

*Я. Ц. Ли, Д. Х. Чжан\**

*Mechanical and Electrical Engineering Institute, Zhengzhou University of Light Industry,  
Zhengzhou 450002, China*

## **РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ВОЛОКНИСТО-АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТАХ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ ОТВЕРЖДЕНИЯ<sup>1</sup>**

*Y. Q. Li and D. H. Zhang\**

### **LOCAL STRESS DISTRIBUTIONS IN FIBER-REINFORCED COMPOSITES WITH CONSIDERATION OF THERMAL STRESSES DURING THE CURING PROCESS**

**Keywords:** Repeating unit cells, composites, local stresses, curing process

Due to the mismatch of thermal expansion coefficients and effective moduli between fiber and matrix materials, local stress concentrations arise in composites during the curing process from the high preparation temperature to room temperature. To evaluate the effect of thermal residual stresses on local stress distributions in composites, a high-precision microscale model is established in this paper. The numerical results obtained indicated that the thermal residual stresses cannot give rise to plastic strains in the matrix.

**Ключевые слова:** ячейки повторяющиеся элементарные, композиты, напряжения локальные, процесс отверждения

В силу различия коэффициентов термического расширения и эффективных модулей упругости материалов волокна и матрицы в композитах в ходе отверждения от высокой температуры изготовления до комнатной возникают концентрации локальных напряжений. Для оценки влияния остаточных термических напряжений на распределение локальных напряжений в композитах разработали высокоточную микромасштабную модель. Полученные

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: zhangdehai0318@163.com  
Corresponding author: zhangdehai0318@163.com

<sup>1</sup>Перевод с англ.

численные результаты показали, что остаточные термические напряжения не вызывают пластические деформации в матрице.

## Введение

В настоящее время композиты, армированные непрерывными волокнами, используют в аэрокосмической промышленности, они привлекают все большее внимание исследователей и инженеров [1—3]. Однако в силу присущих им комплексных свойств необходимы обширные экспериментальные исследования для определения механических характеристик, включая модули упругости и зависимости между напряжением и деформацией. Для экономии времени и труда для исследователей крайне важно разработать эффективную микромасштабную модель таких композитов с полным учетом их микроскопических свойств [4—6].

Механические свойства и поведение композитных материалов при разрушении определяются их микроструктурными различиями, включая межфазные свойства [7, 8], распределение волокон [9, 10] и т. д. Методы традиционной макроскопической механики не могут выявить микромасштабные характеристики разрушения таких материалов. Для этого необходим метод микромасштабного моделирования. Для предсказания модуля упругости композитов, армированных непрерывными волокнами и частицами, предложены некоторые теории микромеханики, например, эквивалентная теория включения Эшелби [11, 12], обобщенная самосогласованная модель [13, 14]. В [15] для расчета анизотропных упругих постоянных в теории Эшелби применили эквивалентную механическую модель грунтового основания со сваями. В [16], используя обобщенную теорию упругости с первым градиентом деформации, получили аналитическое решение для задачи эллипсоидального включения Эшелби. В [17] с помощью асимптотической обобщенной самосогласованной схемы изучали эффективные линейные несостаренные вязкоупругие свойства пористых сред. В [18] на основе обобщенной самосогласованной модели разработали эффективную модель для исследования магнитоэлектроупругого поведения многослойных нанокompозитов. В [19] при решении проблемы антиплоского включения использовали метод Мори—Танака и обобщенный самосогласованный метод и сравнили полученные результаты с конечно-элементными в рамках упрощенной теории упругости с первым градиентом деформации. Установили, что оба метода чувствительны к размеру включения, но их количественный прогноз значительно различался при большом объемном содержании мелких включений. В [20] использовали метод конечных элементов для изучения влияния процентного содержания банановых волокон на свойства эпоксидных композитов.

Выбранную повторяющуюся элементарную ячейку (ПЭЯ) сначала дискретизируют на прямоугольные элементарные подъячейки. Кроме того,

для построения метода моделирования на микромасштабах, названного обобщенным методом ячеек [21, 22], используют условия непрерывности между смежными подъячейками. Предложенную микроскопическую модель применяли при исследовании упругих постоянных, напряженно-деформированного поведения и межфазных свойств композитов. В [23] исследовали влияние остаточных термических напряжений на макроскопические диаграммы деформирования и установили, что влияние остаточных напряжений сильнее у композитов с армирующими волокнами, ориентированными под углом 15, 30, 45 и 60°. Однако деформационное поведение становится более податливым, если учесть остаточное термическое напряжение композита с армирующими волокнами, ориентированными под углом 90°. Установили, что обобщенный метод ячеек не обеспечивает желаемую точность при вычислении полей локальных напряжений в ПЭЯ [24—26]. Для повышения точности вычислений в [27] при формировании уравнения состояния для поля перемещений использовали разложение высокого порядка и назвали новым микроскопическим методом обобщенной ячейки высокой точности (*high-fidelity generalized method of cell*) (МОЯВТ). В последние годы МОЯВТ распространили для решения нелинейных механических соотношений композитов с произвольной геометрией ячеек [28, 29] и многополевых связанных задач [30]. Комбинируя этот метод с функцией предварительной обработки в программном обеспечении ANSYS/LS-DYNA, в [31] представили схему многомасштабного моделирования и успешно предсказали развитие повреждения в слоистых композитах и выявили механизмы разрушения от микро- до макроскопического. Позднее представили комбинированную термомеханическую модель для исследования одноосного и двухосного разрушения волокнисто-армированных композитов с учетом термоциклических нагрузок. Также для изучения их микроскопического разрушения в [32] изучили распределение локальных напряжений в ПЭЯ. Для повышения эффективности вычислений в [33] уменьшили размерность нерешенной матрицы, используя схему понижения порядка ортогонального разложения Галеркина—Петрова. Многие исследователи отмечают, что остаточные термические напряжения, возникающие при отверждении композитов, играют важную роль в формировании их механических свойств. Однако лишь в нескольких исследованиях рассматривали влияние распределения остаточных термических напряжений в композитах на напряжения в подъячейках.

