$  и моменты  $\mathbf{M}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} M_x & M_y & M_{xy} \end{bmatrix}$  на единицу ширины слоистого композита можно записать в терминах деформаций  $(\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{0}})^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x^o & \varepsilon_y^o & \gamma_{xy}^o \end{bmatrix}$  и кривизн  $(\mathbf{\kappa})^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \kappa_x & \kappa_y & \kappa_{xy} \end{bmatrix}$  средней поверхности как

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{0}} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix} , \qquad (6)$$

где



*Рис. 2.* Определение угла *в* между осями 1 и *х*.



*Рис. 3.* Структура слоистого композита: 1 — срединная поверхность; 2 — номер слоя.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{N} (Q_{ij})_{k} (z_{k} - z_{k-1}), \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N} (Q_{ij})_{k} (z_{k}^{2} - z_{k-1}^{2}),$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{N} (Q_{ij})_{k} (z_{k}^{3} - z_{k-1}^{3}).$$
(7)

Структура слоистого композита показана на рис. 3. Выражения для деформаций и кривизн срединной поверхности в терминах результирующих сил и моментов зададим в инверсной форме уравнения (6):

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\epsilon}^{\mathbf{0}} \\ \boldsymbol{\kappa} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{D}^{*-1} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1} & -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{D}^{*-1} \\ -\mathbf{D}^{*-1} \mathbf{B} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{D}^{*-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{b}^{\mathrm{T}} & \mathbf{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{D}^* = \mathbf{D} - \mathbf{B}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}$ . Таким образом, выражение для модуля слоистого композита в направлении оси *x* имеет вид

$$E_x = \frac{1}{a_{11}t} \,. \tag{9}$$

#### 3. Эксперимент

**3.1. Материал и параметры принтера.** Материал, исследованный в настоящей работе, — ПМК (Devil Design Sp. J, Польша). Образцы из нити ПМК диаметром 2,85 мм изготовили на 3D принтере Ultimaker S5 (Ultimaker B.V., Нидерланды) с соплом диаметром 0,4 мм. Температуру сопла установили на 200 °C, а температуру слоя — на 60 °C. Скорость печатающей головки 20 мм/с. Для исследования пористости выбрали слои толщиной 0,05, 0,1, 0,15, 0,2, 0,25 и 0,3 мм. Для проверки применимости КТСК выбрали слой толщиной 0,1 мм. Во всех случаях устанавливали ри-

сунок заполнения — "линии", ширину волокна ("ширину линии") 0,35 мм, плотность заполнения 100%. Толщину оболочки и толщины верхнего и нижнего слоев установили равными нулю.

ПМК — это полукристаллический материал. После плавления и экструзии происходит кристаллизация материала, его свойства после печати изменяются со временем. Для определения времени, необходимого для достижения стабильного состояния материала, выполнили предварительное испытание.

**3.2.** Одиночные экструдированные волокна. Серию образцов одиночного экструдированного волокна ПМК среднего диаметра 0,42±0,06 мм и длиной ~ 140 мм испытали на растяжение на машине ZWICK 2.5 со скоростью перемещения траверсы 10 мм/мин. Растягивающую деформацию вычислили исходя из начального расстояния между захватами, равного 100 мм. Модуль упругости вычислили в диапазоне деформаций 0,05—0,25%. Испытания провели в разные моменты времени после печати: от одного часа до одного месяца.

**3.3. Изготовление образцов** для испытаний на растяжение. Для испытаний на растяжение использовали образцы-лопатки (стандарт ISO\_527-2\_1B) длиной 150 мм с поперечным сечением 3×10 мм в рабочей зоне. Испытания провели на машине ZWICK 2.5 со скоростью перемещения траверсы 1 мм/мин. Деформацию растяжения измеряли с помощью накладного экстензометра с длиной базы 30 мм. Ко всем образцам прикладывали предварительную нагрузку 0,5 Н. Модуль упругости вычисляли в диапазоне деформации 0,05—0,25%. Деформацию измеряли при расстоянии между захватами 0,7%, отнесенному к начальному значению 110 мм.

