

Цз. Чжэн^а, К. Махарадж^б, Цз. Лю^в, Х. Чай^а, Х. Лю^{в*}, Дж. П. Деар^{в*}

^а*The First Aircraft Institute, No.1 East Renmin Road, Yanliang District, Xi'an, Shaanxi 710089, P. R. China*

^б*Department of Mechanical and Manufacturing Engineering, The University of the West Indies, St. Augustine, Republic of Trinidad and Tobago*

^в*Department of Mechanical Engineering, Imperial College London, London SW7 2AZ, United Kingdom*

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ КРИТЕРИЕВ РАЗРУШЕНИЯ ДЛЯ ПРЕДСКАЗАНИЯ НАЧАЛА ПОВРЕЖДЕНИЯ В ВОЛОКНИСТО-АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТАХ¹

J. Zheng, C. Maharaj, J. Liu, H. Chai, H. Liu, and J. P. Dear**

A COMPARATIVE STUDY ON THE FAILURE CRITERIA FOR PREDICTING THE DAMAGE INITIATION IN FIBER-REINFORCED COMPOSITES

Keywords: failure criteria, composite laminates, stress analysis, analytical analysis, finite-element analysis (FEA)

In this research, the maximum stress, Hashin, Puck, LaRC03, and Northwestern University (NU) criteria are analyzed based literature data, analytical results obtained using a MATLAB program, and numerical results obtained from an Abaqus finite-element model. The applicability and reliability of these failure criteria for predicting damage in thermoplastic laminates are evaluated based on analytical and numerical results. According to numerical results, the maximum stress criterion provided the most conservative prediction, but the Hashin and Northwestern University (NU) criteria gave reasonable and sensible outcomes at an acceptable running time. The Puck and LaRC03 criteria showed more accurate predictions, but at longer running times.

Ключевые слова: критерии разрушения, композиты слоистые, анализ напряжений, анализ аналитический, анализ конечно-элементный

*Автор, с которым следует вести переписку: haibao.liu@imperial.ac.uk
Corresponding author: haibao.liu@imperial.ac.uk

¹Перевод с англ.

С учетом литературных данных, результатов аналитических расчетов, с помощью программного обеспечения MATLAB и численных конечно-элементных расчетов с помощью программного обеспечения ABAQUS проанализировали критерий разрушения максимального напряжения, критерии Хашина, Пака, LaRC03 и Северо-Западного университета (СЗУ). Применимость и надежность этих критериев разрушения для предсказания повреждения термопластичных слоистых композитов оценили с помощью аналитических и численных результатов. Установили, что критерий максимального напряжения обеспечивает наиболее консервативный прогноз, а критерии Хашина и СЗУ — обоснованные результаты при приемлемом времени вычислений. Критерии Пака и LaRC03 обеспечили более точное предсказание, но потребовали большего времени вычислений.

Введение

Ранее уже изучали критерии разрушения слоистых композитов, в том числе в ходе всемирного соревнования алгоритмов, предсказывающих разрушение слоистых композитов (World-Wide Failure Exercise — WWFE) [1—7]. Однако остается еще много проблем, требующих разрешения: выявление сложных механизмов разрушения композитных материалов, устранение неадекватного понимания механизмов разрушения и трудностей в разработке адекватных моделей мод разрушения. В силу сложного поведения при разрушении даже простых однонаправленных композитов трудно предсказать поведение всего многообразия слоистых композитов [8]. Инженеры провели множество экспериментов для получения полного представления о механизмах разрушения слоистых композитов при разных условиях нагружения и ограничениях [9].

В авиационной промышленности требуются материалы с высокой прочностью или хорошими характеристиками в разных условиях и ситуациях. По сравнению с терморезактивными материалами термопластичные композиты обладают превосходной вязкостью разрушения, позволяющей лучше проектировать легкие, устойчивые к повреждениям конструкционные компоненты, которые можно переплавить и изменить их форму путем нагревания выше температуры переработки. Наивысшая рабочая температура углепластика на основе полиэфирэфиркетона (CF/PEEK), армированного 30% углеродных волокон, может достигать 310 °C [10, 11].

В большинстве предыдущих работ рассмотрены критерии разрушения для терморезактивных волокнисто-армированных композитов. В [12] провели несколько экспериментов на образцах эпоксидного углепластика IM7/8552 в диапазоне от квазистатических до динамических скоростей деформации и установили набор критериев текучести, способных предсказать текучесть композитов с преобладанием матрицы. В [13] предложили новую теорию текучести/разрушения, основанную на экспериментальных

результатах, полученных при исследовании эпоксидных слоистых углепластиков IM7/8552 и AS4/3501–6 для предсказания их текучести и разрушения в условиях многоосного напряженного состояния. В [14] оценили применимость пяти разных критериев разрушения и методов развития повреждений с помощью конечно-элементного анализа для эпоксидного слоистого углепластика T700GC/M21 при низкоскоростных ударах. Некоторые работы по моделированию, включая критерии разрушения, выполняли для термопластичных материалов в [15—17]. Установили хорошую корреляцию между экспериментальными и численными результатами, но ни в одной из этих работ не сравнивали применимость и точность разных критериев разрушения для термопластичных композитов.

В настоящей работе рассмотрены преимущества и ограничения разных критериев разрушения, предсказательную способность которых проанализировали с использованием аналитических и численных результатов, полученных с помощью программного обеспечения MATLAB и ABAQUS.

1. Краткий обзор критериев разрушения

1.1. Категории критериев разрушения. Предложено множество теорий разрушения, пригодных для конструкций из композитных материалов [18], которые можно разделить на разные категории. В настоящей работе критерии разрушения обсуждены по четырем категориям: макро- и микроскопические, основанные на напряжениях или деформациях, не зависящие и зависящие от моды разрушения, неинтерактивные и интерактивные.

1.1.1. Макро- и микроскопические критерии разрушения. Результаты WWFE показывают, что пять наиболее эффективных критериев разрушения [3] основаны на макроскопических наблюдениях, включая критерии Зиновьева [19, 20], Богетти [21, 22], Пака [23, 24], Кунтце [25, 26] и Цая [27]. Поэтому в настоящей работе основной упор сделан на макроскопические критерии разрушения.

1.1.2. Критерии разрушения, основанные на напряжениях и деформациях. Один из типичных критериев, основанных на деформациях, — критерий максимальной деформации [27, 28]. Примеры критериев, основанных на напряжениях, — критерии Цая—Хилла [29], Хашина [30], Пака [23, 24], LaRC [31, 32] и Хоффмана [33].

1.1.3. Критерии, зависящие и не зависящие от моды разрушения [34]. Критерий разрушения, представленный в виде математической кривой/поверхности в пространстве напряжений/деформаций, предсказывающий возникновение повреждения материала, но не определяющий напрямую моду разрушения или характер повреждения, классифицируют как критерий, не зависящий от моды разрушения, и обычно описывают полиномиальным уравнением.

Критерии разрушения, зависящие от моды, обычно включают несколько разных уравнений или наборов уравнений, определяющих конкретную

моду разрушения: критерии Хашина—Ротема [35], Хашина [30], Пака [23, 24] и LaRC [31, 32].

1.1.4. Неинтерактивные и интерактивные критерии разрушения. При сравнении напряжения (или деформации) монослоев с соответствующими значениями прочности по отдельности неинтерактивные критерии разрушения позволяют предсказать разрушающие нагрузки и моды. Например, на разрушение при поперечном растяжении не влияет наличие продольного сдвига. Такие критерии можно назвать “не зависящими от моды”, поскольку они напрямую не определяют моды разрушения или характер повреждения. К ним относят критерии максимального напряжения [28] и Цая—Хилла [29]. Критерии, предсказывающие разрушающие нагрузки с помощью одного квадратного полиномиального уравнения или уравнения высшего порядка, включающего все компоненты напряжений (или деформаций), классифицируют как интерактивные критерии разрушения. Уравнения этих критериев непосредственно определяют моды разрушения, поэтому их называют “критериями, зависящими от моды разрушения”. К ним относят критерии Хашина—Ротема [35], Хашина [30], Сана [9], Пака [23, 24] и LaRC [31, 32].

