О. А. Беляк\*, Т. В. Суворова

Ростовский государственный университет путей сообщений, Ростов-на-Дону, Россия

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АНТИФРИКЦИОННЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

O. A. Belyak\* and T. V. Suvorova

## PREDICTING OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF ANTIFRICTION COMPOSITE MATERIALS

Keywords: contact problem, saturated porous media

The physical and mechanical properties of antifriction oil-filled composites with a viscoelastic nanomodified matrix are investigated on the basis of mathematical models. The identification and prediction of their mechanical properties is implemented using a micromechanics model with account of experimental data obtained in nanoindentation. Solutions of new contact problems in a quasistatic formulation of the motion of a punch with a flat base into a heterogeneous oil-saturated half-space with allowance for friction in the contact area are constructed. The multiphase heterogeneous medium is described, first, as within the framework of the Biot-Frenkel model and second, the concept of effective homogeneity. The contact problem for the Biot medium is reduced to an integral equation of the first kind with a differential kernel and a logarithmic singularity. After regularization, the numerical solution of the integral equation was constructed by the boundary element method. The solution to the boundary value problem was implemented by the finite-element method in the ANSYS software package for an equivalent homogeneous medium. A comparative analysis of two approaches to modeling the microstructure of a heterogeneous medium is presented. The influence of mechanical properties of the composite on its stress-strain state was investigated. The magnitude of the friction force arising in the contact area of the medium

<sup>\*</sup>Автор, с которым следует вести переписку: belyak.o.a@gmail.com Corresponding author: belyak.o.a@gmail.com

was studied. Such studies are of great practical importance in investigating new nanomodified antifriction composite materials. For this purpose, the numerical calculations for an oil-filled composite with a phenylone matrix and nanosized additives are presented. The influence of porosity, fluid saturation, coefficient of friction on tangential contact stresses was also examined.

Ключевые слова: задача контактная, среда пористая флюидонасыщенная

На основе математических моделей исследованы физико-механические свойства антифрикционных маслонаполненных композитов с вязкоупругой наномодифицированной матрицей. Для идентификации и прогнозирования механических свойств маслонаполненных композитов использованы модели микромеханики с учетом экспериментальных данных, полученных с помощью наноиндентирования. Для оценки трибологических свойств многофазных сред строятся решения новых контактных задач в квазистатической постановке о движении штампа с плоским основанием по гетерогенному флюидонасыщенному полупространству при учете трения в области контакта. Многофазная гетерогенная среда описывается как в рамках модели Био-Френкеля, так и в рамках концепции эффективной гомогенности. Контактная задача для среды Био с помощью преобразования Фурье сведена к интегральному уравнению 1-го рода с разностным ядром, имеющим логарифмическую особенность. После регуляризации численное решение интегрального уравнения построено методом граничных элементов. Решение краевой задачи для эквивалентной среды реализовано методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS. Представлен сравнительный анализ двух подходов к моделированию микроструктуры гетерогенной среды. Проведено исследование влияния механических свойств композита, его флюидонасыщенности на силу трения, возникающую в области контакта, что имеет важное практическое значение при изучении новых наномодифицированных антифрикционных композитных материалов. С этой целью численные расчеты представлены для маслонаполненного композита с матрицей из фенилона с наноразмерными добавками. Оценено влияние пористости, флюидонасыщенности, коэффициента трения на касательные контактные напряжения.

#### Введение

Актуальной и практически важной задачей современного машиностроения является повышение износостойкости узлов трения. Перспективным