Для проверки эффективности применения КТСК изготовили семь серий стандартных образцов-лопаток с углом наклона волокон  $\theta = 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90^{\circ}$  (рис. 4). Образцы с  $\theta = 0^{\circ}$  позволили определить продольный модуль упругости  $E_1$ , коэффициент Пуассона  $v_{12}$  и продольную прочность



*Puc. 4.* Образец-лопатка с углом *θ* между направлением волокон и осью нагружения (*a*) и образец-лопатка с ориентацией растра [±45°] (*б*).

 $S_1$ . Поперечный модуль упругости  $E_2$ , коэффициент Пуассона  $v_{21}$  и поперечную прочность  $S_2$  определили на образцах с  $\theta = 90^\circ$ .

Для измерения продольных и поперечных деформаций, необходимых для вычисления коэффициентов Пуассона, использовали корреляцию цифрового изображения (КЦИ), выполненную с помощью программного обеспечения GOM Correlate 2020 от GOM GmbH (Брауншвейг, Германия). Центральную часть образцов покрасили серой грунтовкой в качестве фона, а затем напылили серебряную краску. Такое двухслойное покрытие обеспечивает высококонтрастные стохастические узоры, хорошо распознаваемые программным обеспечением, с оценкой качества ~ 8-9 из 10. Фотографии размером 3888×2592 пикселей сделали камерой Canon EOS 40D с макрообъективом EF100 mm f/2.8 Marco USM, линза USM с интервалом 3 с, таймер дистанционный. Использовали режим Av с настройкой f/11, выдержкой 1/100, AWB, ISO400, отключенной автофокусировкой и точечным экспозамером. Вспышка Canon Speedlite 600EXII-RT обеспечивала постоянную подсветку образцов в ходе испытаний. С помощью программного обеспечения GOM Correlate на фотографиях каждого образца вручную выбрали 12 "точек поверхности" размером 19×19 пикселей. Для измерения продольной деформации, параллельной оси образцов, использовали шесть точек с контролем "2-точечного расстояния" и аналогично шесть точек для измерения поперечной деформации. Таким образом, каждую продольную и поперечную деформацию усредняли по трем параллельным измерениям. Зависимости обеих деформаций от времени линейные. При малых деформациях (меньше 0,05% для продольной и больше примерно -0,02% для поперечной) наблюдали некоторый разброс данных. Во избежание влияния этого разброса временные диаграммы деформаций аппроксимировали прямыми линиями в диапазоне 0,12—0,72% для продольной деформации и в диапазоне 0,04—0,24% — для поперечной. Коэффициент Пуассона вычислили как отношение наклонов двух линейных приближений.

Для дополнительного сравнения с предсказаниями с помощью КТСК напечатали четыре 30-слойных образца с растровой ориентацией [±45°]<sub>15</sub> (см. рис. 4).

### 4. Экспериментальные результаты и моделирование

**4.1. Испытание одиночных волокон на растяжение.** Типичные диаграммы растяжения одиночных волокон ПМК, испытанных через разный период времени после их экструдирования, представлены на рис. 5. Временные зависимости модуля упругости и прочности волокон, определенные по результатам этих испытаний, представлены на рис. 6. Видно, что вначале значения модуля упругости и прочности возрастали со временем экспонирования образцов, а примерно через 200—300 ч значения стабилизировались. В качестве объемного модуля печатного материала выбрали



*Рис. 5.* Типичные диаграммы деформирования при растяжении  $\sigma - \varepsilon$  одиночного волокна после 1 ч (——) и 4 (- - -), 7 (····), 14 (-·-·-) и 28 (-··-) дней после экструдирования.

среднее значение модуля упругости  $E = 3,57 \pm 0,11$  ГПа на интервале времени [342, 678 ч].