1.2. Обзор некоторых широко используемых критериев разрушения. В настоящей работе рассмотрены пять типичных критериев разрушения (максимального напряжения, Хашина, Пака, LaRC03 и Северо-Западного университета (СЗУ)). Характеристики и возможности этих критериев разрушения приведены в табл. 1.

В критерии максимального напряжения используют только два индекса для различения мод разрушения волокна и матрицы. Этот критерий применен в [36] при анализе гофрированной пластины и квадратных труб. В [37], исследуя тонкостенную композитную балку С-образного попереч-

Табл. 1

Возможности разных критериев разрушения

Возможность	Критерий				
	Максимального напряжения/деформации	Хашина	Пака	LaRc03	СЗУ
Год разработки	1957	1973	1998	2003	2008
Растяжение волокна	√	√	√	√	√
Сжатие волокна	√	√	√	√	√
Растяжение матрицы	√	√	√	√	√
Сжатие матрицы	√	√	√	√	√
Взаимодействие σ_{22} — τ_{12}	—	—	√	√	√
Плоскость разрушения	—	—	√	√	—
Перехлест волокон	—	—	—	√	—
Прочность по месту	—	—	—	√	—
Скорость деформирования	—	—	—	—	√

ного сечения, подвергнутую чистому изгибу, установили, что наилучшее согласование между численными и экспериментальными результатами дает критерий максимального напряжения в направлении волокон.

В критерии Хашина применяют четыре индекса для различения мод разрушения: растяжения и сжатия волокна, растяжения и сжатия матрицы. Критерий Хашина пригоден для вычислительных процедур и используется уже несколько десятилетий. Однако в [38] обнаружили, что он не всегда хорошо коррелирует с экспериментальными результатами. В [39] применили критерий Хашина при моделировании разрушения слоистых композитных материалов с использованием оболочечных конечных элементов. В [40] установили, что включение сдвигового напряжения в критерий Хашина для описания разрушения волокна при растяжении занижает значение прочности.

Некоторые феноменологические критерии разрушения также основаны на критерии Хашина. Критерии СЗУ и Пака — два типичных примера. Теория СЗУ рассматривает два типа поперечного разрушения — с преобладанием нормального напряжения и с преобладанием сдвигового напряжения. В [41] получили хорошее предсказание разрушения первого слоя композита с помощью критерия СЗУ. В [42] использовали трехмерную версию критерия разрушения Пака для создания модели анизотропного повреждения (основанную на механизмах разрушения слоев) слоистых волокнисто-армированных композитов и получили хорошее согласование с экспериментальными данными испытаний на растяжение образцов с открытым отверстием.

Плоскость разрушения (введенная Хашиным) включена в критерий Пака для описания сжатия матрицы путем применения теории Мора—Кулона.

Критерий LaRC03, разработанный Давила, включает прочность по месту (*in situ*) и шесть неэмпирических уравнений для предсказания разрушения волокнисто-армированных слоистых композитов. В этом критерии соосность волокон рассматривали как локальную область волнистости с вовлеченным углом перегиба волокон (*fiber kinking angle*). Критерий LaRC03 использовали в [43] для оценки макроскопического разрушения однонаправленных волокнисто-армированных композитов.

Математические выражения этих критериев разрушения варьируются от простых уравнений до полиномиальных соотношений и могут быть охарактеризованы следующим образом.

1) Критерии, основанные на феноменологии, точны при описании разных мод разрушения композитов. Ранее их проверку провели для напряженных состояний в плоскости. В настоящее время для этой цели используют трехосные эксперименты.

2) Разрушение волокна при растяжении в этих критериях в значительной степени описывают критерии максимального напряжения/деформации. Основное выражение для разрушения матрицы при растяжении также не сильно отличается от критерия Хашина, за исключением включенной

концепции прочности по месту. В этих критериях разрушения для получения более точных предсказаний, особенно для слоистых композитов с разными углами ориентации волокон в слоях, используют прочность по месту (не только прочности по месту при продольном и поперечном сдвиге, но и прочности по месту при поперечном растяжении и сжатии) вместо прочности слоистых композитов.

3) Для описания разрушения волокна при сжатии ($\sigma_{11} < 0$) концепцию перегиба волокон взяли из критерия Пака, в котором для определения условия разрушения использовано сжимающее напряжение в волокне, а не в слоистом композите. Критерий LaRC03 для описания критерия разрушения волокна включает гипотезу полосы перегиба в дополнение к критерию разрушения матрицы при растяжении и сжатии.

Для описания сжатия матрицы Хашин ввел понятие плоскости разрушения и указал угол плоскости разрушения, который можно определить с помощью теории разрушения Мора. Поскольку этот метод слишком сложен, Хашин использовал квадратичную аппроксимацию для получения модели разрушения. Затем Пак развил свой способ для нахождения плоскости разрушения и разработал выражение для разрушения матрицы при сжатии, учитывающее взаимодействие поперечного сжатия и сдвиговых напряжений в плоскости.

1.3. Резюме. Основываясь на предыдущем обсуждении, преимущества и ограничения рассмотренных критериев разрушения можно сформулировать следующим образом.

1. Критерии максимального напряжения/деформации

Преимущества. Используют простые выражения для описания мод разрушения волокна и матрицы. Если известны значения основных прочностей слоя, то можно легко получить огибающую кривую прочности. Эти критерии широко распространены в инженерной практике и полезны для предсказания разрушения волокна в слоистом композите в задачах моделирования.

Ограничения. В этих критериях не учтены ни эффект Пуассона, ни механизмы разрушения волокна и матрицы, ни другие факторы, способные повлиять на разрушение композитов. Поэтому предсказания на их основе могут оказаться неприемлемыми для конечно-элементного моделирования при некоторых условиях нагружения.

2. Критерий разрушения Хашина

Преимущества. Этот феноменологический критерий позволяет различать разные моды разрушения. Простейший способ аппроксимации взаимодействия между разными эффектами — отказ от простого линейного взаимодействия. Критерий Хашина также пригоден для вычислительных процедур и широко используется в инженерной практике в силу его консервативных предсказаний.

Ограничения. Критерий не учитывает тот факт, что умеренное поперечное сжатие может увеличить прочность слоя при сдвиге. Кроме

того, при сжатии волокна не учитывается влияние сдвига в плоскости, значительно снижающее эффективную прочность слоя при сжатии.

3. Критерий разрушения Пака

Преимущества. Использует разные выражения для описания разных мод разрушения.

Ограничения. Включает 11 материальных параметров, некоторые из которых не являются физическими и их трудно определить количественно. Необходимы испытания для определения угла разрушения термопластичных слоистых композитов.

4. Критерий разрушения LaRC03

Преимущества. Использует разные выражения для предсказания разных мод разрушения при напряженных состояниях в плоскости и учитывает взаимодействие между напряжениями σ_{22} и τ_{12} . Введение концепции прочности по месту способно обеспечить более точное предсказание прочности слоистого композита.

Ограничения. Многие параметры, входящие в критерий, затрудняют его использование в инженерной практике. Угол разрушения вычисляют итерационно, что делает этот критерий времязатратным. Расчет прочности по месту для разных слоистых композитов неубедительный.

5. Критерий разрушения СЗУ

Преимущества. Достаточно простой, точный и позволяющий описать прочность слоистых композитов в трехмерных напряженных состояниях. Прочность новых материалов можно легко оценить, проведя несколько макроскопических испытаний монослоя и установив зависимость прочностей на поперечное растяжение, сжатие и сдвиг в плоскости от скорости деформирования.