и интенсивно развивающимся направлением решения этой проблемы, привлекающим большое внимание трибологов, является создание и совершенствование новых антифрикционных материалов при использовании в качестве наполнителей наночастиц как модификаторов трения, а также масляных наполнителей или их комбинаций. Такой подход к созданию композитного материала обеспечивает более высокие эксплуатационные характеристики в сравнении с традиционными материалами и открывает большие возможности для управления антифрикционными, износостойкими, виброакустическими свойствами композитных материалов [1-4]. В последние годы увеличивается количество работ, посвященных проблемам конструирования наномодифицированных композитов, исследованию их физико-механических свойств [5-7]. Однако несмотря на большое количество экспериментальных работ, теоретическое осмысление, построение математических моделей, описывающих экспериментально наблюдаемые закономерности в композитных средах, являются актуальной задачей. Традиционно теоретическое изучение трибологических свойств материалов базируется на решении контактных задач. Так, в работах [8, 9] рассмотрены контактные задачи для слоистых вязкоупругих сред с учетом макро- и микрогеометрии взаимодействующих поверхностей, в работе [10] представлена контактная задача с переменным коэффициентом трения, контактные задачи для гетерогенных флюидонасыщенных сред и штампов с разной формой основания рассмотрены в работе [11]. Это подчеркивает актуальность и необходимость комплексного теоретико-экспериментального изучения с помощью современных экспериментальных средств и новых математических моделей физических процессов в композитных материалах. При этом особый интерес представляют маслонаполненные нанокомпозиты на основе полимерной матрицы с распределенными наночастицами, которые имеют улучшенные антифрикционные свойства [5, 12].

В настоящей работе представлены математические модели для идентификации механических и изучения трибологических свойств маслосодержащих композитов. В качестве матрицы рассмотрен ароматический полиамид фенилон, обладающий слабыми реологическими свойствами, содержащий наноразмерные добавки и масляную фракцию. С целью изучения влияния такого гибридного наполнителя на напряженно-деформированное состояние композитного материала рассмотрены контактные задачи в квазистатической постановке о движении недеформируемого штампа с трением по основанию, снабженному микроструктурой. Представлены два подхода к описанию микроструктуры среды. В рамках первого подхода (задача 1) внутренняя микроструктура основания, состоящего из изотропного вязкоупругого скелета и флюида-наполнителя, учитывается использованием, как определяющих, уравнений гетерогенной двухфазной среды Био [13, 14]. Второй подход (задача 2) основан на концепции эффективной гомогенности. Флюидонасыщенную среду рассматриваем как эквивалентную однородную среду при учете равенства скоростей твердой и жидкой фаз. Определение механических модулей среды Био, а также упругих модулей эквивалентной среды было осуществлено на основании простой и дифференциальной схем метода самосогласования; полученные данные сопоставлены с результатами наноиндентирования композитного материала для маслонаполненного композитного материала с наномодифицированной матрицей из ароматического полиамида фенилона C-2. На основании решения представленных контактных задач исследованы физико-механические свойства антифрикционного маслонаполненного композитного материала с наноразмерными добавками в зависимости от механических свойств составляющих его фаз.

# 1. Определение механических свойств маслонаполненных наномодифицированных композитов методами микромеханики

Маслонаполненный наномодифицированный композит, представляющий собой гетерогенную среду, в рамках концепции эффективной гомогенности может быть заменен эквивалентной однородной упругой средой. Определение эффективных упругих постоянных многофазных композитных материалов произведено на основе простой (1.1) и дифференциальной схем метода самосогласования (2.2) [15—17]:

$$C^{\text{eff}} = C^m + \phi(C^v - C^m) \Big( E + S(C^m)^{-1} (C^v - C^m) \Big)^{-1}, \qquad (1.1)$$

$$\frac{dC^{\text{eff}}(\phi)}{d\phi} = \frac{1}{1-\phi} \Big( C^{\nu} - C^{\text{eff}}(\phi) \Big) \Big( E + S(\phi) (C^{\text{eff}}(\phi))^{-1} \Big( C^{\nu} - C^{\text{eff}}(\phi) \Big) \Big)^{-1},$$

$$C^{\text{eff}}(0) = C_M.$$
(1.2)

где  $C^m$ ,  $C^v$  — тензоры упругих модулей четвертого ранга матрицы и включений соответственно; S — несимметричный тензор Эшелби четвертого ранга [18]; E — единичный тензор;  $\phi = V_v / (V_m + V_v)$  — объемная



*Рис. 1.* Схема поэтапного построения однородной эквивалентной среды: *I* — фенилон; *2* — шпинель; *3* — масло.

