

МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

MECHANICS
OF COMPOSITE
MATERIALS

2021

5

ЛАТВИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
LATVIAN ACADEMY of SCIENCES

**МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ
МАТЕРИАЛОВ**

**MECHANICS
of COMPOSITE MATERIALS**

2021 ● Т. 57 ● 5 ● 803—1022

Сентябрь—октябрь
September—October

<https://doi.org/10.22364/mkm.57.5>

Выходит 6 раз в год с января 1965 г.
Issued since 1965, bimonthly

ЛАТВИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РИГА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР *A. K. Chate*
EDITOR-IN-CHIEF *A. K. Chate*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

X. Альтенбах (зам. главного редактора, Германия), *Я. Андерсонс* (зам. главного редактора, Латвия), *А. Анискевич* (Латвия), *Я. Варна* (Швеция), *А. Красников* (Латвия), *О. Старкова* (Латвия), *С. В. Шешенин* (Россия)

EDITORIAL BOARD

H. Altenbach (ass. editor, Germany), *J. Andersons* (ass. editor, Latvia), *A. Aniskevich* (Latvia), *J. Varna* (Sweden), *A. Krasnikovs* (Latvia), *O. Starkova* (Latvia), *S. V. Sheshenin* (Russia)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

M. Айдогду (Турция), *С. Д. Акбаров* (Турция), *А. Артеиру* (Португалия), *Л. Асп* (Швеция), *Е. Барканов* (Латвия), *В. Беккер* (Германия), *В. Н. Бурлаенко* (Украина), *И. Гузь* (Великобритания), *Нгуен Дин Дык* (Вьетнам), *Г. Кан* (Китай), *В. Карвелли* (Италия), *В. А. Касьянов* (Латвия), *А. Катунин* (Польша), *Сон С. Ким* (Южная Корея), *Е. Конту* (Греция), *Е.-М. Крачун* (Румыния), *А. Кривоцов* (Россия), *В. Кулаков* (Латвия), *Г. Куликов* (Россия), *С. В. Ломов* (Бельгия, Россия), *Ю. Маяк* (Эстония), *Г. Михасёв* (Беларусь), *А. Муц* (Польша), *В. Н. Паймушин* (Россия), *Л. Плачиди* (Италия), *Т. Садовский* (Польша), *С. Б. Сапожников* (Россия), *М. Ди Скьюва* (Италия), *Р. Талрея* (США), *Ю. Токовий* (Украина), *В. Хван* (Южная Корея)

ADVISORY BOARD

M. Aydogdu (Turkey), *S. D. Akbarov* (Turkey), *A. Arteiro* (Portugal), *L. Asp* (Sweden), *E. Barkanov* (Latvia), *W. Becker* (Germany), *V. N. Burlayenko* (Ukraine), *I. Guz* (United Kingdom), *Nguyen Dinh Duc* (Vietnam), *G. Kang* (China), *V. Carvelli* (Italy), *V. A. Kasyanov* (Latvia), *A. Katunin* (Poland), *Seong S. Kim* (South Korea), *E. Kontou* (Greece), *E. M. Craciun* (Rumania), *A. Krivtsov* (Russia), *V. Kulakov* (Latvia), *G. Kulikov* (Russia), *S. V. Lomov* (Belgium, Russia), *J. Majak* (Estonia), *G. Mikhasev* (Belarus), *A. Muc* (Poland), *V. N. Pajmushin* (Russia), *L. Placidi* (Italy), *T. Sadowski* (Poland), *S. B. Sapozhnikov* (Russia), *M. Di Sciuva* (Italy), *R. Talreja* (USA), *Yu. Tokovyy* (Ukraine), *W. Hwang* (Korea)

ПОЧЕТНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ

Л. Агаломян (Армения), *А. Богданович* (США), *А. Н. Гузь* (Украина), *А. Дуда* (Германия), *А. Д. Заманов* (Азербайджан), *М. Калнинь* (Латвия), *В. В. Коврига* (Россия), ***Р. Д. Максимов*** (Латвия), *С. Т. Милейко* (Россия), *Ю. М. Плескачевский* (Беларусь), *В. А. Поляков* (Латвия), *Р. Рикардс* (Латвия), *Н. Щербина* (Украина)

HONORARY BOARD

L. Aghalovyan (Armenia), *A. Bogdanovich* (USA), *A. N. Guz* (Ukraine), *A. Duda* (Germany), *A. D. Zamanov* (Azerbaijan), *M. Kalniņš* (Latvia), *V. V. Kovriga* (Russia), ***R. D. Maksimov*** (Latvia), *S. T. Mileiko* (Russia), *Yu. M. Pleskachevskii* (Belarus), *V. A. Polyakov* (Latvia), *R. Rikards* (Latvia), *N. Shcherbina* (Ukraine)

Журнал издается на английском языке Springer Science+Business Media, Inc. (США, ISSN 0191-5665) и аннотируется в следующих изданиях:

The Journal is published in English by Springer Science+Business Media, Inc. (USA, ISSN 0191-5665) and is abstracted or indexed in:

Science Citation Index Expanded (SciSearch), Journal Citation Reports/Science Edition, SCOPUS, INSPEC, Chemical Abstracts Service (CAS), Google Scholar, EBSCO, CSA, Academic OneFile, Academic Search, ChemWeb, CSA, Environmental Sciences, Current Contents/Engineering, Computing and Technology, Earthquake Engineering Abstracts, EI-Compendex, Gale, INIS Atomindex, OCLC, Polymer Library, Reaction Citation Index, Referativnyi Zhurnal (VINITI), SCImago, Summon by ProQuest.

*Е. Н. Каблов, В. О. Старцев**

Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов, Москва, Россия

ВЛИЯНИЕ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ НА СТАРЕНИЕ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

ОБЗОР

*E. N. Kablov and V. O. Startsev**

THE INFLUENCE OF INTERNAL STRESSES ON THE AGING OF POLYMER COMPOSITE MATERIALS

A REVIEW

Keywords: polymer composite material, internal stresses, thermal cycles, swelling, strength, thermal expansion, relaxation

The formation of internal stresses in polymer composite materials (PCMs) caused by different elastic moduli and thermal expansion coefficients of polymer resin and reinforcing fibers, as well as by swelling due to moisture uptake is discussed. The influence of thermal cycles on the internal stresses was studied in dry and wet atmospheres. It was found that thermal cycles caused a periodic increase in the stresses, which in essence, low-frequency mechanical loadings, during which the mechanical properties are degraded due to the formation of microscopic cracks in the polymer resin. The relative changes in the strength, elastic modulus, glass transition temperatures, moisture diffusion coefficient, and other PCM physical characteristics are proportional to the logarithm of the number of cycles and also depend on the form and size of specimens, amplitude, conditions, and length of thermal cycles. A prolonged influence of environmental variables causes the relaxation of internal stresses and reduces their influence on the aging of PCM.

Ключевые слова: материал композиционный полимерный, напряжения внутренние, термоциклы, набухание, прочность, расширение термическое, релаксация

*Автор, с которым следует вести переписку: vostartsev@viam.ru
Corresponding author: vostartsev@viam.ru

Обсуждено формирование внутренних напряжений в полимерных композиционных материалах (ПКМ) из-за различий модулей упругости и коэффициентов термического расширения полимерных матриц и армирующих наполнителей, а также из-за набухания при сорбции воды. Рассмотрено влияние термоциклов на внутренние напряжения и прочность материалов в сухой атмосфере и при увлажнении. Показано, что термоциклирование вызывает периодические скачки внутренних напряжений, являющиеся разновидностью низкочастотного механического циклического нагружения, при котором изменение прочностных показателей является следствием образования микротрещин в полимерных матрицах. Относительные изменения пределов прочности, модулей упругости, температуры стеклования, коэффициента диффузии влаги и других физических показателей ПКМ пропорциональны логарифму числа термоциклов и зависят от формы и размеров образцов, амплитуды, условий и продолжительности термоциклирования. При увеличении продолжительности внешних воздействий происходит релаксация внутренних напряжений, уменьшающая их вклад в старение ПКМ.

Введение

При рассмотрении причин старения полимерных композиционных материалов (ПКМ) на основе терморезактивных связующих в зарубежной [1—7] и отечественной [8—17] литературе подробно обсуждают влияние температуры, влажности, солнечной радиации, кислорода, химически активных веществ, эрозии, атмосферных осадков на состояние матриц, армирующих наполнителей, границ раздела полимер—наполнитель. Под воздействием перечисленных факторов происходят деструкция, гидролиз, доотверждение, набухание, пластификация, структурная релаксация и другие физико-химические превращения, которые ускоряют или замедляют изменение механических показателей ПКМ [16]. В последние годы ведется углубленный анализ значимых факторов воздействия на свойства ПКМ [5, 17—22], однако при обсуждении наблюдаемых закономерностей недостаточное внимание уделяется такому важному фактору влияния, как действие внутренних напряжений [23].

Более 20 лет назад было показано [24], что внутренние напряжения в климатических условиях вызывают появление микротрещин в связующих ПКМ или на границах с волокнами и снижение прочности ПКМ. Типичным примером является работа [25], в которой изучены механические свойства стеклопластиков на основе эпоксидной матрицы, отвержденных при 50 °С, после термоциклирования от –20 °С до 20 °С в сухом воздухе, выдержки в воде при комнатной температуре с охлаждением до –20 °С, чередования УФ облучения при 60 °С и 100% относительной влажности. После 2000 ч циклических испытаний в этих условиях предел

прочности при растяжении σ_t в стеклопластике, наполненном рублеными волокнами E-glass, уменьшился соответственно на 7, 32 и 42% из-за образования трещин и пустот размерами 50—100 мкм. Этот эксперимент показывает, что даже простое термоциклирование в сухом воздухе под воздействием внутренних напряжений вызывает снижение прочности стеклопластика, которое значительно возрастает для водонасыщенных образцов.

В работе [26] определен уровень внутренних напряжений в однонаправленном стеклопластике на основе полиэфирного связующего, равный 62 МПа при охлаждении до -60 °С. Эта величина соизмерима с пределом прочности при межслойном растяжении [12] или сжатии [27] и должна учитываться при анализе причин формирования микротрещин при суточных и сезонных колебаниях температуры в открытых климатических условиях [23].

Элементы авиационной или космической техники, изготовленные из ПКМ, в условиях эксплуатации могут подвергаться многократному термоциклированию с перепадами температур до 250 °С [11—13].

В связи с этим в настоящей работе поставлены следующие цели:

- рассмотреть причины возникновения внутренних напряжений в ПКМ;
- выявить уровни изменения механических свойств ПКМ под действием внутренних напряжений;
- определить факторы, вызывающие усиление или ослабление внутренних напряжений;
- показать, что внутренние напряжения являются значимым фактором старения ПКМ в агрессивных средах и в открытых климатических условиях.

Причины возникновения внутренних напряжений в ПКМ

При отверждении терморезистивные матрицы обеспечивают хорошее адгезионное взаимодействие с волокнистыми армирующими наполнителями ПКМ и создают монолитную трехфазную систему (наполнитель, матрица, переходной слой) с высокими механическими показателями. Обычно ПКМ, используемые в машиностроении [28], отверждаются при повышенных температурах. После охлаждения в них возникают внутренние напряжения, обусловленные различиями коэффициентов линейного термического расширения (КЛТР) α компонентов, которые могут быть определены на основе линейной механики ПКМ [29, 30].

При рассмотрении системы полимерная матрица m и волокнистый наполнитель f , адгезионно связанных между собой, и сравнении их состояния при температуре отверждения T_0 и рабочей температуре T , механические напряжения можно определить [30] из баланса сил

$$\sigma_f S_f + \sigma_m S_m = 0 \quad (1)$$

и равенства деформаций, определяемых законом упругости

$$\frac{\sigma_f}{E_f} - \frac{\sigma_m}{E_m} = (\alpha_f - \alpha_m)\Delta T, \quad (2)$$

где σ и E — предел прочности и модуль упругости соответственно; α — коэффициент линейного термического расширения (КЛТР); S — площадь; ΔT — температурный интервал. Совместное решение уравнений (1) и (2) для случая однонаправленного ПКМ дает [29]

$$\sigma_{mL}^T = \frac{V_f E_f E_m}{V_f E_f + V_m E_m} [(\alpha_f - \alpha_m)(T - T_0)], \quad (3)$$

$$\sigma_{fL}^T = -\frac{V_m}{V_f} \sigma_{mL}^T, \quad (4)$$

где V — объем; σ_L^T — температурные напряжения вдоль волокон. Для однонаправленных ПКМ в волокнах доминирует напряжение сжатия, а в матрице — растяжения. По оценкам [31] для углепластика с температурой отверждения 177 °С при комнатной температуре остаточное растягивающее напряжение в эпоксидной матрице 3501-6 равно 29 МПа. Для приближенных оценок, учитывая соотношение модулей упругости армирующих волокон и полимерных матриц, их объемное содержание в типовых ПКМ, величину напряжений вдоль волокон, можно определять упрощенным соотношением

$$\sigma_{mL} = -E_m \alpha_m \Delta T, \quad (5)$$

дающим значения 40—60 МПа для композитов, отвержденных при 190—220 °С. Такие напряжения, развивающиеся в полимерных матрицах, превышают уровень прочности при межслойном сдвиге, равный 20—40 МПа [12, 27]. Например, в [32] проведено микромеханическое моделирование внутренних напряжений, вызывающих растрескивание эпоксидных матриц в углепластике при температурах от 25 до –50 °С. Рассмотрены варианты, при которых в единичной ячейке модели расстояние между волокнами варьируется от 0,05 до 5 радиусов волокна. При этих условиях напряжения вдоль волокон достигают 40—60 МПа. Аналогичные результаты, обосновывающие образование трещин, усадку, межслойное разрушение, получены и другими авторами [26, 33—37].

ПКМ чувствительны к воздействию влаги [11—17]. Наряду с пластификацией, доотверждением, гидролизом [38] полимерных матриц влагонасыщение ПКМ сопровождается их набуханием. Доказано, что при малых концентрациях сорбированной влаги, пока не достигнуто некоторое пороговое значение w_0 (обычно $w_0 \leq 0,1\%$), размеры образца не изменяются, так как молекулы воды заполняют свободный объем полимерной матрицы [29, 39—41]. При дальнейшем влагонасыщении относи-

тельное изменение линейных размеров полимерной матрицы пропорционально концентрации поглощенной воды:

$$\left(\frac{l_{\text{wet}} - l_{\text{dry}}}{l_{\text{dry}}} \right)_i = \varepsilon_i = \beta_i \frac{m_{\text{wet}} - m_{\text{dry}}}{m_{\text{dry}}} = \beta_i w, \quad (6)$$

где l — линейный размер образца полимерной матрицы в сухом (dry) и увлажненном (wet) состояниях; m — масса образца полимерной матрицы в сухом и увлажненном состояниях; $i = L$ (вдоль волокон, в плоскости слоя), D (поперек волокон, в плоскости слоя), H (перпендикулярно плоскости слоя); β — влажностный коэффициент набухания, равный $3,2 \cdot 10^{-3}/\%$ сорбированной воды для углепластика AS/3502 [41]. В трехфазной модели ПКМ (волокно—матрица—межфазная граница) [42] использовали влажностный коэффициент набухания эпоксидных матриц, равный $8 \cdot 10^{-3}/\%$ сорбированной воды.

При сорбции влаги происходит набухание полимерных матриц в ПКМ, создающее внутренние напряжения, определяемые как

$$\sigma_{mL}^w = \frac{V_f E_f E_m}{V_f E_f + V_m E_m} (\beta_f w_f - \beta_m w_m), \quad (7)$$

$$\sigma_{fL}^W = -\frac{V_m}{V_f} \sigma_{mL}, \quad (8)$$

где σ_L^W — температурные напряжения вдоль волокон, обусловленные набуханием.

Таким образом, из соотношений (3), (4), (7), (8) следует, что уровни внутренних напряжений в ПКМ зависят от таких показателей, как температура, содержание сорбированной влаги, модуль упругости, КЛТР, объемное содержание компонентов, структура армирования. Для измерений внутренних напряжений используются методы, основанные на измерениях кривизны пластин, механических показателей ПКМ при удалении слоев, сверлении отверстий, нанесении кольцевых надрезов, микроиндентировании. Применяются также неразрушающие методы, такие как рентгеновская и нейтронная дифракция, рамановская спектроскопия, фотоэластичность и др. [43, 44].

Основным результатом действия внутренних напряжений в сочетании с факторами внешней среды является образование дополнительных микрповреждений в виде поперечных трещин в слоях ПКМ и разрушения границы раздела полимер—армирующий наполнитель [19]. Микротрещины и расслоения ухудшают механические показатели ПКМ, что доказано многочисленными исследованиями, например [19, 23—26].

Для достижения цели настоящей работы необходимо рассмотреть, как изменяются внутренние напряжения в ПКМ при кратковременных и длительных непрерывных и циклических воздействиях температуры, влажности, солнечной радиации, кислорода и других агрессивных факторов внешней среды.

Воздействие температуры и термоциклов

Под действием высоких температур происходит термостарение ПКМ, при котором уменьшается масса образцов, происходит их усадка, разрушается поверхность с образованием микротрещин, снижаются механические показатели [6, 7, 11—13, 19]. Эти характерные проявления термодеструкции становятся более ощутимыми, если выдержка материалов происходит в кислородной (воздушной) среде при ультрафиолетовом (УФ) облучении [45]. Например, по данным [46] при температуре 50 °С и УФ облучении в течение 180 сут в вакууме углепластик теряет в 2—3 меньше массы, чем в воздухе. В этих же условиях массовые потери стеклопластика различаются в 3—6 раз. Если при изготовлении связующие ПКМ не были полностью отверждены, то повышенные температуры способствуют доотверждению, признаками которого выступают повышение температуры стеклования и механических показателей [7, 13, 38].

Наибольший интерес представляет воздействие переменных температур на свойства ПКМ, поэтому на практике широко распространены их циклические испытания, последствия которых изучены достаточно подробно. Рассмотрим несколько примеров. В работе [47] проведено термоциклирование углепластиков. Цикл продолжительностью 8 ч включал в себя нагрев до 150 °С и охлаждение до –50 °С. После 500 циклов дальнейшее старение проводилось при стационарной температуре 150 °С в течение 30 000 ч. Установлено, что термоокисление преобладало в поверхностных слоях, поэтому изменение свойств зависело от толщины пластин. Предел прочности при сжатии σ_c образцов толщиной 5 мм (20 слоев) уменьшался в 2,4 раза быстрее, чем более толстых образцов (26 мм, 100 слоев). При термоциклировании эпоксидного базальтопластика от –40 до 120 °С [48] в течение начальных 20 циклов из-за доотверждения связующего его температура стеклования повысилась от 77 до 86 °С, вследствие чего пределы прочности при растяжении σ_t и изгибе σ_b повысились на 10 и 15%, а предел прочности при межслойном сжатии τ возрос на 69%. По достижении 120 циклов из-за различий КЛТР компонентов и действия внутренних напряжений произошло отслоение матрицы от поверхности волокон, и механические показатели снизились. В результате воздействия термоциклов возрастает плотность микротрещин [49] и происходит уменьшение КЛТР полимерных матриц [50]. В аналогичных исследованиях [51—55] было подтверждено увеличение плотности микротрещин при увеличении амплитуды и количества термоциклов, причем повреждения оказались более существенными в окислительных средах [51].

Термоциклирование ПКМ, содержащих влагу

Полимерные матрицы ПКМ являются умеренно гидрофильными системами и способны сорбировать до 3—5% воды [1, 2, 8, 14, 15, 17, 38]. Поэтому для выяснения влияния внутренних напряжений на старение ПКМ

важен анализ термоциклирования влагонасыщенных ПКМ. Сопоставление результатов исследований, проведенное в [23, 56, 57], показывает, что если термоциклирование проводится в диапазоне положительных и отрицательных температур, то увлажненные ПКМ ухудшают свои механические показатели с большей вероятностью, чем сухие образцы. Этому способствуют внутренние напряжения, обусловленные как набуханием (7), (8), так и переходом в стекловидное состояние воды в свободном объеме полимерных матриц по механизму, рассмотренному в [58].

Термоциклирование вызывает периодические скачки внутренних напряжений, которые являются разновидностью низкочастотного механического циклического нагружения, характеризуемого эмпирическим соотношением [59, 60]

$$S = S_0(1 - k \lg N), \tag{9}$$

показывающим, что зависимость $S - N$ линейна в координатах нагрузка — логарифм числа циклов до разрушения. В формуле (9) S_0 — нагрузка, вызывающая разрушение образца в исходном состоянии; S — нагрузка при N циклах нагружения; k — коэффициент, определяющий угол наклона прямой.

Соотношение (9) можно использовать для выявления закономерностей термоциклических испытаний ПКМ, если в качестве показателя S рассматривать прочностные показатели R ($\sigma_b, \sigma_c, \sigma_t$, и др.). Например, в работе [61] образцы пултрузионных стеклопластиков (СП) на основе винилэфира и изофталевого полиэфира были выдержаны в воде, а затем подвергнуты 3-часовым циклам по ASTM C-666 (охлаждение до $-17,8^\circ\text{C}$, нагрев до 4°C). После 300 циклов произошло снижение величины σ_b на 32% СП на основе изофталевого полиэфира и на 22% — винилэфирного стеклопластика. Относительное изменение предела прочности $\Delta R / R_0$ при изгибе ($\sigma_b \sigma_{b0}$) / σ_{b0} винилэфирного СП линейно возрастало с увеличением логарифма числа циклов N (кривая 1 рис. 1). Аналогично для эпоксидного СП со схемой

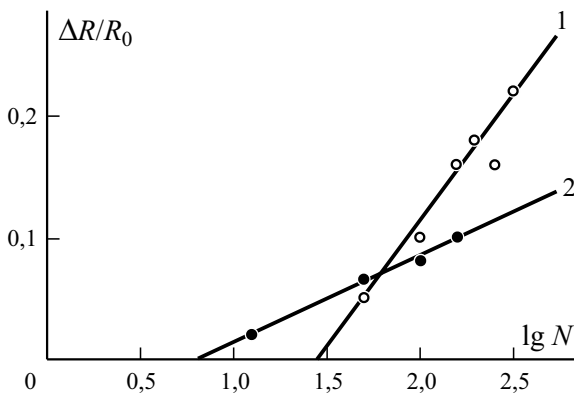


Рис. 1. Влияние количества термоциклов N на относительное изменение предела прочности при изгибе (1) и растяжении (2) по данным работ [61] и [24].

Табл. 1

Параметры соотношения (9) при аппроксимации результатов изменения прочности ПКМ в зависимости от количества термоциклов N_0

Материал		Условия испытаний	Термоциклы		Результаты			Источник
Композит	Матрица		Количество	Интервал температур, °С	Показатель*	Коэффициент k в соотношении (9)	N_0	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
СП маты	Винилэфир	Предварительная выдержка в воде при комнатной температуре	300	-17,8—4	σ_b	0,31	28	[61]
						0,22	32	
СП [90° ₂ /0°] ₆	Эпоксид	Сухой воздух	150	-60—60	σ_t	0,11	10	[24]
УП	Винилэфир	То же Выдержка в воде 1272 ч, погружение в воду при нагревах	100	-23—20	σ_b	0,089	25	[62]
						0,24	16	
СП (E-glass) однонаправленный	Эпоксид	Сухой воздух Погружение в воду при нагревах	83	-20—20	σ_t	0,016	25	[25]
						0,093	5	
СП (E-glass) ткань		Сухой воздух Погружение в воду при нагревах				0,14	25	
						0,32	13	
СП (E-glass) маты		Сухой воздух Погружение в воду при нагревах				0,15	28	
						0,41	13	
УП [0°] ₃	Винилэфир	Содержание воды 1,3%, погружение в воду при нагревах	450	-18—20	σ_t	0,38	20	[63]
УП ткань Тогауса	Эпоксид	Содержание воды 0,3%, погружение в воду при нагревах	1000	-196—20	σ_b	0,046	3	[64]
СП	Эпоксид	Погружение в воду при нагревах Погружение в воду при нагревах под нагрузкой 30%	300	-17—8	σ_t	0,13	16	[65]
						0,18	16	
УП ткань	Эпоксид	Сухой воздух	200	-196—140	ILSS	0,12	25	[54]
УП однонаправленный	Эпоксид	То же	2000	-175—120	ILSS	0,13	250	[53]
						σ_t	200	
						σ_c	400	

Окончание табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
УП [0°] ₄	Эпоксид	Предварительная сушка в вакууме при 50 °С, сухой воздух при нагревах	2100	-55—70	σ_t	0,045	63	[66]
УП [90°] ₁₆						0,50	320	
УП [0°] ₈						0,12	126	
УП [90°] ₈						0,16	120	
УП [0°] ₁₂						0,19	440	
УП [±45°] ₈						0,076	60	
УП [0°] ₃₂						0,10	250	
УП однонаправленный	Эпоксифенол	Сухие образцы Содержание воды 1,45%	960	-25—25	σ_c	0,12	170	[67]
						0,14	30	

* Пределы прочности при растяжении σ_r , сжатии σ_c , изгибе σ_b , сдвиге τ , межламельном сдвиге ILSS, измеренные при комнатной температуре. УП — углепластик, СП — стеклопластик.

армирования [90°/0°] при термоциклировании от -60 до 60 °С [24] зависимость относительного изменения предела прочности при растяжении $(\sigma_t \sigma_{t0}) / \sigma_{t0}$ от логарифма числа циклов также линейна (кривая 2 рис. 1).

Обычно при проведении термоциклических испытаний измерения механических показателей ПКМ выполняют не более 4—5 раз для разного количества термоциклов N [24, 25, 48—55]. Несмотря на сложность, а в некоторых случаях — и условность аппроксимации полученных результатов с помощью соотношения (9) при таком количестве измерений, выявляется следующая общая закономерность: значимые изменения прочностных показателей отмечаются не после первого термоцикла, а после совершения N_0 циклов (табл. 1). Для винилэфирного СП [61] $N_0 = 28$ циклов, а для эпоксидного СП [24] $N_0 = 32$ цикла. В зависимости от материала и условий термоциклирования требуются единицы, десятки и даже сотни циклов, в течение которых под действием внутренних напряжений накапливаются повреждения без значимого увеличения относительного прочностного показателя $\Delta R / R_0$ (см. табл. 1). Эта особенность должна учитываться при проведении термоциклических испытаний ПКМ.

Второй общей закономерностью является возрастание коэффициента k в соотношении (9) при термоциклировании влагонасыщенных ПКМ. Например, если ПКМ, изученные в работах [25, 62], циклируются в сухом воздухе и при погружении в воду, то во втором случае для них коэффициент k возрастает в 3—6 раз (см. табл. 1).