В настоящей работе изучали влияние остаточных термических напряжений на распределение локальных напряжений в ПЭЯ. Предположили, что непрерывные волокна периодически распределены в композитах, что облегчило выбор типичной ПЭЯ, а затем для расчета с высокой точностью остаточных термических напряжений в композитах использовали МОЯВТ.

## 1. Подход микроскопического моделирования

**1.1. Представительная единица объема.** По двумерным изображениям поверхности, полученным с помощью сканирующего электронного микроскопа, установили, что армирующие волокна всегда аperiodически распределены в матрице. Согласно статистическому правилу для определения эффективных свойств композитов можно выбрать типичную область, но этот метод микроскопического моделирования очень трудоемок. Для упрощения процедуры моделирования и повышения эффективности вычислений предположили, что волокна распределены периодически; их назвали повторяющимися элементарными ячейками (ПЭЯ) [34, 35]. ПЭЯ играют важную роль в методе микроскопического моделирования, доказавшем свою эффективность в комбинации с теорией гомогенизации при определении эффективных свойств композитов [36, 37]. Сначала ПЭЯ дискретизируют на  $N_\beta \times N_\gamma$  подъячеек, где параметры  $\beta$  и  $\gamma$  — количество подъячеек в направлениях  $y_2$  и  $y_3$  соответственно [32].

**1.2. Микроскопическое моделирование с учетом термических напряжений.** В исходном методе обобщенной ячейки точность расчета локальных напряжений в подъячейках невысока. Для повышения точности перемещения подъячеек в дальнейшем преобразовали в компоненты перемещений высокого порядка  $\tilde{u}_i^{(\beta,\gamma)}$  ( $i = 1, 2, 3$ ), которые можно записать как функции средних макроскопических деформаций и перемещений подъячеек  $W_{i(jk)}^{(\beta,\gamma)}$  [38]:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{(\beta,\gamma)} = & \bar{\varepsilon}_{ij} x_j + W_{i(00)}^{(\beta,\gamma)} + y_2^{(\beta)} W_{i(10)}^{(\beta,\gamma)} + y_3^{(\gamma)} W_{i(01)}^{(\beta,\gamma)} + \\ & + \frac{1}{2} (3y_2^{(\beta)2} - \frac{h_\beta^2}{4}) W_{i(20)}^{(\beta,\gamma)} + \frac{1}{2} (3y_3^{(\gamma)2} - \frac{l_\gamma^2}{4}) W_{i(02)}^{(\beta,\gamma)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{\varepsilon}_{ij}$  и  $y_i^{(*)}$  ( $i = 2, 3$ ) — средние макроскопические деформации и соответствующая система координат;  $h_\beta$  и  $l_\gamma$  — размеры подъячейки в плоскости  $y_2$  —  $y_3$ .

Согласно соотношению между перемещениями и деформациями средние деформации  $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(\beta\gamma)}$  в каждой подъячейке можно вычислить путем дифференцирования компонентов перемещений подъячеек  $\tilde{u}_i^{(\beta,\gamma)}$  в системе координат  $y_2$   $y_3$ , учитывая средние деформации подъячеек  $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(\beta\gamma)}$  как функции средних макроскопических деформаций  $\bar{\varepsilon}_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) и перемещений  $W_{i(jk)}^{(\beta,\gamma)}$  подъячеек.

Для упрощения расчета и повышения его эффективности используют средние поверхностные напряжения  $t_i^{(\beta,\gamma)}$  подъячеек, которые можно выразить как функции напряжений  $\sigma_{ij}^{(\beta,\gamma)}$  в подъячейках [34]

$$t_i^{(\beta,\gamma)} = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sigma_{ij}^{(\beta,\gamma)} n_j^{(\beta,\gamma)} dL, \quad (2)$$

где  $L$  — размер подъячейки.

В схеме моделирования МОЯВТ средние поверхностные перемещения и средние поверхностные напряжения определены в каждой подъячейке. Тщательно соблюдая соотношение непрерывности подъячеек, можно легко гарантировать непрерывность перемещений подъячеек. Например, среднее перемещение  $\bar{u}_{iR}^{(\beta,\gamma)}$  на правой поверхности подъячейки  $(\beta,\gamma)$  равно перемещению  $\bar{u}_{iL}^{(\beta+1,\gamma)}$  на левой поверхности смежной подъячейки. Соблюдая непрерывность напряжений и перемещений смежных подъячеек, а также учтя эти новые параметры в уравнении состояния, среднее напряжение  $\sigma_{ij}^{(\beta,\gamma)}$  подъячейки запишем как функцию матрицы жесткости  $C^{(\beta,\gamma)}$  подъячейки

$$\bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)} = C^{(\beta,\gamma)} (A^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}) + \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T, \quad (3)$$

где  $A^{(\beta,\gamma)}$  содержит размер подъячейки;  $\bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}$  и  $\Gamma_1^{(\beta,\gamma)}$  — пластические деформации подъячейки и коэффициенты термического расширения соответственно;  $\Delta T$  — разность между температурой отверждения и комнатной; матрица жесткости подъячейки  $C^{(\beta,\gamma)}$  и параметр  $A^{(\beta,\gamma)}$  — известные величины. Коэффициенты термического расширения  $\Gamma_1^{(\beta,\gamma)}$ , связанные с составляющими композита, можно легко определить, если известно изменение температуры окружающей среды. Пластические деформации  $\bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}$  подъячеек связаны со свойствами материала и могут быть определены многоступенчатым итерационным методом с учетом пластического уравнения состояния. На каждом подшаге компоненты пластической деформации определяют с использованием деформации на предыдущем шаге. Для определения с высокой точностью остаточных термических напряжений в подъячейке сначала применим к уравнению (3) теорию гомогенизации. Среднее напряжение  $\bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)}$  подъячейки выразим следующим образом:

$$\bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)} = \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma C^{(\beta,\gamma)} (A^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}) + \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T. \quad (4)$$

В ходе отверждения  $\bar{\sigma}_{ij} = 0$ , поскольку деформации композита не стеснены. Однако напряжения в подъячейках отличны от нуля в силу разных коэффициентов термического расширения материалов волокна и матрицы. Поэтому уравнение (4) принимает вид

$$0 = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma C^{(\beta,\gamma)} (A^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}) + \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T. \quad (5)$$

При отверждении макроскопическая деформация обусловлена только изменением температуры и может быть выражена как

$$\bar{\varepsilon} = -\mathbf{A}^{-1} \left( \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} C^{(\beta,\gamma)} \bar{\varepsilon}^{I(\beta,\gamma)} + \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T \right), \quad (6)$$

где

$$\mathbf{A} = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} C^{(\beta,\gamma)} A^{(\beta,\gamma)}. \quad (7)$$

Подставив уравнение (6) в (4), легко определим остаточные термические напряжения подъячейки  $\bar{\sigma}^{T(\beta,\gamma)}$ .