Ограничения. Параметры, входящие в критерий, зависят от модулей упругости слоистого композита. Прогноз может превышать реальную прочность слоистого композита в условиях комбинированного нагружения.

2. Предсказательные способности разных критериев разрушения

Приведенный обзор показывает, что предсказательная способность феноменологических критериев разрушения лучше, чем других критериев. Поэтому будем сравнивать именно эти критерии при рассмотрении свойств углепластика на основе углеродных волокон AS4 и полиэфирэфиркетоновой матрицы (РЕЕК). Свойства углепластика следующие [44—47]: модули упругости $E_{11} = 127,6$ ГПа, $E_{22} = 10,3$ ГПа, $G_{12} = 10,3$ ГПа, $\nu_{12} = 0,32$, прочность $X_T = 2280$ МПа, $X_C = 1300$ МПа, $Y_T = 86$ МПа, $Y_C = 200$ МПа, $S_{12} = 152$ МПа.

2.1. Сравнение аналитических результатов. Для сравнения разных критериев разрушения с помощью MATLAB разработали вычислительную программу для определения огибающих кривых прочности в плоскостях

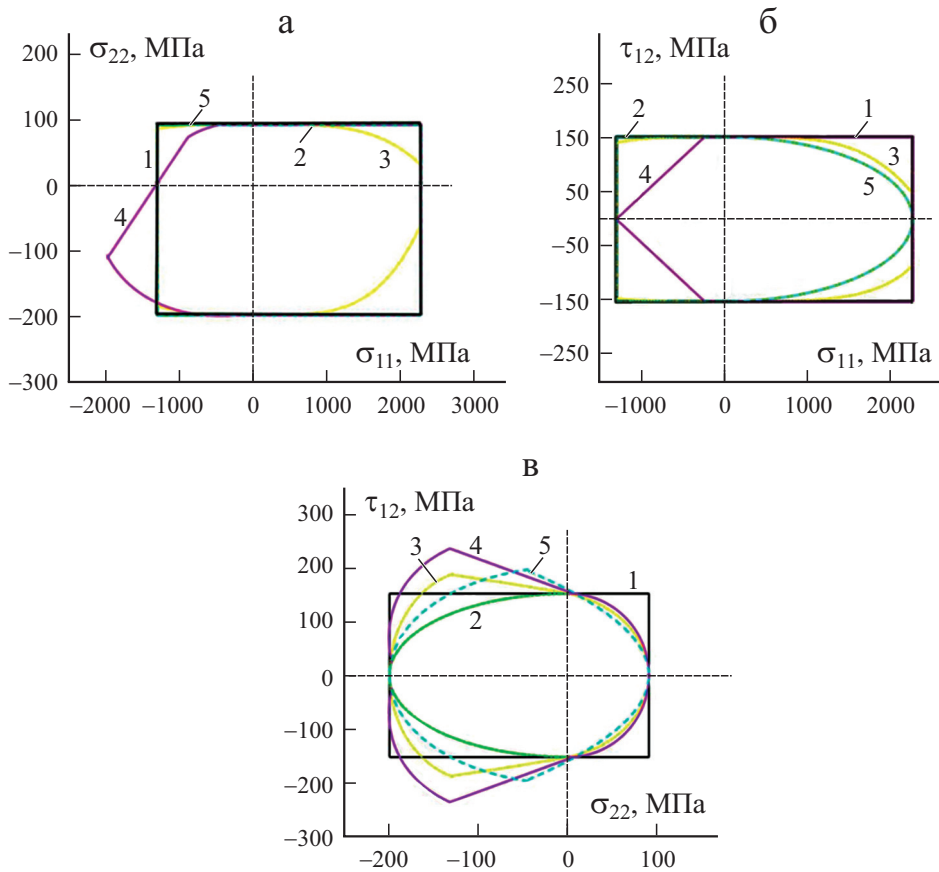


Рис. 1. Теоретические огибающие кривые прочности в плоскости σ_{11} — σ_{22} (а); σ_{11} — τ_{12} (б); σ_{22} — τ_{12} (в) для эпоксидного углепластика AS4/PEEK, рассчитанные по критериям максимального напряжения (1); Хашина (2); Пака (3); LaRC03 (4); СЗУ (5).

σ_{11} — σ_{22} , σ_{11} — τ_{12} и σ_{22} — τ_{12} (рис. 1). Огибающие кривые прочности предоставляют следующую информацию.

1. В условиях одноосного нагружения все критерии разрушения могут соответствовать точкам, являющимся значениями прочности материала X_T , X_C , Y_T , Y_C , $\pm S_{12}$.

2. Для критерия максимального напряжения огибающая является простейшей, все формы которой квадратные при разном комбинированном напряженном состоянии в плоскости, а границей этих трех огибающих являются значения прочности материала.

3. Для критерия Хашина огибающая кривая прочности в плоскости σ_{11} — σ_{22} (см. рис. 1—а) совпадает с таковой по критерию максимального напряжения. В плоскости σ_{11} — τ_{12} (см. рис. 1—б) при $\sigma_{11} < 0$ огибающая такая же, как и по критерию максимального напряжения, т.е. критерий Хашина не учитывает взаимодействие напряжений сдвига в плоскости

и продольного сжатия, в то время как при $\sigma_{11} > 0$ огибающая кривая имеет вид параболы. В плоскости $\sigma_{22} - \tau_{12}$ (см. рис. 1—в) огибающая кривая полностью заключена в огибающую критерия максимального напряжения и обеспечивает наиболее консервативный прогноз разрушения при $\sigma_{22} < 0$.

4. Огибающая кривая для критерия Пака более сложная в силу большого количества параметров. В плоскостях $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ и $\sigma_{11} - \tau_{12}$ огибающие кривые заключены в квадратную огибающую критерия максимального напряжения.

5. Критерий LaRC03 также включает в себя большое количество параметров. В плоскости $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ при $\sigma_{11} \geq 0$ его огибающая совпадает с огибающей критерия максимального напряжения, но при $\sigma_{11} \leq 0$ существенно отличается, особенно в третьем квадранте. В плоскости $\sigma_{11} - \tau_{12}$ при $\sigma_{11} \geq 0$ этот критерий предсказывает те же результаты, что и критерий максимального напряжения, но при $\sigma_{11} \leq 0$ предсказание является наиболее консервативным из пяти рассмотренных критериев. В плоскости $\sigma_{22} - \tau_{12}$ критерий LaRC03 дает предсказания, аналогичные критерию Пака.

6. Огибающая кривая по критерию СЗУ такая же, как по критериям максимального напряжения и Хашина на плоскости $\sigma_{11} - \sigma_{22}$, и такая же, как по критерию Хашина на плоскости $\sigma_{11} - \tau_{12}$. На плоскости $\sigma_{22} - \tau_{12}$ критерий СЗУ, как и критерии Пака и LaRC03, демонстрирует, что умеренное поперечное сжатие может увеличить прочность слоя при сдвиге, но при $\sigma_{22} > 0$ этот прогноз оказался наиболее консервативным среди рассмотренных критериев.

2.2. Влияние угла плоскости разрушения на критерии разрушения.