При анализе результатов выявлена и третья закономерность: относительное изменение прочности и параметры соотношения (9) зависят от формы и размеров термоциклированных ПКМ, а также от измеряемого показателя R . По данным [66] самые значительные уменьшения предела прочности при растяжении (-0,29) после 2100 циклов отмечены для образцов однонаправленного углепластика, вырезанных поперек армиро-

Влияние измеряемых прочностных показателей и направления приложения нагрузки пултрузионного СП [55] на параметры соотношения (9) после 125 термоциклов

Показатель	Форма профиля	Направление приложения нагрузки	$\Delta R/R_0$	Параметры соотношения (9)	
				k	N_0
σ_b	Двутавровая балка 38,3×15×4 мм	Вдоль основной оси	-0,17	0,21	20
		Поперек основной оси	-0,01	0,10	25
	Двутавровая балка 25,5×15×4 мм	Вдоль основной оси	-0,17	0,21	20
		Поперек основной оси	-0,08	0,14	32
	Швеллер 50×30×5 мм	Вдоль основной оси	-0,16	0,36	40
		Поперек основной оси	-0,09	0,20	40
Швеллер 50×30×3 мм	Вдоль основной оси	-0,19	0,32	32	
	Поперек основной оси	-0,14	0,27	35	
σ_c	Труба 30×30×3 мм	Вдоль оси квадратной трубы	-0,13	0,23	39
	Труба 25×25×3 мм		-0,26	0,46	39
σ_t	Толщина 4 мм	Вдоль направления армирования	-0,09	0,10	35
	Толщина 2,5 мм		-0,14	0,30	34

вания, тогда как в направлении армирования аналогичное уменьшение составило $-0,08$. При этом параметры k этих образцов различались в 11 раз, а N_0 — в 5 раз (см. табл. 1). В другом примере [55] (табл. 2) пултрузионные профили из СП на основе полиэфира были испытаны на термоциклирование с суточными циклами от -20 до 20 °С. После 42, 63, 83 и 125 циклов были измерены механические показатели профилей при изгибе, сжатии и растяжении. В зависимости от формы профиля, направления приложения нагрузки и измеряемого показателя относительные изменения прочности при изгибе, сжатии и растяжении уменьшились от $-0,01$ до $-0,26$, а параметры k и N_0 различались в 2—4 раза.

Релаксация внутренних напряжений при термоциклировании ПКМ

Важной закономерностью внутренних напряжений является их релаксация при увеличении продолжительности внешних воздействий. По данным [68] внутренние напряжения, измеренные по кривизне пластин углепластика со схемами армирования $[90^\circ_m/0^\circ_n]$, в течение 208 суток выдержки при комнатной температуре уменьшаются на 25%. Этот эффект вызван уменьшением модуля упругости полимерной матрицы в направлении, перпендикулярном волокнам, и определяется формулой (5). Релаксации внутренних напряжений способствует влага, которая кроме набухания пластифицирует полимерные матрицы и уменьшает их модули упругости [11—13, 21, 23, 38, 40, 69].

Табл. 3

Параметры соотношения (9) при аппроксимации результатов изменения физических показателей ПКМ в зависимости от количества термоциклов N_0

Материал		Условия испытаний	Термоциклы		Результаты			Источник
Композит	Матрица		Количество	Интервал температур, °С	Показатель*	Коэффициент k в уравнении (9)	N_0	
УП [0° ₂ /90° ₂] _s	Эпоксид	Термоциклы в воздухе	500	-157—121	ρ	-12	35	[49]
УП [90° ₂ /0° ₂] _s						-10	25	
УП [0° ₃ /90° ₃] _s	Эпоксид	Термоциклы в кислороде	500	-50—80	ρ	-8,9	50	[51]
		Термоциклы в воздухе				-6,7	40	
УП [0°] ₈	Полиимид	Имитация полетного цикла	1 500	-54—87 + 163	ρ	-29	200	[73]
УП [0°/90°] ₉	Эпоксид	Термоциклы в вакууме	200	-159—158	E'	0,45	10	[74]
					D	-1,0	11	
УП 1 [0°/90°] ₉	Эпоксид	Термоциклы в космосе на околоземной орбите	24 000	-83—127	T_g	-36	630	[72]
					G^g	0,17	550	

Экспериментально определено, что при термоциклировании ПКМ образуются микротрещины, уменьшающие модули упругости полимерных матриц и их КЛТР [49—51, 54, 66, 70—72]. Поэтому в соответствии с формулами (3)—(5) термоциклы также способствуют релаксации внутренних напряжений.

Соотношение (9) позволяет оценивать влияние термоциклов не только на прочностные, но и на другие показатели ПКМ. Это подтверждается анализом результатов некоторых работ (см., например, [49, 51, 72—74]). В табл. 3 определены параметры k и N_0 для зависимостей плотности микротрещин ρ , динамического модуля Юнга E , динамического модуля сдвига G , коэффициента диффузии влаги D , температуры стеклования полимерной матрицы T_g от логарифма числа циклов в воздухе [49, 51], в среде кислорода [51], в вакууме [74], в космосе на околоземной орбите [72], при имитации полетного режима самолета [73].

Рассмотренные примеры иллюстрируют заметное влияние внутренних напряжений на изменение механических показателей ПКМ на начальных стадиях старения (термического [24, 25, 53—55, 66, 74], термовлажностного [25, 61—65, 67], климатического [8—17], [23, 27], в условиях открытого космоса [72]), когда превышено пороговое количество термоциклов N_0 . Однако вследствие релаксации внутренних напряжений на более поздних стадиях достигается некоторое предельное состояние физико-химических превращений и микрповреждений [49], и изменение показателей свойств материалов существенно снижается. По данным [72] при экспонировании углепластика КМУ-4л в открытом космосе в течение начальных

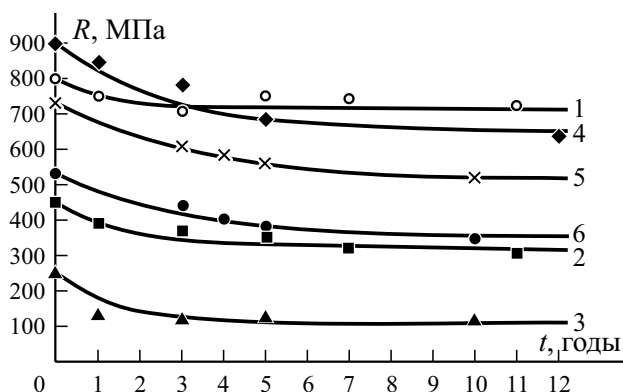


Рис. 2. Зависимости прочностных показателей ПКМ R от времени экспонирования t в открытых климатических условиях Батуми (1, 2, 3), Сочи (4), Москвы (5, 6): углепластик КМУ-1, показатель σ_t измерен при 20 (1) и 200 °С (2) [76]; стеклопластик СК-9ФА, показатель σ_b измерен при 20 °С (3) [77]; стеклопластик СТ-69Н, показатель σ_b измерен при 20 °С (4) [77]; стеклопластик СТ-2227М, показатель σ_b измерен при 20 (5) и 150 °С (6) [78].

102 сут температура стеклования T_g матрицы ЭНФБ увеличилась на 14 °С, а за время от 1 до 4 лет — только на 4 °С. Это значение T_g сохранилось с точностью до ± 1 °С при продолжении экспонирования до 12 лет [75].

Аналогичная тенденция к стабилизации механических показателей R наблюдается по результатам исследований длительного климатического старения ПКМ в работах [76—78] (рис. 2). Данные рисунка свидетельствуют о том, что при экспозиции материалов в различных климатических зонах в период с 5 до 10—12 лет показатели σ_t и σ_b изменяются в меньшей степени, чем на начальном этапе.

Показатели R от времени экспонирования (см. рис. 2) аппроксимируются зависимостью [9]

$$R = \eta(1 - e^{-\lambda t}) - \beta \ln(1 + \chi t) + R_\infty, \quad (10)$$

где η и β — параметры материала; λ и χ — характеристики материала и внешней среды.

При продолжительности экспонирования $t \rightarrow \infty$ показатель R в уравнении (10) стремится к своему предельному значению R_∞ . Возможной причиной этого является релаксация внутренних напряжений под действием суточного и сезонного циклирования температуры, влажности, солнечной радиации и других факторов в открытых климатических условиях.

Выводы

Результаты проведенного анализа позволяют сделать следующие выводы.

1. Внутренние напряжения образуются в ПКМ из-за различий модулей упругости и коэффициентов термического расширения полимерных матриц и армирующих наполнителей, а также из-за набухания при сорбции воды.

2. Термоциклирование создает периодические скачки внутренних напряжений, вызывающие старение ПКМ из-за образования микротрещин в полимерных матрицах.

3. В процессе термоциклирования происходит релаксация внутренних напряжений, вследствие чего старение ПКМ замедляется.

4. При моделировании старения ПКМ перспективно определение параметров уравнения (10) методами термоциклических испытаний.

5. Для повышения достоверности прогноза прочности ПКМ на длительные периоды эксплуатации необходимо знать начальный уровень внутренних напряжений и характер их релаксации, чтобы использовать эти сведения для нахождения параметров в уравнении (10).

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-18029.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Roylance D., Roylance M.* Weathering of fiber-reinforced epoxy composites // *Polym. Eng. Sci.* — 1978. — Vol. 18, No 4. — P. 249—254.
2. *Collings T. A.* The effect of observed climatic conditions on the moisture equilibrium level of fibre-reinforced plastics // *Composites.* — 1986. — Vol. 17, No 1. — P. 33—41.
3. *Baker D. J.* Ten-Year Ground Exposure of Composite Materials Used on the Bell Model 206L Helicopter Flight Service Program. — *Nasa Technical Paper 3468.* — 1994. — 54 p.
4. *Vodichka R.* Environmental exposure of boron-epoxy composite material. — *DSTO Aeronautical and Maritime Res. Lab.* — *Melbourn, Australia.* — *DSTO-TN-0309.* — 2000. — 23 p.
5. *Nishizaki I., Sakurada H., Tomiyama T.* Durability of pultruded GFPR through ten-year outdoor exposure test // *Polymers.* — 2015. — Vol. 7. — P. 2494—2503.
6. *Pochiraju K. V., Schoeppner G. A., Tandon G. P.* Long-Term Durability of Polymeric Matrix Composites / Ed. K. V. Pochiraju, G. P. Tandon, G. A. Schoeppner. — *Boston, MA: Springer US.* — 2012. — 677 p.
7. *Ageing of Composites* / Ed. R. Martin. — *Cambridge: Woodhead Publ. Ltd., 2008.* — 544 p.
8. *Startsev O. V., Mashinskaya G. P., Yartsev V. A.* Molecular mobility and relaxation processes in an epoxy matrix 2. Effects of weathering in humid subtropical climate // *Mech. Compos. Mater.* — 1985. — Vol. 20, No 4. — P. 406—409.
9. *Булманис В. Н., Старцев О. В.* Прогнозирование изменения прочности полимерных волокнистых композитов в результате климатического воздействия. — *Якутск: Якут. филиал СО АН СССР, Ин-т физ.-техн. проблем Севера.* — 1988. — 32 с.

10. *Vapirov Y. M., Krivonos V. V., Startsev O. V.* Interpretation of the anomalous change in the properties of carbon-fiber-reinforced plastic KМУ-1u during aging in different climatic regions // *Mech. Compos. Mater.* — 1994. — Vol. 30, No 2. — P. 190—194.

11. *Kablov E. N., Startsev O. V., Krotov A. S., Kirillov V. N.* Climatic aging of composite materials: 1. Aging mechanisms // *Russ. Metallurgy (Metally).* — 2011. — No. 10. — P. 993—1000.

12. *Kablov E. N., Startsev O. V., Krotov A. S., Kirillov V. N.* Climatic aging of composite aviation materials: 2. Relaxation of the initial structural nonequilibrium and through thickness gradient of properties // *Russ. Metallurgy (Metally).* — 2011. — No. 10. — P. 1001—1007.

13. *Kablov E. N., Startsev O. V., Krotov A. S., Kirillov V. N.* Climatic aging of composite aviation materials: 3. Significant aging factors // *Russ. Metallurgy (Metally).* — 2012. — No. 4. — P. 323—329.

14. *Старцев В. О., Славин А. В.* Стойкость углепластиков и стеклопластиков на основе расплавных связующих к воздействию умеренно холодного и умеренно теплого климата // *Тр. ВИАМ: электрон. науч.-техн. журн.* — 2021. — № 5. — Ст. 12. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 20.06.2021). DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-5-114-126

15. *Startseva L. T., Panin S. V., Startsev O. V., Krotov A. S.* Moisture diffusion in glass-fiber-reinforced plastics after their climatic ageing // *Dokl. Phys. Chem.* — 2014. — Vol. 456, No. 1. — P. 77—81.

16. *Каблов Е. Н., Старцев В. О.* Системный анализ влияния климата на механические свойства полимерных композиционных материалов по данным отечественных и зарубежных источников (обзор) // *Авиац. материалы и технологии.* — 2018. — № 2. — С. 47—58. DOI: 10.18577/2071-9140-2018-0-2-47-58

17. *Славин А. В., Старцев В. О.* Свойства авиационных стеклопластиков и углепластиков на ранней стадии климатического воздействия // *Тр. ВИАМ: электрон. науч.-техн. журн.* — 2018. — № 9 (69). — Ст. 08. URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 20.06.2021). DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-9-71-82

18. *Belec L., Nguyen T. H., Nguyen D. L., Chailan J. F.* Comparative effects of humid tropical weathering and artificial ageing on a model composite properties from nano- to macro-scale // *Composites: Part A.* — 2015. — Vol. 68, No. 1. — P. 235—241.

19. *Awaja F., Zhang S., Tripathi M., Nikiforov A., Pugno N.* Cracks, microcracks and fracture in polymer structures: Formation, detection, autonomic repair // *Progress in Mater. Sci.* — 2016. — Vol. 83. — P. 536—573.

20. *Fang H., Bai Y., Liu W., Qi Y., Wang J.* Connections and structural applications of fibre reinforced polymer composites for civil infrastructure in aggressive environments // *Composites: Part B.* — 2019. — Vol. 164. — P. 129—143.

21. *Каблов Е. Н., Старцев В. О.* Климатическое старение полимерных композиционных материалов авиационного назначения. 1. Оценка влияния значимых факторов воздействия // *Деформация и разрушение материалов.* — 2019. — № 12. — С. 7—16.

22. *Каблов Е. Н., Старцев В. О.* Климатическое старение полимерных композиционных материалов авиационного назначения. 2. Развитие методов исследования ранних стадий старения // *Деформация и разрушение материалов.* — 2020. — № 1. — С. 15—21.

23. *Старцев В. О., Лебедев М. П., Кычкин А. К.* Старение полимерных композиционных материалов в условиях экстремально холодного климата // *Изв. Алтай. гос. ун-та.* — 2020. — № 1(111). — С. 41—51.

24. *Dutta P. K.* Structural fiber composite materials for cold regions // *J. Cold Regions Eng.* — 1988. — Vol. 2, No. 3. — P. 124—134.

25. *Bazli, Ashrafi, Jafari, Zhao, Raman, Bai*. Effect of fibers configuration and thickness on tensile behavior of GFRP laminates exposed to harsh environment // *Polymers*. — 2019. — Vol. 11, No. 9. — P. 1401.
26. *Dutta P. K., Hui D.* Low-temperature and freeze-thaw durability of thick composites // *Composites: Part B*. — 1996. — Vol. 27, Nos. 3—4. — P. 371—379.
27. *Startsev V. O.* Across-the-thickness gradient of the interlaminar shear strength of a cfrp after its long-term exposure to a marine climate // *Mech. Compos. Mater.* — 2016. — Vol. 52, No. 2. — P. 171—176.
28. *Baker A., Dutton S., Kelly D.* Composite materials for aircraft structures. — 2nd ed. — Reston, 2004. — 597 p.
29. *Hahn H. T.* Residual Stresses in Polymer Matrix Composite Laminates // *J. Compos. Mater.* — 1976. — Vol. 10, No. 4. — P. 266—278.
30. *Hancox N.* Thermal effects on polymer matrix composites: Part 1. Thermal cycling // *Mater. Des.* — 1998. — Vol. 19, No. 3. — P. 85—91.
31. *Nairn J. A.* Thermoelastic analysis of residual stresses in unidirectional, high-performance composites // *Polym. Compos.* — 1985. — Vol. 6, No. 2. — P. 123—130.
32. *Peterson E. C., Patil R. R., Kallmeyer A. R., Kellogg K. G.* A Micromechanical damage model for carbon fiber composites at reduced temperatures // *J. Compos. Mater.* — 2008. — Vol. 42, No. 19. — P. 2063—2082.
33. *Zhao L. G., Warrior N. A., Long A. C.* A micromechanical study of residual stress and its effect on transverse failure in polymer—matrix composites // *Int. J. Solids Struct.* — 2006. — Vol. 43, Nos. 18—19. — P. 5449—5467.
34. *Yang L., Yan Y., Ma J., Liu B.* Effects of inter-fiber spacing and thermal residual stress on transverse failure of fiber-reinforced polymer—matrix composites // *Comput. Mater. Sci.* — 2013. — Vol. 68. — P. 255—262.
35. *Shokrieh M. M., Daneshvar A., Akbari S.* Reduction of thermal residual stresses of laminated polymer composites by addition of carbon nanotubes // *Mater. Des.* — 2014. — Vol. 53. — P. 209—216.
36. *Umarfarooq M. A., Gouda P. S. S., Nandibewoor A., Banapurmath N. R., Kumar G. B. V.* Determination of residual stresses in GFRP composite using incremental slitting method by the aid of strain gauge // *AIP Conf. Proc.* — 2019. — Vol. 2057. — Article 020038.
37. *Jafarpour A., Safarabadi M., Haghghi-Yazdi M., Yousefi A.* Numerical study of curing thermal residual stresses in GF/CNF/epoxy nanocomposite using a random generator model // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2020. — P. 1—11.
38. *Старцев О. В., Перепечко И. И., Старцева Л. Т., Машинская Г. П.* Структурные изменения в пластифицированном сетчатом аморфном полимере // *Высокомолекуляр. соединения. Сер. Б*. — 1983. — Т. 25, № 6. — С. 457—461.
39. *Adamson M. J.* Thermal expansion and swelling of cured epoxy resin used in graphite/epoxy composite materials // *J. Mater. Sci.* — 1980. Vol. 15, No. 7. — P. 1736—1745.
40. *Komorowski J. P.* Hygrothermal effects in continuous fibre reinforced composites: part 2: Physical properties // *Nat. Res. Council Canada, Nat. Aeronautical Establishment, Structures and Mater. Lab.* — Aeronautical Note NAE-AN-10, NRC no 22700. — Ottawa, 1983. — 56 p.
41. *Harper B. D., Weitsman Y.* On the effects of environmental conditioning on residual stresses in composite laminates // *Int. J. Solids Struct.* — 1985. — Vol. 21, No. 8. — P. 907—926.

42. *Liao K., Tan Y.-M.* Influence of moisture-induced stress on in situ fiber strength degradation of unidirectional polymer composite // *Composites: Part B.* — 2001. — Vol. 32, No 4. — С. 365—370.
43. *Residual Stresses in Composite Materials* / Ed. M. M. Shokrieh. — 2014. — 384 p.
44. *Ghaedamini R., Ghassemi A., Atrian A.* A comparative experimental study for determination of residual stress in laminated composites using ring core, incremental hole drilling, and slitting methods // *Mater. Res. Express.* — 2018. — Vol. 6, No. 2. — Article 025205.
45. *Mahato K. K., Shukla M. J., Kumar D. S., Ray B. C.* In- service performance of fiber reinforced polymer composite in different environmental conditions: A review // *J. Adv. Res. Manufacturing, Mater. Sci. Metall. Eng.* — 2014. — Vol. 1, No. 2. — P. 55—88.
46. *Liau W. B., Tseng F. P.* The effect of long-term ultraviolet light irradiation on polymer matrix composites // *Polym. Compos.* — 1998. — Vol. 19, No. 4. — P. 440—445.
47. *Cinquin J., Medda B.* Influence of laminate thickness on composite durability for long term utilisation at intermediate temperature (100—150°C) // *Compos. Sci. Technol.* — 2009. — Vol. 69, No. 9. — P. 1432—1436.
48. *Azimpour-Shishevan F., Akbulut H., Mohtadi-Bonab M. A.* Effect of thermal cycling on mechanical and thermal properties of basalt fibre-reinforced epoxy composites // *Bulletin Mater. Sci.* — 2020. — Vol. 43, No. 1. — P. 88.
49. *Herakovich C. T., Hyer M. W.* Damage-induced property changes in composites subjected to cyclic thermal loading // *Eng. Fracture Mech.* — 1986. — Vol. 25, Nos. 5—6. — P. 779—791.
50. *Fahmy A. A., Cunningham T. G.* Investigation of thermal fatigue in fiber composite materials // *NASA CR-2641.* — 1976. — 60 p.
51. *Lafarie-Frenot M., Rouquie S.* Influence of oxidative environments on damage in c/epoxy laminates subjected to thermal cycling // *Compos. Sci. Technol.* — 2004. — Vol. 64, No. 10—11. — P. 1725—1735.
52. *Lafarie-Frenot M. C., Rouquié S., Ho N. Q., Bellenger V.* Comparison of damage development in C/epoxy laminates during isothermal ageing or thermal cycling // *Composites: Part A.* — 2006. — Vol. 37, No. 4. — P. 662—671.
53. *Park S. Y., Choi H. S., Choi W. J., Kwon H.* Effect of vacuum thermal cyclic exposures on unidirectional carbon fiber/epoxy composites for low earth orbit space applications // *Composites: Part B.* — 2012. — Vol. 43, No. 2. — P. 726—738.
54. *Mahdavi S., Gupta S. K., Hojjati M.* Thermal cycling of composite laminates made of out-of-autoclave materials // *Sci. Eng. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 25, No. 6. — P. 1145—1156.
55. *Jafari A., Ashrafi H., Bazli M., Ozbakkaloglu T.* Effect of thermal cycles on mechanical response of pultruded glass fiber reinforced polymer profiles of different geometries // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 223. — P. 110959.
56. *Grammatikos S. A., Jones R. G., Evernden M., Correia J. R.* Thermal cycling effects on the durability of a pultruded GFRP material for off-shore civil engineering structures // *Compos. Struct.* — 2016. — Vol. 153. — P. 297—310.
57. *Sousa J. M., Correia J. R., Cabral-Fonseca S., Diogo A. C.* Effects of thermal cycles on the mechanical response of pultruded GFRP profiles used in civil engineering applications // *Compos. Struct.* — 2014. — Vol. 116, No. 1. — P. 720—731.
58. *Tsotsis T. K.* Effects of sub-freezing temperatures on graphite/epoxy composite materials // *J. Eng. Mater. Techn.* — 1989. — Vol. 111, No. 4. — P. 438—439.
59. *Jones C. J., Dickson R. F., Adam T., Reiter H., Harris B.* The environmental fatigue behaviour of reinforced plastics // *Proc. R. Soc. London, Ser. A.* — 1984. — Vol. 396, No. 1811. — P. 315—338.

60. *Degrieck and J., Van Paeppegem W.* Fatigue damage modeling of fibre-reinforced composite materials: Review // *Appl. Mech. Rev.* — 2001. — Vol. 54, No. 4. — P. 279—300.
61. *Gomez J., Casto B.* Freeze-thaw durability of composite materials // Report No. VTRC 96-R25. — 1996. — 13 p.
62. *Alkhader M., Zhai X., Chiang F.-P.* Experimental investigation of the synergistic effects of moisture and freeze-thaw cycles on carbon fiber vinyl-ester composites // *J. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 52, No. 7. — P. 919—930.
63. *Karbhari V. M.* Response of fiber reinforced polymer confined concrete exposed to freeze and freeze-thaw regimes // *J. Composit. Construction.* — 2002. Vol. 6, No. 1. — P. 35—40.
64. *Katogi H., Takemura K., Iijima N.* Residual flexural property of water absorbed CFRP during thermal cycling // *High Performance and Optimum Design of Structures and Materials II.* — 2016. — Vol. 1. — P. 277—286.
65. *Li S., Lu Y. Y., Ren H. T.* Durability of E-glass fiber reinforced polymer subjected to freeze-thaw cycle and sustained load // *Adv. Mater. Res.* — 2010. — Vol. 163—167. — P. 3219—3222.
66. *Park S. Y., Choi W. J., Choi C. H., Choi H. S.* An experimental study into aging unidirectional carbon fiber epoxy composite under thermal cycling and moisture absorption // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 207. — P. 81—92.
67. *Sorina T. G., Gunyaev G. M.* Structural carbon-fibre-reinforced plastics and their properties // *Polymer Matrix Composites.* — Chapman&Hall., 1995. — P. 132—198.
68. *Cowley K. D., Beaumont P. W. R.* The measurement and prediction of residual stresses in carbon-fibre/polymer composites // *Compos. Sci. Technol.* — 1997. — Vol. 57, No 11. — P. 1445—1455.
69. *Startsev O. V., Prokopenko K. O., Litvinov A. A., Krotov A. S., Anikhovskaya L. I., Dement'eva L. A.* Study of thermohumid aging of aircraft fiberglass plastic // *Polym. Sci. Ser. D.* — 2010. — Vol. 3, No. 1. — P. 58—61.
70. *Aniskevich K., Korkhov V., Faitelson J., Jansons J.* Mechanical properties of pultruded glass fiber reinforced plastic after freeze—thaw cycling // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2012. Vol. 31, No. 22. — P. 1554—1563.
71. *Lord H. W., Dutta P. K.* On the design of polymeric composite structures for cold regions applications // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 1988. — Vol. 7, No. 5. — P. 435—458.
72. *Startsev O. V., Nikishin E. F.* Aging of polymer composite materials exposed to the conditions in outer space // *Mech. Compos. Mater.* — 1994. — Vol. 29, No. 4. — P. 338—346.
73. *Reynolds T., McManus H.* Accelerated tests of environmental degradation in composite materials // *Composite Structures: Theory and Practice / Ed. P. Grant and C. Rousseau.* — West Conshohocken, PA: ASTM Int. 2001. — P. 513-525.
74. *Issouпов V., Startsev O. V., Lacabanne C., Demont P., Viel-Ingutmbert V., Dinguirard M., Nikishin E. F.* Combined effect of thermal and mechanical stresses on the viscoelastic properties of a composite material for space structures // *Protection of Materials and Structures from Space Environment.* — Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2006. — P. 271—281.
75. *Старцев О. В., Махоньков А. Ю., Деев И. С., Никитин Е. Ф.* Исследование старения углепластика КМУ-4Л после 12 лет экспонирования на международной космической станции методом динамического механического анализа. 2. Влияние места расположения пластин в многослойных пачках // *Вопр. материаловедения.* — 2013. — № 4. — P. 69—76.

76. *Startsev O. V., Vapirov Y. M., Deev I. S., Yartsev V. A., Krivonos V. V., Mitrofanova E. A., Chubarova M. A.* Effect of prolonged atmospheric aging on the properties and structure of carbon plastic // *Mech. Compos. Mater.* — 1987. — Vol. 22, No. 4. — P. 444—449.

77. *Авиационные материалы: Справочник в 13 т. Т. 13. Климатическая и микробиологическая стойкость неметаллических материалов / Под ред. Е. Н. Каблова.* — М., 2015. — 270 с.