доля включений. Для маслонаполненного композитного материала с наномодифицированной матрицей из ароматического полиамида фенилона C-2 схема поэтапного построения однородной эквивалентной среды представлена на рис. 1. На первом этапе в матрицу добавляли наноразмерную шпинель или порошок политетрафторэтилена (ПТФЭ) (объемную долю включений вычисляли как  $\phi_s = V_s / (V_m + V_s)$ , где  $V_s$ —объем включений в исходной матрице (ФС-2)). На втором этапе в полученную на первом шаге гомогенную матрицу добавляли флюидный наполнитель (объемную долю включений определяли как  $\phi_o = V_o / (V_{eq}^I + V_o)$ ,  $V_{eq}^I = V_m + V_s$ ). На третьем этапе получаем эквивалентную гомогенную среду, эффективные упругие модули которой вычисляем аналогично первому шагу на основании соотношений (1.1) или (1.2). Представленный подход к расчёту эффективных упругих модулей может быть осуществлен и для *n*-фазной среды.

Полагали, что включения равномерно распределены в изотропной матрице и имеют форму, близкую к сферической, поэтому эквивалентная однородная среда обладает изотропным типом симметрии. В этом случае отличные от нуля компоненты тензора Эшелби известны [18], а задача определения эффективных упругих модулей композита сводится к определению двух независимых констант  $C_{11}^{\text{eff}}$ ,  $C_{12}^{\text{eff}}$  на основании соотношений (1.1), (1.2). На основании этих соотношений проведена серия численных экспериментов расчета эффективных упругих модулей и коэффициента Пуассона фенилона C-2 —  $E_m = 5,95026$  ГПа,  $v_m = 0,34$  [5]; шпинели MgAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> — E = 271 ГПа, v = 0,26 [19]; ПТФЭ — E = 0,41 ГПа [4], модуль объемного сжатия цилиндрового масла Ц-52 — K = 1450 Па.

Результаты численных экспериментов были сопоставлены с полученными на основе метода наноиндентирования образцов наномодифицированных композитных материалов с матрицей из фенилона. Технология изготовления и экспериментальные исследования таких композитов представлены в [5, 20]. Процедура наноиндентирования для каждого образца [5] состояла из 25 экспериментов в разных точках поверхности. Рассмотрены образцы композитных материалов с матрицей из фенилона С-2, наноразмерными добавками (шпинель 3%, порошок ПТФЭ марки Ф4МБ 5 и 10 %), с масляным наполнителем (Ц-52 7%) и шпинелью 3%.

Композит	$E^{\exp}$ , ГПа	<i>E</i> <sup>t</sup> , ГПа	<i>ɛ</i> , %
Фенилон/ шпинель 3%	6,02942/0,18423	6,31558	4,7
Фенилон/ ПТФЭ 5%	5,83835/0,07437	5,47327	5,7
Фенилон/ ПТФЭ 10%	5,13054/0,06673	5,01862	1,9
Фенилон/ шпинель 3%, Ц-52 7%	4,93120/0,24029	5,26558	9,8

Теоретические и экспериментальные средние значения модуля Юнга



*Рис. 2.* Зависимость величин  $E^{\text{eff}} / E_m$  и  $\mu^{\text{eff}} / \mu_m$  композитного материала от концентрации шпинели  $\phi$ . Пояснения в тексте.

Результаты экспериментальных исследований (среднее значение модуля Юнга  $E^{\exp}$ /среднеквадратическое отклонение) приведены таблице вместе с теоретическими результатами ( $E^{t}$ ), полученными на основе соотношения (1.2),  $\varepsilon = \left| E^{\exp} - E^{t} \right| / E^{\exp} \cdot 100\%$ .

На рис. 2, 3 представлены зависимости относительных модуля Юнга  $E^{\text{eff}} / E_m$  и модуля сдвига  $\mu^{\text{eff}} / \mu_m$  эквивалентной однородной упругой среды от концентрации наполнителя, рассчитанные на основании соотношений (1.1) (сплошная линия) и (1.2) (штриховая линия). Отметим, что для случая малой концентрации включений (менее 10%) в матрице простая и дифференциальная схемы метода самосогласования дают ре-



*Рис. 3.* Зависимость величин  $E^{\text{eff}} / E_m$  и  $\mu^{\text{eff}} / \mu_m$  композитного материала с матрицей из наномодифицированного фенилона от концентрации масляного наполнителя  $\phi$ .

зультаты с относительной погрешностью менее 2% и достаточно хорошо согласуются с экспериментом (см. таблицу), тогда как для больших концентраций включений простая схема неприменима, поскольку значительно переоценивает влияние включений [21]. Так, из данных рис. 3 видно, что при концентрации включений в матрице более 40% эффективные технические константы принимают отрицательные значения, что невозможно и лежит вне теоретических границ Хашина—Штрикмана [22].