## 2. Подтверждение эффективности

**2.1. Свойства составляющих материалов.** Для проверки эффективности МОЯВТ для предсказания локальных напряжений в композитах, обусловленных изменением температуры в ходе отверждения, в качестве примера рассмотрим композит AS4/3501-6. Продольные и поперечные модули упругости  $E_{11}$  и  $E_{22}$ , модули сдвига  $G_{12}$  и  $G_{23}$ , коэффициент Пуассона  $\nu_{12}$  и коэффициенты термического расширения  $\alpha_{11}$  и  $\alpha_{22}$  следующие [39]: углеволокно AS4 —  $E_{11} = 225$  ГПа,  $E_{22} = 15$  ГПа,  $G_{12} = 15$  ГПа,  $G_{23} = 7$  ГПа,  $\nu_{12} = 0,2$ ,  $\alpha_{11} = -0,5 \cdot 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ ,  $\alpha_{22} = 15 \cdot 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ ; смола 3501-6 —  $E_{11} = E_{22} = 4,2$  ГПа,  $G_{12} = G_{23} = 1,576$  ГПа,  $\nu_{12} = 0,34$  и  $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 45 \cdot 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$ .

Углеродные волокна AS4 — линейно-упругие, а полимерная смола 3501-6 — нелинейно-упругая с пределом текучести 168,5 МПа. Температура отверждения 177°C.

**2.2. Исследование сходимости.** Для более точного определения локальных напряжений и модуля упругости необходимы достаточно дискретизированные подъячейки. Однако большое количество подъячеек снижает эффективность вычислений. Поэтому провели исследование сходимости. В таблице приведены результаты, полученные при объемном

Сравнение численных и экспериментальных результатов [39]

Количество подъячеек	$E_{11}$ , ГПа	$E_{22}$ , ГПа	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$	$\alpha_{11}$ , $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	$\alpha_{22}$ , $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
3 × 3	136,7	9,76	0,25	0,30	0,14	31,03
14 × 14	136,7	9,43	0,25	0,32	0,12	31,55
26 × 26	136,7	9,42	0,25	0,33	0,12	31,57
40 × 40	136,7	9,41	0,25	0,33	0,12	31,58
Эксперимент	126	11	0,28	0,4	-1	26

содержании волокон 60% и разным количестве подъячеек. Численные результаты МОЯВТ показали, что форма поперечного сечения волокон слабо влияет на продольный модуль упругости  $E_{11}$  и коэффициент Пуассона  $\nu_{12}$ , но существенно — на поперечный модуль упругости  $E_{22}$  и коэффициент Пуассона  $\nu_{23}$ . Дискретизация на  $14 \times 14$  и  $26 \times 26$  подъячеек продемонстрировала высокую точность вычислений продольного и поперечного модулей упругости с ошибкой 8,49 и 14,27% соответственно. В случае  $40 \times 40$  подъячеек численные результаты также показали хорошее согласование с экспериментальными.

**2.3. Распределение локальных напряжений.** Для достижения высокой точности вычислений критически важно максимизировать количество дискретизированных подъячеек. Дискретизация на  $26 \times 26$  подъячеек обеспечила большую точность, но меньшую эффективность вычислений по сравнению с таковыми при  $14 \times 14$  подъячеек. Для оценки противоречия между эффективностью и точностью обсудим распределение локальных напряжений в ПЭЯ, полученные при разном количестве подъячеек. Среднюю поперечную деформацию  $\bar{\varepsilon}_{22}=0,01$  использовали в ПЭЯ для вычисления поля микроскопических напряжений. В ходе численного моделирования средние деформации  $\bar{\varepsilon}_{11}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{33}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{23}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{13}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{12}$  были равны нулю. Для описания нелинейного деформирования полимерной матрицы использовали критерий текучести фон Мизеса [40] с пределом текучести 168,5 МПа.

На рис. 1 показано распределение локальных напряжений  $\sigma_{11}$  (а) и  $\sigma_{22}$  (б) при дискретизации на  $14 \times 14$  подъячеек. На рис. 1—а углеволокну подвержено сжатию, а подъячейки матрицы — растяжению. Концентрацию

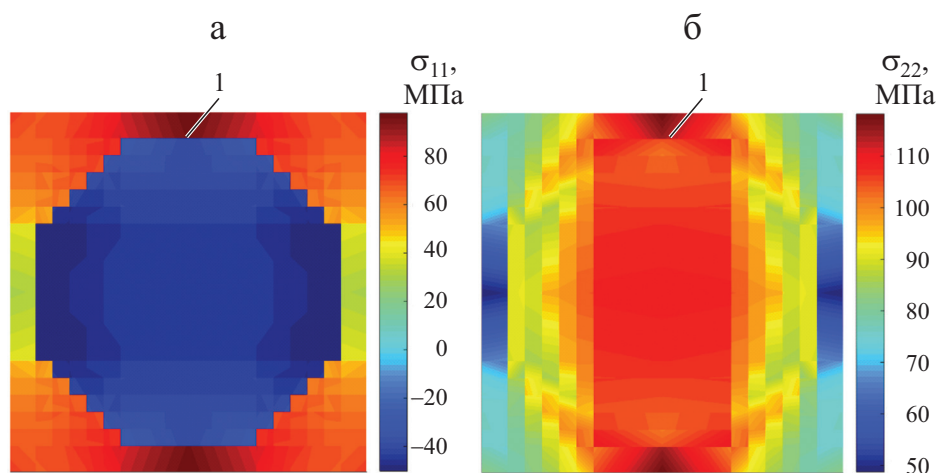


Рис. 1. Распределение микромасштабных напряжений  $\sigma_{11}$  (а) и  $\sigma_{22}$  (б) в ПЭЯ, дискретизированной на  $14 \times 14$  подъячеек, при средней поперечной деформации  $\bar{\varepsilon}_{22}=0,01$ . 1 — амплитуда локального напряжения.