78. *Старцев В. О., Плотников В. И., Антипов Ю. В.* Обратимые эффекты влияния влаги при определении механических свойств ПКМ при климатических воздействиях // *Тр. ВИАМ: электрон. науч.-техн. журн.* URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения 20.06.2021). — 2018. — № 5. — Ст. 12. DOI: 10.18577/2307-6046-2018-0-5-110-118

Поступила в редакцию 28.06.2021

Received June 28, 2021

К. Анискевич, О. Старкова*

Институт механики материалов Латвийского университета, Рига, Латвия

**ОЦЕНКА ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПЭВП,
НАПОЛНЕННОГО МНОГОСТЕННЫМИ УГЛЕРОДНЫМИ
НАНОТРУБКАМИ, С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СООТНОШЕНИЯ
СКОРОСТЕЙ РЕАКЦИИ¹**

K. Aniskevich and O. Starkova*

**EVALUATION OF VISCOPLASTIC STRAIN OF HIGH DENSITY
POLYETHYLENE/MULTIWALL CARBON NANOTUBE COMPOSITES
USING THE REACTION RATE RELATION**

Keywords: viscoplasticity, creep, strain rate, creep recovery, nano-composite

A novel semi-empirical method for decoupling of viscoplastic strain component from the total creep strain is proposed and validated by example of high density polyethylene (HDPE)/multiwall carbon nanotube (MWCNT) nanocomposites. The method is based on the Eyring's reaction-rate relation and analysis of creep data in semi-logarithmic co-ordinates strain-rate vs. strain. The initial linear part of the dependence corresponds to the reversible viscoelastic behavior, while a deviation from that is related to accumulation of the viscoplastic strain. The viscoplastic strain component is determined by simple calculations using four approximation coefficients determined on two linear parts of strain-rate vs. strain dependences. Common relationship between the viscoplastic strain and total creep strain is established from the data of 57 creep-recovery tests for samples filled with various contents of MWCNT and performed under different stresses and loading times. Validity of the method is proved by a reasonable correlation between the calculated viscoplastic strains and residual strains experimentally measured at the recovery stage. The proposed method contributes to an effective assessment of

*Автор, с которым следует вести переписку: a_klara@inbox.lv; olesja.starkova@pmi.lv
Corresponding author: a_klara@inbox.lv; olesja.starkova@pmi.lv

¹Перевод с англ.

viscoplastic strains from creep tests with no need to study creep recovery.

Ключевые слова: вязкопластичность, ползучесть, скорость деформации, ползучесть обратная, нанокompозит

Предложен и апробирован на примере полиэтилена высокой плотности, наполненного многослойными углеродными нанотрубками, новый полуэмпирический метод выделения вязкопластической компоненты из общей деформации ползучести. Метод основан на соотношении Эйринга для скоростей реакции и анализе результатов экспериментов на ползучесть в полулгарифмических координатах скорость деформации—деформация. Начальный линейный участок зависимости соответствует обратимой вязкоупругой деформации, а отклонение от линейности обусловлено появлением и развитием вязкопластической деформации. Вязкопластическая составляющая определяется простым вычислением с использованием четырех параметров аппроксимации двух линейных участков зависимости скорости деформации от общей деформации. Обобщенная зависимость вязкопластической составляющей от общей деформации получена с использованием результатов 57 испытаний на ползучесть разной длительности и при разных нагрузках образцов нанокompозита с разным наполнением. Применимость метода подтверждена приемлемой корреляцией вычисленных значений вязкопластической деформации, накопленной в процессе ползучести, и остаточной деформации, определенной экспериментально на стадии обратной ползучести. Предложенный метод позволяет оценить вязкопластическую деформацию без проведения дополнительных испытаний на обратную ползучесть.

Введение

Ползучесть композитного материала на основе полимерного связующего — развитие деформации во времени под действием постоянной нагрузки — обусловлена как релаксационными процессами в полимерной матрице, так и необратимыми изменениями структуры полимера и/или композита, приводящими к его разрушению [1, 2]. При рассмотрении аддитивности вкладов от обоих механизмов деформация ползучести выражена как сумма вязкоупругой и вязкопластической составляющих. Первая является обратимой и стремится к нулю после разгрузки, вторая необратима: её развитие под действием нагрузки приводит к остаточной деформации после разгрузки и обратной ползучести. Оценка вязкопластической составляющей деформации ползучести основывается на результатах испытаний в режиме ползучесть—обратная ползучесть после

завершения релаксационных процессов, когда вязкоупругая составляющая обращается в нуль. Для описания вязкоупруго-вязкопластической деформации обычно используются интегральные уравнения наследственной теории вязкоупругости [3—7]. Вязкопластическая составляющая деформации описывается нелинейной функцией напряжения и времени, в частности, степенной [5, 8]. Параметры этой функции определяют из остаточной деформации, измеренной в испытаниях на ползучесть—обратную ползучесть при разных напряжениях и временах. Такой подход широко использован и апробирован в многочисленных исследованиях разных видов полимерных композитных материалов [9]. Следует заметить, что под действием больших нагрузок в течение длительного времени напряжение не остается постоянным, поскольку поперечное сечение образца изменяется вследствие образования дефектов в структуре материала. Попытки учесть “эффективное” напряжение, равное нагрузке, деленной на текущее сечение образца, предприняты авторами [10, 11]. Позднее этот подход привел к моделям накопления повреждений с интегральными уравнениями [4, 12—13]. Обобщенная нелинейная вязкоупруго-вязкопластическая модель ползучести, учитывающая как нелинейность, так и необратимость зависящей от времени деформации, разработана на основе термодинамики [14]. Модель материала, учитывающая развитие в нем микроповреждений с возрастанием нагрузки, приводящее к взаимозависимому ухудшению упругих, вязкоупругих и вязкопластических свойств, предложена авторами [9].

Интегральные уравнения позволяют описывать результаты эксперимента на ползучесть “в чистом виде” путем подгонки соответствующих параметров, учитывать историю нагружения и в результате прогнозировать ползучесть. Основной недостаток такого подхода заключается в большом количестве параметров, являющихся функциями напряжения и времени; они должны быть определены из эмпирических соотношений, построенных на основе большого количества испытаний в режиме ползучесть—обратная ползучесть. Обычно исследователи ограничиваются описанием результатов испытаний на ползучесть при одном или нескольких уровнях напряжения, рассматривая один и тот же временной интервал в ползучести—обратной ползучести. Систематические данные в широком диапазоне напряжений и времен не всегда доступны, что усложняет построение надежных моделей поведения материала — определяющих уравнений напряжение—деформация—время. Во многих случаях более предпочтительно использование моделей и эмпирических подходов, где время исключается из основных соотношений и учитывается косвенно. Интегральный подход имеет недостаток и при анализе кинетики деформационного процесса.

Вязкопластическая деформация полимера обусловлена изменением подвижности макромолекулярных цепей под действием напряжения. Повышенная сегментальная подвижность основной цепи приводит к непре-

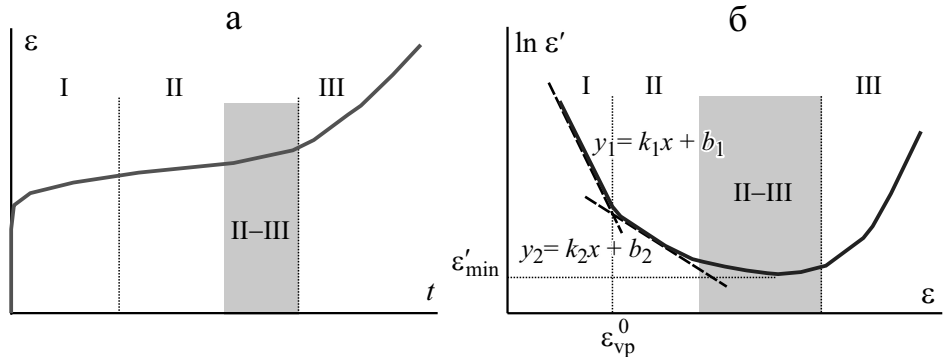


Рис. 1. Схема предложенного метода: кривая ползучести (а) и диаграмма $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$ с линейными аппроксимациями в областях I и II и характеристической точкой ε_{vp}^0 (б).

рывному динамическому изменению ее конформации и в результате — к пластическому течению. Кинетика деформации может быть описана на основе активационной теории течения Эйринга [15, 16].

В испытании на ползучесть выделяют три стадии: начальную, или переходную, установившуюся и ускоренную. Начальная стадия соответствует области вязкоупругости, где скорость деформации ползучести убывает со временем или с ростом деформации. При установившейся ползучести скорость деформации достигает постоянного значения, что соответствует пластическому течению. Далее скорость деформации растет (ускоренная ползучесть), что приводит к локализации деформации и разрушению (рис. 1: I, II и III — области начальной, установившейся и ускоренной ползучести соответственно). Следует заметить, что переход из стадии установившейся ползучести в стадию ускоренной не определен строго, а является аппроксимацией процесса изменения скорости ползучести. Переход обычно определяют как область, в которой это изменение меняет характер от убывающего к возрастающему.

Несмотря на то что три стадии процесса ползучести не всегда выделяются, изучение скорости деформации как функции времени t или деформации ε может дать важную информацию о кинетике деформационного процесса.

Логарифмический масштаб скорости деформации ползучести как функции общей деформации раскрывает начальные стадии процесса ползучести. Положение минимума скорости деформации, соответствующего началу ускоренной ползучести, определяет деформацию разрушения. Положение минимума на диаграммах $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$ использовано авторами [17] для оценки времени долговечности полиамидов, поликарбоната и армированного углеродными волокнами пластика. Получено достаточ-

но удовлетворительное соответствие результатов расчета с применением для скорости деформации ползучести уравнения скорости реакции Эйринга и эксперимента. Моделирование ползучести как термически активируемого процесса обобщено авторами [18]. В [19] на основе анализа скорости деформации ползучести как функции деформации проведено моделирование ползучести полиоксиметилена с применением реологических уравнений. Согласно формулировке Фойгта [20] при ползучести срабатывает механизм обратной связи: увеличение деформации приводит к увеличению скорости деформации [21]. Таким образом, значение деформации ползучести $\varepsilon(t)$ само по себе может рассматриваться как параметр соотношения скорость деформации—деформация.

Зависимость логарифма скорости деформации ползучести от общей деформации, известная как диаграмма Шерби—Дорн [22], широко используется для прогнозирования долговечности металлов и композитных материалов на основе полимеров в условиях их пластического разрушения [23, 24]. Положение минимума на диаграмме Шерби—Дорн — “критическая деформация” не зависит от приложенного напряжения. Это относится к минимуму скорости деформации ползучести на этапе установившейся ползучести и предполагаемого перехода на стадию ускоренной ползучести.

Ранее на основе анализа экспериментальных данных в режиме ползучесть—обратная ползучесть полипропилена (ПП) и полиэтилена высокой плотности (ПЭВП), наполненных многостенными углеродными нанотрубками (МСУНТ), было сообщено о существовании обобщенного соотношения между остаточной деформацией и общей деформацией ползучести [25, 26]. Первая, будучи функцией напряжения и времени, характеризует необратимую деформацию безотносительно к ее природе, будь то вязкопластичность и/или повреждение. Для описания обобщенной зависимости остаточной деформации от общей деформации ползучести разных композитных материалов на основе полимеров применима степенная функция [25].

Цель настоящего исследования — разработка метода выделения вязкопластической деформации из общей деформации ползучести с использованием модели термически активированного пластического течения. Это позволит охарактеризовать развитие вязкопластической деформации как функции общей деформации, без прямого рассмотрения эффектов приложенного напряжения и времени ползучести. Применимость метода подтверждается анализом результатов 57 испытаний на ползучесть—обратную ползучесть ПЭВП, наполненного многостенными углеродными нанотрубками [27]. Метод позволяет оценить вязкопластическую деформацию без проведения испытаний на обратную ползучесть, требующих много времени и не всегда доступных.

1. Основное уравнение

В теории термической активации полагают, что макроскопическая скорость деформации ползучести есть произведение количества единиц течения, среднего приращения деформации на преодоление энергетического барьера и вероятности того, что каждая единица может преодолеть этот энергетический барьер [1, 15, 16]. Она имеет место в ограниченном диапазоне скорости деформации—времени из-за допущения того, что постоянное число единиц течения доступно для активационного перехода и среднее приращение деформации на преодоление энергетического барьера остается постоянным в процессе ползучести. В соответствии с [1, 17] скорость деформации ползучести $\dot{\varepsilon}$ определяется следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}(\sigma, t, T) = C_0 e^{-\frac{U_0}{RT}} e^{\frac{\sigma v_p}{3RT}} e^{-\frac{(\sigma - \sigma_{\text{int}}) v_s}{RT}}, \quad (1)$$

где σ — приложенное напряжение; t — время, T — температура; C_0 — постоянная; U_0 — энергия активации; v_p и v_s — активационные объемы давления и сдвига; R — универсальная газовая постоянная; σ_{int} — внутреннее напряжение. Это напряжение противоположно приложенному напряжению σ и пропорционально обратимой деформации ε_R , которая включает в себя как упругую $\varepsilon_{\text{el}}(\sigma, T)$, так и вязкоупругую $\varepsilon_{\text{ve}}(\sigma, t, T)$ составляющие:

$$\sigma_{\text{int}} = K_2 \varepsilon_R, \quad (2)$$

где K_2 — постоянная, пропорциональная температуре.

С учетом (2) уравнение (1) преобразуем к виду

$$\dot{\varepsilon}(\sigma, t, T) = C e^{-\frac{\sigma(v_p + 3v_s)}{3RT}} e^{-\frac{K_2 v_s \varepsilon_R}{RT}}, \quad (3)$$

где $C = C_0 e^{-\frac{U_0}{RT}}$.

Полагая взаимонезависимость механизмов деформирования, общую деформацию ползучести определяем как сумму обратимой упругой и вязкоупругой ε_R и необратимой вязкопластической ε_{vp} составляющих:

$$\varepsilon(\sigma, t, T) = \varepsilon_R(\sigma, t, T) + \varepsilon_{\text{vp}}(\sigma, t, T). \quad (4)$$

Подобно ε_R величина ε_{vp} есть функция напряжения, времени и температуры. Далее используем упрощенные обозначения, переменные в скобках опускаем.

Из уравнения (4) следует, что

$$\varepsilon_R = \varepsilon - \varepsilon_{\text{vp}}, \quad (5)$$

и уравнение (3) принимает вид

$$\dot{\varepsilon} = C e^{\frac{\sigma(v_p+3v_s)}{3RT}} e^{-\frac{K_2 v_s (\varepsilon - \varepsilon_{vp})}{RT}}$$

или

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln C' - \frac{K_2 v_s}{RT} \varepsilon + \frac{K_2 v_s}{RT} \varepsilon_{vp}, \quad (6)$$

где $\ln C' = \ln C + \frac{\sigma(v_p + 3v_s)}{3RT}$.

В отсутствии вязкопластической деформации $\varepsilon_{vp} = 0$ запишем

$$\ln \dot{\varepsilon} = \ln C' - \frac{K_2 v_s}{RT} \varepsilon, \quad (7)$$

т. е. логарифм скорости деформации линейно уменьшается с ростом общей деформации ползучести ε .

Из уравнения (6) следует, что

$$\varepsilon_{vp} = \frac{RT}{K_2 v_s} \ln \dot{\varepsilon} - \frac{RT}{K_2 v_s} \ln C - \left(1 + \frac{v_p}{3v_s}\right) \frac{\sigma}{K_2} + \varepsilon. \quad (8)$$

В испытаниях на ползучесть вязкопластическая деформация возрастет во времени и достигает максимального значения ε_{vp}^{\max} к моменту разгрузки $t = t_{\text{creep}}$. При обратной ползучести, когда $\sigma = 0$, вязкопластическая деформация не накапливается, оставаясь постоянной. В этом случае уравнение (6) преобразуется к виду

$$\ln |\dot{\varepsilon}| = \frac{K_2 v_s}{RT} \varepsilon - \ln C' - \frac{K_2 v_s}{RT} \varepsilon_{vp}^{\max}. \quad (9)$$

Следует заметить, что приведенные уравнения не содержат переменную времени в явном виде. Она опосредована деформацией, которая является функцией времени и приложенного напряжения. Эти уравнения будут использованы далее для оценки скорости деформации ползучести как функции деформации и выделения вязкопластической составляющей из общей деформации ползучести.

2. Метод

Предложенный метод основан на анализе результатов испытаний материалов в режиме ползучесть—обратная ползучесть в координатах логарифм скорости деформации ползучести—общая деформация ползучести $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$, т. е. фактически рассматриваются диаграммы Шерби—Дорн. Однако этот термин не будет использован, поскольку рассматриваются

лишь начальные участки зависимостей $\ln \dot{\varepsilon}$ от ε , в то время как диаграммы Шерби—Дорн используются для анализа положения минимума скорости деформации ползучести, который отождествляется с разрушением материала при ползучести (длительной прочностью, долговечностью), что не является целью настоящей работы.

Кривая ползучести и диаграмма $\ln \dot{\varepsilon} — \varepsilon$ показаны схематично на рис. 1. В общем случае эта зависимость является нелинейной. На ней могут быть выделены три области, соответствующие разным механизмам деформации. Согласно уравнению (7) в области I, представленной линейной зависимостью $\ln \dot{\varepsilon}$ от ε , развивается вязкоупругая деформация. В области II помимо вязкоупругой развивается и вязкопластическая деформация, скорость деформации ползучести при этом описывается уравнением (6). В области перехода II—III механизм деформации все еще контролируется пластическим течением, хотя и с меньшей скоростью по сравнению со скоростью в области II. В общем случае переход II—III с “близким к нулю” наклоном соответствует кажущемуся переходу от установившейся ползучести к ускоренной [22, 23]. Последняя проявляется в области III, заканчивающейся разрушением материала. В настоящей работе анализ данных ограничивается областями I и II.

Итак, полагаем, что отклонение от линейности зависимости $\ln \dot{\varepsilon} — \varepsilon$ при переходе I—II вызвано вкладом вязкопластической составляющей деформации. Нелинейная функция в области II может быть представлена как кусочно-линейная или в первом приближении как линейная функция с параметрами, отличными от таковых для линейной функции в области I. Такое упрощение позволяет определить деформацию ползучести ε_{vp}^0 , при которой инициируется вязкопластическая составляющая, как точку пересечения двух линий (см. рис. 1—б):

$$\text{при } \varepsilon \leq \varepsilon_{vp}^0 \quad \ln \dot{\varepsilon} = -k_1 \varepsilon + b_1, \quad (10)$$

$$\text{при } \varepsilon > \varepsilon_{vp}^0 \quad \ln \dot{\varepsilon} = -k_2 \varepsilon + b_2. \quad (11)$$

В соответствии с уравнением (7) прямая линия в области I, определяемая уравнением (10) с параметрами $k_1 = \frac{K_2 v_s}{RT}$ и $b_1 = \ln C'$, характеризует развитие вязкоупругой деформации. Используя обозначения параметров k_1 и b_1 , выражение (8) для вязкопластической деформации можно записать как

$$\varepsilon_{vp} = \frac{1}{k_1} (\ln \dot{\varepsilon} - b_1) + \varepsilon. \quad (12)$$

Для $\varepsilon > \varepsilon_{vp}^0$, т.е. в области II, зависимость $\ln \dot{\varepsilon}$ от ε описывается уравнением (11), а зависимость вязкопластической деформации от общей дефор-

магии (12) принимает вид

$$\varepsilon_{vp} = \left(1 - \frac{k_2}{k_1} \right) \varepsilon + \frac{b_2 - b_1}{k_1}. \quad (13)$$

Как видно из (13), ε_{vp} есть линейная функция ε с начальной точкой $\varepsilon_{vp}^0 = \frac{b_2 - b_1}{k_2 - k_1}$. После определения параметров k_1, k_2, b_1 и b_2 путем простой линейной аппроксимации уравнениями (10), (11) (см. рис. 1—б) величина ε_{vp} может быть вычислена для любого ε . Еще раз заметим, что влияние приложенного напряжения и времени опосредовано значением ε .

В соответствии с (10) параметр k_1 характеризует скорость затухания вязкоупругой деформации. Аналогично параметр k_2 уравнения (11) характеризует скорость затухания общей деформации ползучести после того, как инициирована вязкопластическая деформация; $k_2 < k_1$. В режиме обратной ползучести, согласно уравнению (9), линейные зависимости $\ln|\dot{\varepsilon}|$ от ε характеризуются тем же значением параметра k_1 , но с отрицательным наклоном прямой к оси ε .

3. Проверка применимости метода и обсуждение

Метод апробирован с использованием результатов экспериментов на ползучесть—обратную ползучесть в условиях одноосного нагружения образцов ПЭВП, наполненного многостенными углеродными нанотрубками ($c = 2, 5, 7,5$, и 10% по массе). Методика изготовления и испытания нанокompозита детально описаны в [26], а экспериментальные данные представлены в [27]. Для покрытия широкого диапазона значений деформации ползучести в областях вязкоупругости и вязкоупругопластичности

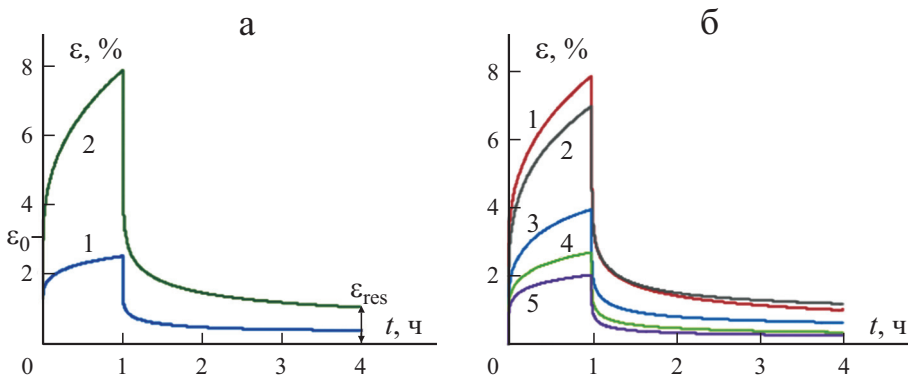


Рис. 2. Характерные кривые ползучести и обратной ползучести чистого ПЭВП при $\sigma = 0,25 \sigma_y$ (1) и $\sigma = 0,5 \sigma_y$ (2) (а) и нанокompозита с наполнением $c = 0$ (1), 2 (2), 5 (3), 7,5 (4) и 10% по массе (5) (б) при $\sigma = 0,5 \sigma_y$ [27].

использованы результаты испытаний на ползучесть разной длительности (30 мин и 1 ч) и при разных напряжениях, соответствующих $0,25\sigma_y$ и $0,5\sigma_y$, где σ_y — предел текучести ПЭВП и каждой композиции. Длительность обратной ползучести всегда была в 3 раза больше, чем длительность активного нагружения. Испытывали по крайней мере три образца-близнеца каждой композиции. В общем проанализированы результаты испытаний на ползучесть—обратную ползучесть 57 образцов нанокompозита.

Характерные кривые ползучести и обратной ползучести чистого ПЭВП и нанокompозита показаны на рис. 2. Они монотонны и не обнаруживают какого-либо качественного отличия от результатов, известных из литературы: мгновенная деформация ε_0 , деформация ползучести $\varepsilon(t)$, а также остаточная деформация ε_{res} возрастают с увеличением уровня напряжения (рис. 2—*a*). Нанокompозит обладает меньшей ползучестью и меньшей остаточной деформацией по сравнению с чистым полимером, эффект усиливается с ростом величины c (рис. 2—*б*). Эти результаты обсуждали более подробно в предыдущих работах авторов [25, 26]. Материалы проявляют нелинейное вязкоупруго-вязкопластическое поведение.

Данные рис. 2 в координатах $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$ приведены на рис. 3. Как видно из данных рис. 3—*a*, при $\sigma = 0,25\sigma_y$ кривая, соответствующая стадии ползучести, четко разделяется на два линейных участка, что указывает на вязкоупругую и вязкоупруго-вязкопластическую деформацию в областях I и II (см. рис. 1—*б*). При $\sigma = 0,5\sigma_y$ диаграмма $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$ нелинейна с различимым переходом из области II в III, что указывает на разные скорость и, вероятно, природу вовлекаемых в деформирование необратимых процессов. Нелинейность диаграмм $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$ наполненного композита заметно уменьшается с увеличением содержания нанонаполнителя c (рис. 3—*б*).

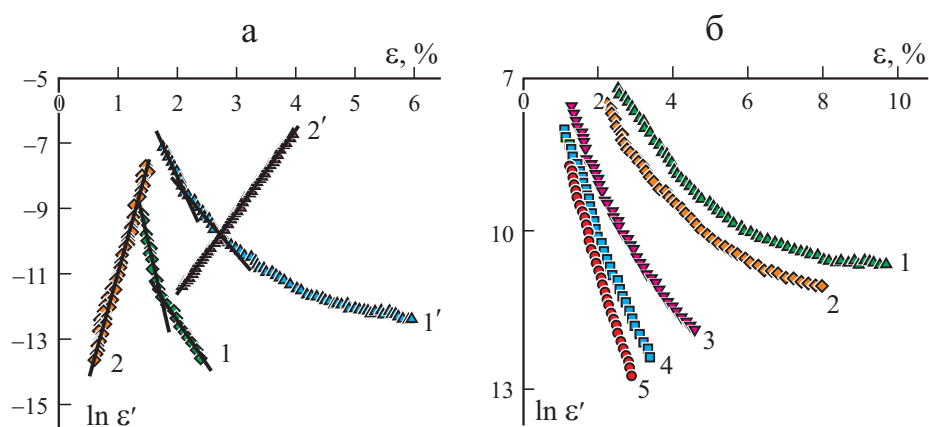


Рис. 3. Диаграммы $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$ чистого ПЭВП для ползучести (1, 1') и обратной ползучести (2, 2') при $\sigma = 0,25\sigma_y$ (1, 2) и $\sigma = 0,5\sigma_y$ (1', 2') (по данным рис. 2—*a*) и нанокompозитов (по данным рис. 2—*б*).

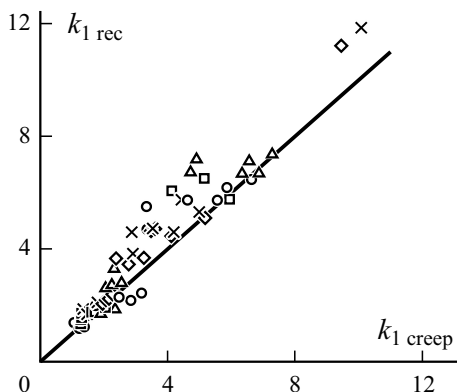


Рис. 4. Соотнесенность параметров k_1 для ползучести и обратной ползучести нанокомпозитов при $c = 0$ (\circ); 2 (\square); 5 (Δ); 7,5 (\diamond); 10% по массе (\times) при разных значениях напряжения и длительности испытаний на ползучесть. Линия — прямая пропорциональность.

При обратной ползучести диаграммы $\ln \dot{\epsilon} - \epsilon$ линейны для обоих рассматриваемых уровней нагрузки при ползучести (см. рис. 3—*a*). Такое поведение описывается уравнением (8) и соответствует предположению о том, что обратная ползучесть обусловлена лишь вязкоупругой деформацией. Параметры k_1 , определенные путем линейной аппроксимации диаграмм ползучести и обратной ползучести уравнением (10) (см. рис. 3) для всех исследуемых нанокомпозитов, приведены на рис. 4. Как видно, k_1 (ползучесть) = k_1 (обратная ползучесть). Это свидетельствует о том, что вязкопластическая деформация, накопленная при ползучести, не оказыва-

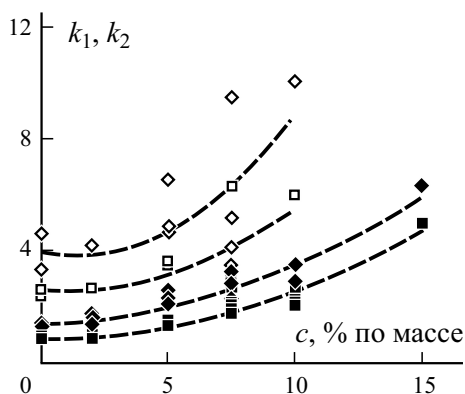


Рис. 5. Параметры k_1 (\diamond , \blacklozenge) и k_2 (\square , \blacksquare) аппроксимирующих уравнений (10), (11) нанокомпозитов при $\sigma = 0,25 \sigma_y$ (светлые значки) и $\sigma = 0,5 \sigma_y$ (темные значки) в зависимости от содержания нанонаполнителя c .