**4.2. Влияние пористости на упругие свойства.** Для оценки эффекта пористости печатный материал рассматривали как твердое тело с упорядоченными пустотами. При таком подходе описание характеристик материала основано исключительно на его мезоструктуре и свойствах исходного объемного полимера. Свойства такого твердого тела обычно зависят от формы пустот и пористости *p*, представляющей относительную плотность воздушных пустот в данной плоскости печатного материала. Для расчета пористости образцы разрушили в жидком азоте по плоскости материала 2—3. Затем с помощью оптического микроскопа Olympus и цифровой камеры Motic получили изображения их поперечных сечений,



*Рис. 6.* Изменение модуля упругости E (———) и прочности  $\sigma_t$  (———) одиночного волокна из ПМК со временем t после экструдирования.



*Рис.* 7. Фотографии поперечного сечения образцов с пористостью p = 0,015 (*a*), 0,017 (*б*), 0,055 (*в*), 0,062 (*г*), 0,092 (*d*) и 0,096 (*e*).

показанные на рис. 7. Пористость p оценили путем подсчета пикселей в пустотах с помощью программного обеспечения ImageJ. Для определения значения пористости сумму пустых пикселей делили на общее количество пикселей в изображении. Для расчета средней пористости с использованием этой процедуры проанализировали два—три изображения поперечного сечения на толщину слоя. Измеренные значения пористости и соответствующие значения модулей упругости и прочностей приведены в таблице.

Общая форма пустот при большей степени пористости напоминает сильно деформированный четырехточечный гипотрохоид. Видно, что иногда отсутствует перекрытие между соседними нитями, что приводит к большим узким пустотам.

На основе модели смеси в [13] для модулей упругости предложены выражения

$$E_1 = (1 - p)E , \qquad (10)$$

$$E_2 = \left(1 - \sqrt{p}\right)E. \tag{11}$$

В [10] для модуля упругости в плоскости предложили решение в замкнутой форме, предположив, что пустоты не взаимодействуют (условие низкой пористости), а также приняв во внимание форму пустот, которую смоделировали с помощью четырехточечной гипотрохоидной кривой с параметром формы c (рис. 8) для контроля заостренности угловых точек:

$$E_2 = \frac{(c-1)(3c^2-1)}{(c-1)(3c^2-1) - p(3c^3-3c^2+c-3)}E.$$
 (12)



Рис. 8. Четырехточечные гипотрохоидные пустоты с разными значениями с.

В обоих подходах пористость считали постоянной для любой плоскости твердого тела.

Экспериментальные зависимости продольного и поперечного модулей упругости от измеренной пористости показаны на рис. 9, включая экспериментальные данные из [10], где использовали нить ПМК, произведенную eSUN (Shenzhen eSUN Industrial Co., Ltd, Китай).

Как и ожидали, оба модуля уменьшались по мере увеличения пористости, при этом поперечный модуль демонстрировал более резкое снижение. Как видно из данных рис. 9 для продольного модуля, уравнение (10), основанное на законе смеси, достаточно хорошо описывает тенденцию убывания. Хотя уравнение (11) обеспечило наилучшее соответствие для поперечного модуля, следует отметить, что точность предсказания с помощью формул (11) и (12) сильно зависит от свойств исходного объемного полимера, которые изменяются во времени в силу процесса кристаллизации. Также очевидно, что поперечные свойства должны зависеть от формы пустот, которая явно нерегулярна в реальных печатных материалах (см. рис. 7), тогда как уравнение (12) получено для пустот "идеальной" формы. Необходимы дополнительные экспериментальные испытания для

Экспериментальные значения продольного  $E_1$  и поперечного  $E_2$  модулей упругости и прочностей  $S_1$ ,  $S_2$  и их стандартные отклонения при разной пористости p и толщине слоя h