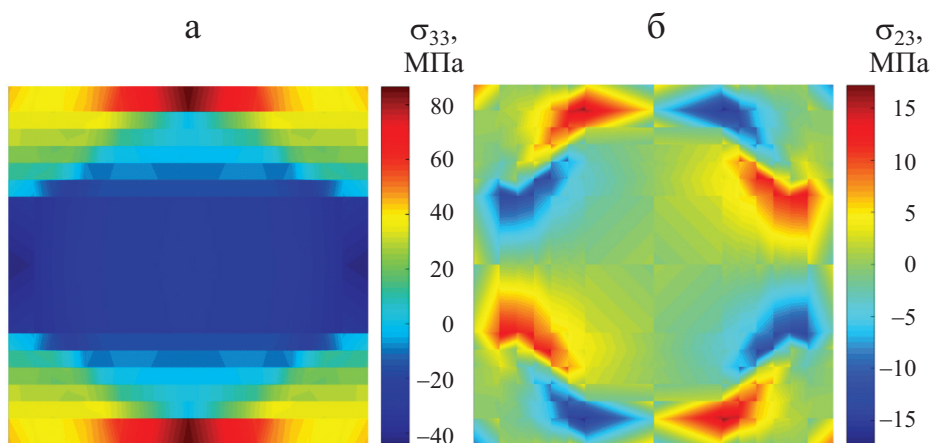


Рис. 2. Распределение микромасштабных напряжений  $\sigma_{33}$  (а) и  $\sigma_{23}$  (б) в ПЭЯ, дискретизированной на  $14 \times 14$  подъячеек, при средней поперечной деформации  $\bar{\varepsilon}_{22} = 0,01$ .  $I$  — амплитуда локального напряжения.

напряжений  $\sigma_{11}$  можно наблюдать вблизи поверхности раздела волокна и матрицы; максимальное значение напряжения  $\sigma_{11}$  примерно 97,87 МПа. Максимум локальных растягивающих напряжений  $\sigma_{22}$  (см. рис. 1—б), равный 117,78 МПа, также находится на поверхности раздела волокна и матрицы. Кроме того, интересно отметить, что все подъячейки волокна и матрицы находятся в состоянии растяжения.

Распределение микроскопических поперечных напряжений  $\sigma_{33}$ , показанное на рис. 2—а, совершенно непохоже на поле локальных напряжений  $\sigma_{22}$  (см. рис. 1—а). Из данных рис. 2—а видно, что подъячейки находятся в состоянии растяжения или сжатия. Максимальные растягивающие и сжимающие напряжения равны 86,33 и  $-43,1$  МПа соответственно. Напряженное состояние подъячейки зависит от направления нагрузки. Данные рис. 2—б иллюстрируют интересное распределение микромасштабных касательных напряжений  $\sigma_{23}$ , симметричное относительно центра волокна с максимальным значением 18,43 МПа на поверхности раздела волокна и матрицы. Известно, что армирующие волокна всегда обладают большей прочностью при растяжении, чем материал матрицы. Поэтому можно сделать вывод о том, что повреждение подъячеек сначала произойдет в материале матрицы вблизи поверхности раздела с волокном, если не учитывать поры, возникающие при изготовлении композита.

На рис. 3 представлены распределения напряжений  $\sigma_{11}$  (а),  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{23}$  (в) в ПЭЯ, вычисленные при дискретизации на  $26 \times 26$  подъячеек при средней поперечной деформации  $\bar{\varepsilon}_{22} = 0,01$ . Максимальные значения локальных напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  и  $\sigma_{23}$  равны 95,27, 112,53 и 20,42 МПа соответственно и отличаются от таковых на рис. 2 на 2,72, 4,67 и 9,70% соответственно.



