

М. И. Чебаков, С. А. Данильченко*

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗНОСА СФЕРИЧЕСКОГО ШАРНИРНОГО СОЕДИНЕНИЯ С ТОНКИМ КОМПОЗИТНЫМ ПОКРЫТИЕМ

M. I. Chebakov and S. A. Danilchenko*

WEAR SIMULATION OF A SPHERICAL HINGE JOINT WITH A THIN COMPOSITE COATING

Keywords: hinge joint, composite coating, stress-strain state, wear

A spatial quasi-static contact problem for a spherical hinge joint is considered. On one of the sliding surfaces, a thin polymer composite cover is coated, which contains a matrix based on phenylone C-2, fillers in the form of fine powders of fluoroplastic F4MB, tungsten-molybdenum blue, and a C-52 cylinder oil. To solve the problem, the finite-element method and the ANSYS software package were used. The Archard model was employed as a model for describing the wear process. The stress-strain state of the joint was investigated, and the linear wear of the coating at the initial stage of interaction was determined under the same loading conditions and coating thickness. It was found that, at the initial moment of time, the contact pressure and the equivalent stress in the interaction zone increased, which was associated with the “running-in” stage, when the contact was formed when the die unwinded. With reaching a stable rotation mode and a gradual increase in the area of contact patch, due to wear, these values decreased. The amount of wear at the initial stage changed almost linearly and directly depended on the wear factor. The volumetric wear was obtained for each coating, which allowed us to calculate the rate and intensity of wear.

Ключевые слова: соединение шарнирное, покрытие композитное, состояние напряженно-деформированное, износ

*Автор, с которым следует вести переписку: michebakov@yandex.ru
Corresponding author: michebakov@yandex.ru

Рассмотрена пространственная квазистатическая контактная задача для сферического шарнирного соединения, на одну из поверхностей скольжения которого нанесены тонкие полимерные композитные покрытия с матрицей на основе фенилона С-2 и наполнителями в виде мелкодисперсных порошков фторопласта Ф4МБ и вольфрамомолибденовой сини, а также цилиндрического масла С-52. Для решения поставленной задачи был применен метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS. В качестве модели, описывающей процесс изнашивания, применена модель Арчарда. Исследовано напряженно-деформированное состояние соединения и определен линейный износ рассматриваемых покрытий на начальном этапе взаимодействия при одинаковых условиях нагружения и толщине покрытия. Установлено, что в начальный момент времени значения контактного давления и эквивалентного напряжения в зоне взаимодействия возрастают, что связано с этапом “приработки”, когда происходит формирование области контакта при раскручивании штампа. С выходом на стабильный режим вращения и постепенным увеличением площади пятна контакта вследствие износа данные значения снижаются. Зависимость износа (в основном от коэффициента износа) от времени на начальном этапе имеет линейный характер. Получены значения величины объемного износа для разных покрытий, что позволяет рассчитывать скорость и интенсивность изнашивания.

Введение

Шарнирные соединения широко применяют в различных отраслях — от машиностроения до биомеханики (в том числе при протезировании суставов). Они используются для связывания подвижных относительно друг друга элементов в режиме скольжения. Шарнирные соединения различаются как по форме, так и по материалам изготовления в зависимости от специфики их применения. В машиностроении, как правило, основные элементы соединения изготавливают из стали. Для уменьшения трения между поверхностями скольжения используют либо смазку, либо специальные антифрикционные покрытия из современных материалов. В последнее время в узлах трения широко применяются полимерные композитные материалы [1—3]. Одним из преимуществ таких материалов является то, что их свойства можно варьировать и оптимизировать в широком диапазоне с учетом конкретных технических требований. Перспективным методом создания полимерных композитных материалов с новыми или улучшенными свойствами является введение в полимерную матрицу различных видов наномодифицированных наполнителей и наноразмерных добавок [4—9].