При анализе разрушения при сжатии матрицы угол разрушения α_0 необходимо определить как для критерия Пака, так и для критерия LaRC03. Пак установил, что при поперечном сжатии большинство однонаправленных эпоксидных углепластиков разрушаются в силу поперечного сдвига

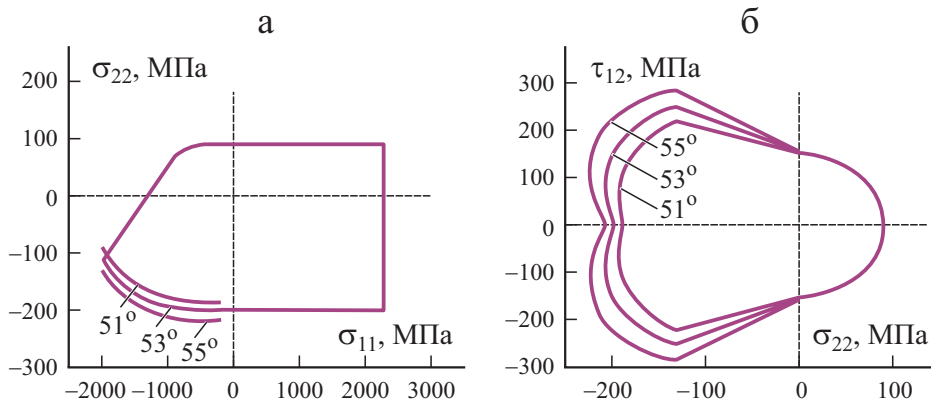


Рис. 2. Огибающие кривые прочности, рассчитанные по критерию разрушения LaRC03 в плоскостях $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ (а) и $\sigma_{11} - \tau_{12}$ (б).

в плоскости, ориентированной под углом $\alpha_0 = 53 \pm 2^\circ$. При использовании критериев Пака и LaRC03 для предсказания начала разрушения слоистых композитов часто используют это значение угла разрушения. Для термопластичных материалов угол α_0 не измеряли. Для напряженного состояния в плоскости при поперечном сжатии огибающие кривые по критерию LaRC03 при $\alpha_0 = 51, 53$ и 55° различаются, что демонстрируют данные рис. 2. Это обусловлено тем, что некоторые параметры, входящие в критерий LaRC03, зависят от угла α_0 .

Критерий Пака является полуэмпирическим, рекомендуемые для него параметры приведены в [23, 24]. Они определены для термореактивных композитов с углом $\alpha_0 = 53^\circ$. В настоящей работе именно это значение угла разрушения для рассматриваемого термореактивного композита использовали при создании его конечно-элементной модели.

2.3. Сравнение численных результатов. Для дальнейшего сравнения предсказательных возможностей указанных критериев разрушения разработали конечно-элементную модель, включающую модели повреждения, основанные на разных критериях разрушения. Посредством конечно-элементной модели провели виртуальные испытания на трехточечный изгиб, результаты которых использовали для сравнения [44].

2.3.1. Конечно-элементную модель разработали с помощью программного обеспечения ABAQUS 2018. Размеры образца на трехточечный изгиб $120 \times 13 \times 3$ мм, радиус нагружающего валика и неподвижных опор 5 мм, пролет опоры 96 мм. Эксперименты выполняли со скоростью нагружения 1 мм/с. Как правило, при испытаниях на трехточечный изгиб может возникнуть несколько мод разрушения: растяжение/сжатие волокна, растяжение/сжатие матрицы и расслоение с сильным и сложным взаимодействием между ними. Распространение расслоений в композитных структурах — трехмерное явление, поскольку расслоения часто распространяются не самоподобным образом и могут переходить в другие слои и распространяться вдоль других поверхностей раздела [14]. Возникающие микротрещины часто влияют на направление и форму роста расслоения. Поэтому при моделировании следует использовать трехмерные конечные элементы,

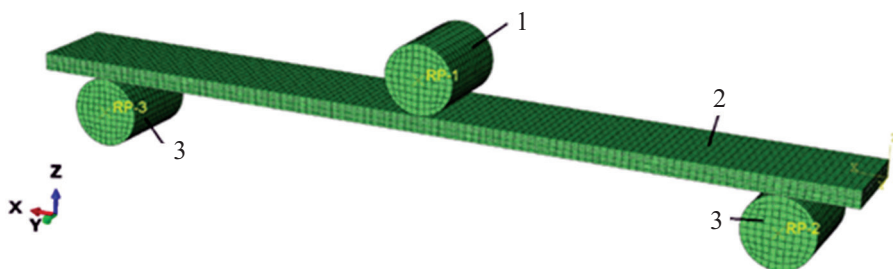


Рис. 3. Конечно-элементная модель, разработанная с помощью программного обеспечения ABAQUS 2018: 1 — нагружающий валик; 2 — композитный образец; 3 — неподвижная опора.

как показано на рис. 3. В настоящей работе использовали твердотельные конечные элементы C3D8R размером 1×1 мм. Межповерхностное разрушение между композитными слоями смоделировали с использованием модели когезионной поверхности, встроенной в программное обеспечение ABAQUS, и задействовали общий алгоритм для управления глобальным контактом [44].

2.3.2. Краткий обзор моделей разрушения. 2.3.2.1. Закон состояния. Для выявления отклика материала до начала растрескивания матрицы и т. д. и получения более точного предсказания поведения при ударе слоистого композита и моделирования любого постоянного вдавливания, возникающего в силу моделируемого удара, разработали расширенную трехмерную пластическую модель. Определяющее соотношение для модели можно получить, объединив классическую упругую модель с расширенной пластической моделью в виде [45]

$$\begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11} \\ d\varepsilon_{22} \\ d\varepsilon_{33} \\ d\varepsilon_{12} \\ d\varepsilon_{13} \\ d\varepsilon_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_{11} & -\nu_{21}/E_{11} & -\nu_{31}/E_{11} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_{22} & 1/E_{22} & -\nu_{32}/E_{22} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_{33} & -\nu_{23}/E_{33} & 1/E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\sigma_{11} \\ d\sigma_{22} \\ d\sigma_{33} \\ d\sigma_{12} \\ d\sigma_{13} \\ d\sigma_{23} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} d\varepsilon_{11}^p \\ d\varepsilon_{22}^p \\ d\varepsilon_{33}^p \\ d\varepsilon_{12}^p \\ d\varepsilon_{13}^p \\ d\varepsilon_{23}^p \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где $d\varepsilon_{ij}$ и $d\sigma_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3$) — приращения тензоров деформаций и напряжений соответственно; ν_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, i \neq j$) — коэффициенты Пуассона; E_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, i = j$) — модули Юнга при растяжении и сжатии, которые обычно считают равными для слоистых композитов [46]; G_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, i \neq j$) — модули сдвига. Параметр $d\varepsilon_{ij}^p$ ($i, j = 1, 2, 3$), представляющий приращение тензора пластической деформации, имеет вид

$$\begin{pmatrix} d\varepsilon_{11}^p \\ d\varepsilon_{22}^p \\ d\varepsilon_{33}^p \\ d\varepsilon_{12}^p \\ d\varepsilon_{13}^p \\ d\varepsilon_{23}^p \end{pmatrix} = \frac{A_n}{\sigma_{eff}^{1-n}} \begin{pmatrix} 0 \\ 3(\sigma_{22} - \sigma_{33}) / 2\sigma_{equ} \\ 3(\sigma_{33} - \sigma_{22}) / 2\sigma_{equ} \\ 3a_{6612} / 2\sigma_{equ} \\ 3a_{6613} / 2\sigma_{equ} \\ 3a_{4423} / 2\sigma_{equ} \end{pmatrix} d\sigma_{equ}, \quad (2)$$

где σ_{equ} — эквивалентное напряжение:

$$\sigma_{equ} = \sqrt{\frac{3}{2}(\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2) - 3\sigma_{22}\sigma_{33} + 3a_{44}\sigma_{23}^2 + 3a_{55}\sigma_{13}^2 + 3a_{66}\sigma_{12}^2}. \quad (3)$$

Взаимосвязь между эквивалентным напряжением σ_{equ} и эквивалентной пластической деформацией ε_{equ}^p можно выразить с помощью степенной функции [47]

$$\varepsilon_{equ}^p = A_n \sigma_{equ}^n. \quad (4)$$

В формуле (3) a_{44} , a_{55} , a_{66} — коэффициенты, характеризующие степень анизотропии материала. Для трансверсально-изотропных твердых тел, линейно-упругих в направлении волокон, $a_{44} = 2$. Коэффициенты $a_{55} = a_{66}$, A_n , n можно легко определить из экспериментов на несоосное растяжение или деформирование однонаправленного композита при разных значениях угла несоосности.