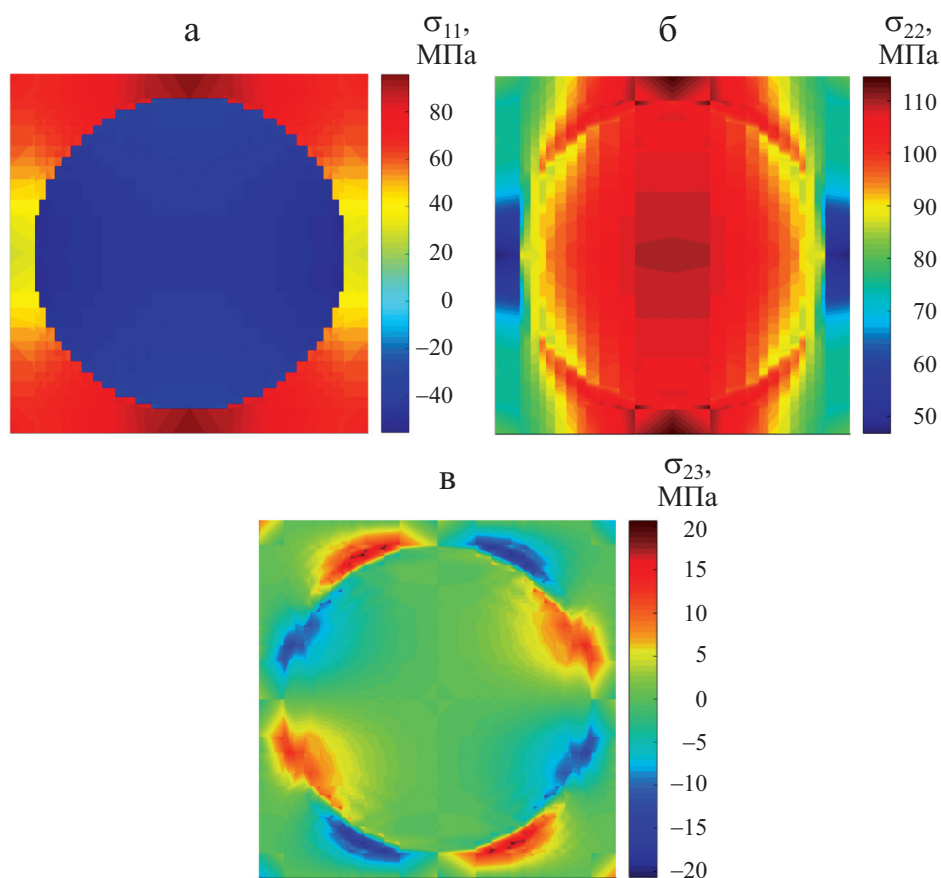


Рис. 3. Распределение микромасштабных напряжений  $\sigma_{11}$  (а),  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{23}$  (в) в ПЭЯ, дискретизированной на  $26 \times 26$  подъячеек, при средней поперечной деформации  $\bar{\varepsilon}_{22}=0,01$ .

### 3. Распределение термических напряжений при отверждении

В ходе отверждения композита в каждой подъячейке возникают остаточные термические напряжения в силу различия коэффициентов термического расширения составляющих материалов. Проведено много исследований влияния этих напряжений на механические свойства композитов, но лишь в некоторых изучали распределение напряжений внутри подъячеек. Для оценки влияния остаточных термических напряжений на ПЭЯ рассмотрели три режима изменения температуры в ходе отверждения: от 177 до 77 °С, от 177 до 50 °С и от 177 до 23 °С. Для обеспечения высокой точности вычислений ПЭЯ дискретизовали на  $26 \times 26$  подъячеек. Следует отметить, что внешнюю нагрузку не учитывали, т.е. локальные распределения напряжений обусловлены только различием коэффициентов термического расширения материалов волокна и матрицы.

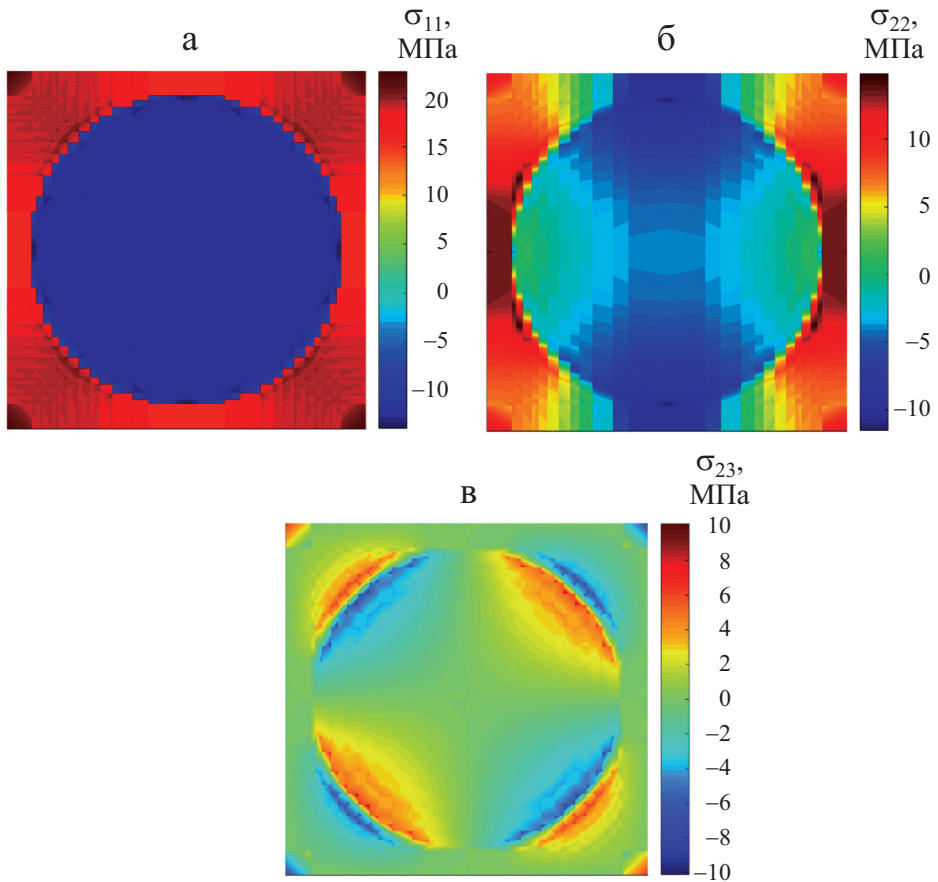


Рис. 4. Распределение микромасштабных напряжений  $\sigma_{11}$  (а),  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{23}$  (в) в ПЭЯ, дискретизированной на  $26 \times 26$  подъячеек, в ходе отверждения от  $177$  до  $77^\circ\text{C}$ .

На рис. 4 показано распределение напряжений  $\sigma_{11}$  (а),  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{23}$  (в) в ПЭЯ в ходе отверждения от  $177$  до  $77^\circ\text{C}$ . Максимальное продольное напряжение  $\sigma_{11}$  (см. рис. 4—а) равно  $22,68$  МПа, а напряжения во всех подъячейках вокруг волокна идентичны. Это объясняется тем, что в отличие от результатов расчета, представленных на рис. 3, учитывали только изменение температуры в ходе отверждения без приложения внешней механической нагрузки. Из данных рис. 4—б видно, что большинство подъячеек волокна находятся в состоянии сжатия с максимумом сжимающего напряжения в подъячейке волокна около поверхности раздела с матрицей, а максимальное растягивающее напряжение развивается в подъячейках матрицы также вокруг поверхности раздела. Распределение локальных касательных напряжений  $\sigma_{23}$  (рис. 4—в) с максимумом около  $10,11$  МПа иное.