В качестве матрицы для композитов, применяемых в различных узлах трения, в том числе и тяжело нагруженных, широко используется ароматический полиамид фенилон С-2. Его отличительными особенностями являются высокие деформационно-прочностные показатели и повышенная износостойкость. Однако использование этого материала в “чистом” виде в узлах трения неэффективно из-за высокого значения коэффициента трения [10]. Улучшения антифрикционных характеристик можно добиться путем введения специальных наполнителей, например, порошка фторполимера (Ф4МБ) [11, 12] или различных масел [13, 14]. Наполнение полимерной матрицы такими добавками помимо положительного эффекта в виде снижения коэффициента трения дает и отрицательный, который заключается в понижении прочностных свойств композита. Для компенсации данного эффекта в состав композита вводят упрочняющие добавки. При этом основную сложность представляет определение оптимальной комбинации и процентного содержания антифрикционных и упрочняющих наполнителей при создании материала для работы в конкретных трибосопряжениях. Одним из подходов к решению данной проблемы может являться оценка влияния полученных физико-механических характеристик композита на напряженно-деформированное состояние соединения и износ.

В представленной работе рассмотрена пространственная квазистатическая контактная задача для подвижного шарнирного соединения, на одну из поверхностей скольжения которого нанесено тонкое полимерное композитное покрытие с матрицей на основе фенилона С-2. Исследовано влияние различных наполнителей на напряженно-деформированное состояние соединения и износ покрытия при одинаковых условиях нагружения и толщине покрытия.

Постановка задачи

В сферической системе координат $O_1 r \varphi \theta$ рассмотрим контактное взаимодействие неоднородного упругого основания и жесткого штампа, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω (об/с). Геометрия основания представляет собой сферический слой $\{R_{in} \leq r \leq R_{out}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$, на внутреннюю поверхность которого $S_{in} = \{r = R_{in}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ нанесено покрытие из композитного материала толщиной h . Покрытие моделируется однородным упругим слоем с эффективными характеристиками, полученными экспериментально [15]. Штамп задан в виде полушара с геометрией $\{r = R_s; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$, $R_s = (R_{in} - h) - \Delta$ ($\Delta > 0$ – малая величина). Горизонтальная ось штампа параллельна оси основания и проходит через точку O_2 , вертикальные оси совпадают. Таким образом, первоначально поверхности соприкаса-

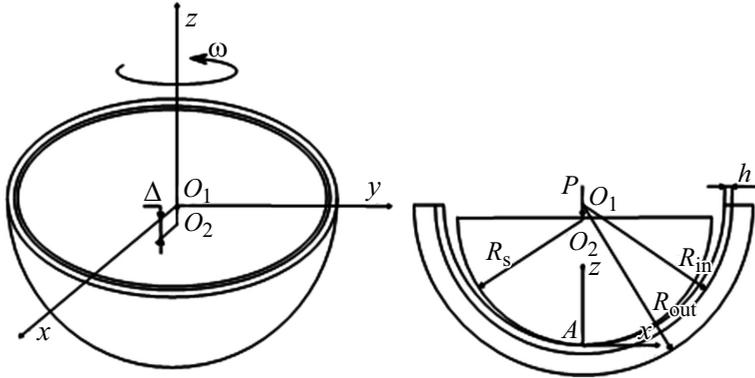


Рис. 1. Схема задачи.

ются в точке $A = (r = R; \theta = 0)$, где $R = R_{in} - h$. Подробно схема задачи представлена на рис. 1.

Внешняя поверхность основания $S_{out} = \{r = R_{out}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ жестко закреплена, торцевая поверхность $S_{endf} = \{R \leq r \leq R_{out}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \theta = \pi/2\}$ и поверхность $r = R$ вне штампа свободны от напряжений. Штмп вдавливается в основание нормальным усилием P . Между взаимодействующими поверхностями задано кулоновское трение с коэффициентом k .