<i>h</i> , мм	р	$E_1, \Gamma \Pi a$	<i>S</i> <sub>1</sub> , МПа	<i>Е</i> <sub>2</sub> , ГПа	<i>S</i> <sub>2</sub> , МПа
		1	1	2	2
0,05	$0,\!0148 \pm 0,\!0004$	$3,402 \pm 0,047$	$57,0 \pm 1,0$	$3,\!189 \pm 0,\!049$	$38{,}0\pm0{,}7$
0,10	$0,\!0174\pm0,\!0024$	$3,\!421 \pm 0,\!026$	$56{,}9\pm0{,}4$	$3,\!053\pm0,\!039$	$37{,}9\pm1{,}8$
0,15	$0,\!0551 \pm 0,\!0094$	$3{,}314 \pm 0{,}064$	$53{,}7\pm0{,}3$		—
0,20	$0,\!0615\pm0,\!0097$	$3{,}293 \pm 0{,}022$	$51{,}8\pm0{,}5$	$2{,}760\pm0{,}076$	$23{,}9\pm0{,}1$
0,25	$0,\!0919 \pm 0,\!0096$	$3,\!176\pm0,\!034$	$50{,}0\pm0{,}4$		—
0,30	$0,\!0959 \pm 0,\!0084$	$3,\!186\pm0,\!029$	$50{,}8\pm1{,}1$	$2{,}692\pm0{,}002$	$30{,}4\pm0{,}2$



*Рис. 9.* Зависимости продольного  $E_1$  и поперечного  $E_2$  модулей упругости от пористости p: экспериментальные данные для исходного объемного полимера (●),  $E_1$  (■) и  $E_2$  (▲) в настоящей работе и  $E_1$  (□) и  $E_2$  (△) в [10]; аналитический расчет по модели уравнений (10) (——), (11) (- - -), (12) при c = 0.25 (— —), 0.33 (-·--).

выявления зависимости поперечного модуля упругости от пористости. Тем не менее, в настоящем исследовании уравнение (11) обеспечило разумное приближение при малых значениях пористости, хотя данные о геометрии пустот были неизвестны.

**4.3. Упругие свойства внеосевых образцов.** Для изучения модулей упругости в зависимости от ориентации растра выбрали образцы с пористостью *p* = 0,0174. Уравнение (9) для однонаправленных образцов принимает вид

$$E_{x}(\theta) = \left[\frac{\cos^{4}\theta}{E_{1}} + \frac{\sin^{4}\theta}{E_{2}} + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_{1}}\right)\cos^{2}\theta\sin^{2}\theta\right]^{-1}.$$
 (13)

Экспериментальные значения коэффициентов Пуассона  $v_{12} = 0.305 \pm 0.006$  и  $v_{21} = 0.275 \pm 0.004$ . В виду отсутствия экспериментальных данных для расчета модуля сдвига  $G_{12}$  использовали модуль упругости  $E_x(45^\circ)$  образцов с ориентацией волокон  $\theta = 45^\circ$ , как предложено в [14]:

$$G_{12} = \left(\frac{4}{E_x(45^\circ)} - \frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1}\right)^{-1}.$$
 (14)

Уравнение (14) получено путем решения уравнения (13) относительно  $G_{12}$  при  $\theta = 45^{\circ}$ . Расчетное значение модуля сдвига в плоскости  $G_{12} = 1,126 \pm 0,016$  ГПа. Сравнение рассчитанных по формуле (13) и экспериментальных значений модуля упругости при разных ориента-



*Рис. 10.* Зависимости модуля упругости E (**•**) и прочности  $\sigma_t$  (**•**) от угла ориентации волокон  $\theta$  при p = 0,0174. Кривые — предсказания согласно уравнениям (17) (——) и (13) (---).

циях волокон, показанное на рис. 10, иллюстрирует хорошее предсказание с помощью КТСК.