ет существенного влияния на скорость вязкоупругой деформации при обратной ползучести. Таким образом, получено подтверждение аддитивности вкладов вязкоупругой и вязкопластической деформации в общую деформацию ползучести, используемую в уравнении (4).

Значения параметров k_1 и k_2 , определенных путем аппроксимации линейных участков диаграмм $\ln \dot{\epsilon} - \epsilon$ уравнениями (10), (11), для нанокомпозитов в зависимости от степени наполнения для двух уровней напряжения представлены на рис. 5. Тенденция к увеличению значений k_1 и k_2 с увеличением содержания нанонаполнителя c обусловлена, вероятно, “задерживающим” влиянием нанонаполнителя на обратимые и необратимые процессы в ПЭВП.

Для проверки предложенного метода проведено сравнение рассчитанных с использованием уравнения (3) максимальных вязкопластических деформаций при ползучести ϵ_{vp}^{\max} и остаточных деформаций ϵ_{res} , определенных экспериментально из испытаний после завершения обратной ползучести. Результаты, приведенные на рис. 6 для нанокомпозитов с разным коэффициентом наполнения при разных уровнях напряжения, показывают достаточно удовлетворительное соответствие значений ϵ_{vp}^{\max} и ϵ_{res} . На рис. 7 величины ϵ_{vp}^{\max} и ϵ_{res} представлены в зависимости от общей деформации. Как видно из данных рисунка, зависимость вязкопластической деформации от напряжения и времени определяется величиной общей деформации ползучести. Вязкопластическая деформация является обобщенной функцией общей деформации ползучести для чистого ПЭВП и нанокомпозитов с разным коэффициентом наполнения при разных зна-

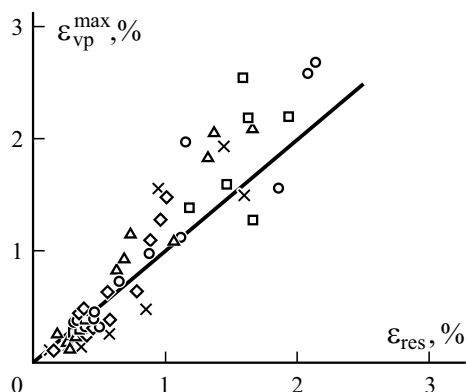


Рис. 6. Корреляция значений максимальной вязкопластической деформации ϵ_{vp}^{\max} при ползучести, вычисленной по уравнению (13), и остаточной деформации ϵ_{res} после обратной ползучести, определенной экспериментально, для нанокомпозитов при $c = 0$ (○); 2 (□); 5 (Δ); 7,5 (◇); 10% по массе (×) при разных уровнях напряжения и длительности испытаний на ползучесть. Линия — прямая пропорциональность.

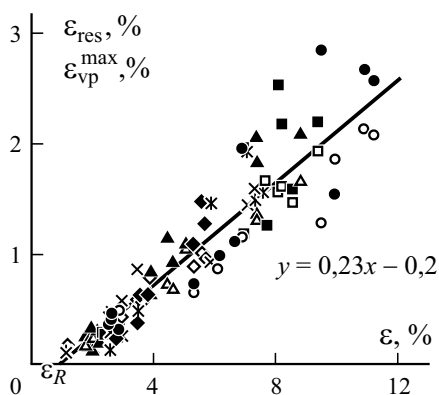


Рис. 7. Зависимость максимальной вязкопластической деформации ε_{vp}^{\max} при ползучести (темные значки), вычисленной по уравнению (13), и остаточной деформации ε_{res} после обратной ползучести (светлые значки), определенной экспериментально, от общей деформации ползучести для нанокompозитов при $c = 0$ (\circ , \bullet); 2 (\square , \blacksquare); 5 (\triangle , \blacktriangle); 7,5 (\diamond , \blacklozenge); 10% по массе (\times , $+$) при разных уровнях напряжения и длительности испытаний на ползучесть. Линия — линейная аппроксимация.

чениях напряжения и времени ползучести. Введение нанонаполнителя в ПЭВП приводит к уменьшению деформации ползучести, и, следовательно, к уменьшению вязкопластической деформации. Величина $\varepsilon_R \approx 0,9\%$ на рис. 7, определенная линейной аппроксимацией $\varepsilon_{vp}^{\max} = 0,23\varepsilon - 0,2$, соответствует обратимой деформации в уравнении (4). С ростом общей деформации ползучести разброс данных для ε_{res} и ε_{vp}^{\max} увеличивается, что, очевидно, определяет предел применимости предложенного метода и использованных упрощений в виде линейной зависимости $\ln \dot{\varepsilon} - \varepsilon$ в области II (см. рис. 1—б). Это в свою очередь приводит к некоторой неопределенности при нахождении параметров аппроксимации уравнений (10), (11). Несмотря на это и учитывая достаточно большую область изменений деформации ползучести в экспериментальных данных, используемых для проверки соотнесенности значений ε_{vp}^{\max} и ε_{res} , предложенный метод может рассматриваться как полезный инструмент для простейшей оценки вязкопластической деформации, накапливаемой при ползучести. Основным преимуществом метода является то, что он не требует проведения длительных испытаний на обратную ползучесть. Более того, зависимость $\varepsilon_{vp}(\varepsilon)$ может быть построена на основе относительно небольшого количества испытаний, а величина ε_{vp} рассчитана для произвольного уровня напряжения, времени ползучести и/или воздействия какого-либо внешнего фактора [25]. Конечно, для подтверждения кинетики накопления вязкопластической деформации необходимо добавить физические методы регистрации необратимых изменений структуры материал. Целесообразно проверить и применимость этого метода на других материалах.

Выводы

Предложен новый полуэмпирический метод выделения вязкопластической компоненты из общей деформации ползучести. Метод основан на анализе результатов экспериментов на ползучесть с использованием уравнения Эйринга. Вязкопластическая деформация вычислена с использованием четырех коэффициентов аппроксимации, определенных из экспериментальных данных. Установлено общее линейное соотношение между вязкопластической компонентой и общей деформацией ползучести для ПЭВП с разной степенью наполнения многостенными углеродными нанотрубками, испытанного при разных уровнях напряжения и времени ползучести. Применимость метода подтверждена достаточно удовлетворительной корреляцией результатов вычислений максимальной вязкопластической деформации и полученными экспериментальными значениями остаточных деформаций после разгрузки и обратной ползучести для всех исследуемых нанокомпозитов. Введение в ПЭВП нанонаполнителя приводит к уменьшению деформации ползучести и, следовательно, к уменьшению вязкопластической составляющей деформации.

Используемые в настоящей работе экспериментальные данные получены в рамках проекта ERDF No. 1.1.1.1/16/A/141.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ward I. M., Sweeney J.* An Introduction to the Mechanical Properties of Solid Polymers. — John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex, 2004. — 394 p.
2. *Aniskevich K., Starkova O., Jansons J., Aniskevich A.* Long-Term Deformability and Aging of Polymer Matrix Composites. — Nova Sci. Publ., 2011. — 190 p.
3. *Megnis M., Varna J.* Nonlinear viscoelastic, viscoplastic characterization of uni-directional GF/EP composite // Mech. Time-Dependent Mater. — 2003. — No. 7. — P. 269—290.
4. *Dasappa P., Lee-Sullivan P., Xiao X.* Development of viscoplastic strains during creep in continuous fibre GMT composites // Composites: Part B. — 2010. — Vol. 41. — P. 48—57.
5. *Zaoutsos S. P., Papanicolau G. C.* On the influence of preloading in the nonlinear viscoelastic—viscoplastic response of carbon—epoxy composites // Compos. Sci. Technol. — 2010. — Vol. 70. — P. 922—929.
6. *Pupure L., Saseendran S., Varna J.* Effect of degree of cure on viscoplastic shear strain development in layers of [45/-45]_s GF/EP composites // J. Compos. Mater. — 2018. — Vol. 52, No. 24. — P. 3277—3288.
7. *Хохлов А. В.* Индикаторы применимости и способы идентификации нелинейной модели типа Максвелла для реономных материалов по кривым нагружения и разгрузки // Механика композит. материалов. — 2019. — Т. 55, № 2. — С. 277—302.

8. *Zapas L. J., Crissman J. M.* Creep and recovery behaviour of ultra-high molecular weight polyethylene in the region of small uniaxial deformations // *Polymer*. — 1984. — Vol. 25. — P. 57-62.
9. *Varna J., Pupure L.* Characterization of viscoelasticity, viscoplasticity, and damage in composites // *Guedes R.* Creep and Fatigue in Polymer Matrix Composites. — 2nd ed. — Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, 2019. — P. 497—530.
10. *Качанов Л. М.* О времени разрушения при ползучести // *Изв. АН СССР. Отд. техн. наук*. — 1958. — С. 26—31.
11. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 1966. — 752 с.
12. *Kim J.-S., Muliana A. H.* A combined viscoelastic—viscoplastic behavior of particle reinforced composites // *Int. J. Solids Struct.* — 2010. — Vol. 47. — P. 580—594.
13. *Muliana A.* Nonlinear viscoelastic-degradation model for polymeric based materials // *Int. J. Solids Struct.* — 2014. — Vol. 51, No. 1. — P. 122—132.
14. *Shapery R. A.* On the characterization of nonlinear viscoelastic materials // *Polym. Eng. Sci.* — 1969. — Vol. 9, No 4. — P. 295—310.
15. *Krausz A. S., Eyring H.* Deformation Kinetics. — N. Y.: John Wiley & Sons, 1975. — 398 p.
16. *Eyring H.* Viscosity, plasticity, and diffusion as examples of absolute reaction rates // *J. Chem. Phys.* — 1963. — No. 4. — P. 283—295.
17. *Spathis G., Kontou E.* Creep failure time prediction of polymers and polymer composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2012. — Vol. 72. — P. 959—964.
18. *Kontou E.* Creep analysis of polymer matrix composites using viscoplastic models // *Guedes R.* Creep and fatigue in polymer matrix composites. — 2nd ed. — Woodhead Publishing Series in Composites Science and Engineering, 2019. — P. 215—248.
19. *Altenbach H., Kutschke A., Girchenko A., Naumenko K.* // Creep behavior modeling of polyoxymethylene (POM) applying rheological models // *Altenbach H., Brünig M.* Inelastic Behavior of Materials and Structures under Monotonic and Cyclic Loading. — Springer Int. Publ. 2015. — P. 1—16.
20. *Voight B.* A relation to describe rate-dependent material failure // *Science*. — 1989. — Vol. 243, No. 4888. — P. 200—203.
21. *Corcoran J., Davies C. M.* Monitoring power-law creep using the failure forecast method // *Int. J. Mech. Sci.* — 2018. — P. 179—188.
22. *Sherby O. D., Dorn J. E.* Anelastic creep of polymethyl methacrylate // *Mech. Phys. Solid*. — 1958. — No. 6. — P. 145—162.
23. *Erartsin O., van Drongelen M., Govaert L. E.* Identification of plasticity-controlled creep and fatigue failure mechanisms in transversely loaded unidirectional thermoplastic composites // *J. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 55, No. 14. — P. 1947—1965.
24. *van Erp T. B., Reynolds C. T., Peijs T., van Dommelen J. A. W., Govaert L. E.* Prediction of yield and long-term failure of oriented polypropylene: kinetics and anisotropy // *J. Polymer Sci., Part B: Polym. Phys.* — 2009. — Vol. 47. — P. 2026—2035.
25. *Starkova O., Aniskevich K., Sevchenko J., Bulderberga O., Aniskevich A.* Relationship between the residual and total strain from creep- tests of polypropylene/multiwall carbon nanotube composites // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2021. — Vol. 138, No. 10. — P. 49—57.

26. *Starkova O., Sevchenko J., Stankevich S., Bulderberga O., Aniskevich A.* Creep of high density polyethylene filled with multiwall carbon nanotubes // *J. Phys. Conf. Ser.* — 2020. — No. 1431, 012005.

27. *Starkova O., Sevchenko J., Stankevich S., Bulderberga O., Aniskevich A.* // Creep and recovery of high density polyethylene filled with multiwall carbon nanotubes. — *Mendeley Data.* — 2020. — V1. — <http://dx.doi.org/10.17632/685rrk6tnn.1>

Поступила в редакцию 22.02.2021

Окончательный вариант поступил 08.04.2021

Received Feb. 22, 2021 (Apr. 8, 2021)

*О. А. Кудрявцев**, *Н. А. Оливенко*, *С. Б. Сапожников*, *А. В. Игнатова*,
А. В. Безмельницын

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

ОЦЕНКА ПОВРЕЖДЕНИЙ И ОСТАТОЧНОЙ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА ПОСЛЕ НИЗКОСКОРОСТНОГО УДАРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИНДИКАТОРНЫХ ПОКРЫТИЙ

*O. A. Kudryavtsev**, *N. A. Olivenko*, *S. B. Sapozhnikov*, *A. V. Ignatova*, *A. V. Bezmelnitsyn*

CHARACTERIZATION OF DAMAGES AND THE RESIDUAL FLEXURAL STRENGTH OF LAYERED COMPOSITES AFTER LOW-VELOCITY IMPACTS USING INDICATOR COATINGS

Keywords: glass fibers-reinforced plastics (GFRP), coatings, low-velocity impact, bending, residual strength

The low impact resistance is one of the main factors limiting the wide use of composites in thin-walled aircraft structures. The delaminations and intralaminar damages appearing in them after a low-velocity impact, significantly reduce their strength and, in most cases, require repairing. Indicator coatings facilitate the search for impact sites for further non-destructive testing and characterization of material defects. A reflective acrylic film and polymer composite based on hollow glass microspheres were considered as indicator coatings. They irreversibly change the reflective properties after an impact. GFRP specimens with two types of coatings were subjected to low-velocity impact tests, followed by a residual bending strength assessment. Tests results showed that the indentation diameter on the coating noticeably depended on the impact energy and could indirectly characterize barely visible impact damages and the residual strength of the material. Besides, the coating based on hollow glass microspheres acts as a protective layer and increases the damage tolerance of composites.

*Автор, с которым следует вести переписку: kudriavtcevoa@susu.ru
Corresponding author: kudriavtcevoa@susu.ru

Ключевые слова: стеклопластик, покрытия, удар низкоскоростной, изгиб, прочность остаточная

Низкая стойкость к ударам является одним из основных факторов, ограничивающих широкое внедрение композитов в конструкцию самолетов. При низкоскоростном ударе в композите возникают расслоения и межслойные повреждения, которые могут значительно снижать прочность конструкции и в определенных случаях требуют проведения ремонта. Индикаторные покрытия облегчают поиск места удара для дальнейшего неразрушающего контроля и характеристики дефектов в материале. В работе в качестве индикаторных покрытий рассмотрены световозвращающая акриловая пленка и эпоксидный композит на основе полых стеклянных микросфер. При ударе эти покрытия необратимо меняют коэффициент отражения, делая блестящую поверхность матовой в зоне отпечатка определенного диаметра. Образцы стеклопластика с покрытиями двух типов испытывали на низкоскоростной удар с разной энергией, после чего оценивали остаточную изгибную прочность. По результатам испытаний установлено, что диаметр отпечатка на покрытии зависит от энергии удара и может косвенно характеризовать остаточную прочность материала. Кроме того, установлено, что покрытие на основе полых стеклянных микросфер выступает в качестве бамперного слоя и снижает повреждения в композите при ударе.

Введение

Полимерные композитные материалы (ПКМ) очень привлекательны для создания современных авиационных конструкций за счет сочетания высокой прочности и низкой плотности. Их использование в конструкции планера и двигателей позволяет достичь требуемой экономии топлива и снижения объема вредных выбросов в атмосферу. В конструкции некоторых современных гражданских самолетов доля композитов превышает 50%.

На протяжении всего срока службы авиационные конструкции чаще всего подвержены низкоскоростному удару: падение инструмента, попадание гравия со взлетно-посадочной полосы, столкновение с птицами, удар градом. Основная опасность низкоскоростного удара заключается в том, что он может приводить к возникновению малозаметных повреждений в композите, например, расслоений, внутрислойных повреждений, разрывов волокон, существенно снижающих остаточную прочность композита [1, 2].

ASTM рекомендует испытания при сжатии после удара (CAI) в качестве основного метода оценки остаточной прочности композита после

низкоскоростного удара. К настоящему времени опубликовано большое количество работ, посвященных влиянию разных факторов на остаточную прочность композитов при сжатии после удара (включая свойства матрицы [3—6], форму образцов [7], гибридизацию [8—10], полимерные вуали [11] и структуру армирования [12]). Несмотря на широкое распространение, САI имеет и существенные недостатки: чувствительность к условиям закрепления образца, ограничение по толщине образца, оценка прочности только при сжатии [13]. Альтернативные методы оценки остаточной прочности, например изгиб после удара (FAI), в настоящее время активно исследуются [13—20]. Во многих случаях прочность образца при изгибе более чувствительна к наличию повреждений, чем при сжатии. Например, в [13] оценили деформирование и разрушение 2D- и 3D-композитов из стеклоткани/эпоксидной смолы после удара, используя протоколы САI и FAI. Было показано, что протокол тестирования FAI показывает большее снижение механических характеристик по сравнению с протоколом тестирования САI. Прочность при изгибе после удара и модуль упругости при изгибе образцов балки более чувствительны к расслоению, нанесенному во время удара. Тем не менее авторы отметили, что при выборе протокола испытаний на удар необходимо действовать по своему усмотрению, чтобы гарантировать, что метод испытаний точно отражает конечное использование исследуемого материала. Заметим, что большинство авторов использовали балочные образцы для тестирования FAI. В этом случае требуется меньше материала. В то же время повреждения образца балки могут существенно отличаться от повреждений композитной конструкции при ударе из-за ее размеров и другого напряженно-деформированного состояния. В этом случае предпочтительнее выглядит использование полноразмерных тарелок. Также возможно провести корректное сравнение с результатами тестов САI.

Последствия удара могут быть практически незаметны на поверхности композита, что осложняет их обнаружение при визуальном осмотре [21]. Обнаружение и характеристика дефектов для оценки их влияния на прочность конструкции требуют применения разных методов неразрушающего контроля [22]. В то же время применение ультразвуковой диагностики или термографии требует знания места удара. В предыдущих работах [23, 24] были предложены два новых типа функциональных покрытий для индикации места удара на конструкциях из ПКМ: самоклеящаяся световозвращающая пленка (СВП) и покрытие на основе полимерной матрицы и полых стеклянных микросфер (полимерное покрытие, ПП). СВП и ПП при ударе необратимо меняют коэффициент отражения при направленном или рассеянном освещении за счёт деформирования и разрушения элементов микроструктуры: для СВП — микропризмы, а для ПП — стеклянные микросферы.

Основная цель работы — изучить взаимосвязь между диаметром отпечатка на покрытии и повреждениями композитного материала. Диаметр отпечатка зависит от энергии удара и может использоваться для прогнозирования остаточной прочности композита после предварительной калибровки.

1. Материалы, образцы и методы

1.1. Материалы. Наиболее распространенным композитным материалом в аэрокосмической промышленности является углепластик, но в данном исследовании его использование было сочтено непрактичным. Основная причина заключается в том, что невозможно определить размер поврежденного участка после удара в образце углепластика путем визуального наблюдения. Требуется применение разных методов неразрушающего контроля, например, термографии или компьютерной томографии, которые значительно удлинляют и удорожают исследование с учетом ожидаемого количества образцов (более 100). В данной работе был использован стеклопластик в силу его прозрачности и дешевизны; углепластик же будет использован на следующих этапах изучения с меньшим количеством испытаний.

Исследовали коммерческий стеклопластик СТЭФ (PJSC «Electroizolit» [25]) толщиной $4,2 \pm 0,1$ мм на основе эпоксифенольного связующего горячего отверждения. Использовали два вида индикаторных покрытий. Первый — светоотражающая пленка 3M™ Diamond Grade™ Film 4090 (White), разработанная для использования в дорожных знаках [26]. Толщина пленки после удаления защитного слоя 0,35 мм, поверхностная плотность 400—410 г/м². Сетка на СВП имеет форму ромбов с горизонтальным

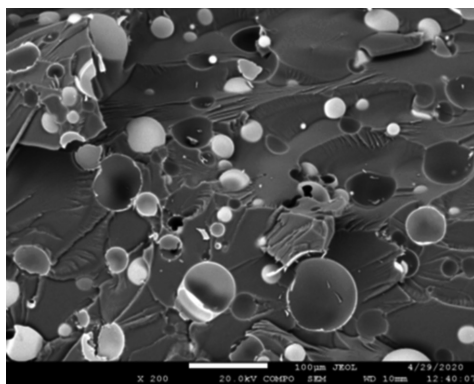


Рис. 1. Изображение СЭМ поверхности разрушения покрытия с полыми стеклянными сферами.

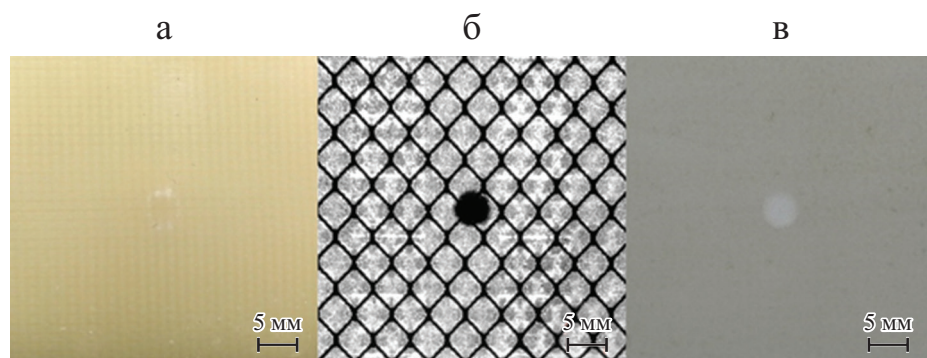


Рис. 2. Отпечатки на образцах после удара с энергией 5 Дж: *а* — без покрытия; *б* — с СВП, *в* — с ПП.

размером 4 мм, что позволяет оперативно оценивать размер отпечатка без приборов. Второе покрытие представляло собой дисперсно-наполненный композит, в котором в качестве наполнителя использовали полые стеклянные микросферы со средним диаметром 40 мкм и толщиной стенки около 2 мкм. В качестве связующего использовали эпоксидную смолу ЭД-20 с отвердителем ТЭТА. Средняя объемная доля стеклянных микросфер 30% (11% по массе). На рис. 1 представлена микрофотография излома покрытия, полученная с помощью СЭМ. Отпечаток на пленке при прямом освещении представлял собой темную окружность (рис. 2—*б*), а на покрытии выглядел как светлое пятно (рис. 2—*в*). При такой энергии удара отпечаток на образце без покрытия был практически незаметен (рис. 2—*а*). Подробнее о свойствах композита и индикаторных покрытиях см. в [23, 24].

1.2. Образцы. Испытания на низкоскоростной удар (НСУ) были проведены на образцах трех типов: без покрытия, с СВП и с ПП. Образцы с размерами в плоскости 100×100 мм были вырезаны из одного листа стеклопластика. После удара падающим грузом из образцов-пластинок вырезали балочные образцы с размерами 40×100 мм, при этом направление основы композита совпадало с продольной осью балки (рис. 3).

1.3. Низкоскоростные ударные испытания. Испытания на НСУ были проведены на вертикальном башенном копре INSTRON CEAST 9350. В качестве опоры использовали стальное кольцо с внешним / внутренним диаметром 100/72 мм. Плоские образцы помещали на опорное приспособление без дополнительного закрепления.

Во всех испытаниях на удар использовали конусный ударник INSTRON 7529.841 с полусферическим наконечником (радиус 12,7 мм). Образцы подвергались ударам с энергией до 25 Дж. Масса бойка во всех случаях 5,095 кг. Информация об условиях тестирования НСУ и количестве образцов представлена в таблице.

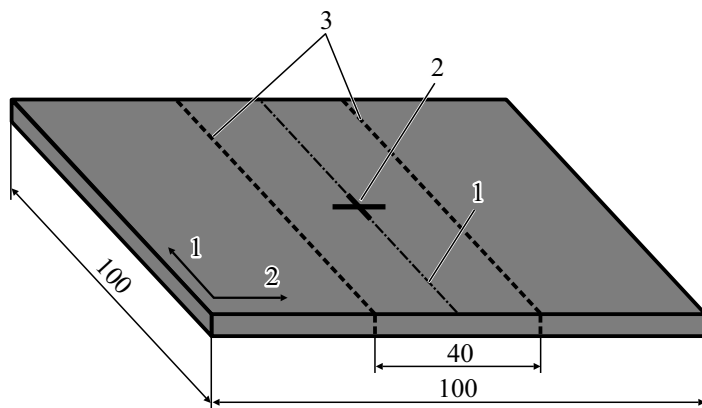


Рис. 3. Вырезание балки из образца, подвергнутого удару: 1 — ось балки; 2 — место удара; 3 — линии вырезания.

Общую площадь повреждения после НСУ, длину трещин и диаметр отпечатка оценивали для каждого образца по результатам обработки фотографий.

1.4. Испытания на изгиб после удара. Испытания балочных образцов проводили на универсальной испытательной машине INSTRON 5900R с использованием приспособления для трехточечного изгиба. Расстояние между опорами 40 мм, диаметр опорных и нагружающего роликов 10 мм, скорость нагружения задавали равной 5 мм/мин.

Для определения изгибной прочности образцов без дефектов также проведены испытания на изгиб с базой 40 мм. Были рассмотрены образцы шириной от 15 до 40 мм (пять образцов на одно значение ширины).

Условия испытаний на НСУ и количество испытанных образцов

E , Дж	Образцы без покрытия	Образцы с СВП	Образцы с ПП
2,5	3	-	-
5,0	3	3	3
7,5	3	-	-
10,0	3	3	3
12,5	3	-	-
15,0	3	3	3
17,5	3	-	-
20,0	3	3	3
22,5	3	-	-
25,0	3	3	3

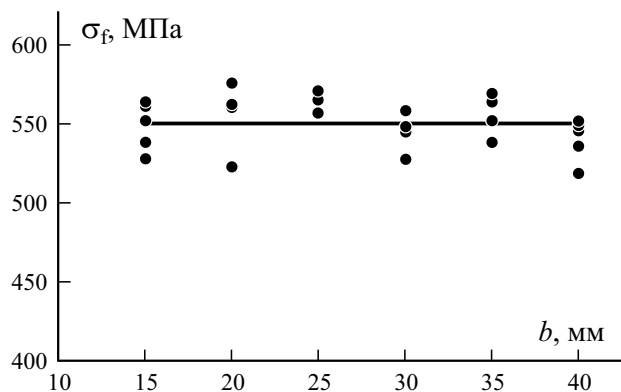


Рис. 4. зависимости прочность при изгибе σ_f от ширины образца b .

По результатам испытаний установлено, что изгибная прочность практически не зависит от ширины образца и равна 540—560 МПа (рис. 4). В результате осреднения всех полученных данных изгибная прочность образцов без дефектов была принята равной $\sigma_{f_0} = 551$ МПа.