В результате приходим к следующей системе дифференциальных уравнений [16—18] (индекс $i=1$ относится к покрытию, индекс $i=2$ — к основанию):

$$(\lambda_i + 2\mu_i)r \sin \theta \frac{\partial \Psi^i}{\partial r} - 2\mu_i \left[\frac{\partial \omega_\theta^i}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \theta} (\omega_\varphi^i \sin \theta) \right] = 0,$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi^i}{\partial \varphi} - 2\mu_i \left[\frac{\partial \omega_r^i}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\theta^i) \right] = 0,$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \sin \theta \frac{\partial \Psi^i}{\partial \theta} - 2\mu_i \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\varphi^i \sin \theta) - \frac{\partial \omega_r^i}{\partial \varphi} \right] = 0,$$

где $\Psi^i = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r^i) + \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta^i \sin \theta) + \frac{\partial u_\varphi^i}{\partial \varphi} \right]$ — объемное рас-

ширение; λ_i, μ_i — коэффициенты Ламе; $\lambda_1 = \frac{E_1^{\text{eff}} \nu_1^{\text{eff}}}{(1 + \nu_1^{\text{eff}})(1 - 2\nu_1^{\text{eff}})}$,
 $\mu_1 = \frac{E_1^{\text{eff}}}{2(1 + \nu_1^{\text{eff}})}$, $E_1^{\text{eff}}, \nu_1^{\text{eff}}$ — эффективные модули покрытия;

$$\omega_r^i = \frac{1}{2r \sin \theta} \left[\frac{\partial u_\theta^i}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\varphi^i \sin \theta) \right],$$

$$\omega_\varphi^i = \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial u_r^i}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r u_\theta^i) \right],$$

$$\omega_\theta^i = \frac{1}{2r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r u_\varphi^i \sin \theta) - \frac{\partial u_r^i}{\partial \varphi} \right] —$$

компоненты вращения; $u_r = u_r(r, \theta), u_\varphi = u_\varphi(r, \theta), u_\theta = u_\theta(r, \theta)$ — перемещения в направлении координат r, φ, θ соответственно.

Определяющие соотношения для нормальных и касательных напряжений в области контакта запишем как

$$\sigma_r^i = \lambda_i \Psi^i + 2\mu_i \frac{\partial u_r^i}{\partial r},$$

$$\tau_{r\theta}^i = \mu_i \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta^i}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^i}{\partial \theta} \right).$$

Будем рассматривать задачу в подвижной системе координат $Or\varphi^* \theta$, где $\varphi^* = \varphi + \omega t$.

Граничные и начальные условия имеют вид

$$u_r^2 = u_\varphi^2 = u_\theta^2 = 0, \quad \{r = R_{\text{out}}; 0 \leq \theta \leq \pi / 2\},$$

$$u_r^1 = u_r^2, u_\varphi^1 = u_\varphi^2, u_\theta^1 = u_\theta^2, \quad \{r = R_{\text{in}}; 0 \leq \theta \leq \pi / 2\},$$

$$\sigma_r^1 = \sigma_r^2, \tau_{r\varphi}^1 = \tau_{r\varphi}^2, \tau_{r\theta}^1 = \tau_{r\theta}^2, \quad \{r = R_{\text{in}}; 0 \leq \theta \leq \pi / 2\},$$

$$\tau = kq, \quad \{r = R; 0 \leq \theta \leq \gamma\},$$

$$\sigma_r^1 = \tau_{r\theta}^1 = 0, \quad \{r = R; \theta > \gamma\},$$

$$u_r^1(r, \theta) = \delta \cos \theta - (R - R_s)(1 - \cos \theta) + W(r, \theta, t), \{r = R; 0 \leq \theta \leq \gamma(t)\},$$

где $\{r = R, 0 \leq \theta \leq \gamma\}$ — область контакта; $\tau(R, \theta, t) = \tau_{r\theta}^1(R, \theta, t)$, $q(R, \theta, t) = \sigma_r^1(R, \theta, t)$ — касательные и нормальные напряжения в области контакта; δ — величина внедрения штампа, определяется из соотношения

$$P = 2\pi R \int_0^\gamma \sigma_r(R, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta;$$

$W(R, \theta, t)$ — величина износа покрытия, рассчитываемая как

$$W(R, \theta, t) = \frac{K}{H} V q(R, \theta, t), \quad (1)$$

K — коэффициент износа покрытия; H — твердость покрытия, V — относительная скорость скольжения.