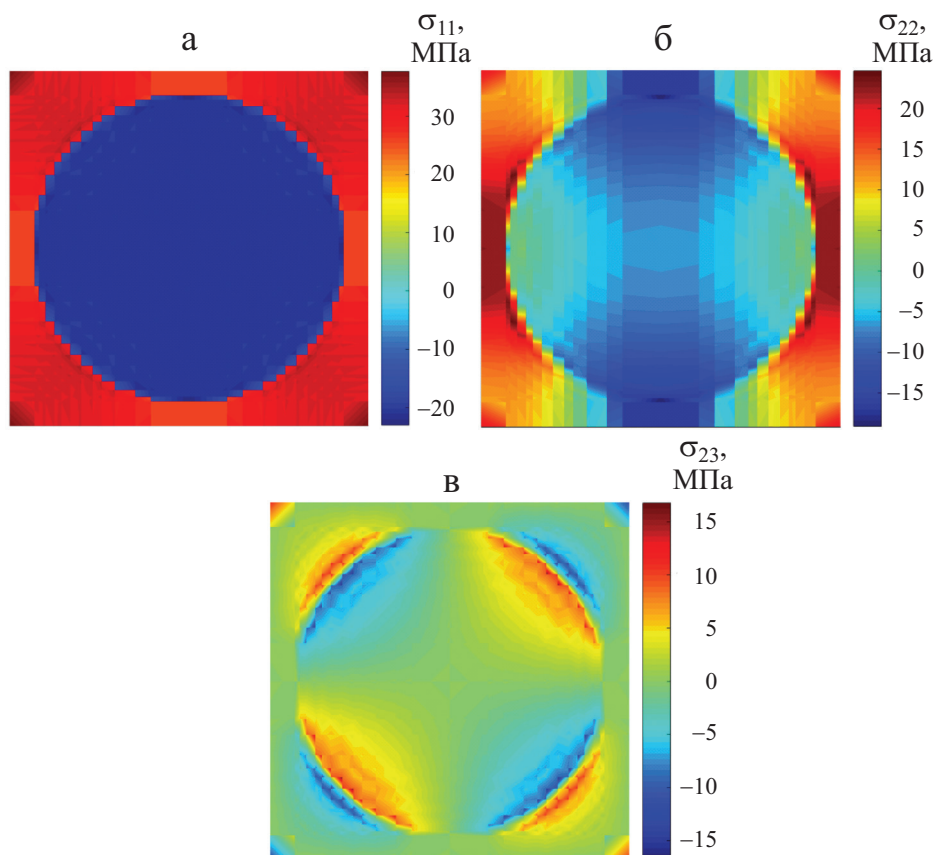


Рис. 5. То же при отверждении от 177 до 50 °С.

На рис. 5 представлено распределение напряжений в ПЭЯ в ходе отверждения от 177 до 50 °С. Они аналогичны приведенным на рис. 4, но большее изменение температуры обусловило большие амплитуды напряжений в подъячейках. Максимальное продольное напряжение  $\sigma_{11} \approx 37,60$  МПа (рис. 5—а) на 65,78% больше, чем при изменении температуры с 177 до 77 °С (см. рис. 4—а). Из данных рис. 5—б видно, что максимальные растягивающее (24,6 МПа) и сжимающее (–19,12 МПа) поперечные напряжения  $\sigma_{22}$  развиваются в волокне вокруг поверхности границы с матрицей. Максимальное сдвиговое напряжение  $\sigma_{23} \approx 16,81$  МПа (см. рис. 5—в). Кроме того, в подъячейках матрицы не выявлено явного нелинейного деформирования, поскольку предел текучести смолы 3501-6 равен примерно 168,5 МПа.

На рис. 6 показано распределение напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{23}$  в ПЭЯ в ходе отверждения от 177 °С до комнатной (23 °С). Хорошо видно, что распределение напряжений в подъячейках аналогично представленному на рис. 4 и 5, но амплитуды напряжений больше в силу большей разности температур. Максимальное продольное напряжение  $\sigma_{11}$  в конце отвержде-

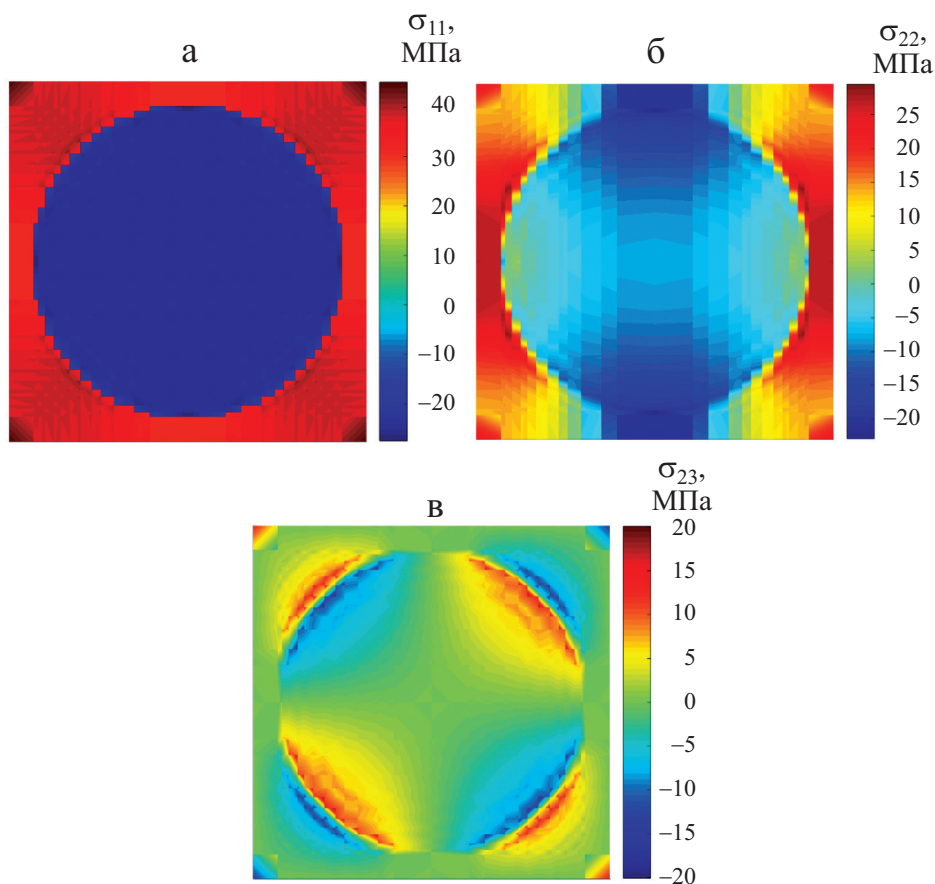


Рис. 6. Распределение микромасштабных напряжений  $\sigma_{11}$  (а),  $\sigma_{22}$  (б) и  $\sigma_{23}$  (в) в ПЭЯ, дискретизированной на  $26 \times 26$  подъячеек, в ходе отверждения от 177 до 23 °С.