2. Результаты и обсуждение

2.1. Испытания на НСУ. На рис. 5 представлены фотографии ударной и тыльной сторон образцов без покрытия после удара с разной энергией. Разрушение на границе волокно—матрица и расслоения были основными

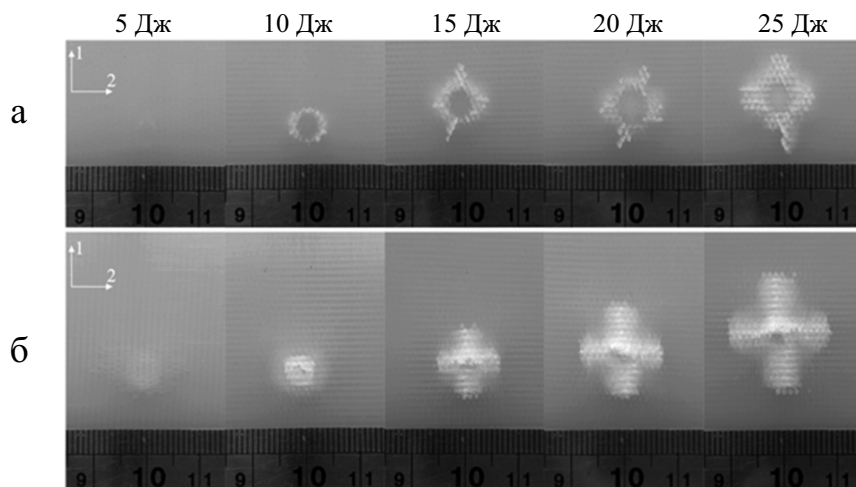


Рис. 5. Ударная (а) и тыльная сторона (б) образцов без покрытия.

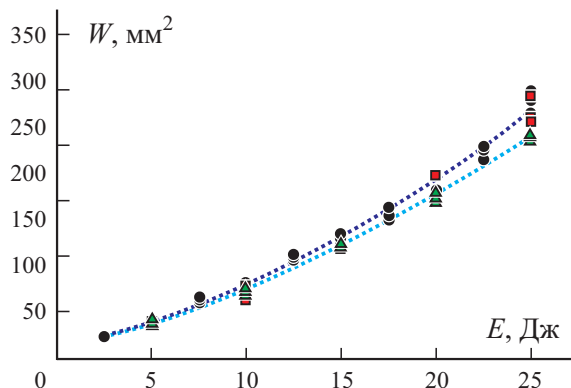


Рис. 6. Зависимость общей площади повреждения W от величины E образцов без покрытия (●); с СВП (■); с ПП (▲).

видами разрушения при $E = 2,5—7,5$ Дж. Верхние слои непосредственно под ударником были повреждены меньше. Это связано с состоянием всестороннего сжатия в них, которое предотвращает развитие дефектов.

В дополнение к упомянутым видам повреждения наблюдали и разрушение нитей от растяжения при $E = 10$ Дж. При дальнейшем увеличении энергии удара на обратной стороне образца образовывалась ярко выраженная крестообразная трещина. Трещина была более вытянутой в направлении основы (примерно на 10%), что объясняется различием прочностных свойств композита в направлении основы и утка. Характер повреждений образцов с покрытиями был таким же.

Зависимость общей площади повреждения W от энергии удара E отражают данные рис. 6. Как видно, эти зависимости имели одинаковый характер у образцов всех типов. Однако площадь повреждения на образцах с ПП была в среднем на 10% меньше, чем на образцах других типов, при $E > 10$ Дж. Можно предположить, что ПП действует не только как индикаторное покрытие, но и как защитный слой. Этот эффект не наблюдали на образцах, покрытых СВП.

Для обоих типов покрытий прослеживалась четкая зависимость диаметра отпечатка D от энергии удара E . Диаметр отпечатка на обоих типах покрытий увеличивался одинаково при энергии удара до 15 Дж (рис. 7). При $E = 20$ Дж и выше диаметр отпечатка на СВП начал приближаться к 10—11 мм из-за его отслаивания, в то время как диаметр отпечатка на ПП продолжал увеличиваться. Разброс значений диаметров отпечатков на ПП увеличивается при высоких энергиях. Это связано с тем, что при энергии выше 15 Дж трещины в композите в месте удара

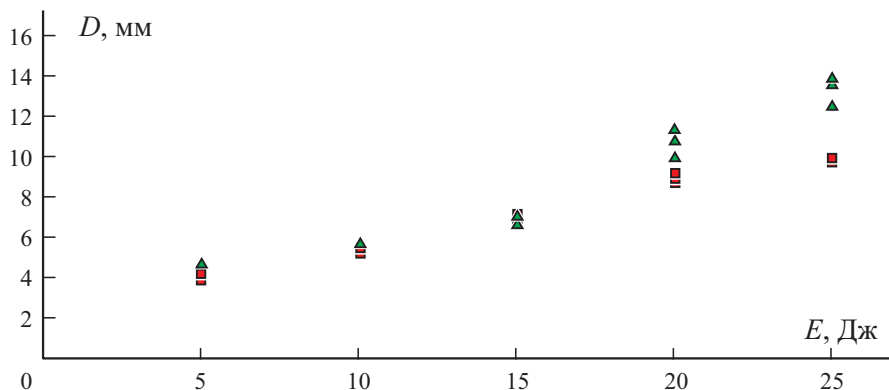


Рис. 7. Зависимость диаметра отпечатка D от величины E образцов: с СВП (■); с ПП (▲).

приводили к дополнительному повреждению ПП и размытию границ отпечатка (рис. 8). Таким образом, отсутствие четкой границы отпечатка на ПП может служить косвенным признаком появления трещин на обратной стороне композита.

2.2. Изгиб после удара. Остаточная прочность при изгибе изменялась нелинейно с увеличением энергии удара (рис. 9): величина σ_f / σ_{f_0} образцов без покрытия снизилась не более чем на 10% при $E < 10$ Дж, а при $E = 10—20$ Дж это снижение ускорилось и составило около 20% на каждые 5 Дж. Прочность образцов без покрытия при максимальной энергии удара составила 60% от начальной прочности. Остаточная прочность

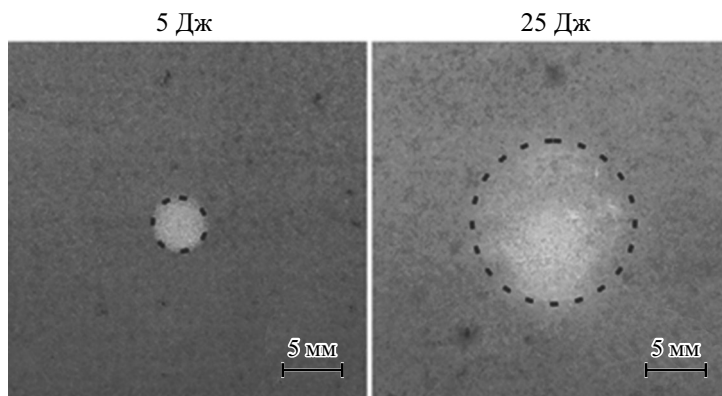


Рис. 8. Отпечатки на покрытии после воздействия удара с разной энергией.

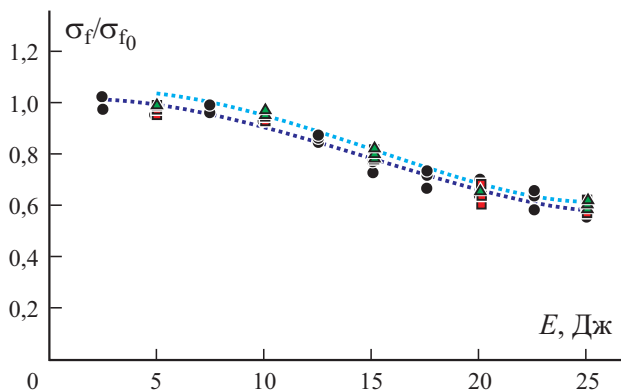


Рис. 9. Зависимость относительной остаточной прочности при изгибе σ_f / σ_{f_0} от величины E образцов без покрытия (●); с СВП (■); с ПП (▲).

образцов с СВП изменялась аналогичным образом с увеличением энергии удара.

Как уже было отмечено (см. рис. 6), общая площадь повреждений образцов с ПП была в среднем на 10% меньше, чем других типов образцов при $E = 15$ Дж и выше. Ожидали, что остаточная прочность образцов с ПП также будет заметно выше в этом диапазоне значений энергий. Однако средняя остаточная прочность образцов с ПП практически не изменилась. Следует отметить, что удар оказывает значительное влияние на остаточную изгибную прочность композита в том случае, если преобладающим видом повреждения образцов является разрыв волокон. На

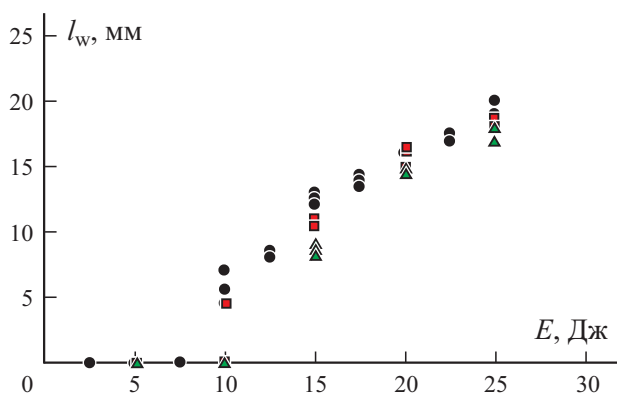


Рис. 10. Зависимость длины трещины по утку l_w от величины E . Обозначения те же, что на рис. 9.

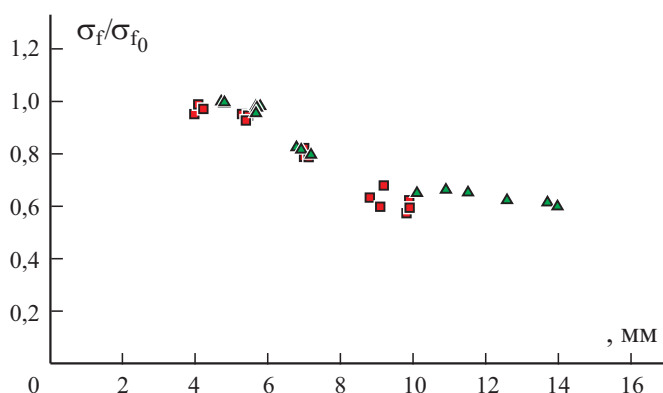


Рис. 11. Зависимости относительной остаточной прочности σ_f / σ_{f_0} при изгибе от величины D образцов с СВП (■); с ПП (▲).

рис. 10 приведены зависимости длины трещины по утку от энергии удара. Разность составила около 5% для всех типов образцов, что хорошо согласуется с результатами испытаний FAI. Возможно, что положительный эффект присутствия ПП будет выше в случае использования протокола CAI, поскольку растрескивание и расслоение матрицы сильно влияют на результаты испытаний при сжатии.

Остаточная прочность при изгибе образцов четко коррелировала с диаметром отпечатка на обоих типах покрытий (рис. 11): при $D < 6$ мм остаточная прочность была близка к 100%, а при $D > 8$ мм прочность композита при изгибе снижалась на 40% или более.

Заключение

Образцы из стеклопластика с двумя типами индикаторных покрытий были испытаны при низкоскоростном ударе с последующим определением остаточной прочности при изгибе. Результаты испытаний показали, что чем больше энергия удара, тем больше был диаметр отпечатка на обоих типах покрытий. Кроме того, наличие покрытия на основе стеклянных микросфер привело к снижению общей площади повреждений образцов стеклопластика на 10%. Остаточная прочность образцов при изгибе четко зависела от энергии удара. Было обнаружено, что для обоих типов покрытий существует критический диаметр отпечатка. Прочность композита при изгибе начала снижаться, когда диаметр отпечатков на обоих типах покрытий достиг критического значения 6 мм. Кроме того, образцы из стеклопластика с полимерным покрытием на основе полых

стеклянных микросфер обладали более высокой остаточной прочностью (около 5%) по сравнению с остальными образцами.

Полученные результаты могут свидетельствовать о перспективности использования покрытий на основе стеклянных микросфер не только для индикации места удара, но и для защиты композитной конструкции. Несомненно, необходимы дальнейшие исследования в этом направлении, в частности оценка влияния толщины покрытия, размеров и формы ударника на площадь повреждения и остаточную прочность. Авторы также планируют сравнить протоколы FAI и CAI для образцов с покрытием.

Исследование выполнено за счёт средств гранта РФФИ № 19-29-13007.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Richardson M. O. W. and Wisheart M. J. Review of low-velocity impact properties of composite materials // *Composites: Part A*. — 1996. — Vol. 27A, No. 12. — P. 1123—1131.
2. Abrate S. *Impact on Composite Structures*. Cambridge Univ. Press, 1998.
3. Iqbal K., Khan S. -U., Munir A., and Kim J. -K. Impact damage resistance of CFRP with nanoclay-filled epoxy matrix // *Composites Sci. Technol.* — 2009. — Vol. 69. — P. 1949—1957.
4. Kostopoulos V., Baltopoulos A., Karapappas P., Vavouliotis A., and A. Paipetis. Impact and after-impact properties of carbon fibre reinforced composites enhanced with multi-wall carbon nanotubes // *Composites Sci. Technol.* — 2010. — Vol. 70. — P. 556—563.
5. Vieille B., Casado V. M., and Bouvet C. Influence of matrix toughness and ductility on the compression-after-impact behavior of woven-ply thermoplastic- and thermosetting-composites: A comparative study // *Composite Struct.* — 2014. — Vol. 110. — P. 207—218.
6. Siegfried M., Tola C., Claes M., Lomov S. V., Verpoest I., and Gorbatikh L. Impact and residual after impact properties of carbon fiber/epoxy composites modified with carbon nanotubes // *Composite Struct.* — 2014. — Vol. 111. — P. 488-496.
7. Ghelli D. and Minak G. Low velocity impact and compression after impact tests on thin carbon/epoxy laminates // *Composites: Part B*. — 2011. — Vol. 42. — P. 2067—2079.
8. Dehkordi M. T., Nosraty H., Shokrieh M., Minak G., and Ghelli D. The influence of hybridization on impact damage behavior and residual compression strength of intraply basalt/nylon hybrid composites // *Mater. Des.* — 2013. — Vol. 43. — P. 283-290.
9. González E. V., Maimí P., Sainz de Aja J. R., Cruz P., and Camanho P. P. Effects of interply hybridization on the damage resistance and tolerance of composite laminates // *Composite Struct.* — 2014. — Vol. 108. — P. 319—331.
10. Sasikumar A., Trias D., Costa J., Blanco N., Orr J., and Linde P. Effect of ply thickness and ply level hybridization on the compression after impact strength of thin laminates // *Composites: Part A*. — 2019. — Vol. 121. — P. 232—243.

11. *Daelemans L., Cohades A., Meireman T., Beckx J., Spronk S., Kersemans M., Baere I. D., Rahier H., Michaud V., Paeppegem W. V., and Clerck K. D.* Electrospun nanofibrous interleaves for improved low velocity impact resistance of glass fibre reinforced composite laminates // *Mater. Des.* — 2018. — Vol. 141, 170—184.

12. *Sasikumar A., Trias D., Costa J., Blanco N., Orr J., and Linde P.* Impact and compression after impact response in the thin laminates of spread-tow woven and non-crimp fabrics // *Composite Struct.* — 2019. — Vol. 215. — P. 432—445.

13. *Hart K. R., Chia P. X. L., Sheridan L. E., Wetzel E. D., Sottos N. R., and White S. R.* Comparison of Compression-After-Impact and Flexure-After-Impact protocols for 2D and 3D woven fiber-reinforced composites // *Composites: Part A.* — 2017. — Vol. 101. — P. 471—479.

14. *Yuan B., Ye M., Hu Y., Cheng F., and Hu X.* Flexure and flexure-after-impact properties of carbon fibre composites interleaved with ultra-thin non-woven aramid fibre veils // *Composites: Part A.* — 2020. — Vol. 131. — P. 105813.

15. *Sarasini F., Tirillò J., Valente M., Ferrante L., Cioffi S., Iannace S., and Sorrentino L.* Hybrid composites based on aramid and basalt woven fabrics: Impact damage modes and residual flexural properties // *Mater. Des.* — 2013. — Vol. 49. — P. 290—302.

16. *Liu Q., Guo O., Ju Y., Lin Y., and Li Q.* Impact responses and residual flexural properties of narrow CFRP laminates // *Composite Struct.* — 2014. — Vol. 111. — P. 332—339.

17. *Zhang Z. Y. and Richardson M. O. W.* Low velocity impact induced damage evaluation and its effect on the residual flexural properties of pultruded GRP composites // *Composite Struct.* — 2007. — Vol. 81. — P. 195—201.

18. *Wagih A., Sebaey T. A., Yudhanto A. and Lubineau G.* Post-impact flexural behavior of carbon-aramid/epoxy hybrid composites // *Composite Struct.* — 2020. — Vol. 239. — P. 112022.

19. *Santiuste C., Sanchez-Saez S. and Barbero E.* Residual flexural strength after low-velocity impact in glass/polyester composite beams // *Composite Struct.* — 2010. — Vol. 92. — P. 25-30.

20. *Shim V. P. W. and Yang L. M.* Characterization of the residual mechanical properties of woven fabric reinforced composites after low-velocity impact // *Int. J. Mech. Sci.* — 2005. — Vol. 47. — P. 647-665.

21. *Bouvet C. and Rivallant S.* Damage tolerance of composite structures under low-velocity impact // *Silberschmidt V. V. (eds.). Dynamic Deformation, Damage and Fracture in Composite Materials and Structures.* — Cambridge: Woodhead Publ., Elsevier, 2016. — P. 7-33.

22. *Raut N. P., Kolekar A. B., and Gombi S. L.* Methods of damage detection on composites under low velocity impact: Review // *Mater. Today: Proc.* — 2020. — Vol. 27. — P. 2823-2827.

23. *Buslaeva O. S., Sapozhnikov S. B., Bezmelnitsyn A. V., Igantova A. V., and Kudryavtsev O. A.* Thin indicator films to assess the residual strength of a GFRP after a local contact action // *Mech. Compos. Mater.*, 57, March No.1, 47-56 (2021).

24. *Buslaeva O. S., Sapozhnikov S. B., Bezmelnitsyn A. V., Igantova A. V., and Kudryavtsev O. A.* The new indicator coating to detect the place of barely visible impacts on aircraft composite structures // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* — 2021. — Vol. 1024, No. 1. — P. 012002.

25. URL: <http://www.electroizolit.ru/> (дата обращения: 08.06.2021)

26. URL: https://www.3m.com/3M/en_US/p/d/b00011967/ (дата обращения: 08.06.2021)

Поступила в редакцию 09.06.2021

Received June 9, 2021

Т. Футч, Г. Ким, Р. Стеркенбург*

School of Aviation and Transportation Technology, Purdue University, West Lafayette, IN 47907, USA

ВЛИЯНИЕ АЛЬТЕРНАТИВНОГО ТОПЛИВА ДЛЯ ТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭПОКСИДНОГО ВОЛОКНИСТО-АРМИРОВАННОГО УГЛЕПЛАСТИКА¹

T. Futch, G. Kim, and R. Sterkenburg*

INVESTIGATING THE EFFECTS THAT ALTERNATIVE TURBINE ENGINE FUELS HAVE ON THE MECHANICAL PROPERTIES OF CARBON FIBER/EPOXY COMPOSITE

Keywords: composite materials, mechanical strength, turbine engine fuel, carbon fiber, alternative jet fuel

New commercial and military aircraft components are often manufactured using advanced composite materials. Fuel is stored in the wing and horizontal tail structures of aircraft for prolonged periods of time. The use of alternative turbine engine fuels as substitutes for such kerosene-based fuels as Jet-A is increasing steadily. However, the studies related to effects of the fuels on the composite structure of aircraft are limited in number. This research was meant to investigate the effects that contacting alternative turbine fuels might have on the mechanical properties of a composite structure. Three different test settings were prepared — 0° and 90° orientation tensile test and a modified wedge ones. An IM7 8552 unidirectional carbon fiber/epoxy prepreg was used to manufacture test specimens. They were soaked in various kinds of turbine engine fuels: neat Jet-A, 50/50 blend of Jet-A and hydroprocessed renewable jet (HRJ) (Jet-A/HRJ), Fischer-Tropsch (FT), 50/50 blend of synthetic jet fuel S8 and Fischer—Tropsch (FT) (S8/FT), hydrogenated esters and fatty acids (HEFA) fuels, and synthesized iso-paraffin fuels (SIP) for a period of 45 days and then tested. The test data obtained were analyzed to detect any significant degradation of the mechanical properties of test specimens.

*Автор, с которым следует вести переписку: yaram0229@gmail.com
Corresponding author: yaram0229@gmail.com

¹Перевод с англ.

Ключевые слова: материалы композитные, прочность механическая, топливо двигателей газотурбинных, волокно углеродное, топливо альтернативное реактивное

Компоненты новых коммерческих и военных самолетов часто производят с использованием современных композитных материалов. Топливо хранится в крыльях и горизонтальном оперении самолета в течение длительного времени. Использование альтернативных видов топлива для газотурбинных двигателей в качестве заменителей топлива на основе керосина, таких как Jet-A, неуклонно возрастет. Однако количество исследований, связанных с воздействием топлива на композитную конструкцию самолета, ограничено. В настоящей работе изучали влияние контакта альтернативного турбинного топлива на механические свойства композитной конструкции. Проведены испытания на растяжение образцов из препрега однонаправленного эпоксидного углепластика IM7/8552 с ориентацией волокон под углом 0 и 90° к направлению нагружения и испытание на раскол образцов клином. Провели испытания образцов, погруженных на 45 дней в разные виды топлива для газотурбинных двигателей: чистый Jet-A, смесь 50/50 Jet-A и гидрообработанного возобновляемого реактивного топлива (HRJ) (Jet-A/HRJ), топливо Фишера—Тропша (FT), смесь 50/50 синтетического реактивного топлива S8 и топлива Фишера—Тропша (FT) S8/FT, топливо на основе гидрогенизированных эфиров и жирных кислот HEFA и синтезированное изопарафиновое топливо SIP. Результаты испытаний проанализировали с целью оценки деградации механических свойств образцов, обусловленной их экспонированием в топливе.

Введение

Использование легких волокнисто-армированных композитов в аэрокосмической промышленности привело к появлению новых и креативных авиационных конструкций не в ущерб их жесткости или прочности [1] при создании энергоэффективных самолетов [2]. Дальнейшие улучшения по сравнению с металлическими деталями включают меньшую стоимость изготовления, большую устойчивость к повреждениям и более простую процедуру ремонта [3]. Однако необходимо отметить, что ограниченное знание о подходящих моделях для предсказания таких характеристик композитов, как критерии разрушения, в некоторых случаях приводило к чрезмерному проектированию композитных конструкций [3]. В силу ограниченной доступности ископаемого топлива и увеличения его стоимости в последние годы были предприняты дополнительные усилия по изучению альтернативных видов топлива, способных заменить топливо на основе нефти [4]. Альтернативные виды топлива достигли значительного

прогресса для их применения авиационной промышленностью благодаря Американскому обществу испытаний и материалов (ASTM), одобтившему пять смесей биотоплива как части стандарта Jet-A [5]. Поскольку композиты — одни из основных конструкционных материалов, используемых в современных самолетах и их топливных элементах, непреднамеренное негативное влияние, обусловленное непониманием взаимосвязи между альтернативным авиационным топливом и окружающими композитными конструкциями, может иметь катастрофические последствия, если один из этих видов топлива будет широко использован без надлежащих испытаний на совместимость. [6]. Поскольку многие топливные элементы самолетов проектируют как конструкционные элементы самолета, часто встраиваемые в конструкцию крыла [7], важность обеспечения целостности такой конструкции невозможно переоценить. Для решения этой проблемы исследователи провели серию испытаний с целью выявления доказательства любого негативного влияния альтернативных видов топлива для реактивных двигателей на конструкционную прочность композитных материалов.

1. Обзор литературы

Выполнено много исследований, посвященных оценке влияния водопоглощения на свойства композитных конструкций [8]. Установлено, что площадь расслоения и количество поперечных трещин влажных образцов меньше в силу буферного эффекта водопоглощения [9]. В [10] образцы волокнисто-армированного углепластика погружали в кипящую воду на 48, 96 и 192 ч и наблюдали значительное снижение механических свойств матрицы увлажненных образцов. Этот эффект обусловлен водопоглощением [10]. Деградацию механических свойств образцов из волокнисто-армированного углепластика при длительном гигротермическом воздействии изучали в [11]. Группы образцов подвергали гигротермическому старению путем погружения в воду с температурой 80 °С на два, шесть и девять месяцев. По завершении экспериментов образцы высушили и подвергли испытанию на растяжение. Сделан вывод о том, что длительное гигротермальное воздействие может уменьшить прочность и модули упругости углепластика. В [12] исследовали искусственное гигротермальное старение углепластиков и установили, что их повреждение может быть обусловлено колебаниями температуры в гигротермальных средах. Влагопоглощение из окружающей среды может пластифицировать матрицу и повредить ее кристаллическую структуру, что приведет к росту трещин. В [13] провели аналогичный эксперимент с использованием однонаправленных эпоксидных углепластиков: одну группу образцов погрузили на 30 дней в соленую воду, а другую — в чистую воду. Оказалось, что водопоглощение в солевом растворе меньше, чем в чистой воде. Наибольшее влияние на материалы оказала темпера-

тура. Механические характеристики образцов, погруженных в чистую воду, были выше, чем погруженных в соленую воду [13].

Вода — не единственная жидкость, с которой композитные конструкции контактируют в самолетах. Топливо, масло, гидравлические жидкости и жидкости для борьбы с обледенением, даже моча и кровь могут взаимодействовать с изделиями из композитов в течение предполагаемого срока эксплуатации [14]. В [15] изучали образцы слоистого углепластика, погруженные в жидкость для борьбы с обледенением. Хотя антиобледенительная жидкость проникала в адгезив между слоями, она не оказала негативного воздействия на конструкционные свойства углеродных волокон. В [16] образцы волокнисто-армированного углепластика, склеенные двухкомпонентным акриловым клеем, погрузили в мочу, масло турбинного двигателя, гидравлическую жидкость, реактивное топливо и кровь с целью оценки их влияния на прочность клеевого соединения. В [17] изготовили четырех- и 14-слойные образцы углепластика для исследования воздействия вероятного разлива разных жидкостей на конструкцию самолета. Результаты продемонстрировали существенное уменьшение прочности погруженных образцов по сравнению с контрольными. Установлено, что реактивное топливо — наиболее негативно влияющая жидкость, снизившая первоначальную прочность композитов на 17%.

В [18] описали, как ВВС США сравнили свойства и характеристики пяти полусинтетических реактивных топлив (смеси оригинального синтетического парафинового керосина (SIP) с топливом на нефтяной основе) и их влияние на эластомерные свойства уплотнительных колец из нитрила (Buna-N), фторсиликона и фторуглерода (Viton). Установили, что увеличение объема уплотнительного кольца — единственная характеристика, на которую оказал влияние SIP и его смеси в силу содержания в них ароматических веществ.