Исследование включает в себя решение упругой контактной задачи об износе трущихся поверхностей. Поскольку штамп задан в виде жесткого тела, предполагаем, что интенсивность его изнашивания равна нулю. Таким образом, вычисляем износ только основания. Для определения величины износа применяли модель Арчарда (Archard' model of wear) [19, 20].

В качестве инструментариев для расчетов применяли метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS [21, 22]. Поставленная задача была реализована в виде специального кода, написанного на языке APDL, позволяющем представить геометрические и физико-механические характеристики модели, а также приложенные нагрузки в виде входных параметров. При создании конечно-элементной сетки применяли 20-узловые упругие элементы SOLID186. Для моделирования контактного взаимодействия между основанием и штампом поверхности $\{r = R_{in}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ и $\{r = R_s; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ покрывали контактными парами, определяемыми элементами CONTA174 и TARGE170. Ответные элементы TARGE170 задавались как недеформируемая поверхность, соответствующая форме штампа. При решении задачи задавали интервал выбора количества подшагов, предельно допустимое количество итераций на подшаге и установили параметры, дающие возможность решателю автоматически определять и подстраивать оптимальный шаг по времени при расчетах.

С помощью полученной модели можно выполнять вычислительные эксперименты при разных значениях упомянутых параметров.

Результаты расчетов

При проведении расчетов задавали следующие геометрические параметры: внутренний радиус полусферы $R_{in} = 20$ мм, внешний радиус полусферы $R_{out} = 25$ мм, толщина покрытия на внутренней поверхности полусферы $h = 1$ мм, радиус штампа $R_s = 18,5$ мм. В качестве материала основания использовали сталь с модулем упругости $E_2 = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициентом Пуассона $\nu_2 = 0,28$. Покрытие представляло собой композитный материал с матрицей на основе фенилона С-2 с добавлением 10% политетрафторэтилена Ф4МБ и разных наполнителей, а именно: наноразмерных частиц нестехиометрических соединений 3% по массе молибдена и вольфрама и 7% по массе высокоэффективного цилиндрического масла С-52. Физико-механические и трибологические параметры данных композитов приведены в табл. 1 [13].

В случае конечно-элементного моделирования к штампу прикладывали нагрузку $P = 1000$ Н (угловая скорость вращения $\omega = 1, 3$ и 5 об/с, общее время вращения $t = 10$ с).

На рис. 2 приведены графики изменения контактного давления q и эквивалентного напряжения σ_{eqv} в точке A при $\omega = 3$ об/с. Цифры 1, 2, 3 на графиках соответствуют номерам материалов из табл. 1. Величину σ_{eqv} вычисляли по формуле

$$\sigma_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 6(\tau_{r\varphi}^2 + \tau_{\varphi\theta}^2 + \tau_{r\theta}^2)}.$$

Табл. 1

Физико-механические и трибологические параметры рассматриваемых композитов

Параметр	Материал		
	1	2	3
	Фенилон С-2 + 10% Ф4МБ	Фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь	Фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь + 7% цилиндрическое масло С-52
E_1^{eff} , ГПа	5,116	5,61	4,408
H , ГПа	0,349	0,382	0,289
ν_1^{eff}	0,3	0,28	0,35
k	0,25	0,2	0,15
K , мм ³ /(Н·м)	$5,06 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-5}$	$0,49 \cdot 10^{-6}$