2.3.2.2. *Модель иницирования повреждения.* Как уже было указано, большинство моделей разрушения волокна основано на критерии максимального напряжения. Поэтому именно этот критерий использовали в модели разрушения для предсказания разрушения волокна. Аналитически это определяют следующим образом:

— при растяжении вдоль волокна ($\sigma_{11} \geq 0$)

$$F_{1t} = \frac{\sigma_{11}}{X_T}, \quad (5)$$

— при сжатии вдоль волокна ($\sigma_{11} < 0$)

$$F_{1c} = \frac{\sigma_{11}}{X_C}. \quad (6)$$

Для матрицы рассматривали следующие пять критериев разрушения.

1. Критерий максимального напряжения:

— трансверсальное разрушение ($|\sigma_{22}| \geq |\sigma_{33}|$)

с преобладанием растяжения

$$F_{2t} = \frac{\sigma_{22}}{Y_T}, \quad (7)$$

с преобладанием сжатия

$$F_{2c} = \frac{\sigma_{22}}{Y_C}; \quad (8)$$

— разрушение по толщине ($|\sigma_{33}| \geq |\sigma_{22}|$)
с преобладанием растяжения

$$F_{3t} = \frac{\sigma_{33}}{Z_T}, \quad (9)$$

с преобладанием сжатия

$$F_{3c} = \frac{\sigma_{33}}{Z_C}. \quad (10)$$

2. Критерий Хашина:

— растяжение матрицы ($\sigma_{22} + \sigma_{33} \geq 0$)

$$F_{2t} = \frac{1}{Y_C^2} (\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{S_{23}^2} (\tau_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{S_{12}^2} (\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2), \quad (11)$$

— сжатие матрицы ($\sigma_{22} + \sigma_{33} < 0$)

$$F_{2c} = \frac{1}{Y_C} \left[\left(\frac{Y_C}{2S_{23}} \right)^2 - 1 \right] (\sigma_{22} + \sigma_{33}) + \frac{1}{4S_{23}^2} (\sigma_{22} + \sigma_{33})^2 + \frac{1}{S_{23}^2} (\tau_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}) + \frac{1}{S_{12}^2} (\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2). \quad (12)$$

3. Критерий Пака:

— растяжение матрицы ($\sigma_n \geq 0$)

$$F_{2t} = \left(\frac{\sigma_n}{R_{\perp}^{(+A)}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\parallel}^A} \right)^2, \quad (13)$$

— сжатие матрицы ($\sigma_n < 0$)

$$F_{2c} = \left(\frac{\tau_{nt}}{R_{\perp\perp}^A - P_{\perp\perp}^{(-)} \sigma_n} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{nl}}{R_{\perp\parallel}^A - P_{\perp\parallel}^{(-)} \sigma_n} \right)^2, \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_{22} \cos^2 \theta + \sigma_{33} \sin^2 \theta + 2\tau_{23} \sin \theta \cos \theta, \\ \tau_{nt} &= (\sigma_{33} - \sigma_{22}) \sin \theta \cos \theta + \tau_{23} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta), \\ \tau_{nl} &= \tau_{31} \sin \theta + \tau_{21} \cos \theta.\end{aligned}$$

Для углеродных волокон

$$P_{\perp\perp}^{(-)} = 0,3, P_{\perp\perp}^{(+)} = 0,2, R_{\perp}^{(+)\text{A}} = Y_T, R_{\perp\perp}^{\text{A}} = S_{21}, R_{\perp\perp}^{\text{A}} = \frac{Y_C}{2(1 + P_{\perp\perp}^{(-)})}.$$

4. Критерий LaRC03:

— растяжение матрицы ($\sigma_{22} > 0$)

$$F_{2t} = (1-g) \frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} + g \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_{is}^T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S_{is}^L} \right)^2, \quad (15)$$

— сжатие матрицы ($\sigma_{22} < 0$)

$$\begin{cases} F_{2c} = \left(\frac{\tau_{\text{eff}}^T}{S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{\text{eff}}^L}{S_{is}^L} \right)^2, & \sigma_{11} \geq Y_C, \\ F_{2c} = \left(\frac{\tau_{\text{eff}}^{mT}}{S_{23}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{\text{eff}}^{mL}}{S_{is}^L} \right)^2, & \sigma_{11} < Y_C, \end{cases} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned}g &= \frac{G_{IC}}{G_{IIC}} = \frac{\Lambda_{22}^0}{\Lambda_{44}^0} \left(\frac{Y_{is}^T}{S_{is}^L} \right)^2, \quad Y_{is}^T = \sqrt{\frac{8G_{IC}}{\pi t \Lambda_{22}^0}}, \\ S_{is}^L &= \sqrt{\frac{8G_{IIC}}{\pi t \Lambda_{44}^0}}, \quad \Lambda_{22}^0 = 2 \left(\frac{1}{E_2} - \frac{\nu_{21}^2}{E_1} \right), \quad \Lambda_{44}^0 = \frac{1}{G_{12}}, \\ \tau_{\text{eff}}^T &= -\sigma_{22} \cos \theta (\sin \theta - \eta^T \cos \theta), \quad \tau_{\text{eff}}^L = \cos \theta (|\tau_{12}| + \eta^L \sigma_{22} \cos \theta), \\ \tau_{\text{eff}}^{mT} &= -\sigma_{22}^m \cos \theta (\sin \theta - \eta^T \cos \theta), \quad \tau_{\text{eff}}^{mL} = \cos \theta (|\tau_{12}^m| + \eta^L \sigma_{22}^m \cos \theta), \\ \sigma_{11}^m &= \sigma_{11} \cos^2 \varphi + \sigma_{22} \sin^2 \varphi + 2|\tau_{12}| \sin \varphi \cos \varphi, \\ \sigma_{22}^m &= \sigma_{11} \sin^2 \varphi + \sigma_{22} \cos^2 \varphi + 2|\tau_{12}| \sin \varphi \cos \varphi, \\ \tau_{12}^m &= (\sigma_{22} - \sigma_{11}) \sin \varphi \cos \varphi + |\tau_{12}| (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi),\end{aligned}$$

$$\varphi = \frac{|\tau_{12}| + (G_{12} - X_C)\varphi^C}{G_{12} + \sigma_{11} - \sigma_{22}}, \quad \varphi^C = \operatorname{tg}^{-1} \frac{1 - \sqrt{1 - 4 \left(\frac{S_{is}^L}{X_C} + \eta^L \right) \left(\frac{S_{is}^L}{X_C} \right)}}{2 \left(\frac{S_{is}^L}{X_C} + \eta^L \right)}, \quad \alpha_0 = 53^\circ,$$

$$\eta^T = \frac{-1}{\operatorname{tg} 2\alpha_0}, \quad \eta^L = \frac{S^L \cos 2\alpha_0}{Y_C \cos^2 \alpha_0}, \quad S^T = Y_C \cos \alpha_0 \left(\sin \alpha_0 + \frac{\cos \alpha_0}{\operatorname{tg} 2\alpha_0} \right).$$

5. Критерий СЗУ:

— трансверсальное разрушение ($|\sigma_{22}| \geq |\sigma_{33}|$)

с преобладанием растяжения ($|\sigma_{22}| \geq |\tau_{12}(\tau_{23})|$ и $\sigma_{22} \geq 0$)

$$F_{2t} = \frac{\sigma_{22}}{Y_T} + \left(\frac{E_{22}}{2G_{12}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{12}}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{E_{22}}{2G_{23}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{23}}{Y_T} \right)^2 \leq 1, \quad (17)$$