В [19] образцы однонаправленного полиимидного углепластика погрузили в керосин на 3500 ч при 80 °С и установили, что керосин не влияет на поперечный модуль упругости и прочностные свойства композита; однако образцы потеряли 0,3% своей массы. В аналогичном исследовании, проведенном в [20], образцы из эпоксидного углепластика на основе препрега HexPly погрузили в керосин при комнатной температуре на 168 дней, при этом прочность при растяжении препрега HexPly и эпоксидного углепластика возросла на 3 и 5% соответственно. Установили, что критический фактор, влияющий на прочность, — температура керосина. В [21] усталостные свойства образцов эпоксидного стеклопластика при изгибе в двух направлениях оценили после их экспонирования в керосине и бензине. Образцы, погруженные в керосин, продемонстрировали уменьшение модуля упругости и усталостной долговечности, а погруженные в бензин, — увеличение эластичности, но уменьшение усталостной долговечности. Кроме того, у образцов, погруженных в бензин, с ростом

приложенной нагрузки уменьшалось количество усталостных циклов по сравнению с сухими контрольными образцами. В [17] исследовали влияние пяти видов авиационного топлива на прочность при растяжении образцов однонаправленного эпоксидного углепластика IM7/8552, обычно применяемого в аэрокосмических конструкциях, и не наблюдали заметного уменьшения их прочности.

Как видно из приведенного обзора литературы, выполнено мало исследований, связанных с влиянием альтернативных видов топлива на свойства композитных конструкций. В настоящей работе оценивали влияние разных видов топлива на механические свойства групп образцов из однонаправленного волокнисто-армированного углепластика, погруженных в каждый вид топлива на 14, 28 и 45 дней. После экспонирования образцы испытывали на растяжение в направлении 0 и 90° относительно направления армирующих волокон и на раскол клином для изучения деградации их механических характеристик.

2. Эксперимент

Для исследования изготовили три типа образцов для испытаний: на растяжение в направлении 0 и 90° и раскол клином. Испытания на растяжение образцов с углеродными волокнами, ориентированными под углом 0 и 90°, выполнили по стандарту ASTM D3039 для оценки влияния их экспонирования в топливе на прочность при растяжении вдоль и поперек армирующих волокон соответственно. Модифицированное испытание на раскол клином использовали для оценки качества склейки и влияния длины трещины под действием механических и химических нагрузок.

2.1. Испытание на растяжение вдоль армирующих волокон. Образцы для испытания изготовили из восьми слоев однонаправленного

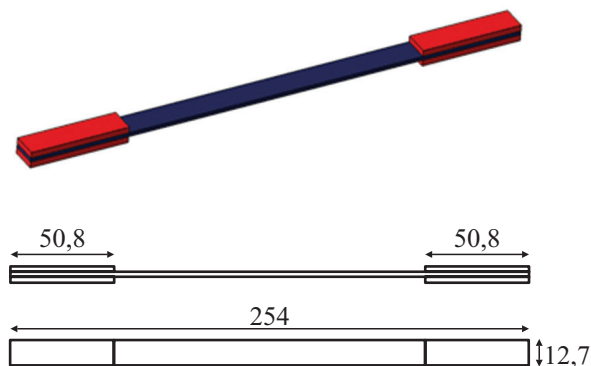


Рис. 1. Образец на растяжение вдоль армирующих волокон (размеры указаны в миллиметрах).

препрега IM7/8552, в которых волокна ориентировали под углом 0° к направлению нагружения. Слои препрега укладывали на плоскую алюминиевую пластину для прессования и полученную укладку отверждали в автоклаве. Отвержденную пластину разрезали на образцы шириной 12,7 мм, на концы которых приклеили накладки (рис. 1). Затем группы образцов на 14, 28 и 45 сут погрузили в четыре вида топлива — чистый Jet-A, смесь 50/50 Jet-A и гидрообработанного возобновляемого реактивного топлива (HRJ) (Jet-A/HRJ), смесь Фишера—Тропша (FT) и смесь 50/50 синтетического реактивного топлива S8 и Фишера—Тропша (FT) (S8/FT). Также изготовили контрольные образцы для сравнения: по пять образцов каждой группы. В ходе испытаний определили их предельную разрушающую нагрузку и прочность при растяжении.

2.2. Испытание на растяжение поперек армирующих волокон.

Образцы из четырех слоев однонаправленного препрега IM7/8552 с волокнами, ориентированными под углом 90° относительно направления приложения растягивающей нагрузки, изготовили в автоклаве. Из отвержденной пластины вырезали образцы шириной 25,4 и толщиной 0,77 мм, на концы которых приклеили накладки (рис. 2). Группы образцы погрузили для 45 дней в чистый Jet-A, гидрогенизированные сложные эфиры и жирные кислоты HEFA, смесь S8/FT (50/50 синтетического топлива S8 и топлива Фишера—Тропша FT) и синтезированное изопарафиновое топливо SIP. Изготовили по пять образцов каждой группы. Через 45 дней образцы извлекли из топлив, высушили и испытали на растяжение. В ходе испытаний для каждого образца записали диаграммы сила—перемещение.

2.3. Модифицированное испытание на раскол клином.

В исходной конструкции для испытания на раскол клином две алюминиевые пластины прикрепляли к обеим сторонам слоистого углепластика для предотвращения его изгиба в ходе испытания (рис. 3). Алюминиевые пластины

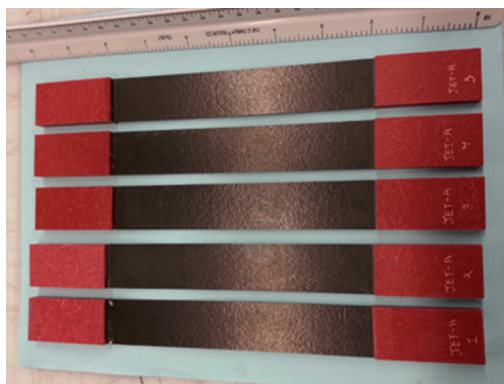


Рис. 2. Образцы на растяжение поперек армирующих волокон.



Рис. 3. Образцы для модифицированного испытания на раскол вставленными клиньями из углепластика.

заменяли дополнительными слоями из углепластика для обеспечения требуемой жесткости и устранения эффекта коррозии между алюминиевыми пластинами и углеродными волокнами. Толщина образцов, изготовленных из 32 слоев препрега IM7/8552, 5,6 мм, длина 176,53 мм, ширина 25,4 мм. В ходе укладки между 16- и 17-м слоями препрега поместили тефлоновую полосу размером 25,4×25,4 мм, удаленную после разрезки отвержденной пластины на образцы. Толщина клина 3,175, длина 25,4, ширина 25,4 мм.

Для этого вида испытания использовали четыре типа авиационного топлива — чистый Jet-A, HEFA, смесь S8/FT и топливо SIP. Изготовили по три образца каждой группы и контрольные образцы. В каждый образец для испытаний вбили клин и измерили начальную длину трещины до его погружения в топливо. В ходе экспонирования образцов в топливе длину трещин измеряли один раз в неделю.

3. Результаты

3.1. Испытание на растяжение в направлении армирующих волокон. Испытали 50 образцов и измерили их предельную разрушающую нагрузку P^{\max} , средние значения которой приведены в табл. 1 и на диаграмме рис. 4. Тест на нормальность показал, что распределения разрушающей нагрузки являются нормальными, за исключением результатов для образцов, погруженных на 28 дней в смесь Jet-A/HRJ, имевших уровень значимости 0,05. На основании этого результата и количества выборок выбрали непараметрический критерий Манна—Уитни в качестве инструмента для статистического анализа для установления, имеет ли место значительная деградация предельной разрушающей нагрузки образцов каждой группы по сравнению с контрольной. Использовали

Табл. 1

Средние значения разрушающей нагрузки P_{\max} и стандартного отклонения SD при растяжении вдоль волокон образцов, экспонированных в разных видах топлива

Топливо	Время экспонирования, дни	P_{\max} , Н	SD, Н
Jet-A	14	5984	124
	28	5768	178
	45	5834	259
Jet-A/HRJ	14	5914	281
	28	5912	110
	45	5846	218
FT	14	5950	24
	28	5774	85
	45	5940	229
S8/FT	14	6178	104
	28	5936	161
	45	5896	309
Контрольная группа		5976	130

поправку Бонферрони, оценившую уровень значимости как $0,05/12 = 0,00417$. Испытание Манна—Уитни продемонстрировало, что ни одна

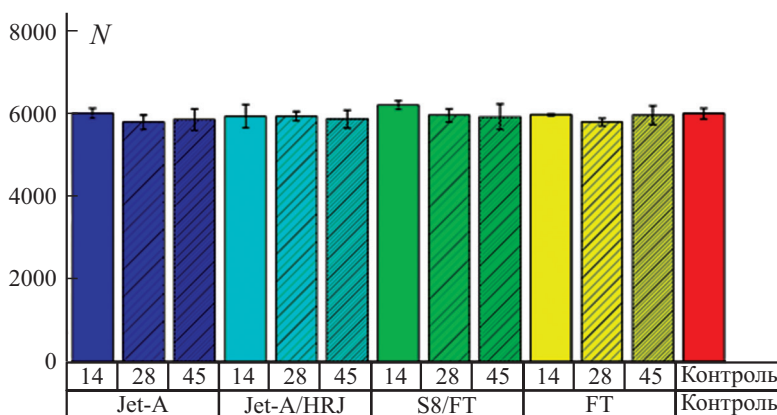


Рис. 4. Диаграмма средней разрушающей нагрузки P_{\max} образцов, экспонированных 14, 28 и 45 дней в разных видах топлива, и контрольных образцов (последний столбец справа). Чертой указано стандартное отклонение.

Табл. 2

Результаты статистического теста по критерию Манна—Уитни для разрушающей нагрузки P^{\max} образцов, испытанных на растяжение вдоль волокон, и образцов контрольной группы при $H_0 : F(x) \geq G(y)$, $H_1 : F(x) < G(y)$

Вид топлива (Время экспонирования, дни)	U	Z	P-значение
Jet-A (14)	12,5	0	0,54172
Jet-A (28)	4	-1,67115	0,04735
Jet-A (45)	7	-1,04447	0,14813
Jet-A/HRJ (14)	8	-0,83557	0,2017
Jet-A/HRJ (28)	10	-0,41906	0,33759
Jet-A/HRJ (45)	8,5	-0,73335	0,23167
S8/FT (14)	22,5	1,99053	0,9861
S8/FT (28)	12	0	0,5
S8/FT (45)	7	-1,04447	0,14813
FT (14)	12	0	0,5
FT (28)	0	-2,50672	0,00609
FT (45)	12	0	0,5

из предельных нагрузок не была значительно меньше, чем в контрольной группе (табл. 2).

3.2. Испытания на растяжение поперек армирующих волокон.

Испытали группы по пять образцов, экспонированных в топливе Jet-A, HEFA, S8/FT и SIP, и контрольную группу. Данные одного образца из группы HEFA и одного из контрольной, разрушившихся до достижения

Табл. 3

Средние значения прочности при растяжении σ^{tu} и модуля упругости E образцов каждой группы и соответствующие значения стандартного отклонения SD

Топливо	σ^{tu} , МПа	SD, МПа	E , ГПа	SD, ГПа
Jet-A	75,70	8,07	12,99	0,13
HEFA	68,09	10,14	12,69	0,53
S8/FT	78,43	8,92	12,77	0,21
SIP	75,97	5,71	12,82	0,08
Контрольная	65,94	12,69	13,04	0,17

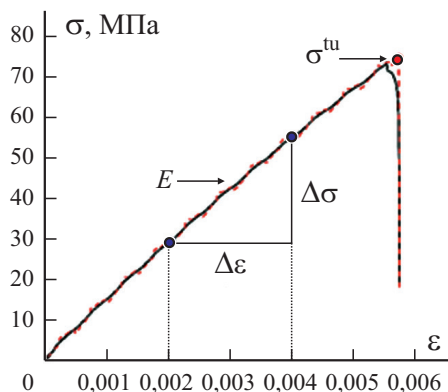


Рис. 5. Диаграмма деформирования при растяжении $\sigma - \varepsilon$; σ^{tu} и $E = \Delta\sigma / \Delta\varepsilon$ — прочность и модуль упругости: исходные (---) и сглаженные (—) данные.

предельной нагрузки, исключили из статистического анализа прочности при растяжении σ^{tu} и модуля упругости E .

Предел прочности σ^{tu} и растягивающее напряжение σ вычисляли согласно стандарту ASTM D3039 как

$$\sigma^{\text{tu}} = P^{\text{max}} / A, \quad (1)$$

$$\sigma = P / A, \quad (2)$$

где P^{max} — максимальное усилие перед разрушением; A — площадь поперечного сечения образца; P — приложенная растягивающая нагрузка.

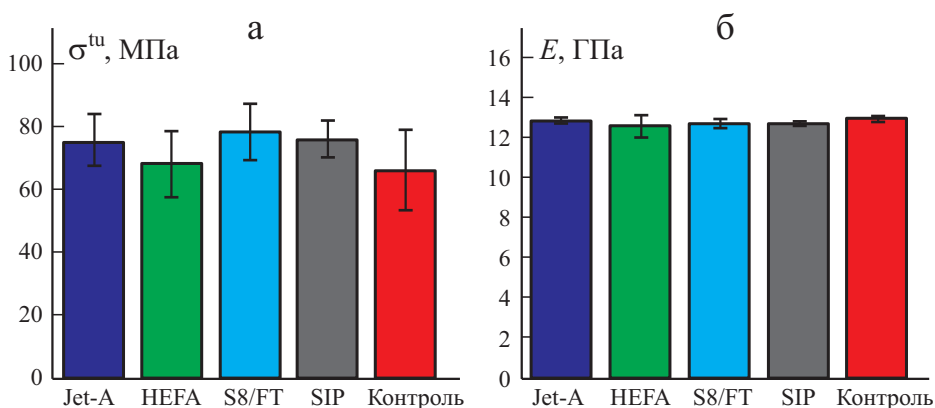


Рис. 6. Диаграммы средних значений прочности при растяжении σ^{tu} (а) и модуля упругости E (б) образцов, экспонированных в разных видах топлива, и контрольных образцов (последние столбцы диаграмм). Чертой указано стандартное отклонение.

Табл. 4

Результаты статистического теста по критерию Манна—Уитни для прочности σ^{tu} образцов, испытанных на растяжение поперек волокон, и образцов контрольной группы при $H_0 : F(x) \geq G(y)$, $H_1 : F(x) < G(y)$

Топливо	U	Z	P-значение
Jet-A	15	1,10227	0,91105
HEFA	10	0,43301	0,76476
S8/FT	15	1,10227	0,91105
SIP	15	1,10227	0,91105

Модуль упругости E при растяжении и деформацию ε вычисляли по формулам

$$E = \Delta\sigma / \Delta\varepsilon, \quad (3)$$

$$\varepsilon = \delta / L, \quad (4)$$

где δ — перемещение; L — исходная длина образца. Для устранения шума в экспериментальных данных использовали сглаживающую функцию с усреднением значений 50 соседних экспериментальных точек.

Средние значения прочности при растяжении σ^{tu} и модуля упругости E для каждой группы образцов иллюстрируют данные табл. 3 и рис. 5 и 6.

Используя определенные значения прочности при растяжении σ^{tu} и модуля упругости E образцов, выполнили статистический анализ для выяснения, не имеют ли они значительного отличия от аналогичных характеристик контрольных образцов. Тест на нормальность продемон-

Табл. 5

Результаты статистического теста по критерию Манна—Уитни для модуля упругости E образцов, испытанных на растяжение поперек волокон, и образцов контрольной группы при $H_0 : F(x) \geq G(y)$, $H_1 : F(x) < G(y)$

Топливо	U	Z	P-значение
Jet-A	9	-0,12247	0,45126
HEFA	4	-1,01036	0,15616
S8/FT	3	-1,59217	0,05567
SIP	1	-2,08207	0,01867

Табл. 6

Среднее увеличение длины трещины Δl и стандартного отклонения SD образцов, экспонированных в разных видах топлива

Топливо	Δl , мм	SD, мм
Jet-A	4,01	0,74
HEFA	3,66	0,41
S8/FT	3,84	0,86
SIP	3,44	0,88
Контрольные	3,27	1,47

стрировал, что все данные для модуля упругости при растяжении имеют нормальное распределение. Однако данные по прочности при растяжении для образцов, погруженных в смесь S8/FT, не прошли тест на нормальность с уровнем статистической значимости 0,05. На основании результатов теста на нормальность и количества образцов в каждой группе решили использовать критерий Манна—Уитни с поправкой Бонферрони, что сделало уровень значимости равным $0,05/4 = 0,0125$. Согласно критерию Манна—Уитни ни одна группа образцов, погруженных в топлива, не продемонстрировала деградацию прочности или модуля упругости при растяжении по сравнению с таковыми у контрольной группы (см. данные табл. 4 и 5).

3.3. Модифицированное испытание на раскол клином. В каждый вид топлива погружали по три расклиненных образца. Значения начальной длины трещин измеряли сразу после вбивания клина в образцы.



Рис. 7. Развитие трещины в модифицированном испытании на раскол клином.

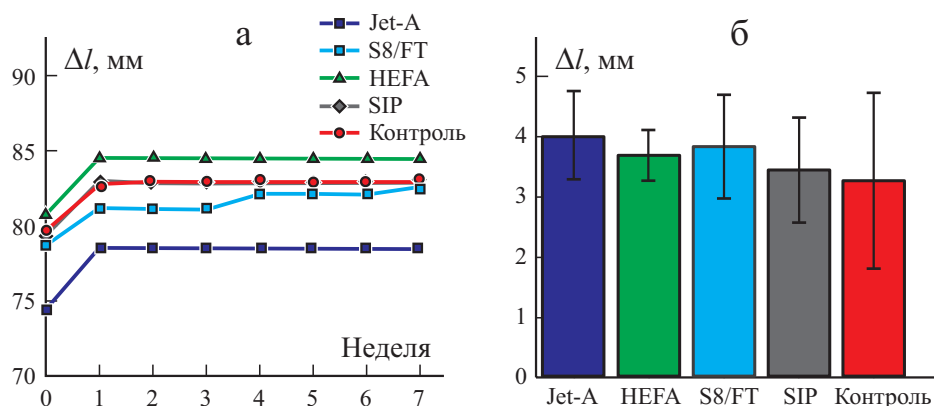


Рис. 8. Зависимость средней длины трещины Δl от времени экспонирования групп образцов в разных видах топлива (а) и ее диаграмма с указанием стандартного отклонения (б).

Образцы погрузили в топливо, и окончательную длину трещины измерили через 45 дней. Увеличение длины трещины Δl вычислили как разность конечной и начальной длины. Среднее увеличение длины трещины в каждой группе образцов иллюстрируют данные табл. 6. Для статистического анализа данных роста длины трещины в каждой группе образцов в виду небольшого размера выборки использовали критерий Манна—Уитни с поправкой Бонферрони ($\alpha = 0,05/4 = 0,0125$). Анализ не выявил значительных различий увеличения длины трещин Δl у испытанных групп образцов. Полученные результаты представлены на рис. 7 и 8 и в табл. 7.

Табл. 7

Результаты статистического теста по критерию Манна—Уитни для увеличения длины трещины Δl в испытании образцов на раскол клином и образцов контрольной группы при $H_0 : F(x) \leq G(y)$,
 $H_1 : F(x) > G(y)$

Топливо	U	Z	P-значение
Jet-A	5	0	0,5
HEFA	4	0	0,66874
S8/FT	6	0,43644	0,33126
SIP	5	0	0,5

Заключение

В настоящей работе изучали влияние разных видов топлива для авиационных двигателей на механические свойства эпоксидного волокнисто-армированного углепластика. Испытания на растяжение образцов из однонаправленного углепластика вдоль и поперек волокон использовали для оценки влияния длительного контакта с топливом для реактивных двигателей на механическую прочность углепластика, а испытание на раскол клином — для оценки этого влияния на прочность склейки.

Статистический анализ значений разрушающей нагрузки, модуля упругости и увеличения длины трещины, полученных в ходе испытаний на растяжение вдоль и поперек армирующих волокон и раскол клином образцов, экспонированных в разных видах топлива для турбинных двигателей, и образцов контрольной группы с использованием критерия Манна—Уитни не выявил существенного различия этих характеристик.

Таким образом, в настоящем исследовании предложена новая идея испытания композитных конструкций, подверженных влиянию топлива. Установлено, что рассматриваемые турбинные топлива не влияли на прочность при растяжении вдоль и поперек волокон и прочность склейки между слоями однонаправленного углепластика. Результаты настоящего исследования получены только для однонаправленного эпоксидного углепластика. Поэтому необходимы дополнительные исследования для оценки влияния длительного контакта с турбинным топливом на механические свойства композитных материалов других типов и схем укладки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Guermazi N., Tarjem A. B., Ksouri I., and Ayedi H. F.* On the durability of FRP composites for aircraft structures in hygrothermal conditioning // *Composites: Part B.* — 2016. — Vol. 85. — P. 294—304.
2. *He X.* A review of finite element analysis of adhesively bonded joints // *Int. J. Adhes. Adhes.* — 2011. — Vol. 31, No. 4. — P. 248—264.
3. *Banea M. D. and da Silva L. F.* Adhesively bonded joints in composite materials: an overview // *Proc. Institution Mech. Eng. Part L // J. Mater. Des. Appl.* — 2009. — Vol. 223, No. 1. — P. 1—8.
4. *Yilmaz N. and Atmanli A.* Sustainable alternative fuels in aviation // *Energy.* — 2017. — Vol. 140. — P. 1378—1386.

5. *McWilliams M. R.* Ensuring surety of supply through sustainable aviation fuels // *Air & Space Power J.* — 2017. — Vol. 31, No. 1. — P. 81—86.
6. *Song B., Wang X., and Zhang H.* The aircraft composite integral fuel tank fire safety performance analysis and shrinkage ratio simulation calculation // *Procedia Eng.* — 2013. — Vol. 52. — P. 320—324.
7. *Wang F., Jia S., Wang Y., and Yue Z.* Impact response study on covering cap of aircraft big-size integral fuel tank // *Appl. Compos. Mater.* — 2016. — Vol. 23, No. 5. — P. 953—972.
8. *Kim G. and Sterkenburg R.* Investigating the effects aviation fluids have on the flatwise compressive strength of Nomex[®] honeycomb core material // *J. Sandwich Struct. Mater.* — 2019. DOI:10.1177/1099636219836645
9. *Aoki Y., Yamada K., and Ishikawa T.* Effects of water absorption and temperature on compression after impact (cal) strength of CFRP laminates // *Proc. 16th ICCMs, Tokyo, Japan, 2007.*
10. *Kumar D. J., Singh A. K., and Singh R. P.* Accelerated environmental degradation of fiber reinforced composites by boiling water // *Proc., Properties and Performance Compos. Mater.* — 2008. — Vol. 4. — P. 2652—2658.
11. *Zhong Y. and Joshi S. C.* Initiation of structural defects in carbon fiber reinforced polymer composites under hydrothermal environments // *J. Compos. Mater.* — 2016. — Vol. 50, No. 8. — P. 1085—1097.
12. *Meng J. and Wang Y.* A review on artificial aging behaviors of fiber reinforced polymer-matrix composites // *Proc. Int. Symp. Mater. Appl. Eng. (SAME 2016), Chiang Mai, Thailand, 2016.*
13. *Lv X. J., Zhang Q., Li X. F., and Xie G. J.* Study of the influence of immersion on the carbon fiber/epoxy composites // *J. Rein. Plast. Compos.* — 2008. — Vol. 27, No. 6. — P. 659—666.
14. *Kim G., Sterkenburg R., and Tsutsui W.* Investigating the effects of fluid intrusion on Nomex[®] honeycomb sandwich structures with carbon fiber facesheets // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 206. — P. 535—549.
15. *Khoury C., Sterkenburg R., Wang P., and Dubikovsky S.* Investigating the effects of deicing fluids on the structural properties of bonded composites aircraft structures // *Proc. 7th Asian-Australian Conf. Compos. Mater., Taipei, Taiwan, 2010.*
16. *Kremmel A., Danzler D., Wang P., and Sterkenburg R.* Investigating the chemical resistance of adhesively bonded composite material Joints in the presence of various fluids found in or around aircraft structures // *Proc. 2011 ATEC Conf., Orlando, Florida, 2011.*
17. *Sterkenburg R., Khoury C., Wang P., and Dubikovsky S.* Investigating the effects of fluids on carbon fiber aircraft structures // *Proc. 2011 SAMPE Technical Conf., Long Beach, California, 2011.*
18. *Moses C.* Comparative Evaluation of Semi-Synthetic Jet Fuels [Report]. — Universal Technology Corporation, New Braunfels, TX, USA, 2008.
19. *Taghavi S. G.* Moisture Effects on High-performance Polymer Composites. — Master's Thesis, University of Toronto, Canada, 2000.

20. *Condruz M., Paraschiv A., Pușcașu C., and Vintilă I. S.* Tensile behavior of humid aged advanced composites for helicopter external fuel tank development // Proc. 13th Nat. Congress on Theoret. Appl. Mech. (NCTAM 2017), Sofia, Bulgaria, 2017.

21. *Genanu N.* Study the effect of immersion in gasoline and kerosene on fatigue behavior for epoxy composites reinforcement with glass fiber // Proc. Fifth Sci. Conf. of University of Wasit, Al-Kut City, Wasit, Iraq, 2011.

Поступила в редакцию 12.06.2020

Окончательный вариант поступил 11.02.2021

Received June 12, 2020 (Feb. 11, 2021)

В. Т. Т. Ань^а, В. Т. Хуон^а, Ф. Д. Нгуен^а, Н. Д. Дык^{б, в}*

^а*Department of Engineering and Technology in Constructions and Transportation, VNU Hanoi — University of Engineering and Technology (UET), 144 — Xuan Thuy — Cau Giay — Hanoi — Vietnam*

^б*International School of Vietnam National University, Hanoi, G7 & G8 Building, 144 Xuan Thuy Street, Cau Giay, Ha Noi, Viet Nam*

^в*NTT Institute of High Technology, Nguyen Tat Thanh University — District 4, Ho Chi Minh City, Vietnam*

НЕЛИНЕЙНЫЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛОГИХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ТИПА САНДВИЧ ИЗ ПОРИСТОГО КОМПОЗИТА, АРМИРОВАННОГО ПЛАСТИНКАМИ ГРАФЕНА¹

*V. T. T. Anh, V. T. Huong, P. D. Nguyen, and N. D. Duc**

NONLINEAR DYNAMIC ANALYSIS OF POROUS GRAPHENE PLATELET-REINFORCED COMPOSITE SANDWICH SHALLOW SPHERICAL SHELLS

Keywords: nonlinear dynamic analysis, shallow spherical shells, porous graphene platelet-reinforced composites, sandwich-structures

Using the first-order shear deformation theory of shells and the Galerkin and Runge—Kutta methods, the nonlinear dynamic behavior and the natural frequencies of porous graphene platelet-reinforced composite sandwich shallow spherical shells supported by an elastic foundation are studied in this work. The modified Halpin—Tsai model and the rule of mixtures are used to establish the effective properties of the material. Formulas related to porosity distributions and graphene platelet patterns are also presented in the analysis section.