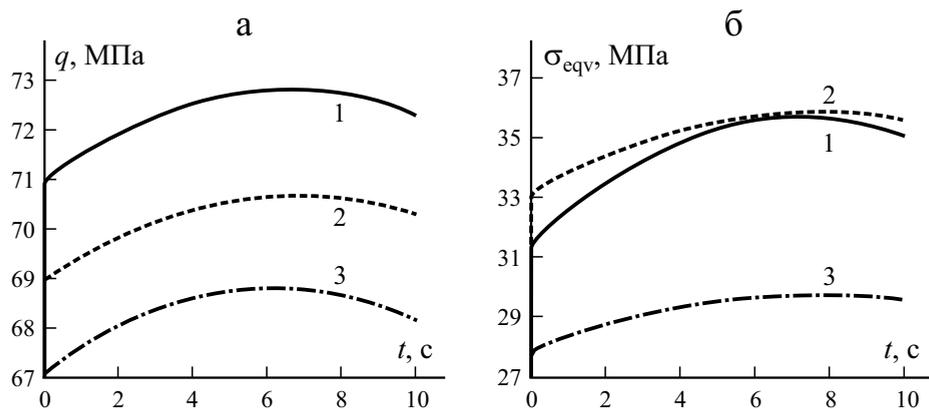


Рис. 2. Изменение контактного давления q (а) и эквивалентного напряжения σ_{eqv} (б) покрытий в точке А.

Для всех покрытий наблюдается рост значений контактного давления и эквивалентного напряжения в начальный момент времени, что связано с этапом “приработки”, когда происходит формирование области контакта и раскручивание штампа. Далее после выхода на стабильный режим вращения и постепенного увеличения площади пятна контакта вследствие износа эти значения снижаются. Пиковые значения наблюдаются в интервале 6—8 с. Из результатов расчетов следует, что для покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ показатели контактного давления оказались наибольшими. Такой результат может быть обусловлен тем, что у данного покрытия самый высокий коэффициент трения, однако коэффициент износа ниже, чем у покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь. В совокупности это приводит к меньшей площади пятна контакта при одинаковой нагрузке. Наименьшие значения контактного давления достигаются при использовании покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь + 7% цилиндрическое масло С-52, что связано с его низкими прочностными характеристиками. Что касается эквивалентных напряжений, то наблюдается несколько иная картина. У покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь значение σ_{eqv} оказалось выше, чем из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ в среднем на 2—4%, при этом пиковые значения практически совпадают (см. рис. 2).

На рис. 3 приведены графики изменения упругой деформации ε_r^1 и максимального перемещения штампа за счет износа $\delta_{W \text{ max}}$ в точке А для

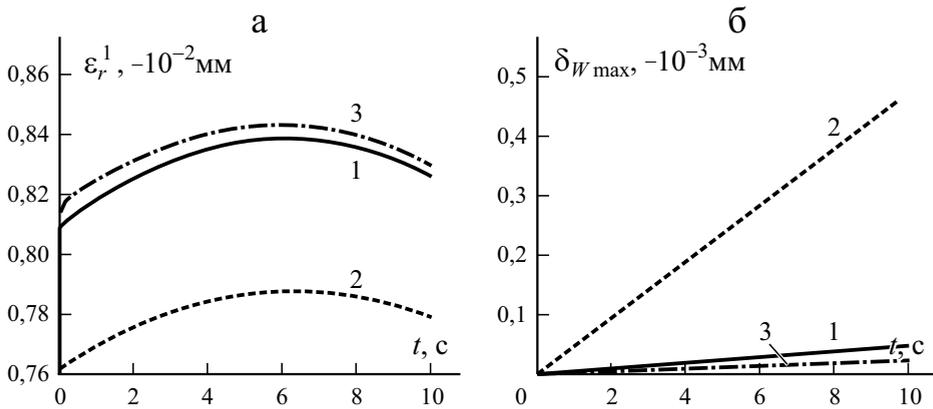


Рис. 3. Изменение упругой деформации ε_r^1 (а) и максимального перемещения $\delta_{W \max}$ штампа за счет износа в точке А (б).