Экспериментальное значение модуля упругости образцов с растровой ориентацией [ $\pm 45^{\circ}$ ] равно 2,854  $\pm$  0,054 ГПа. Модуль упругости, предсказанный КТСК для этих образцов (уравнение (9)), равен 3,012 ГПа. Разница значений, рассчитанных с помощью КТСК и экспериментально, 5,5%, что является удовлетворительным.

**4.4. Прочность.** Для определения прочности при растяжении напечатанного материала ПМК с *p* = 0,0174 использовали критерий разрушения Цая—Хилла для композитных материалов при многоосном нагружении [15]. Для ортотропного слоя, находящегося в плоском напряженном состояния, критерий Цая—Хилла имеет вид

$$\frac{\sigma_{11}^2}{S_1^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{S_2^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{S_1^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S_{12}^2} = 1,$$
(15)

где  $S_{12}$  — прочность сдвига в плоскости. При одноосном растяжении  $\sigma_{xx}$  компоненты напряжений в системе координат слоя вычисляем как

$$\sigma_{11} = \sigma_{xx} \cos^2 \theta \,, \, \sigma_{22} = \sigma_{xx} \sin^2 \theta \,, \, \tau_{12} = -\sigma_{xx} \cos \theta \sin \theta \,. \tag{16}$$

Подстановка уравнений (16) в (15) дает

$$S(\theta) = \left[\frac{\cos^4\theta}{S_1^2} + \frac{\sin^4\theta}{S_2^2} + \cos^2\theta\sin^2\theta \left(\frac{1}{S_{12}^2} - \frac{1}{S_1^2}\right)\right]^{-\frac{1}{2}}.$$
 (17)

В нашем случае экспериментальные данные по прочности при сдвиге в плоскости  $S_{12}$  отсутствовали, поэтому для ее расчета использовали прочность образцов под углом 45°:

$$S_{12} = \left(\frac{4}{\left[S(45^{\circ})\right]^2} - \frac{1}{S_2^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$
(18)

При p = 0,0174 расчетная прочность при сдвиге в плоскости  $S_{12} = 22,8 \pm 1,3$  МПа. Экспериментальные и предсказанные по формуле (17) значения прочности  $S(\theta)$  при разной ориентации волокон также показаны на рис.10.

Данные рис. 10 свидетельствуют о том, что критерий Цая—Хилла обеспечивает достаточно точное предсказание прочности образцов, хотя и с незначительной недооценкой. Видно, что ориентация волокон оказывает более значительное влияние на прочность, чем модуль упругости. В целом образцы с продольной ориентацией волокон имели большую прочность и модуль упругости, чем образцы с поперечной ориентацией.

### Заключение

В настоящей работе экспериментально исследовали механические свойства материалов из ПМК, напечатанных на 3D принтере. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

1. Настоятельно рекомендуется исследовать влияние пористости в упорядоченных мезоструктурах на макроскопические механические свойства материалов из ПМК. Высота слоя, обычно используемая для выявления различия мезоструктур, для этой цели недостаточна.

2. Наличие пустот способствует снижению и анизотропии механических свойств материалов из ПМК.

3. В силу кристаллизации после плавления и экструдирования модуль упругости и прочность одиночного волокна из ПМК сначала возрастают, а затем стабилизируются.

4. Установлено, что классическая теория слоистых композитов и критерий разрушения Цая—Хилла способны предсказать упругие свойства в плоскости и прочность при растяжении материалов из ПМК, подтверждая результаты других исследований.

Строго говоря, пористость также не полностью учитывает влияние параметров печати, например, формы пустот, на механические свойства материалов из ПМК. Поэтому необходимы дальнейшие исследования и дополнительные экспериментальные данные для выявления влияния формы пустот. Благодарность. Авторы выражают благодарность технику К. Пизовой за измерения плотности и пористости, исследователю О. Булдерберг и ассистенту С. Станкевичу за выбор нити и технические чертежи, а также научному сотруднику Е. Шевченко за выполнение механических испытаний.