Ключевые слова: анализ динамический нелинейный, оболочки сферические пологие, композит пористый, армированный пластинками графена, сандвич-структуры

С помощью теории сдвигового деформирования оболочек первого порядка и методов Галеркина и Рунге—Кутта исследовано нелинейное динамическое поведение и собственные частоты

*Автор, с которым следует вести переписку: ducnd@vnu.edu.vn
Corresponding author: ducnd@vnu.edu.vn

¹Перевод с англ.

пологих сферических сэндвич-оболочек из пористого композита, армированного пластинками графена, покоящихся на упругом основании. Для определения эффективных свойств материала использована модифицированная модель Халпина—Цая и правило смесей. Приведены формулы для анализа распределений пористости.

Введение

Структуры типа сэндвич состоят из двух тонких лицевых слоев и сравнительно толстой сердцевины. В этих структурах армирующий элемент, например, углеродные волокна, углеродные нанотрубки и пластинки графена (ПГ), обладает высокой прочностью и жесткостью. В последние годы значительно увеличилось количество исследований свойств сэндвич-структур в силу их высоких прочностных и жесткостных характеристик, а также благодаря оптимизации затрат и массы конструкции [1—17].

Одна из проблем, возникающих при изготовлении композитов, обусловленная различием свойств составляющих их материалов, — пористость, уменьшающая жесткость, несущую способность, рассеивание энергии и массу, но увеличивающая их термостойкость. Выполнены исследования, в которых проанализировали влияние пористости на статическое и динамическое поведение функционально-градиентных балок [18—24], пластин [25—29] и оболочек [30—33].

Потеря устойчивости и закритическое поведение оболочек из пористых нанокомпозитов в термических средах изучали в [34—36]. Результаты нелинейного динамического отклика и колебаний сэндвич-пластин и оболочек из функционально-градиентных композитов, армированных пластинками графена, покоящихся на упругом основании Винклера—Папстернака, представлены в [37—39]. “Умная” сэндвич-пластина, состоящая из пьезоэлектрических слоев, рассмотрена в [40]. Результаты анализа колебаний “умной” сэндвич-оболочки описаны в [41]. В [42] исследовали нелинейные колебания “умной” оболочки с двойной кривизной из сэндвич-композита с податливой сердцевинной с интегрированным пьезоэлектрическим слоем.

Цель настоящей работы — исследование нелинейного динамического поведения и свободных колебаний пологих сферических сэндвич-оболочек из пористого композита, армированного пластинками графена (ПК-А-ПГ), с помощью теории сдвигового деформирования первого порядка (ТСДПП) оболочек и методов Галеркина и Рунге—Кутта. Кроме того, использован аналитический подход для вывода определяющих уравнений и определения собственных частот и зависимостей прогиб—время пологих сферических сэндвич-оболочек из ПК-АПГ.

1. Пологие сферические сэндвич-оболочки из ПК-АПГ

Рассмотрим две модели пологой сферической сэндвич-оболочки (ПСО) из ПК-АПГ, состоящей из трех слоев.

Модель I: два изотропных лицевых слоя толщиной h_f и сердцевина из ПК-АПГ толщиной h_c .

Модель II: два лицевых слоя из ПК-АПГ толщиной h_f и изотропная сердцевина толщиной h_c .

На рис. 1 R — радиус кривизны, r_0 — радиус основания; $h = h_c + 2h_f$ — общая толщина ПСО.

Модуль упругости $E(z)$, плотность ρ , коэффициент пористости e_0 и массовую плотность e_m пористой нанокомпозитной ПСО вычисляем по формулам [43]

$$E(z) = E_1(1 - e_0\lambda(z)), \quad \rho(z) = \rho_1(1 - e_m\lambda(z)), \quad e_m = 1 - \sqrt{1 - e_0}, \quad 0 \leq e_0 \leq 1. \quad (1)$$

Рассмотрим три типа функции распределения пор $\lambda(z)$: неоднородное симметричное (тип 1), неоднородное асимметричное (тип 2) и однородное (тип 3), а именно:

$$\lambda(z) = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) & \text{(тип 1),} \\ \cos\left(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4}\right) & \text{(тип 2),} \\ \lambda = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e_0} \left(\frac{2}{\pi} \sqrt{1 - e_0} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 & \text{(тип 3).} \end{cases} \quad (2)$$

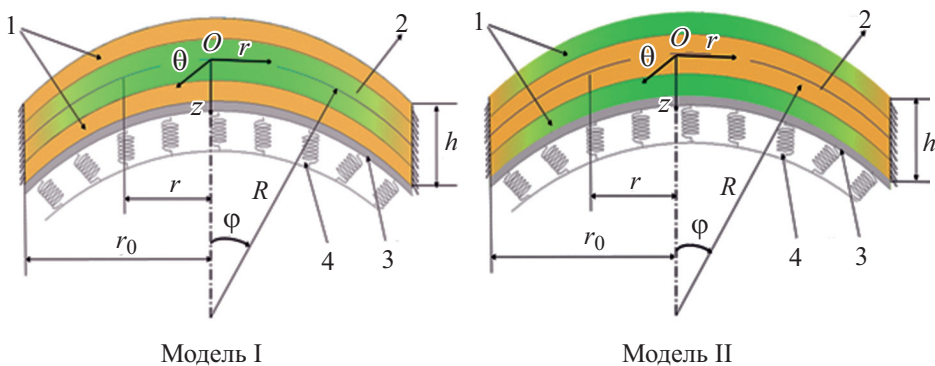


Рис. 1. Поперечное сечение моделей I и II и система координат (φ, θ, z) ПСО: 1 — лицевые слои; 2 — сердцевина; 3 — слой, работающий на сдвиг; 4 — пружины Винклера.

Взаимосвязь между объемным V_{GPL} и массовым Λ_{GPL} содержанием пластинок графена выражает уравнение [38]

$$\frac{\Lambda_{GPL}}{\Lambda_{GPL} + \frac{\rho_{GPL}}{\rho_m} - \frac{\rho_{GPL}}{\rho_m} \Lambda_{GPL}} \int_{-h/2}^{h/2} [1 - e_m \lambda(z)] dz = \int_{-h/2}^{h/2} V_{GPL} [1 - e_m \lambda(z)] dz. \quad (3)$$

Модуль слоя нанокompозита вычисляем как [44]

$$E_1 = \frac{3}{8} \left(\frac{1 + \xi_L \eta_L V_{GPL}}{1 - \eta_L V_{GPL}} \right) E_m + \frac{5}{8} \left(\frac{1 + \xi_T \eta_T V_{GPL}}{1 - \eta_T V_{GPL}} \right) E_m,$$

$$\eta_L = \frac{E_{GPL} - E_m}{E_{GPL} + \xi_L E_m}, \quad \eta_T = \frac{E_{GPL} - E_m}{E_{GPL} + \xi_T E_m},$$

$$\xi_L = 2(a_{GPL} / h_{GPL}), \quad \xi_T = 2(b_{GPL} / h_{GPL}), \quad (4)$$

$$\rho_1 = \rho_{GPL} V_{GPL} + \rho_m V_m, \quad v_1 = v_{GPL} V_{GPL} + v_m V_m, \quad V_m = 1 - V_{GPL},$$

где нижние индексы GPL и m относятся к величинам, характеризующим пластинку графена и матрицу соответственно.

2. Теоретические формулировки

На основе ТСДПП предположим, что сэндвич-ПСО — осесимметричная с компонентами перемещения (u, v, w) произвольной точки (φ, θ, z) [45]:

$$u(r, \theta, z) = u_0 + z\psi_u, \quad v(r, \theta, z) = 0, \quad w(r, \theta, z) = w_0, \quad (5)$$

где $r = R \sin \varphi \approx R\varphi, \cos \varphi = 1$.

Используя геометрически нелинейное предположение фон Кармана, деформации $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{rz}$ можно выразить как [45]

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^0 + z\chi_r, \quad \varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^0 + z\chi_\theta, \quad \varepsilon_{rz} = \psi + \frac{\partial w}{\partial r}, \quad (6)$$

$$\varepsilon_r^0 = \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{w}{R} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}, \quad \varepsilon_\theta^0 = \frac{u}{r} - \frac{w}{R}, \quad \chi_r = \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \chi_\theta = \frac{\psi}{r}.$$

где $\varepsilon_r^0, \varepsilon_\theta^0, \varepsilon_{rz}$ — компоненты нормальных деформаций на срединной поверхности; χ_r, χ_θ , — их составляющие, обусловленные изгибом и кручением; u, v, w — перемещения; ψ — угол поворота нормали к срединной поверхности.

Закон Гука для пологих сферических сандвич-оболочек из ПК-АПГ имеет вид

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \sigma_{rz} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{rz} \end{Bmatrix}^{(k)}, \quad (7)$$

где верхний индекс $k = f, c$ указывает на лицевой слой (f) и сердцевину (c):

$$Q_{11}^{(k)} = \frac{E(z)^{(k)}}{1-\nu^{(k)}\nu^{(k)}} = Q_{22}^{(k)}, \quad Q_{12}^{(k)} = \frac{\nu^{(k)}E(z)^{(k)}}{1-\nu^{(k)}\nu^{(k)}}, \quad Q_{66}^{(k)} = G_{12}^{(k)} = \frac{E(z)^{(k)}}{2(1+\nu^{(k)})}.$$

Силовые и моментные поля можно представить в виде

$$(N_i, M_i) = \int_{-\frac{1}{2}h_c - h_f}^{-\frac{1}{2}h_c} \sigma_i^f(1, z) dz + \int_{-\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c} \sigma_i^c(1, z) dz + \int_{\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c + h_f} \sigma_i^f(1, z) dz, \quad (8)$$

$$Q_r = K \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}h_c & \frac{1}{2}h_c & \frac{1}{2}h_c + h_f \\ \int_{-\frac{1}{2}h_c - h_f}^{\frac{1}{2}h_c} \sigma_{rz}^f dz + \int_{-\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c} \sigma_{rz}^c dz + \int_{\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c + h_f} \sigma_{rz}^f dz \\ -\frac{1}{2}h_c - h_f & -\frac{1}{2}h_c & \frac{1}{2}h_c \end{pmatrix}, \quad i = r, \theta, rz,$$

где K — коэффициент коррекции сдвига.

Подставив (7) в (8), выразим силовые и моментные составляющие оболочки как

$$\begin{Bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ M_r \\ M_\theta \\ Q_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} \\ A_{12} & A_{11} & 0 & B_{12} & B_{11} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} \\ B_{12} & B_{11} & 0 & D_{12} & D_{11} \\ 0 & 0 & KA_{66} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{rz} \\ \chi_r \\ \chi_\theta \end{Bmatrix}, \quad (9)$$

где

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{1}{2}h_c - h_f}^{-\frac{1}{2}h_c} Q_{ij}^1(1, z, z^2) dz + \int_{-\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c} Q_{ij}^2(1, z, z^2) dz +$$

$$+ \int_{-\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c+h_f} Q_{ij}^3(1, z, z^2) dz, \quad ij = 11, 12, 22, 66.$$

Нормальные деформации на срединной поверхности из уравнений (8) можно переписать как

$$\begin{aligned} \varepsilon_r^0 &= C_{10}N_r + C_{11}N_\theta + C_{12}\chi_r + C_{13}\chi_\theta + C_{14}, \\ \varepsilon_\theta^0 &= C_{11}N_r + C_{10}N_\theta + C_{13}\chi_r + C_{12}\chi_\theta + C_{14}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} C_{10} &= \frac{-A_{11}}{A_{12}^2 - A_{11}^2}, C_{11} = \frac{A_{12}}{A_{12}^2 - A_{11}^2}, C_{12} = \frac{A_{11}B_{11} - A_{12}B_{12}}{A_{12}^2 + A_{11}^2}, \\ C_{13} &= \frac{A_{11}B_{12} - A_{12}B_{11}}{A_{12}^2 + A_{11}^2}, C_{14} = \frac{A_{12} - A_{11}}{A_{12}^2 + A_{11}^2}. \end{aligned}$$

Согласно ТСДПП уравнения движения сандвич-ПСО из ПК-АПГ, покоящейся на упругом основании, имеют вид [46]

$$\frac{\partial(rN_r)}{r\partial r} - \frac{N_\theta}{r} = I_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}, \quad (11a)$$

$$\frac{\partial(rM_r)}{r\partial r} - \frac{M_\theta}{r} - Q_r = I_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (11b)$$

$$\frac{\partial(rQ_r)}{r\partial r} + \frac{1}{R}(N_r + N_\theta) + \frac{\partial(rN_r \frac{\partial w}{\partial r})}{r\partial r} + q - k_1 w + k_2 \Delta w = I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (11c)$$

$$\begin{aligned} \{I_0, I_1, I_2\} &= \int_{-\frac{1}{2}h_c}^{-\frac{1}{2}h_c-h_f} \rho(z)^1(1, z, z^2) dz + \\ &+ \int_{-\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c} \rho(z)^2(1, z, z^2) dz + \int_{\frac{1}{2}h_c}^{\frac{1}{2}h_c+h_f} \rho(z)^3(1, z, z^2) dz. \end{aligned}$$

где q — равномерно распределенная нагрузка; k_1 — коэффициент жесткости пружины Винклера; k_2 — коэффициент жесткости сдвигового слоя в модели Пастернака (см. рис. 1).

Функцию напряжений $f(r, \theta, t)$ определим как

$$N_r = \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r}, \quad N_\theta = \frac{\partial^2 f}{\partial r^2}. \quad (12)$$

Подстановка (12) в (11а) приводит к соотношению

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{I_1}{I_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \quad (13)$$

Подставив (6), (9) и (10) в (11b) и (11c) и объединив результаты с уравнениями (13) и (12), получим систему уравнений

$$C_{20} \frac{\partial^3 f}{\partial r^3} + \frac{1}{r} C_{20} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} C_{20} \frac{\partial f}{\partial r} - KA_{66} \frac{\partial w}{\partial r} + C_{22} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} +$$

$$+ \left(\frac{1}{r} C_{22} + C_{23} - \frac{1}{r} C_{23} \right) \frac{\partial \psi}{\partial r} - \left(\frac{1}{r^2} C_{22} + KA_{66} - \frac{1}{r^2} C_{23} \right) \psi = I_2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (14)$$

$$\frac{1}{R} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \right) + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) + (KA_{66} + k_2) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) -$$

$$- k_1 w + KA_{66} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r} \psi \right) + q = I_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (15)$$

Уравнение совместности деформаций представим в виде

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_r^0}{\partial r} - \frac{2}{r} \frac{\partial \varepsilon_\theta^0}{\partial r} - \frac{\partial^2 \varepsilon_\theta^0}{\partial r^2} = \frac{1}{R} \Delta w + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}. \quad (16)$$

Подставив (6), (7) и (12) в (10), а результат — в уравнение совместности, придем к уравнению

$$- C_{10} \frac{\partial^4 f}{\partial r^4} - 2C_{10} \frac{\partial^3 f}{\partial r^3} + \frac{1}{r^2} C_{10} \frac{\partial^2 f}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} C_{10} \frac{\partial f}{\partial r} - C_{13} \frac{\partial^3 \psi}{\partial r^3} +$$

$$+ \left(\frac{1}{r} C_{12} - C_{12} - \frac{2}{r} C_{13} \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} (C_{13} - 2C_{12}) \frac{\partial \psi}{\partial r} - \left(\frac{1}{R} \Delta w + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) = 0. \quad (17)$$

Соотношения (14), (15) и (17) — основные уравнения для анализа нелинейного динамического отклика и свободных колебаний ПСО при заданных начальных и граничных условиях.

3. Аналитическое решение

Рассмотрим симметричную ПСО, край которой зашпемлен и свободно перемещается. Граничные условия зададим как [46]

$$r = 0, \quad \psi = 0, w = W, \quad r = r_0, \quad \psi = 0, w = 0, N_r = 0. \quad (18)$$

Предположим, что приближенное решение (w, ψ, f) удовлетворяет условиям

$$w = W \frac{(r_0^2 - r^2)^2}{r_0^4}, \quad \psi = \Phi \frac{r(r_0^2 - r^2)}{r_0^3}, \quad f = F \frac{r(r_0 - r)}{r_0^2}, \quad (19)$$

где $F = F_1 W^2 + F_2 W + F_3 \Phi$. Параметры F_1, F_2, F_3 определим, подставив (19) в (17):

$$F_1 = -\frac{48r^7}{r_0^7 C_{10}} + \frac{64r^5}{r_0^5 C_{10}} - \frac{16r^3}{r_0^3 C_{10}}, \quad F_2 = -\frac{16r^5}{r_0^3 RC_{10}} + \frac{8r^3}{r_0 RC_{10}},$$

$$F_3 = \frac{(12C_{12} - 3C_{13})r^4}{r_0^2 C_{10}} + \frac{(-6C_{12} + 18C_{13})r^3}{r_0^2 C_{10}} + \frac{(C_{13} - 12C_{12})r^2}{C_{10}}.$$

Подстановка приближенного решения (19) в (14) и (15) и использование метода Бубнова—Галеркина приводит к следующим результатам:

$$n_1 W^2 + n_2 W + n_3 \Phi = \left(I_2 - \frac{I_1^2}{I_0} \right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad (20)$$

$$m_1 W^3 + m_2 W^2 + (m_3 \Phi + m_4) W + m_5 \Phi + \frac{21}{16} q = I_0 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2}, \quad (21)$$

где n_i и m_j ($i = \overline{1,3}, j = \overline{1,5}$) запишем как

$$n_1 = \frac{15}{4} \frac{C_{20}}{r_0^3 C_{10}}, \quad n_2 = \frac{(8KA_{66} + 415)C_{10}R - C_{20}}{r_0},$$

$$n_3 = -KA_{66} + \frac{-4139C_{12}C_{20} + 823C_{13}C_{20}}{16C_{10}r_0} +$$

$$+ \frac{12,495C_{12}C_{20} - 1785C_{13}C_{20} - 1140C_{10}C_{22} + 600C_{10}C_{23}}{80C_{10}r_0^2},$$

$$m_1 = -\frac{1611}{1144} \frac{1}{r_0^4 C_{10}}, \quad m_2 = -\frac{93}{352} \frac{1}{r_0^2 RC_{10}},$$

$$m_3 = \frac{63}{128} \frac{(-2989C_{12} + 134C_{13})}{231r_0^2 C_{10}} + \frac{1143(C_{12} - 3C_{13})}{128r_0^3 C_{10}},$$

$$m_4 = -k_1 - \frac{45}{128R^2 C_{10}} + 15 \frac{-C_{10}KA_{66} - C_{10}k_2}{2r_0^2 C_{10}},$$

$$m_5 = \frac{315}{128} \frac{\frac{29}{30}C_{12} - \frac{17}{168}C_{13}}{RC_{10}} + \frac{2100C_{10}RKA_{66} + 315(-149C_{12} + 447C_{13})}{1120r_0 C_{10}R}.$$

Для сэндвич-ПСО из ПК-АПГ без нагрузки ($q = 0$) система уравнений (20), (21) принимает вид

$$I_0 \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = l_1 W^3 + l_2 W^2 + l_3 W, \tag{22}$$

где

$$l_1 = m_1 - \frac{n_1 m_3}{n_3}, l_2 = m_2 - \frac{n_2 m_3}{n_3} - \frac{n_1 m_5}{n_3}, l_3 = m_4 - \frac{n_2 m_5}{n_3}.$$

Собственные частоты сэндвич-ПСО из ПК-АПГ находим из уравнения (22)

$$\omega_{mn} = \sqrt{-l_3 / I_0}. \tag{23}$$

4. Анализ численных результатов

Свойства алюминия и ПГ следующие: алюминий — $E = 68,3$ ГПа, $\nu = 0,34$ и $\rho = 2689,8$ кг/м³; ПГ — $E = 1010$ ГПа, $\nu = 0,186$, $\rho = 1062,5$ кг/м³, $a = 2,5$ мкм, $b = 1,5$ мкм, $h = 1,5$ нм.

4.1. Сравнительное изучение. В табл. 1 приведены результаты для основной частоты изотропной ПСО при $E = 70$ ГПа, $\rho = 2702$ кг/м³, $\nu = 0,3$, $R = 3$ м, $R/h = 100$, полученные в настоящей работе и в [47].

Табл. 1

Сравнение собственной частоты ω (рад/с) изотропных ПСО

(k_1, k_2) , (МПа/м, МПа·м)	R/r_0	[46]	Настоящая работа
$k_1 = k_2 = 0$	3	911,8	956,03
	5	776,6	784,95
$k_1 = 50$ $k_2 = 0,1$	3	1084,5	1216,3
	5	900,0	945,77

Табл. 2

Влияние коэффициентов (k_1, k_2) , отношения R/h и распределения пористости на собственную частоту ω_{mn} (рад/с) для модели I при $h_c/h = 0,8$, $r_0/R = 0,3$, $e_0 = 0,3$, $\Lambda_{GPL} = 1\%$

(k_1, k_2) , (МПа/м, МПа·м)	R/h	Тип 1	Тип 2	Тип 3
(0,0)	60	6726,6	6504,3	6647,0
	70	5379,7	5215,6	5324,4
	80	4473,0	4348,4	4432,9
(20,2)	60	8051,9	7867,2	7989,2
	70	6598,9	6465,9	6557,3
	80	5601,8	5502,8	5572,8
(40,4)	60	9188,0	9026,6	9136,2
	70	7625,7	7510,8	7592,5
	80	6538,5	6453,9	6516,3

Авторы [47] использовали классическую теорию оболочек, не учитывающую деформацию поперечного сдвига, а в настоящей работе — ТСДПП для пологих сферических оболочек.

4.2. Собственная частота. Данные табл. 2 иллюстрируют влияние коэффициентов (k_1, k_2) , отношения R/h и распределения пористости на собственные частоты ω_{mn} сэндвич-ПСО. Как видно, значения ω_{mn} возрастают с увеличением жесткости упругих оснований. В частности, $(k_1, k_2) = (0,0)$ соответствует оболочке без упругого основания с собственной частотой $\omega_{mn} = 6726,6$ рад/с (тип 1, $R/h = 60$). В случае упругого основания Пастернака ее собственная частота увеличивалась с 8051,9 до

Табл. 3

Влияние массового содержания Λ_{GPL} и отношения r_0/R на собственную частоту ω_{mn} (рад/с) ПСО моделей I и II при $R/h = 80$, $e_0 = 0,3$, тип I, $h_c/h = 0,8$, $k_1 = k_2 = 0$

r_0/R	$\Lambda_{GPL} = 0,3\%$	$\Lambda_{GPL} = 0,5\%$	$\Lambda_{GPL} = 1,0\%$
Модель I			
0,3	4470,3	4471,1	4473,0
0,4	3891,9	3892,6	3894,4
0,5	3717,5	3718,2	3720,0
Модель II			
0,3	4590,5	4590,9	4591,7
0,4	4032,3	4032,8	4033,4
0,5	3865,3	3865,7	3866,2

Табл. 4

Влияние отношения h_c/h и коэффициента пористости e_0 на собственную частоту ω_{mn} (рад/с) сэндвич-ПСО модели I при $R/h = 80$, $r_0/R = 0,3$, $\Lambda_{GPL} = 1\%$, тип 1, $k_1 = k_2 = 0$

h_c/h	$e_0 = 0$	$e_0 = 0,3$	$e_0 = 0,5$
0,4	4565,0	4536,1	4528,0
0,6	4566,4	4511,3	4489,6
0,8	4568,7	4473,0	4424,6

9188,0 рад/с. Напротив, при увеличении R/h с 60 до 80 собственная частота резко уменьшилась с 6726,6 to 4473 рад/с.

В данном случае рассмотрели три типа распределения пористости, определяемые формулой (3). В случае типа 1 (неоднородное симметричное распределение) при $R/h = 60$ наблюдали наибольшие значения ω_{mn} (7626,6 рад/с при $k_1 = k_2 = 0$; 8051,9 рад/с при $k_1 = 20$ МПа/м, $k_2 = 2$ МПа·м; 9188 рад/с при $k_1 = 40$ МПа/м, $k_2 = 4$ МПа·м).

В табл. 3 приведены значения собственной частоты сэндвич-ПСО из ПК-АПГ, полученные для моделей I и II. Видно, что при тех же параметрах собственная частота оболочки модели II больше, чем модели I, на ~2,5—3,5%. Также видно, что собственная частота уменьшается с увеличением отношения r_0/R , т.е. с увеличением длины оболочки ее жесткость уменьшается.

В табл. 4 приведены значения собственной частоты ПСО при разных значениях h_c/h и e_0 . Видно, что собственная частота немного уменьшается с увеличением коэффициента пористости e_0 . Собственная частота ω_{mn} оболочки без пористости ($e_0 = 0$) достигает пикового значения 4569,7 рад/с.

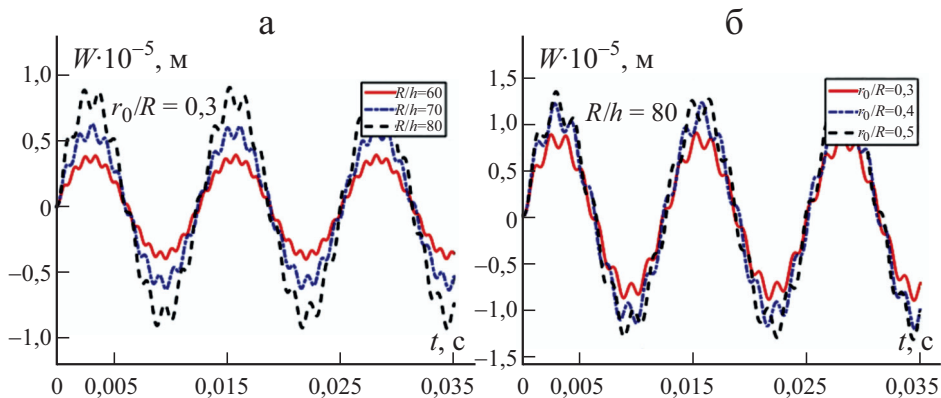


Рис. 2. Влияние отношений R/h (а) и r_0/R (б) на нелинейный динамический отклик $W-t$ оболочек из ПК-АПГ модели I, тип 3 при $e_0 = 0,3$, $k_1 = k_2 = 0$, $q = 300 \sin(500t)$.

Это означает, что наличие пор уменьшает жесткость и несущую способность композитных конструкций.

4.3. Динамический отклик. Данные рис. 2 иллюстрируют влияние параметров R/h и r_0/R на зависимости прогиб—время $W—t$ для сандвич-ПСО из ПК-АПГ. Видно, что амплитуда прогиба W сандвич-ПСО существенно изменяется при изменении значений R/h и r_0/R . На рис. 2—*a* наибольшая амплитуда прогиба W оболочки равна $\approx 5 \cdot 10^{-6}$ м при $R/h = 80$, $t = 0,005$ с, а наименьшая — $\approx 2,5 \cdot 10^{-6}$ м при $R/h = 60$, $t = 0,005$ с. На рис. 2—*б* наибольшая амплитуда прогиба оболочки $W \approx 10 \cdot 10^{-6}$ м при $r_0/R = 0,5$, $t = 0,005$ с, наименьшая — $W \approx 5 \cdot 10^{-6}$ м при $r_0/R = 0,3$, $t = 0,005$ с. На обоих рисунках несущая способность пологих сферических сандвич-оболочек уменьшается при увеличении отношения R/h или r_0/R , т.е. когда оболочка становится тоньше или длиннее, ее несущая способность снижается.