исследуемых покрытий. Полученные значения упругих деформаций для представленных покрытий показали обратную зависимость от модуля упругости и твердости, что вполне ожидаемо. Величина $\delta_{W \max}$ на начальном этапе изменяется практически линейно и напрямую зависит от коэффициента износа, о чем свидетельствует график на рис. 3—б. Далее был рассчитан объемный износ V_W : для материала 1 — $1,547 \cdot 10^{-3}$, для материала 2 — $15,51 \cdot 10^{-3}$, для материала 3 — $0,736 \cdot 10^{-3}$ мм³.

На основе полученных значений могут быть рассчитаны скорость и интенсивность изнашивания для каждого покрытия на начальном этапе взаимодействия. Скорость изнашивания v_W определяется как отношение величины объемного износа V_W к интервалу времени Δt , за который он наработан. Интенсивность изнашивания равна отношению величины объемного износа к величине работы силы трения.

Для оценки зависимости износа от скорости вращения были проведены соответствующие расчеты. В табл. 2 приведены значения максимального

Табл. 2

Значения линейного и объемного износа для покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ при разных скоростях вращения штампа

ω , об/с	$\delta_{l \max} \cdot 10^{-4}$, мм	$V_W \cdot 10^{-3}$, мм ³
1	0,161	0,516
3	0,434	1,547
5	0,803	2,575

линейного и объемного износа для покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ при разной скорости вращения штампа. Данные таблицы демонстрируют прямо пропорциональный характер зависимости величины объемного износа от скорости вращения, что соответствует расчетной формуле (1). При этом значения максимального линейного износа возрастают непропорционально скорости.

Заключение

Проведенные численные расчеты дают возможность оценить напряженно-деформированное состояние и процесс изнашивания полимерных композитных покрытий, нанесенных на поверхность скольжения шарнирного соединения на начальном этапе вращения штампа. Полученные графики изменения контактного давления, эквивалентных напряжений, упругих деформаций и линейного износа для различных составов покрытий позволяют сделать вывод о влиянии мелкодисперсных наполнителей на данные величины. Установлено, что введение в состав композита 7% цилиндрического масла С-52 приводит к значительному снижению как линейного, так и объемного износа, что в первую очередь связано с низким коэффициентом трения данного композита. Вычисленный объемный износ позволяет рассчитать скорость и интенсивность изнашивания на начальном этапе взаимодействия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Южного федерального университета, внутренний грант № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burris D. L., Boesl B., Bourne G. R., Sawyer W. G.* Polymeric nanocomposites for tribological applications // *Macromol. Mater. Eng.* — 2007. — Vol. 292, Iss. 4. — P. 387—402.
2. *Friedrich K., Chang L., Hauptert F.* Current and future applications of polymer composites in the field of tribology / *Nicolais, L., Meo, M., Milella, E. (Eds.)* — *Composite Materials.* — London: Springer, 2011. — P. 129—167.
3. *Машков Ю. К.* Полимерные композитные материалы в триботехнике / Ю. К. Машков, З. Н. Овчар, М. Ю. Байбарацкая. — М.: Недра, 2004. — 262 с.
4. *Danilaev M. P., Bogoslov E. A., Kuklin V. A., Klabukov M. A., Khamidullin O. L., Pol'sky Yu. E., Mikhailov S. A.* Structure and mechanical properties of a dispersedly filled transparent polycarbonate // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 1. — P. 53—62.