## 2. Постановка и решение контактных задач

С целью изучения напряженно-деформируемого состояния антифрикционных композитов, в том числе силы трения в области контакта, были рассмотрены контактные задачи в квазистатической постановке о движении жесткого штампа с трением по основанию при учете его микроструктуры. Для задачи 1 микроструктура гетерогенного флюидонасыщенного основания была учтена в рамках модели континуальной механики Био—Френкеля, которая хорошо описывает маслонаполненные композиты [23—25]. Для задачи 2 микроструктура основания была учтена в рамках концепции эффективной гомогенности, и в случае равенства скорости фаз (твердых частиц матрицы композита и флюидного наполнителя) рассмотрена эквивалентная ей однородная среда. Полученные значения механических свойств композитных материалов будут являться входной информацией при решении контактных задач для гетерогенных сред.

Рассмотрим плоскую область  $-\infty < x_1 < \infty, x_2 \le 0$ , занятую двухфазной средой, состоящей из вязкоупругой пористой матрицы-скелета и флюида, заполняющего поры. По лицевой непроницаемой границе гетерогенной среды скользит жесткий штамп с плоским основанием шириной 2a со скоростью V под действием силы  $\mathbf{P} = \{P_1, P_2\}$ , приложеной к штампу так, чтобы обеспечить полный контакт с поверхностью при равномерном движении. Диапазон скоростей намного меньше скорости поверхностных волн типа Рэлея. Задача 1 имеет вид

$$A\nabla \cdot \nabla \mathbf{u} + 2N\nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + Q\nabla \nabla \cdot \mathbf{v} = \rho_{11} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2},$$
$$Q\nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + R\nabla \nabla \cdot \mathbf{v} = \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2},$$
$$\sigma_{ij}^s = Ae\delta_{ij} + 2Ne_{ij} + Q\varepsilon \,\delta_{ij}, \ \sigma^{-f} = Qe + R\varepsilon, \ i, j = 1, 2,$$
$$e = \nabla \cdot \mathbf{u}, \ \varepsilon = \nabla \cdot \mathbf{v} \ , \quad \Gamma_{ij} = \sigma_{ij}^s + \delta_{ij}\sigma^{-f},$$
$$x_2 = 0: \ u_2 = v_2, \quad \Gamma_{21} = \Gamma_{22} = 0, \ |x_1 - Vt| \notin \Omega,$$

$$\Gamma_{21} = \mu \Gamma_{22}, \ u_2 = \delta, \ \Gamma_{22} = -q(x_1), \ |x_1 - Vt| \in \Omega ,$$
 (2.1)

где  $A, N, Q, R, \rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{22}$  — механические характеристики двухфазной среды [14];  $e_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензоров деформации, соответствующих векторам перемещений твердой  $\mathbf{u}\{u_1, u_2\}$  и жидкой  $\mathbf{v}\{v_1, v_2\}$  фаз соответственно;  $\sigma^s$  — тензор напряжений, действующий на вязкоупругий скелет;  $\sigma^f$  — давление, действующее на флюид в порах;  $\mu$  — коэффициент трения.

Задача 2 имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= \rho \ddot{u}_i, \ i, j = 1, 2, \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl}^{\text{eff}} u_{k,l}, \\ \sigma_{21} &= \sigma_{22} = 0, \quad |x_1 - Vt| \notin \Omega , \end{aligned}$$

$$(2.2)$$

$$\sigma_{21} &= \mu \sigma_{22}, \quad \sigma_{22} = -q(x_1), \quad u_2 = \delta \quad \text{при} \ |x_1 - Vt| \in \Omega . \end{aligned}$$

Решение задачи 1 строится на основе интегрального преобразования Фурье с переходом в подвижную систему координат  $x = x_1 - Vt$ ,  $y = x_2$  с началом в центре штампа. В результате преобразований, подробно описанных в [11, 25], приходим к интегральному уравнению относительно нормальных контактных давлений  $q(\xi)$ 

$$\int_{-1}^{1} k(x-\xi)q(\xi)d\xi = \delta_0, \ \delta_0 = \delta / a.$$
(2.3)