Исследование выполнено при поддержке проектом ERDF № 1.1.1.1/19/A/031 "OPTITOOL, Инструмент принятия решений для оптимального проектирования интеллектуальных полимерных наноком-позитных структур, изготовленных с помощью 3D печати".

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jamshidian M., Tehrany E. A., Imran M., Jacquot M., and Desobry S. Poly-lactic acid: production, applications, nanocomposites, and release studies // Compr. Rev. Food Sci. Food Saf. — 2010. — Vol. 9, No. 5. — P. 552—571.

2. *Tymrak B. M., Kreiger M., and Pearce J. M.* Mechanical properties of components fabricated with open-source 3-D printers under realistic environmental conditions // Mater. Des. — 2014. — Vol. 58. — P. 242—246.

3. *Melenka G. W., Eujin Pei D., Schofield J. S., Dawson M. R., and Carey J. P.* Evaluation of dimensional accuracy and material properties of the MakerBot 3D desktop printer // Rapid Prototyping J. — 2015. — Vol. 21, No. 5. — P. 618—627.

4. *Casavola C., Cazzato A., Moramarco V., and Pappalettere C.* Orthotropic mechanical properties of fused deposition modelling parts described by classical laminate theory // Mater. Des. — 2016. — Vol. 90. — P. 453—458.

5. *Zhao Y., Chen Y., and Zhou Y.* Novel mechanical models of tensile strength and elastic property of FDM AM PLA materials: Experimental and theoretical analyses // Mater. Des. — 2019. — Vol. 181. — P. 108089.

6. *Yao T., Deng Z., Zhang K., and Li S.* A method to predict the ultimate tensile strength of 3D printing polylactic acid (PLA) materials with different printing orientations // Composites: Part B. — 2019. — Vol. 163. — P. 393—402.

7. *Yao T., Ye J., Deng Z., Zhang K., Ma Y., Ouyang H.* Tensile failure strength and separation angle of FDM 3D printing PLA material: Experimental and theoretical analyses // Composites: Part B. — 2020. — Vol. 188. — P. 107894.

8. *Yao T., Zhang K., Deng Z., and Ye J.* A novel generalized stress invariant-based strength model for inter-layer failure of FFF 3D printing PLA material // Mater. Des. — 2020. — Vol. 193. — P. 108799.

9. Dai S., Deng Z. C., Yu Y. J., Zhang K., Wang S. H., and Ye J. Orthotropic elastic behaviors and yield strength of fused deposition modeling materials: Theory and experiments // Polym. Test. — 2020. — Vol. 87, No. 7.

10. Chen R., Kaplan A. F., and Senesky D. G. Closed-form orthotropic constitutive model for aligned square array mesostructured // Additive Manuf. — 2020. — Vol. 36.

11. *Wang X., Zhao L., Fuh J. Y. H., and Lee H. P.* Effect of porosity on mechanical properties of 3d printed polymers: experiments and micromechanical modeling based on X-ray computed tomography analysis // Polymers (Basel). — 2019. — Vol. 11.

12. Jones R. M. Mechanics of Composite Materials. - CRC Press, 2018.

13. *Rodríguez J. F., Thomas J. P., and Renaud J. E.* Mechanical behavior of acrylonitrile butadiene styrene fused deposition materials modeling // Rapid Prototyping J. — 2003. — Vol. 9, No. 4. — P. 219—230.

14. Li L., Sun Q., Bellehumeur C., and Gu P. Composite modeling and analysis for fabrication of FDM prototypes with locally controlled properties // J. Manufacturing Processes. — 2002. — Vol. 4, No. 2. — P. 129—141.

15. Azzi V. D. and Tsai S. W. Anisotropic strength of composites // Exp. Mech. — 1965. — Vol. 5, No. 9. — P. 283—288.

Поступила в редакцию 15.07.2021 Окончательный вариант поступил 02.09.2021 Received July 15, 2021 (Sept. 2, 2021)

\_\_\_\_\_