ния равно примерно 45,05 МПа. Из данных рис. 6—б видно, что большинство подъячеек волокна находятся в состоянии сжатия. Максимальные значения растягивающего и сжимающего напряжения  $\sigma_{22}$  равны 29,48 и  $-22,88$  МПа соответственно. Амплитуда сдвиговых напряжений  $\sigma_{23}$  внутри подъячеек увеличилась до 20,07 МПа (см. рис. 6—в).

### Заключение

Остаточные термические напряжения, обусловленные процессом отверждения, играют важную роль в механическом поведении композитов. Для количественного описания распределения локальных напряжений в композитах в ходе отверждения использовали эффективный микроскопический механический метод МОЯВТ для расчета остаточных термических напряжений. Изучили сходимость дискретизации композитов на повторя-

ющиеся подъячейки, а затем исследовали остаточные термические напряжения в подъячейках. На основе полученных результатов предложена эффективная микромасштабная модель для вычисления с высокой точностью остаточных термических напряжений в композитах, армированных непрерывными волокнами. Численные результаты показали, что продольный модуль упругости  $E_{11}$  и коэффициент Пуассона  $\nu_{12}$  незначительно зависят от формы поперечного сечения волокон.

Путем серии сравнений, включая распределения локальных напряжений и упругие постоянные, установили, что дискретизация на подъячейки обеспечивает хорошую точность и эффективность.

При рассмотрении внешней механической нагрузки и изменения температуры в ходе отверждения наблюдали разные распределения напряжений в подъячейках. Однако концентрация напряжений всегда имела место вблизи поверхности раздела волокна с матрицей.

В ходе отверждения в силу высокого предела текучести матрицы не наблюдали явных нелинейных деформаций в подъячейках матрицы.

*Благодарность.* Работа выполнена при поддержке проекта ключевых научных исследований провинции Хэнань по гранту No. 202102210087.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Farsadi T. and Hasbestan J. J.* Calculation of flutter and dynamic behavior of advanced composite swept wings with tapered cross section in unsteady incompressible flow // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26, No. 4. — P. 314—332.
2. *Zaharia S. M., Pop M. A., and Udrioiu R.* Reliability and lifetime assessment of glider wing's composite spar through accelerated fatigue life testing // *Mater.* — 2020. — Vol. 13, No. 10. — P. 2310.
3. *Kordestani F., Ghasemi F. A., and Arab N. B. M.* Effect of pin geometry on the mechanical strength of friction-stir-welded polypropylene composite plates // *Mech. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 53, No. 4. — P. 525—532.
4. *Ye J. J., Cai H., Liu L., Zhai Z., Victor A. C., Wang Y. K., Lei W., Yang D. M., Chen X. F., and Ye J. Q.* Microscale intrinsic properties of hybrid unidirectional/woven composite laminates: Part I experimental tests // *Compos. Struct.* — 2021. — Vol. 262. — P. 113369.
5. *Ahmadi M., Ansari R., and Hassanzadeh-Aghdam M. K.* Low velocity impact analysis of beams made of short carbon fiber/carbon nanotube-polymer composite: A hierarchical finite element approach // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26, No. 13. — P. 1104—1114.
6. *Cai H., Ye J. J., Wang Y. W., Saafi M., Huang B., Yang D. M., and Ye J. Q.* An effective microscale approach for determining the anisotropy of polymer composites reinforced with randomly distributed short fibers // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 204. — P. 112087.
7. *Fan J., Cheng L., and Hu Y.* Chemically grafting carbon nanotubes onto carbon fibers for enhancing interfacial properties of fiber metal laminate // *Mater.* — 2020. — Vol. 13, No. 17. — P. 3813.

8. *Krishna G. V., Narayanamurthy V., and Viswanath C.* Modeling the buckling characteristics of the metal-FRP hybrid cylinder // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 250. — P. 112505.
9. *Bashiri M. and Toufigh V.* Numerical and experimental investigation on a BRB confined with partially carbon fiber reinforced polymer (CFRP) // *Eng. Struct.* — 2020. — Vol. 223. — P. 11150.
10. *Ye J. J., Chu C. C., Cai H., Hou X. N., Shi B. Q., Tian S. H., Chen X. F., and Ye J. Q.* A multi-scale model for studying failure mechanisms of composite wind turbine blades // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 212. — P. 220—229.
11. *Morganti S., Mazzucchelli M. L., and Alvaro M.* A numerical application of the Eshelby theory for geobarometry of non-ideal host-inclusion systems // *Meccanica.* — 2020. — Vol. 55, No. 4. — P. 751—764.
12. *Lurie S., Volkov-Bogorodsky D., and Leontiev A.* Eshelby's inclusion problem in the gradient theory of elasticity: Applications to composite materials // *Int. J. Eng. Sci.* — 2011. — Vol. 49, No. 12. — P. 1517—1525.
13. *Cao P., Jin F., and Shi F. G.* Modified two-phase micromechanical model and generalized self-consistent model for predicting dynamic modulus of asphalt concrete // *Constr. Build. Mater.* — 2019. — Vol. 201. — P. 33—41.
14. *Edrisi S., Bidhendi N. K., and Haghighi M.* A new approach to modeling the effective thermal conductivity of ceramics porous media using a generalized self-consistent method // *Heat Mass Transfer.* — 2017. — Vol. 53, No. 1. — P. 321—330.
15. *Min Y., Dan Z., Chen J., Hua X., and Qiang S.* Study on the calculation method of stress in strong constraint zones of the concrete structure on the pile foundation based on Eshelby equivalent inclusion theory // *Mater.* — 2020. — Vol. 13, No. 17. — P. 3815.
16. *Sidhardh S. and Ray M. C.* Size-dependent Eshelby's ellipsoidal inclusion problem based on generalized first strain gradient elasticity theory // *Math. Mech. Solids.* — 2019. — Vol. 24, No. 7. — P. 2251—2273.
17. *Nguyen L. D., Nguyen S. T., and Tran T. H.* An asymptotic generalized self-consistent scheme for the effective rheological properties of viscoelastic composites // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26 No. 23. — P. 1969—1980.
18. *Xiao J., Xu B., and Xu Y.* The generalized self-consistent micromechanics prediction of the magneto-electroelastic properties of multi-coated nanocomposites with surface effect // *Smart Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 28, No. 5. — P. 055004.
19. *Lurie S., Solyaev Y., and Shramko K.* Comparison between the Mori-Tanaka and generalized self-consistent methods in the framework of anti-plane strain inclusion problem in strain gradient elasticity // *Mech. Mater.* — 2018. — Vol. 122. — P. 133—144.
20. *Gupta U. S., Dhamarika M., and Dharkar A.* Study on the effects of fibre volume percentage on banana-reinforced epoxy composite by finite element method // *Adv. Compos. Hybr. Mater.* — 2020. — Vol. 3. — P. 530—540.
21. *Aboudi J., Arnold S. M., and Bednarczyk B. A.* *Micromechanics of Composite Materials – A Generalized Multiscale Analysis Approach.* — Elsevier Sci. Publ. Ltd., 2013.
22. *Aboudi J.* The generalized method of cells and high-fidelity generalized method of cells micromechanical models-A review // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2004. — Vol. 11, Nos. 4—5. — P. 329—366.