с преобладанием сжатия ($|\sigma_{22}| \geq |\tau_{12}(\tau_{23})|$ и $\sigma_{22} < 0$)

$$F_{2c} = \left(\frac{\sigma_{22}}{Y_C} \right)^2 + \left(\frac{E_{22}}{G_{12}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{12}}{Y_C} \right)^2 + \left(\frac{E_{22}}{G_{23}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{23}}{Y_C} \right)^2 \leq 1, \quad (18)$$

с преобладанием сдвига ($|\sigma_{22}| \leq |\tau_{12}(\tau_{23})|$)

$$F_{2s} = \left(\frac{\tau_{12}}{S_{12}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 + \frac{2G_{12}}{E_{22}} \frac{\sigma_{22}}{Y_C} \leq 1; \quad (19)$$

— разрушение по толщине ($|\sigma_{33}| \geq |\sigma_{22}|$)

с преобладанием растяжения ($|\sigma_{33}| \geq |\tau_{13}(\tau_{23})|$ и $\sigma_{33} \geq 0$)

$$F_{3t} = \frac{\sigma_{33}}{Z_T} + \left(\frac{E_{33}}{2G_{13}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{13}}{Z_T} \right)^2 + \left(\frac{E_{33}}{2G_{23}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{23}}{Z_T} \right)^2 \leq 1, \quad (20)$$

с преобладанием сжатия ($|\sigma_{33}| \geq |\tau_{13}(\tau_{23})|$ и $\sigma_{33} < 0$)

$$F_{3c} = \left(\frac{\sigma_{33}}{Z_C} \right)^2 + \left(\frac{E_{33}}{G_{13}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{13}}{Z_C} \right)^2 + \left(\frac{E_{33}}{G_{23}} \right)^2 \left(\frac{\tau_{23}}{Z_C} \right)^2 \leq 1, \quad (21)$$

с преобладанием сдвига ($|\sigma_{33}| \leq |\tau_{13}(\tau_{23})|$)

$$F_{3s} = \left(\frac{\tau_{13}}{S_{13}} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{23}}{S_{23}} \right)^2 + \frac{2G_{13}}{E_{33}} \frac{\sigma_{33}}{Z_C} \leq 1. \quad (22)$$

Здесь $F_{it}, F_{ic}, F_{is}, i = 1,2,3$, — индексы типов разрушения при растяжении, сжатии и сдвиге в трех направлениях материала соответственно; X_T, Y_T, Z_T и X_C, Y_C, Z_C — прочности при растяжении и сжатии в направлениях материала соответственно; S_{12}, S_{13}, S_{23} — прочности при сдвиге в соответствующих направлениях материала; θ — угол плоскости разрушения; $\sigma_n, \tau_m, \tau_{nl}$ — нормальные и сдвиговые напряжения в плоскости разрушения; P — параметры наклона огибающих кривых прочности; R — сопротивление разрушению; τ_{eff}^T и τ_{eff}^L — эффективное сдвиговое напряжение в поперечном и продольном направлениях в плоскости разрушения соответственно; τ_{eff}^{mT} и τ_{eff}^{mL} — эффективные сдвиговые напряжения в области несоосности волокон; Y_{is}^T и S_{is}^L — прочности по месту при поперечном сжатии и продольном сдвиге соответственно; t — толщина композитной пластины.

2.3.2.3. *Модель распространения повреждения.* В соответствии с моделью развития прогрессирующего повреждения для описания роста внутрислойного повреждения в слое композита определяют переменные повреждения для разрушения волокна и матрицы при растяжении, сжатии и сдвиге. Модель распространения повреждений разработали на основе энергии, рассеиваемой в ходе повреждения, и линейного размягчения материала. Общий вид переменной повреждения d для конкретного типа повреждения приведен в [25]:

$$d = \frac{(\varepsilon^f - \varepsilon_p)(\varepsilon - \varepsilon^0)}{(\varepsilon - \varepsilon_p)(\varepsilon^f - \varepsilon^0)}, \tag{23}$$

где ε — комбинированная деформация в слое композита; ε^0 и ε^f — комбинированные деформации, соответствующие началу повреждения и окончательному разрушению соответственно; ε_p — комбинированная пластическая деформация. Деформации при разрушении можно определить из соответствующих значений энергии внутрислойного разрушения растяжением $G_{Ic} |_{ft}$ и сжатием $G_{Ic} |_{fc}$ слоя в направлении укладки волокон и значений энергии внутрислойного разрушения растяжением $G_{Ic} |_{mt}$, сжатием $G_{Ic} |_{mc}$ и сдвигом $G_{IIc} |_{ms}$ в поперечном направлении. Затем переменную повреждения использовали для формирования матрицы

Табл. 2

Сравнение величины максимальной нагрузки P_{max} , предсказываемой разными критериями разрушения

Величина	Критерий					Эксперимент
	максимального напряжения	Хашина	СЗУ	Пака	LaRC03	
P_{max} , кН	0,98	1,02	1,03	1,06	1,05	1,01—1,07
Время расчета, ч	16	17	16	26	28	—

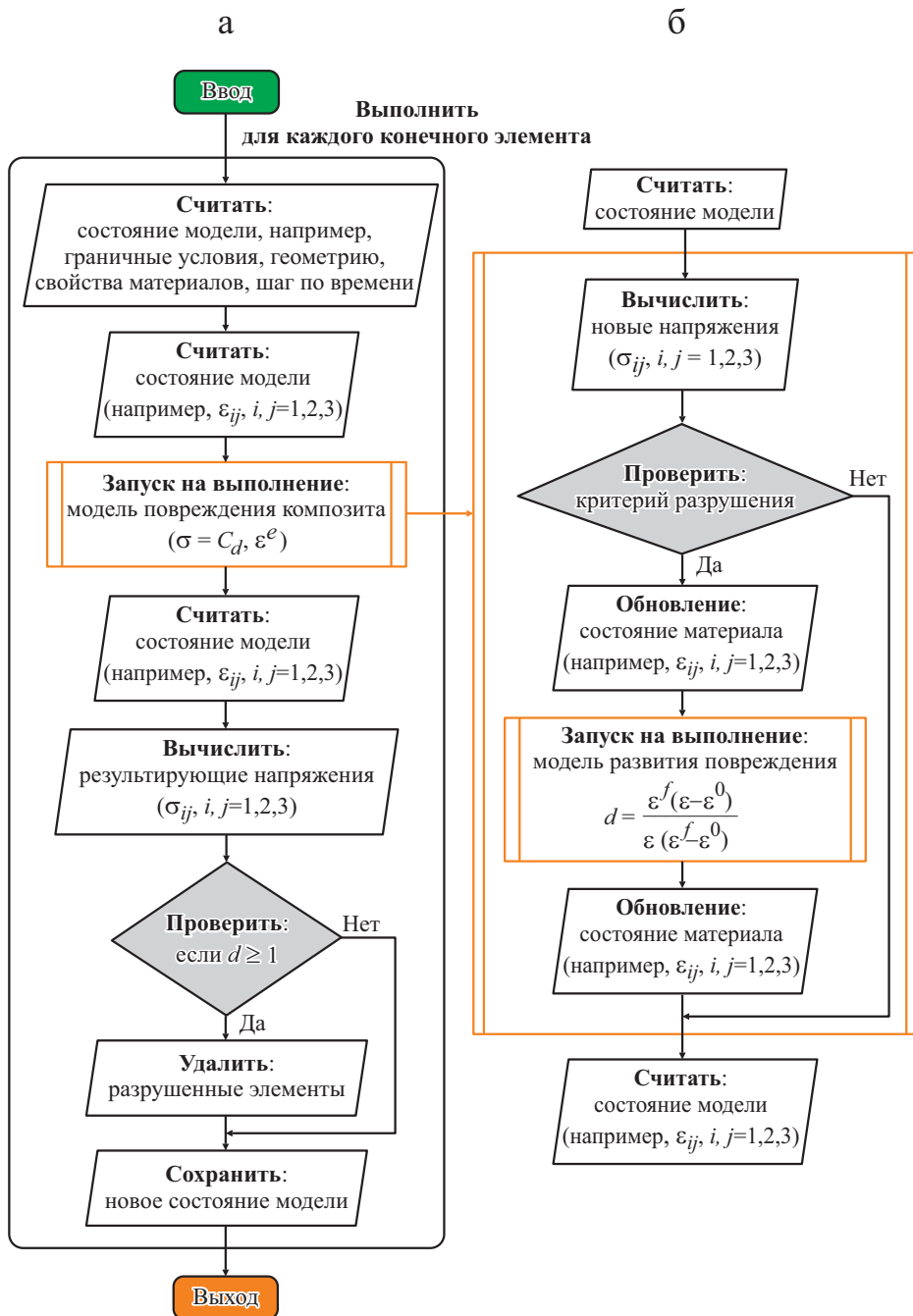


Рис. 4. Блок-схема основной конечно-элементной модели (а) и внедренного критерия разрушения (б).