Ядро интегрального уравнения (2.3) имеет вид

$$k(x-\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} (\mu B_{21}(\alpha) + B_{22}(\alpha)) e^{i\alpha(x-\xi)} d\alpha \quad ,$$

где  $\alpha$  — параметр преобразования Фурье;  $B_{2k}(\alpha), k = 1, 2$  — элементы матрицы Грина для гетерогенного полупространства:

$$B_{21} = i\alpha^{-1} \left( 2(m_1 - m_2)w_1w_2w_3 + g_4(g_1V_{01} + 2) - g_3(g_2V_{02} + 2) \right) / \Delta_1$$
  

$$B_{22} = |\alpha|^{-1} (m_1 - m_2)w_1w_2V_{03} / \Delta,$$
  

$$\Delta = 4(m_2 - m_1)w_1w_2w_3 - 2g_3w_1(V_{02} - 2) + 2g_4w_2(V_{01} - 2) + (m_1 - 1)w_1V_{03}(g_2V_{02} - 2) - (m_2 - 1)w_2V_{03}(g_1V_{01} - 2),$$
  

$$g_k = q_{11} + q_{12}(m_k + 1) + q_{22}m_k, g_{k+2} = m_k + \rho_{12} / \rho_{22}, k = 1, 2,$$

$$V_{0i} = (V / V_i)^2, w_i = \sqrt{1 - V_{0i}}, i = 1, 2, 3,$$

 $V_i$  — скорость распространения двух продольных и поперечной волны в гетерогенной среде;  $m_k$ , k = 1, 2, — корни квадратного уравнения [11], коэффициенты которого зависят от механических параметров среды Био.

Рассматривая квазистатический процесс для скорости движения штампа, удовлетворяющей соотношению  $V \ll V_R$  ( $V_R$  — скорость поверхностных волн типа Рэлея в пористоупругом полупространстве), получим асимптотическое представление ядра интегрального уравнения (2.3)

$$k(x-\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{i\mu K_1}{\alpha} + \frac{K_2}{|\alpha|} \right) e^{i\alpha(x-\xi)} d\alpha,$$
  

$$K_1 = \Theta_{10}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + \zeta^2 \Theta_{11}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + O(\zeta^4),$$
  

$$K_2 = \Theta_{20}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + \zeta^2 \Theta_{21}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + O(\zeta^4), \quad \zeta = V/V_1, \quad (2.4)$$
  

$$q_{11} = A/N + 2, \quad q_{12} = Q/N, \quad q_{22} = R/N,$$
  

$$\gamma_{11} = \rho_{11}/\rho_s, \quad \gamma_{12} = \rho_{12}/\rho_s, \quad \gamma_{22} = \rho_{22}/\rho_s.$$

Функции  $\Theta_{i0}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m), i = 1, 2$ , имеют громоздкие выражения, приведенные в [11].

Отметим, что для малой скорости движения штампа, характерной для трибологических испытаний [5, 9], ядро интегрального уравнения (2.4), отвечающее квазистатическому процессу, имеет слабую зависимость от скорости [11]. Как следствие, нормальные контактные напряжения в этом случае также слабо зависят от скорости движения штампа [11, 26], тогда как для сред с выраженной реологией такая зависимость имеется [8, 9].

Проводя регуляризацию интегрального уравнения (2.3) и выделив в соотношении (2.4) логарифмическую особенность [11, 25], получим выражение ядра интегрального уравнения

$$k(x-\xi) = -0.5 \operatorname{sgn}(x-\xi) \mu K_1(V) - (C+\ln|x-\xi|) K_2(V) / \pi, \qquad (2.5)$$

где С — постоянная Эйлера.

Применяя метод граничных элементов к интегральному уравнению (2.3) с ядром (2.5), сведем интегральное уравнение (2.3) к конечной системе линейных уравнений относительно неизвестных узловых контактных давлений задачи 1:

$$\sum_{i=1}^{N} r_{ik} q_k = f(x_k) / h,$$

$$r_{ik} = k(h(x_k - \xi_i)), i \neq k, i, \quad i, k = 1, 2, ..., N,$$
(2.6)



Рис. 4. Конечно-элементная схема задачи 2.

$$r_{kk} = -\mu K_1(V) / 2 - K_2(V)(C + \ln(h/2e)) / \pi .$$
(2.6)

Матрица системы (2.6) хорошо обусловлена и имеет диагональное преобладание. Сила и ее момент, действующие на штамп, определяются через решения системы (2.6), а величина эксцентриситета определяется

численно как 
$$e = \sum_{i=1}^{N_1} x_i q_i / \sum_{i=1}^{N_1} q_i$$

Отметим, что для анализа скорости сходимости процесса задачи 1 оценивали элементы невязки для количества разбиений N и 3N. Измельчение сетки производилось до относительного значения невязки, меньшего  $10^{-5}$ .