23. *Tsai J. and Chi Yang-Kai* Investigating thermal residual stress effect on mechanical behaviors of fiber composites with different fiber arrays // *Composites: Part B*. — 2008. — Vol. 39. — P.714—721.

24. *Yang D., Yang Z., Zhai Z., and Chen X.* Homogenization and localization of ratcheting behavior of composite materials and structures with the thermal residual stress effect // *Mater.* — 2019. — Vol. 12. — P. 1—20.

25. *Chen Q., Tu W., and Liu R.* Parametric multiphysics finite-volume theory for periodic composites with thermo-electro-elastic phases // *J. Intel. Mater. Sys. Struct.* — 2018. — Vol. 4, No. 29. — P. 530—552.

26. *Ye J., Hong Y., Cai H., Wang Y., Zhai Z., and Shi B.* A new three-dimensional parametric FVDAM for investigating the effective elastic moduli of particle-reinforced composites with interphase // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26, No. 22. — P. 1870—1880.

27. *Bednarczyk B. A., Aboudi J., and Arnold S. M.* A multiscale two-way thermo-mechanically coupled micromechanics analysis of the impact response of thermo-elastic-viscoplastic composites // *Int. J. Solids Struct.* — 2019. — Vol. 61. — P. 228—242.

28. *Ricks T. M., Lacy T. E., and Bednarczyk B. A.* Solution of the nonlinear high-fidelity generalized method of cells micromechanics relations via order-reduction techniques // *Math. Probl. Eng.* — 2018. — Vol. 2018, No. 3081078.

29. *Cavalcante M. A. A., Lages E. N., and Marques S. P. C.* The high-fidelity generalized method of cells with arbitrary cell geometry and its relationship to the parametric finite-volume micromechanics // *Int. J. Solids Struct.* — 2010. — Vol. 49, Nos. 15—16. — P. 2037—2050.

30. *Ye J., Cai H., Wang Y., Jing Z., Shi B., Qiu Y., and Chen X. F.* Effective mechanical properties of piezoelectric–piezomagnetic hybrid smart composites // *J. Intel. Mater. Syst. Struct.* — 2018. — Vol. 29, No. 8. — P. 1711—1723.

31. *Ye J., Chu C., Cai H., Wang Y., Qiao X., Zhai Z., and Chen X.* A multi-scale modeling scheme for damage analysis of composite structures based on the High-Fidelity Generalized Method of Cells // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 206. — P. 42—53.

32. *Ye J., Wang Y., Li Z., Saafi M., Jia F., Huang B., and Ye J.* Failure analysis of fiber-reinforced composites subjected to coupled thermomechanical loading // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 235. — P. 111756.

33. *Ricks T. M., Lacy T. E., and Bednarczyk B. A.* Solution of the nonlinear high-fidelity generalized method of cells micromechanics relations via order-reduction techniques // *Math. Probl. Eng.* — 2018. — Vol. 2018, No. 3081078.

34. *Chen Q., Chen X., and Yang Z.* Micromechanical modeling of plain woven polymer composites via 3D finite-volume homogenization // *Polym. Compos.* — 2018. — Vol. 39, No. 9. — P. 3022—3032.

35. *Chen Q., Wang G., and Chen X.* Three-dimensional parametric finite-volume homogenization of periodic materials with multi-scale structural applications // *Int. J. Appl. Mech.* — 2018. — Vol. 10, No. 4. — P. 1850045.

36. *Cai H., Ye J., Wang Y., Jia F., Hong Y., Tian S., and Chen X.* Matrix failures effect on damage evolution of particle reinforced composites // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 2019, No. 1579396.

37. *L'vov G. and Kostromitskaya I.* Numerical modeling of plastic deformation of unidirectionally reinforced composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 56, No. 1. — P. 1—14.

38. *Aboudi J., Arnold S. M., and Bednarczyk B. A.* The Generalized Method of Cells Micromechanics. Micromechanics of Composite Materials-A Generalized Multiscale Analysis Approach. — Oxford, Kidlington, 2013.

39. *Soden P. D., Hinton M. J., and Kaddourm A. S.* Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fiber-reinforced composite laminates // Compos. Sci. Technol. — 1998. — Vol. 58. — P. 1011—1022.

40. *Yu L., Sui H., and Liu W.* A yield criterion for porous crystalline materials with inner pressure // Int. J. Solids Struct. — 2020. — Vol. 202. — P. 511—520.

Поступила в редакцию 01.12.2020

Окончательный вариант поступил 23.03.2021

Received Dec. 1, 2020 (March 23, 2021)

---