упругости C_d поврежденного композита, для расчета его деградированного напряженного состояния. Детали этой модели распространения внутрислойных повреждений представлены в [14, 23, 31, 32, 45, 48].

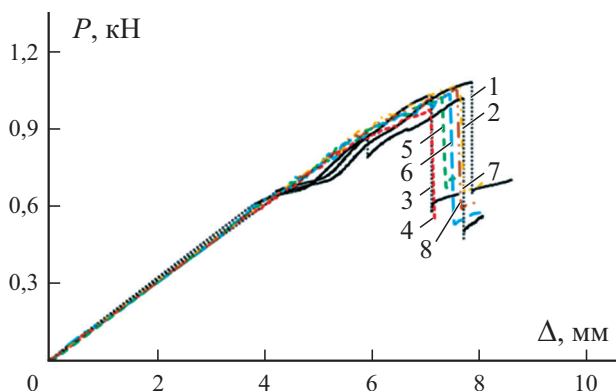


Рис. 5. Сравнение экспериментальных (1—3) и рассчитанных по критериям максимального напряжения (4), Хашина (5), СЗУ (6), Пака (7) и LaRC03 (8) диаграмм нагрузка—перемещение P — Δ при трехточечном изгибе.

2.3.2.4. *Реализация модели.* Блок-схема разработанной конечно-элементной модели показана на рис. 4, где также приведена вспомогательная блок-схема модели повреждения композита. На блок-схеме показан один прогон вычислений для одного конечного элемента. Для выявления механического отклика и прогрессирующего разрушения рассматриваемых термопластичных композитов расчет выполняли для каждого неразрушенного конечного элемента.

2.3.2.5. *Результаты моделирования.* Отклик, полученный в результате эксперимента и численного моделирования, показан на рис. 5. На начальном этапе, до возникновения повреждения, все отклики линейно-упругие, а затем нагрузка уменьшилась. Наблюдало разумное согласование всех откликов с экспериментальными результатами, свидетельствующее о том, что все изученные критерии разрушения имеют приемлемую способность предсказывать общий механический отклик термопластичных слоистых композитов при трехточечном изгибе.

В табл. 2 приведены значения максимальной нагрузки, полученные в результате эксперимента и моделирования. Видно, что критерии Пака и LaRC03 дали очень похожий прогноз максимальной нагрузки — 1,06 и 1,05 кН соответственно, хорошо коррелирующий с экспериментальными результатами. Однако в силу итерационных расчетов угла разрушения эти критерии потребовали большего времени вычислений. Критерий максимального напряжения предсказал самые консервативные результаты.

Заключение

В настоящей работе рассмотрели пять типичных макроскопических критериев разрушения. Сравнительное исследование выполнили путем

анализа теоретических огибающих кривых прочности и численных результатов, полученных с помощью конечно-элементной модели.

На основании аналитических и численных результатов сделаны следующие выводы.

Критерии максимального напряжения/деформации, Хашина и СЗУ удобны на практике в виду небольшого количества входящих в них параметров. Критерий Хашина четко не учитывает взаимодействие между напряжениями σ_{11} и σ_{22} , а также имеет некоторую неоднозначность в выборе параметров, например, прочности при поперечном сдвиге. Критерий СЗУ способен учесть взаимодействие между поперечными σ_{22} и сдвиговыми τ_{12} напряжениями в плоскости, но дает консервативный прогноз разрушения волокна и матрицы при растяжении.

Критерии разрушения Пака и LaRC03 способны выявить больше механизмов разрушения, которые не только отражают взаимодействие между напряжениями σ_{11} , σ_{22} и τ_{12} , но и учитывают влияние ориентации разрушения, перегиба волокон и прочности по месту. Однако используемые в них параметры требуют значительного опыта применения.

Численные результаты показали, что критерий максимального напряжения обеспечивает наиболее консервативное предсказание, в то время как критерии Хашина и СЗУ дают разумные результаты при приемлемом времени вычислений. Критерии Пака и LaRC03 дали более точные предсказания, но при больших затратах времени вычислений.

Благодарность. Авторы высоко ценят финансовую поддержку настоящего исследования Корпорацией авиационной промышленности Китая (AVIC), Первым авиационным институтом (FAI) Китая, Институтом производственных технологий (MTI) Китая и Исследовательским институтом прочности самолетов (ASRI) Китая. Исследование выполнено в Центре конструкционного проектирования и производства AVIC при Имперском колледже Лондона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hinton M. J. and Soden P. D. Predicting failure in composite laminates: The background to the exercise // Compos. Sci. Technol. — 1998. — Vol. 58. — P. 1001—1010.
2. Hinton M. J., Kaddour A. S., and Soden P. D. Evaluation of failure prediction in composite laminates: Background to Part (B) of the exercise // Compos. Sci. Technol. — 2002. — Vol. 62. — P. 1481—1488.
3. Hinton M. J., Kaddour A. S., and Soden P. D. Failure Criteria in Fiber Reinforced Polymer Composites: The World-Wide Failure Exercise. — Oxford: Elsevier Sci., 2004.
4. Hinton M. J., Kaddour A. S., and Soden P. D. Evaluation of failure prediction in composite laminates: Background to Part C of the exercise // Compos. Sci. Technol. — 2004. — Vol. 64. — P. 321—328.
5. Hinton M. J., Kaddour A. S., and Soden P. D. A further assessment of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates: Comparison with experimental evidence // Compos. Sci. Technol. — 2004. — Vol. 64. — P. 549—588.

6. *Kaddour A. S. and Hinton M. J.* Evaluation of theories for predicting failure in polymer composite laminates under 3-D states of stress: Part A of the second world-wide failure exercise (WWFE-II) // *J. Compos. Mater.* — 2012. — Vol. 46. — P. 19—20.

7. *Kaddour A. S., Hinton M. J., Smith P. A., and Li S.* Matrix cracking criteria for fiber reinforced polymer composites: Part A of the 3rd world-wide failure exercise // *J. Compos. Mater.* — 2013. — Vol. 47. — P. 20—21.

8. *Talreja R.* Assessment of the fundamentals of failure theories for composite materials // *Compos. Sci. Technol.* — 2014. — Vol. 105. — P. 190—201.

9. *Sun C. T., Quinn B. J., and Tao J.* Comparative evaluation of failure analysis methods for composite laminates // DOT/FAA/AR-95/109. — 1996.

10. *Erskine F. T., Bernstein G. M., Brylow S. M., Newbold W. T., and Gauss R. C.* The place for thermoplastic composites in structural components // National Materials Advisory Board, National Research Council — AD-A189 149. — 1987.

11. *Béland S.* High Performance Thermoplastic Resins and Their Composites. — William Andrew Publ., 2002.