Численное решение контактной задачи 2 было реализовано в конечно-элементном комплексе ANSYS на основе программы, написанной на макроязыке APDL. На рис. 4 приведена конечно-элементная схема модели.

При численном решении контактной задачи 2 и построении конечно-элементной сетки обеспечивалось ее сгущение вблизи области контакта. С этой целью дополнительно строилась подобласть (см. рис. 4), для которой задавалась регулярная конечно-элементная сетка с малым размером элемента. Остальная геометрия разбивалась нерегулярной сеткой, состоящей из треугольных элементов. При построении конечно-элементной модели использовали плоские восьмиузловые (для подобласти с регулярной сеткой) и шестиузловые (остальная геометрия) конечные элементы PLANE183. Контактная пара задавалась контактными элементами CONTA172 со специальным набором опций, обеспечивающих сходимость алгоритма расчета, и ответными элементами ТАRGE169. Величины  $h_p$ ,  $l_p$  на рис. 4 обозначают высоту и ширину прямоугольника, который моделирует полуплоскость,  $a/h_p \ll 1$ ,  $a/l_p \ll 1$ , их значения подбираются таким образом, что искусственное завершение бесконечной области не оказывает влияния на напряженно-деформируемое состояние вблизи области контакта.

#### 3. Результаты численного анализа

В соответствии с изложенными решениями задач 1, 2 были построены нормальные и касательные контактные напряжения под штампом с плоским основанием. Определение механических характеристик *A*,*R*,*Q*,*N* среды Био описано в [11, 14], расчеты проводили при следующих данных:  $K_s = 6,28 \ \Gamma\Pi a$ ,  $K_f = 2 \ \Gamma\Pi a$ ,  $N = 2,29 \ \Gamma\Pi a$ ,  $\rho_s = 1,2 \cdot 10^3 \ \kappa\Gamma/m^3$ ,  $\rho_f = 0,93 \cdot 10^3 \ \kappa\Gamma/m^3$ ,  $K_b(\phi = 7\%) = 4,94 \ \Gamma\Pi a$ ,  $E(\phi = 3\%) = 5,76 \ \Gamma\Pi a$ ,  $E(\phi = 5\%) = 5,51 \ \Gamma\Pi a$ ,  $E(\phi = 7\%) = 5,27 \ \Gamma\Pi a$ ,  $v(\phi = 3\%) = 0,332$ ,  $v(\phi = 5\%) = 0,322$ ,  $\delta/a = 3 \cdot 10^{-3}$ . Поскольку фенилон отличается малой склонностью к ползучести под действием напряжений, вязкость матрицы композита была учтена в рамках модели частотно-независимого внутреннего трения.

Отметим, что контактные нормальные и касательные напряжения в значительной мере зависят от пористости и объемной доли флюида-наполнителя. Распределение контактных давлений под штампом несимметрично и зависит нелинейным образом от пористости среды и флюидонасыщенности. Решения задач 1 и 2 хорошо согласуются, что иллюстрируют данные рис. 5, на котором представлены нормальные контактные напряжения для среды Био (точки) и эквивалентной упругой среды (сплошная линия).



*Рис 5.* Распределение нормальных контактных давлений  $\sigma_{22}$  / *N* под штампом. Пояснения в тексте.



*Puc 6*. Распределение нормальных напряжений σ<sub>22</sub> / *N* под штампом (*y* = 0) и его проекции при увеличении глубины *y* (значения у кривых).