5. *Friedrich K., Zhang Z., Schlarb A. K.* Effects of various fillers on the sliding wear of polymer composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2005. — Vol. 65. — P. 2329—2343.
6. *Su F. H., Zhang Z. Z., Liu W. M.* Mechanical and tribological properties of carbon fabric composites filled with several nano-particulates // *Wear.* — 2006. — Vol. 260. — P. 861—868.
7. *Ivanochkin, P. G., Danilchenko S. A., Novikov E. S.* Antifriction composites based on phenylone C2 for work under conditions of dry friction // *Procedia Eng.* — 2016. — Vol. 150. — P. 520—526.
8. *Semenov N. A., Kelbysheva E. S.* Creating a new elastomeric material with a polyimide filler and studying its viscoelastic properties under applied external electric fields and dynamic loads // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 56, No. 6. — P. 1189—1198.
9. *Yildizel S. A., Timur O., Ozturk A. U.* Abrasion resistance and mechanical properties of waste-glass-fiber-reinforced roller-compacted concrete // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 2. — P. 371—378.
10. *Буря А. И.* Полиамидные композиты: свойства и применение / А. И. Буря, Э. В. Ткаченко, О. П. Чигвинцева // *Композитные материалы: междунар. науч.-техн. сб.* — Днепропетровск: ДГАУ, 2009. — № 1. — С. 4—21.
11. *Khedkar J., Negulescu I., Meletis E. I.* Sliding wear behavior of PTFE composites // *Wear.* — 2002. — Vol. 252. P. 361—369.
12. *Larsen T. O., Andersen T. L., Throning B., Horsewell A., Vigild M. E.* Changes in the tribological behavior of an epoxy resin by incorporating CuO nanoparticles and PTFE microparticles // *Wear.* — 2008. — Vol. 265, Iss. 1—2. — P. 203—213
13. *Ivanochkin P. G., Dolgopолоv K. N., Danilchenko S. A.* Creation of oil-filled composites of tribotechnical purpose based on aromatic polyamide phenylone C-2 // *Solid State Phenomena.* — 2018. — Vol. 284. — P. 14—19.
14. *Nikiforov L. A., Efimova T. E., Okhlopkova T. A.* Oil filled polymer composites based on ultrahigh-molecular-weight polyethylene // *IOP Conf. Ser. Earth and Environmental Sci.* — 2019. — Vol. 320. — P. 012060.
15. *Karpenko K. I., Novikov E. S., Danilchenko S. A., Avilov V. V.* The study of the tribological, thermal and physical properties of phenylone C-2 based composites containing nonstoichiometric molybdenum and tungsten oxides // *MATEC Web of Conf.* — 2018. — Vol. 226. — P. 03016.
16. *Рекач В. Г.* Руководство к решению задач по теории упругости. — М.: Высшая школа, 1966. — 229 с.
17. *Kolosova E. M., Chebakov M. I.* The contact problem for a two-layer spherical base // *J. Appl. Math. Mech.* — 2010. — Vol. 74, Iss. 6. — P. 673—678.
18. *Чебаков М. И.* К теории расчета сферического самосмазывающегося подшипника // *Изв. РАН. Механика твердого тела.* — 1992. — №5. — С. 58—63.
19. *Stankovic M., Marinkovic A., Grbovic A., Miskovic Z., Rosic B., Mitrovic R.* Determination of Archard's wear coefficient and wear simulation of sliding bearings // *Industrial Lubrication and Tribology.* — 2019. — Vol. 71, No. 1. — P. 119—125.
20. *Archard J. F.* Contact and rubbing of flat surfaces // *J. Appl. Phys.* — 1958. — Vol. 24.1. — P. 12—28.

21. *Madenci E., Guven I.* The finite element method and applications in engineering using ANSYS. — N. Y., USA: Springer, 2006. — 695 p.

22. URL: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v190/ans_ctec/ctec_includwear.html

Поступила в редакцию 15.02.2021

Окончательный вариант поступил 03.06.2021

Received Feb. 15, 2021 (June 3, 2021)