12. *Schaefer J. D. and Daniel I. M.* Strain-rate-dependent yield criteria for progressive failure analysis of composite laminates based on the Northwestern failure theory // *Exp. Mech.* — 2018. — Vol. 58. — P. 487—497.

13. *Daniel I. M., Daniel S. M., and Fenner J. S.* A new yield and failure theory for composite materials under static and dynamic loading // *Int. J. Solids Struct.* — 2018. — Vol. 148. — P. 79—93.

14. *Li X., Ma D., Liu H., Tan W., Gong X., Zhang C., and Li Y.* Assessment of failure criteria and damage evolution methods for composite laminates under low-velocity impact // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 207. — P. 727—739.

15. *Sun C. T. and Chen G.* Elastic-plastic finite element analysis of thermoplastic composite plates and shells // *AIAA J.* — 1992. — Vol. 30. — P. 513—518.

16. *Tan W. and Falzon B. G.* Modelling the nonlinear behaviour and fracture process of AS4/PEKK thermoplastic composite under shear loading // *Compos. Sci. Technol.* — 2016. — Vol. 126. — P. 60—77.

17. *Liu H., Falzon B. G., Li S., Tan W., Liu J., Chai H., Blackman B. R. K., and Dear J. P.* Compressive failure of woven fabric reinforced thermoplastic composites with an open-hole: An experimental and numerical study // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 213. — P. 108—117.

18. *Daniel I. M. and Ishai O.* Engineering Mechanics of Composite Materials. — N. Y.: Oxford Univ. Press, 2006.

19. *Zinoviev P. A., Grigoriev S. V., Lebedeva O. V., and Tairova L. P.* The strength of multi-layered composites under a plane-stress state // *Compos. Sci. Technol.* — 1998. — Vol. 58. — P. 1209—1223.

20. *Zinoviev P., Lebedeva O. V., and Tairova L. R.* Coupled analysis of experimental and theoretical on the deformation and failure of laminated composites under a plane state of stress // *Compos. Sci. Technol.* — 2002. — Vol. 62. — P. 1711—1724.

21. *Bogetti T. A., Hoppel R. C. P., Harik V. M., Newill J. F., and Burns B. P.* Predicting the nonlinear response and progressive failure of composite laminates // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64. — P. 329—342.

22. *Bogetti T. A., Hoppel R. C. P., Harik V. M., Newill J. F., and Burns B. P.* Predicting the nonlinear response and failure of composite laminates: Correlation with experimental results // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64. — P. 477—485.

23. *Puck A. and Schürmann H.* Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models // *Compos. Sci. Technol.* — 1998. — Vol. 58. — P. 1045—1067.

24. *Puck A. and Schürmann H.* Failure analysis of FRP laminates by means of physically based phenomenological models // *Compos. Sci. Technol.* — 2002. — Vol. 62. — P. 1633—1662.
25. *Cuntze R. G. and Freund A.* The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multidirectional laminates // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64. — P. 343—377.
26. *Cuntze R. G.* The predictive capability of failure mode concept-based strength criteria for multi-directional laminates. Part B // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64. — P. 487—516.
27. *Liu K. S. and Tsai S. W.* A progressive quadratic failure criterion of a laminate // *Compos. Sci. Technol.* — 1998. — Vol. 58. — P. 1023—1032.
28. *Talreja R.* Assessment of the fundamentals of failure theories for composite materials // *Compos. Sci. Technol.* — 2014. — Vol. 105. — P. 190—201.
29. *Tsai S. W.* *Strength Characteristics of Composite Materials.* — NASA/CR-224, Washington D.C., 1965.
30. *Hashin Z.* Failure criteria for unidirectional fiber composites // *J. Appl. Mech.* — 1980. — Vol. 47. — P. 329—334.
31. *Catalanotti G., Camanho P. P., and Marques A. T.* Three-dimensional failure criteria for fiber-reinforced laminates // *Compos. Struct.* — 2013. — Vol. 95. — P. 63—79.
32. *Davila C. G.* *Failure Criteria for FRP Laminates in Plane Stress.* — NASA/TM-2003 0212663, 2003.
33. *Hoffman O.* The brittle strength of orthotropic materials // *J. Compos. Mater.* — 1967. — Vol. 1. — P. 200—206.
34. *Garnich M. R. and Akula V. M. K.* Review of degradation models for progressive failure analysis of fiber reinforced polymer composites // *Appl. Mech. Rev.* — 2009. — Vol. 62. — P. 1—33.
35. *Hashin Z. and Rotem A.* A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials // *Compos. Mater.* — 1973. — Vol. 7. — P. 448—464.
36. *Jiang H., Ren Y., Liu Z., Zhang S., and Wang X.* Evaluations of failure initiation criteria for predicting damages of composite structures under crushing loading // *J. Rein. Plast. Compos.* — 2018. — Vol. 37. — P. 1279—1303.
37. *Gliszczynski A. and Kubiak T.* Load-carrying capacity of thin-walled composite beams subjected to pure bending // *Thin-Walled Struct.* — 2017. — Vol. 115. — P.76—85.
38. *Gu J. and Chen P.* Some modifications of Hashin failure criteria for unidirectional composite materials // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 182. — P. 143—152.
39. *Chaht F. L., Mokhtari M., and Benzaama H.* Using a Hashin Criteria to predict the damage of composite notched plate under traction and torsion behavior // *Frattura ed Integrità Strutturale.* — 2019. — Vol. 50. — P. 331—341.
40. *Li N. and Ju C.* Mode-independent and mode-interactive failure criteria for unidirectional composites based on strain energy density // *Polymers.* — 2020. — Vol. 12. — P. 2813.
41. *Schaefer J. D., Werner B. T., and Daniel I. M.* Progressive failure analysis of multi-directional composite laminates based on the strain-rate-dependent Northwestern Failure Theory // *Mechanics of Composite and Multi-functional Materials.* Vol. 6. Conf. Proc. Soc. for Experimental Mech. Ser. / Eds. P. Thakre, R. Singh, and G. Slipher, Springer, 2017.
42. *Reinoso J., Catalanotti G., Blázquez A., Areias P., Camanho P. P., and París F.* A consistent anisotropic damage model for laminated fiber-reinforced composites using the 3D-version of the Puck failure criterion // *Int. J. Solids Struct.* — 2017. — Vol. 126. — P. 37—53.

43. *Chang X., Guo X., Ren M., and Li T.* Micromechanical matrix failure analysis for unidirectional fiber-reinforced composites // *Thin-Walled Struct.* — 2019. — Vol. 141. — P. 275—282.

44. Abaqus 2017 documentation. Dassault Systèmes. Provid Rhode Island, USA, 2017.

45. *Sun C. T. and Chen J. L.* A simple flow rule for characterizing nonlinear behavior of fiber composites // *J. Compos. Mater.* — 1989. — Vol. 23. — P. 1009—1020.

46. *Liu H., Falzon B. G., and Dear J. P.* An experimental and numerical study on the crush behaviour of hybrid unidirectional/woven carbon-fiber reinforced composite laminates // *Int. J. Mech. Sci.* — 2019. — Vol. 164. — P. 105160.

47. *Liu H., Falzon B. G., and Tan W.* Predicting the compression-after-impact (CAI) strength of damage-tolerant hybrid unidirectional/woven carbon-fiber reinforced composite laminates // *Composites: Part A.* — 2018. — Vol. 105. — P. 189—202.

48. *Liu H., Falzon B. G., and Tan W.* Experimental and numerical studies on the impact response of damage-tolerant hybrid unidirectional/woven carbon-fiber reinforced composite laminates // *Composites: Part B.* — 2018. — Vol. 136. — P.101—18.

Поступила в редакцию 24.09.2020

Окончательный вариант поступил 28.04.2021

Received Sept. 24, 2020 (Apr. 28, 2021)