Особое внимание было уделено анализу влияния пористости и флюидонасыщенности на касательные контактные напряжения, зависимость контактных напряжений при увеличении пористости нелинейная, напряжения убывают [11]. Моделирование флюидонасыщенного композита средой Био имеет такие преимущества, которые позволяют более точно учитывать свойства флюида, его вязкость, степень межфазного взаимодействия, однако построение решения такой контактной задачи значительно более трудоемко. Конечно-элементное моделирование при решении контактной задачи для эквивалентной упругой среды (при учете равенства скоростей



*Рис 7.* Касательные контактные напряжения  $\sigma_{21} / N$  под центром штампа и в его проекции на разной глубине основания *h* при разных значениях пористости и маслонасыщенности композита  $\phi$ .



*Рис 8*. Касательные контактные напряжения  $\sigma_{21} / N$  под центром штампа и в его проекции на разной глубине основания при разных значениях коэффициента трения  $\mu$ .

твердой и жидкой фаз гетерогенной среды) позволило сопоставить решения контактных задач 1, 2, а также исследовать распределение давлений под штампом на границе и в глубь среды в проекции штампа. На рис 6. приведено изменение распределения нормальных напряжений под штампом и при увеличении глубины при тех же абсциссах. Характер убывания нормальных напряжений от поверхности среды вглубь монотонный. Касательные напряжения при тех же условиях (рис. 7) имеют максимум значений на некоторой глубине под штампом, при этом чем больше пористость и флюидонасыщенность, тем больше этот эффект. На рис. 8 приведены касательные контактные напряжения под центром штампа и в его проекции на разной глубине основания при разных значениях коэффициента трения. Результаты численных расчетов качественно согласуются с результатами трибологических экспериментов для маслонаполненного композита [5].

#### Заключение

Представлены математические модели, позволяющие комплексно исследовать физико-механические свойства, в том числе силу трения антифрикционных маслосодержащих наномодифицированных композитов с матрицей на основе фенилона. Построено аналитико-численное решение квазистатической контактной задачи для гетерогенной полуограниченной среды в рамках модели Био и концепции эффективной гомогенности при учете сил трения в области контакта. На основании проведенного численного анализа контактных напряжений показана необходимость учета не только механических характеристик гетерогенной среды, а также ее пористости, флюидонасыщенности среды. На основании численных экс-

периментов установлено, что процентное содержание флюида, учет трения в области контакта оказывают существенное влияние на контактные напряжения при движении с трением штампа с плоским основанием по границе гетерогенной среды, причем с возрастанием флюидонасыщенности эта зависимость носит нелинейный характер. Результаты численных расчетов двух подходов к описанию микроструктуры гетерогенной среды количественно совпадают с погрешностью менее 8%, качественно согласуются с результатами трибологических экспериментов для маслонаполненного композита.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 21-19-00288).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Люкшин Б. А., Шилько С. В., Панин С. В. и др. Дисперсно-наполненные полимерные композиты технического и медицинского назначения. — Новосибирск: Сибир. отд-ние РАН, 2017. — 311 с.

2. Azharonok V. V., Anisovich A. G., Biran V. V., Bukharov S. N., Sergienko V. P., Filatova I. I. Changes in the physical and mechanical properties of friction composites with a polymer matrix induced by an amplitude modulated high frequency // Electromagnetic Field Surface Eng. Appl. Electrochemistry. — 2014. — Vol. 50, No. 4. — P. 300—305.

3. *Набережная О. А., Буря А. И., Свириденок А. И.* Влияние состава гибридного наполнителя на трибологические свойства композитов на основе фенилона // Трение и износ. —2020. —Т. 41, № 2. —С. 145—151.

4. *Friedrich K*. Polymer composites for tribological applications // Adv. Industrial Eng. Polym. Res. —2018. — Vol. 1, No. 1. —P. 3—39.

5. *Колесников И. В.* Системный анализ и синтез процессов, происходящих в металлополимерных узлах трения фрикционного и антифрикционного назначения. — М.: ВИНИТИ РАН, 2017. — 384 с.

6. *Okhlopkova A. A., Petrova P. N., Parnikova A. G.* Influence of the structure of polytetrafluoroethylene-based nanocomposites on their tribotechnical characteristics // J. Friction Wear. — 2009. — Vol. 30. — P. 425—430.

7. Shilko S. V., Chernous D. A., Panin S., Choe H. A. Method for Predicting the Parameters of Plastic Deformation of Dispersedly Reinforced Materials by Using a Modified Mori—Tanaka Model // Mech. Compos. Mater. — 2021. — Vol. 57, № 2. — P. 153—160.

8. Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю., Морозов А. В., Степанов Ф. И. Трение эластомеров. Моделирование и эксперимент. — М.: Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2020. — 296 с.

9. *Торская Е. В.* Модели фрикционного взаимодействия тел с покрытиями— М.: Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2017. — 204 с.

10. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Блочные элементы в контактных задачах с переменным коэффициентом трения // Докл. РАН. — 2018. — Т. 480, № 5. — С. 537—541.

11. *Суворова Т. В., Беляк О. А.* Контактные задачи для пористоупругого композита при наличии сил трения // Прикл. математика и механика. — 2020. — Т. 84, № 4. — С. 529—539

12. Долгополов К. Н., Колесников И. В., Мельников Э. Л. Применение антифрикционных полимерных самосмазывающихся материалов класса "Масляниты" в узлах трения скольжения // Ремонт. Восстановление. Модернизация. —2018. — № 4. — С. 23—26.

13. *Био М. А.* Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде // Период. сб. переводов иностр. статей. —1963. — В. 6, № 82. — С. 103—134.

14. Degrande G., De Roeck G., Van Den Breck P., Smeulders D. Wave propagation in layered dry, saturated and unsaturated poroelastic media // Int. J. Solids and Struct. — 1998. — Vol. 35 (34-35). — P. 4753—4778.

15. *Belyak O. A., Suvorova T. V.* Modeling stress deformed state upon contact with the bodies of two-phase microstructure // Solid State Phenomena. —2020. — Vol. 299. — P. 124—129.

16. *Sevostianov I., Giraud A.* Generalization of Maxwell homogenization scheme for elastic material containing inhomogeneities of diverse shape // Int. J. Eng. Sci. — 2013. — Vol. 64. — P. 23—36.

17. *Giordano S.* Differential schemes for the elastic characterisation of dispersions of randomly oriented ellipsoids // European J. Mech. A/Solids. — 2003. — Vol. 22, No.6. — P. 885 — 902.

18. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. — М.: Мир, 1982. — 335 с.

19. Гольева Е. В., Михайлов М. Д., Дунаев А. А., Игнатенков Б. А. Влияние условий синтеза и структуры исходных нанокристаллических порошков на оптические свойства прозрачной керамики MgAl<sub>2</sub>O<sub>4</sub> // Опт. журн. —2016. — Т. 83, № 2. — С. 67 —72.

20. *Ivanochkin P. G., Dolgopolov K. N., Danilchenko S. A.* Creation of oil-filled composites of tribotechnical purpose based on aromatic polyamide phenylone C-2// Solid State Phenomena. — 2018. —284. —P. 14—19.

21. *Устинов К. Б.* Об определении эффективных упругих характеристик двухфазных сред. Случай изолированных неоднородностей в форме эллипсоидов вращения // Успехи механики. — 2003. — Т. 2, №2. — С. 126—168.

22. *Hashin Z., Shtrikman S.* A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials // J. Appl. Phys. — 1962. — Vol. 33. — P. 3125 — 3131.

23. Колесников В. И., Беляк О. А., Колесников И. В., Суворова Т. В. О математической модели для прогнозирования трибологических свойств маслонаполненных композитов при вибрации // Докл. РАН. — 2020. — Т. 491. — С. 44—47.

24. *Беляк О. А., Суворова Т. В.* О влиянии взаимодействия фаз гетерогенного основания на контактные напряжения при колебаниях штампа с трением // Эколог. вестн. науч. центров Черномор. эконом. сотрудничества. —2020. — Т. 17, № 3. — С. 29—36.

25. *Kolesnikov V. I., Suvorova T. V., Belyak O. A.* Modeling antifriction properties of composite based on dynamic contact problem for a heterogeneous foundation // Mater. Phys. Mech. — 2020. — Vol. 46, No. 1. — P. 139—148.

26. *Mexmet N. Balci, Serkan Dag.* Dynamic frictional contact problems involving elastic coating // Tribology Int.—2018— Vol. 124. — P. 70—92.

Поступила в редакцию 06.04.2021 Окончательный вариант поступил 05.07.2021 Received Apr. 6, 2021 (July 5, 2021)

\_\_\_\_\_