Данные рис. 3—*a* иллюстрируют влияние отношения толщин слоя сердцевины и оболочки h_c/h на нелинейный динамический отклик $W—t$ ПСО. Видно, что с повышением значений h_c/h от 0,4 до 0,8 амплитуда прогиба W возрастает только с $\approx 7,75 \cdot 10^{-6}$ до $\approx 8,5 \cdot 10^{-6}$ м при $t = 0,015$.

Влияние пористости e_0 на зависимость прогиб—время $W—t$ сандвич-ПСО иллюстрируют данные рис. 3—*б*. Видно, что амплитуда прогиба W увеличивается с $\approx 6 \cdot 10^{-6}$ до $\approx 10 \cdot 10^{-6}$ м при $t = 0,015$ с, когда коэффициент пористости e_0 возрастает от 0 до 0,5.

На рис. 4 проведено сравнение зависимостей $W—t$ сандвич-оболочек из ПК-АПГ моделей I и II с пористостью 1, 2 и 3 типов. Видно, что в случае однородного распределения пористости (тип 3) зависимость $W—t$ расположена выше, чем при неоднородном симметричном распределении пористости (тип 1), и ниже, чем при неоднородном асимметричном (тип 2).

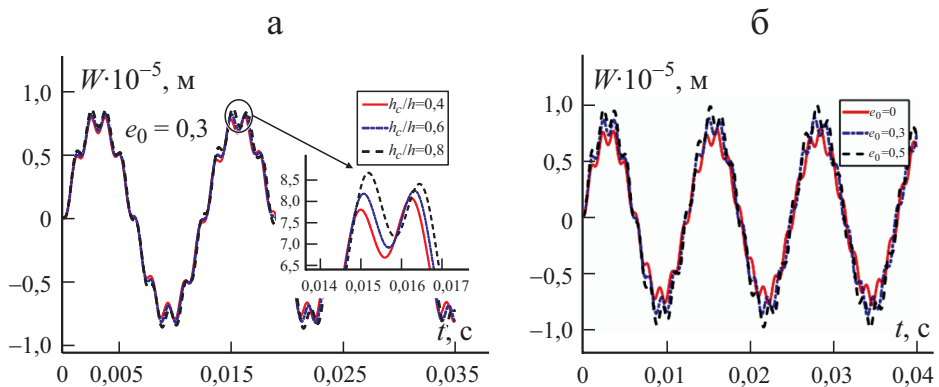


Рис. 3. Влияние отношения h_c/h (а) и коэффициента пористости e_0 (б) на нелинейный динамический отклик $W—t$ оболочек модели I, тип 1 при $r_0/R = 0,3$, $R/h = 80$, $k_1 = k_2 = 0$, $q = 300 \sin(500t)$.

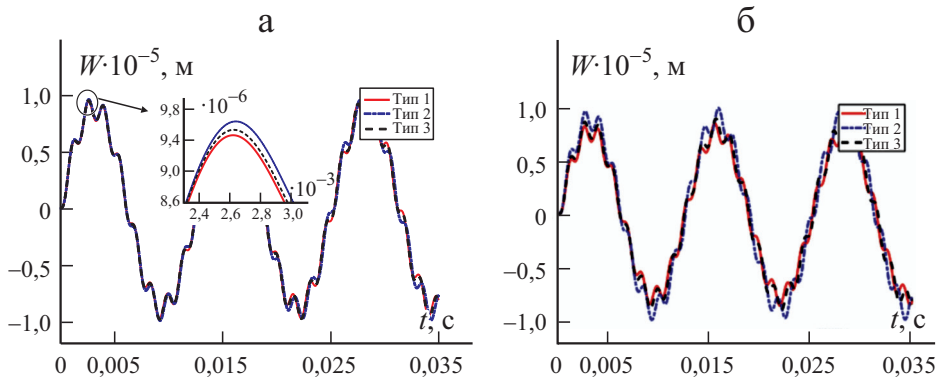


Рис. 4. Сравнение зависимостей $W-t$ оболочек из ПК-АПГ моделей I (а) и II (б) при $e_0 = 0,3, r_0/R = 0,3, R/h = 80, k_1 = k_2 = 0, q = 300 \sin(500t)$.

Видно (см. рис. 4—а), что наименьшее значение амплитуды W оболочки $\approx 9,4 \cdot 10^{-6}$ м (тип 1), $\approx 9,6 \cdot 10^{-6}$ м (тип 2) и $\approx 9,5 \cdot 10^{-6}$ м (тип 3) при $t = 2,6 \cdot 10^{-3}$ с.

Влияние массового содержания ПГ на зависимость прогиба от времени $W-t$ сандвич-ПСО из ПК-АПГ отражают данные на рис. 5. Видно, что при $\Lambda_{GPL} = 0,3\%$ и $t = 0,0153$ с величина амплитуды наибольшая ($\approx 9,01 \cdot 10^{-6}$ м), а при $\Lambda_{GPL} = 1\%$ и $t = 0,0153$ с — немного меньше ($\approx 8,99 \cdot 10^{-6}$ м). Это означает, что армирование ПГ повышает несущую способность сандвич-ПСО.

Зависимость нелинейного динамического отклика оболочек от жесткости упругих оснований представлена на рис. 6. Зависимость $W-t$ для сандвич-ПСО, покоящейся на упругом основании Пастернака ($k_1 \neq 0, k_2 \neq 0$),

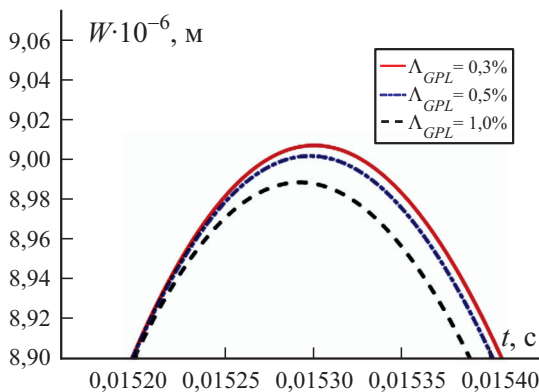


Рис. 5. Влияние массового содержания ПГ Λ_{GPL} на нелинейный динамический отклик $W-t$ оболочек модели II при $e_0 = 0,3, r_0/R = 0,3, R/h = 80, k_1 = k_2 = 0, q = 300 \sin(500t)$.

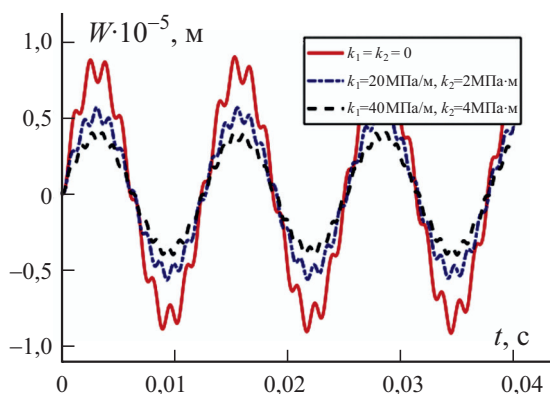


Рис. 6. Влияние жесткости упругих оснований k_1, k_2 на нелинейный динамический отклик $W-t$ оболочек при $(k_1, k_2) = (0, 0)$ (—), $(20, 2)$ (- · -), $(40, 4)$ (- - -) (МПа/м, МПа·м). Модель I, тип 3, $e_0 = 0,3$, $r_0/R = 0,3$, $R/h = 80$, $k_1 = k_2 = 0$, $q = 300 \sin(500t)$.

расположена ниже, чем оболочки без упругого основания ($k_1 = k_2 = 0$). Амплитуда прогиба W оболочки обратно пропорциональна жесткости упругого основания. При $t = 0,005$ с амплитуда W оболочки без упругого основания ($k_1 = k_2 = 0$) наибольшая — $\approx 5 \cdot 10^{-6}$ м, а покоящейся на упругом основании с $k_1 = 20$ МПа/м и $k_2 = 2$ МПа·м — примерно вдвое меньше.

Данные рис. 7 иллюстрируют резонанс полой сферической сандвич-оболочки из ПК-АПГ в диапазоне частот ω внешней нагрузки q от 4000 до 4300 рад/с. Эти частоты близки к основной частоте оболочки $\omega_{mn} = 4432,9$ рад/с.

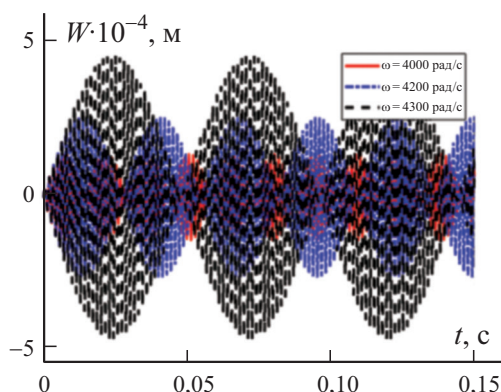


Рис. 7. Влияние частоты ω на нелинейный динамический отклик $W-t$ оболочек модели I, тип 3 при $e_0 = 0,3$, $r_0/R = 0,3$, $R/h = 80$, $k_1 = k_2 = 0$, $q = 300 \sin(500t)$.

Заключение

Предложены две модели трехслойных пологих сферических сэндвич-оболочек для получения аналитических решений их собственной частоты и динамического отклика с использованием аналитического подхода.

Деформации оболочек определили, используя геометрическое нелинейное предположение фон Кармана и ТСДПП. Исследовали влияние распределения и коэффициента пористости, массового содержания пластинок графена, жесткости упругого основания и геометрических параметров на динамические характеристики и свободные колебания сэндвич-ПСО.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

— Несущая способность пологой сферической оболочки из лицевых слоев ПК-АПП и изотропного сердечника (модель II) больше, чем оболочки из изотропных лицевых слоев и сердцевины из ПК-АПП (модель I).

— Пористость снижает несущую способность оболочек; при этом несущая способность сэндвич-оболочки с неоднородным симметричным распределением пористости больше, чем с однородным.

— Увеличение жесткости упругих оснований повышает собственную частоту и уменьшает амплитуду колебаний пологих сферических сэндвич-оболочек из ПК-АПП.

— Увеличение отношения R/h или r_0/R уменьшает собственную частоту и увеличивает амплитуду прогиба пологих сферических сэндвич-оболочек из ПК-АПП.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Вьетнамского национального фонда развития науки и технологий в рамках гранта № 107.02-2018.314. Работа также была поддержана стипендиальной программой для отечественных магистров/докторов наук Фондом инноваций Vingroup (Фам Динь Нгуен выражает признательность за эту поддержку).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Safaei B., Dastjerdi R. M., Qin Z., Behdinin K. and Chu F.* Determination of thermoelastic stress wave propagation in nanocomposite sandwich plates reinforced by clusters of carbon nanotubes // *J. Sandwich Struct. Mater.* — 2019. Online: 8 May. — P. 1—22. <https://doi.org/10.1177%2F1099636219848282>
2. *Motezaker M., Jamali M., and Kolahchi R.* Application of differential cubature method for nonlocal vibration, buckling and bending response of annular nanoplates integrated by piezoelectric layers based on surface-higher order nonlocal-piezoelectricity theory // *J. Comput. Appl. Math.* — 2020. — Vol. 369. — P. 112625.
3. *Motezaker M. and Kolahchi R.* Seismic response of concrete columns with nanofiber reinforced polymer layer // *Comput. Concrete.* — 2017. — Vol. 20, No. 3. — P. 371—378.
4. *Motezaker M. and Kolahchi R.* Seismic response of SiO₂ nanoparticles-reinforced concrete pipes based on DQ and newmark methods // *Comput. Concrete.* — 2017. — Vol. 19, No. 6. — P. 751—759.
5. *Motezaker M. and Eyvazian A.* Post-buckling analysis of Mindlin Cut out-plate reinforced by FG-CNTs // *Steel Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 34, No. 2. — P. 289—297.

6. *Motezaker M. and Eyvazian A.* Buckling load optimization of beam reinforced by nanoparticles // *Struct. Eng. Mech.* — 2020. — Vol. 73, No. 5. — P. 481—486.
7. *Chien T. M. and Kim S. E.* Nonlinear thermo-mechanical behaviors of thin functionally graded sandwich shells with double curvature // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 195. — P. 335—348.
8. *Chien T. M. and Kim S. E.* Nonlinear stability of moderately thick functionally graded sandwich shells with double curvature in thermal environment // *Aerospace Sci. Technol.* — 2019. — Vol. 84. — P. 672—685
9. *Vinyas M. and Kattimani S. C.* Static analysis of stepped functionally graded magneto-electro-elastic plates in thermal environment: A finite element study // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 178. — P. 63—86.
10. *Vinyas M., Subhaschandra K., and Piyush J. S.* Influence of coupled fields on free vibration and static behaviour of functionally graded magneto-electro-thermo-elastic plate // *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* — 2018. — Vol. 29, No. 7. — P. 1430—1455.
11. *Vinyas M. and Kattimani S. C.* Static studies of stepped functionally graded magneto-electro-elastic beam subjected to different thermal loads // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 163. — P. 216—237.
12. *Vinyas M., Harursampath D., and Trung N. T.* Influence of active constrained layer damping on the coupled vibration response of functionally graded magneto-electro-elastic plates with skewed edges // *Defence Technol.* — 2020. — Vol. 16, No. 5. — P. 1019—1038.
13. *Vinyas M., Harursampath D., and Kattimani S. C.* On vibration analysis of functionally graded carbon nanotube reinforced magneto-electro-elastic plates with different electro-magnetic conditions using higher order finite element methods // *Defence Technol.* — 2021. — Vol. 17, No. 1. — P. 287—303.
14. *Chan D. Q., Quan T. Q., Kim S. E., and Duc N. D.* Nonlinear dynamic response and vibration of shear deformable piezoelectric functionally graded truncated conical panel in thermal environments // *Eur. J. Mech. A/Solids.* — 2019.— Vol. 77. — P. 103795.
15. *Qaderi S., Ebrahimi F., and Vinyas M.* Dynamic analysis of multi-layered composite beams reinforced with graphene platelets resting on two-parameter viscoelastic foundation // *Eur. Phys. J. Plus.* — 2019. — Vol. 134. — P. 339.
16. *Dasjerdi R. M. and Behdinin K.* Temperature effect on free vibration response of a smart multifunctional sandwich plate // *J. Sandwich Struct. Mater.* — 2020. — Online: 9 March. <https://doi.org/10.1177%2F1099636220908707>
17. *Qaderi S., Ebrahimi F., and Vinyas M.* Free vibration analysis of graphene platelets-reinforced composites plates in thermal environment based on higher-order shear deformation plate theory // *Int. J. Aeronautical Space Sci.* — 2019. — Vol. 20, No. 4. — P. 902—912.
18. *Wu D., Liu A., Huang Y., Huang Y., Pi Y., and Gao W.* Dynamic analysis of functionally graded porous structures through finite element analysis // *Eng. Struct.* — 2018. — Vol. 165. — P. 287—301.
19. *Chen D., Kitipornchai S, and Yang J.* Dynamic response and energy absorption of functionally graded porous structures // *Mater. Des.* — 2018. — Vol. 140. — P. 473—487.
20. *Chen D., Yang J., and Kitipornchai S.* Free and forced vibrations of shear deformable functionally graded porous beams // *Int. J. Mech. Sci.* — 2016. — Nos. 108—109. — P. 14—22.
21. *Kitipornchai S., Chen D., and Yang J.* Free vibration and elastic buckling of functionally graded porous beams reinforced by graphene platelets // *Mater. Des.* — 2017. — Vol. 116. — P. 656—665.
22. *Chen D., Yang J., and Kitipornchai S.* Nonlinear vibration and postbuckling of functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite beams // *Compos. Sci. Technol.* — 2017. — Vol. 142. — P. 235—245.

23. Liu Y., Su S., Huang H., and Liang Y. Thermal-mechanical coupling buckling analysis of porous functionally graded sandwich beams based on physical neutral plane // Composites: Part B. — 2019. — Vol. 168. — P. 236—242.
24. Diveyev B., Butyter I., and Pelekh Y. Dynamic properties of symmetric and asymmetric Beams made of Functionally Graded materials in bending // Mech. Compos. Mater. — 2018. — Vol. 54, No. 1. — P. 159—170.
25. Yang J., Chen D., and Kitipornchai S. Buckling and free vibration analyses of functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite plates based on Chebyshev—Ritz method // Compos. Struct. — 2018. — Vol. 193. — P. 281—294.
26. Saidi A. R., Bahaadini R., and Mozafari K. M. On vibration and stability analysis of porous plates reinforced by graphene platelets under aerodynamical loading // Composites: Part B. — 2019. — Vol. 164. — P. 778—799.
27. Cong P. H., Chien T. M., Khoa N. D., and Duc N. D. Nonlinear thermomechanical buckling and post-buckling response of porous FGM plates using Reddy's HSDT // Aersp. Sci. Technol. — 2018. — Vol. 77. — P. 419—428.
28. Xue Y., Jin G., Ma X., Chen H., Ye T., Chen M., and Zhang Y. Free vibration analysis of porous plates with porosity distributions in the thickness and in-plane directions using isogeometric approach // Int. J. Mech. Sci. — 2019. — Vol. 152. — P. 346—362.
29. Chen D., Yang J., and Kitipornchai S. Buckling and bending analyses of a novel functionally graded porous plate using Chebyshev—Ritz method // Arch. Civ. Mech. Eng. — 2019. — Vol. 19, No. 1. — P. 157—170.
30. Duc N. D., Kim S. E., Khoa N. D., and Chan D. Q. Nonlinear buckling and post-buckling analysis of shear deformable stiffened truncated conical sandwich shells with functionally graded face sheets and a functionally graded porous core // J. Sandwich Struct. Mater. — 2020. — Online: 18 March. <https://doi.org/10.1177%2F1099636220906821>
31. Chien T. M. and Kim S. E. A three variable refined shear deformation theory for porous functionally graded doubly curved shell analysis // Aerospace Sci. Technol. — 2019. — Vol. 94. — P. 105356.
32. Chien T. M., Duc N. D., and Kim S. E. Effects of porosity and thermo-mechanical loading on free vibration and nonlinear dynamic response of functionally graded sandwich shells with double curvature // Aerospace Sci. Technol. — 2019. — Vol. 87. — P. 119—132.
33. Vinyas M. On frequency response of porous functionally graded magneto-electro-elastic circular and annular plates with different electro-magnetic conditions using HSDT // Compos. Struct. — 2020. — Vol. 240. — P. 112044.
34. Safaei B., Rasool M. D., Behdinin K., Qin Z., and Chu F. Thermoelastic behavior of sandwich plates with porous polymeric core and CNT clusters/polymer nanocomposite layers // Compos. Struct. — 2019. — Vol. 226. — P. 111209.
35. Safaei B., Dastjerdi R. M., Behdinin K., and Chu F. Critical buckling temperature and force in porous sandwich plates with CNT-reinforced nanocomposite layers // Aerospace Sci. Technol. — 2019. — Vol. 91. — P. 175—185.
36. Nam H. V., Trung N. T., and Hoa L. K. Buckling and postbuckling of porous cylindrical shells with functionally graded composite coating under torsion in thermal environment // Thin-Walled Struct. — 2019. — Vol. 144. — P. 106253—.
37. Gao K., Gao W., Chen D., and Yang J. Nonlinear free vibration of functionally graded graphene platelets reinforced porous nanocomposite plates resting on elastic foundation // Compos. Struct. — 2018. — Vol. 204. — P. 831—846.
38. Li Q., Wu D., Chen X., Liu L., Yu Y., and Gao W. Nonlinear vibration and dynamic buckling analyses of sandwich functionally graded porous plate with graphene platelet reinforcement resting on Winkler—Pasternak elastic foundation // Int. J. Mech. Sci. — 2018. — Vol. 148. — P. 596610.

39. *Dong Y. H., Li Y. H., Chen D., and Yang J.* Vibration characteristics of functionally graded graphene reinforced porous nanocomposite cylindrical shells with spinning motion // *Composites: Part B*. — 2018. — Vol. 145. — P. 1—13.
40. *Dashtjerdi R. M. and Behdinin K.* Stability analysis of multifunctional smart sandwich plates with graphene nanocomposite and porous layers // *Inter. J. Mech. Sci.* — 2020. — Vol. 167. — P. 105283.
41. *Setoodeh A. R., Shojaee M., and Malekzadeh P.* Vibrational behavior of doubly curved smart sandwich shells with FG-CNTRC face sheets and FG porous core // *Composites: Part B*. — 2019. — Vol. 165. — P. 798—822.
42. *Karimiasl M., Ebrahimi F., and Mahesh V.* Nonlinear forced vibration of smart multiscale sandwich composite doubly curved porous shell // *Thin-Walled Struct.* — 2019. — Vol. 143. — P. 106152.
43. *Li H., Pang F., Ren Y., Miao X., and Ye K.* Free vibration characteristics of functionally graded porous spherical shell with general boundary conditions by using first-order shear deformation theory // *Thin-Walled Struct.* — 2019. — Vol. 144. — P. 106331.
44. *Villoria R. G. and Miravete A.* Mechanical model to evaluate the effect of the dispersion in nanocomposites // *Acta Materialia*. — 2017. — Vol. 55, No. 9. — P. 3025—3031.
45. *Xu C. S.* Buckling and post-buckling of symmetrically laminated moderately thick spherical caps // *Inter. J. Solids Struct.* — 1991. — Vol. 28, No. 9. — P. 1171—1184.
46. *Li Q. S., Liu J., and Tang J.* Buckling of shallow spherical shells including the effects of transverse shear deformation // *Int. J. Mech. Sci.* — 2003. — Vol. 45, No. 9. — P. 1519—1529.
47. *Duc N. D., Quang V. D., and Anh V. T. T.* The nonlinear dynamic and vibration of the S-FGM shallow spherical shells resting on an elastic foundations including temperature effects // *Int. J. Mech. Sci.* — 2017. — Vol. 123. — P. 54—63.

Поступила в редакцию 10.02.2020
Окончательный вариант поступил 08.04. 2021
Received Feb. 10, 2020 (Apr. 8, 2021)

В. Н. Бакулин^{а,б}, Д. А. Бойцова^б, А. Я. Недбай^б*

^а*Российская Академия наук, Институт прикладной механики (ИПРИМ РАН), Москва, Россия*

^б*Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), Россия*

^а*АО «Корпорация «Московский институт теплотехники», Москва, Россия*

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС ПОДКРЕПЛЕННОЙ ШПАНГОУТАМИ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КОМПОЗИТНОЙ ОБОЛОЧКИ

*Светлой памяти чл.-кор. АН СССР Всеволода Ивановича Феодосьева в год 105-летия
со дня рождения (05.05.1916—24.09.1991)*

V. N. Bakulin, D.A. Boytsova, and A. Ya. Nedbay*

PARAMETRIC RESONANCE OF A THREE-LAYER CYLINDRICAL COMPOSITE SHELL STRENGTHENED BY RIBS

Keywords: parametric resonance, three-layer cylindrical shell, strengthenings, ribs, hollow isotropic cylinder, axial forces, harmonic time-varying pressure

Equations are obtained for the parametric resonance of a three-layer cylindrical shell with composite layers strengthened by ribs and containing a hollow isotropic cylinder. The shell is loaded by axial forces and an external pressure varying harmonically in time. The influence of the cylinder is modeled as an elastic foundation whose modulus of subgrade reaction was determined from equations of the three-dimensional elasticity theory. The solution of the equations is sought in the form of a trigonometric series in the axial coordinate. The resulting infinite system of inhomogeneous differential equations of Mathieu–Hill type is solved using a trigonometric series in time. Using a numerical example, the main regions of instability were obtained for the first time, and graphical dependences for the critical frequencies on the channel radius and the elastic modulus of cylinder material, the number and height of ribs were found. The mathematical model proposed extends the range of relevant scientific and applied problems in studying three-layer reinforced shells.

* Автор, с которым следует вести переписку: vbak@yandex.ru

Corresponding author: vbak@yandex.ru

Ключевые слова: резонанс параметрический, оболочка цилиндрическая трехслойная, подкрепления, шпангоуты, цилиндр изотропный пустотелый, силы осевые, гармонически изменяющееся во времени давление

Получены уравнения параметрического резонанса подкрепленной шпангоутами трехслойной цилиндрической оболочки с композитными слоями, внутри которой расположен пустотелый изотропный цилиндр. Оболочка нагружена осевыми силами и внешним давлением, гармонически изменяющимся во времени. Влияние цилиндра учитывается в виде упругого основания, коэффициент постели которого определяется из уравнений трехмерной теории упругости. Решение уравнений ищется в виде тригонометрического ряда по осевой координате. Полученная бесконечная система неоднородных дифференциальных уравнений типа Матье—Хилла решается с помощью тригонометрического ряда по временной координате. На числовом примере впервые получены главные области неустойчивости и приведены графические зависимости критических частот от радиуса канала и модуля упругости материала цилиндра, количества и высоты шпангоутов. Предложенная математическая модель расширяет круг решаемых актуальных научных и прикладных задач при исследовании трехслойных подкрепленных оболочек.

Введение. Трехслойные композитные оболочки находят широкое применение в технике [1], при эксплуатации которой на внешней поверхности оболочки может происходить пульсация давления, обусловленная турбулентностью атмосферы, бафтингом [2], вибрациями и многими другими причинами. При определенных условиях эти пульсации способны привести к возникновению параметрического резонанса [3] и разрушению конструкции.

Расчету напряжённо-деформированного состояния (НДС) трехслойных оболочек посвящены, например, работы [4—6], расчету колебаний — работы [7—9], устойчивости — работы [7, 8]. Результаты исследования параметрического резонанса рассмотрены, например, в [10—13], исследования флаттера — в [14—18], в том числе для гладких [19—22] и подкрепленных [23—25] оболочек.

Анализ большого количества работ показал, что параметрический резонанс трехслойных оболочек, в том числе усиленных шпангоутами и пустотелым цилиндром, не изучен.

Постановка задачи. Для разработки расчетной модели параметрического резонанса рассмотрим трехслойную цилиндрическую оболочку с несимметричным по толщине пакетом, усиленную шпангоутами и упругим пустотелым цилиндром, при действии на поверхности внешнего давления, изменяющегося во времени по гармоническому закону. Расчетная схема представлена на рис. 1. Композитные ортотропные несущие слои соеди-

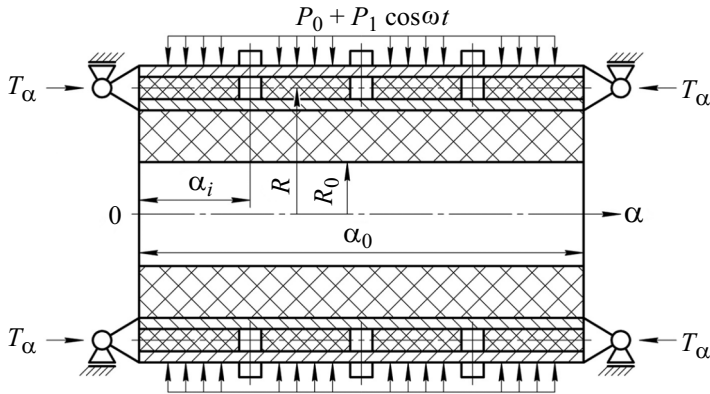


Рис. 1. Расчётная схема трехслойной цилиндрической оболочки с внутренним цилиндром и подкреплениями в виде кольцевых ребер (шпангоутов).

нены слоем легкого заполнителя. Примем, что шпангоуты связывают оба несущих слоя в окружном и радиальном направлениях и расположены сравнительно редко, а взаимным влиянием тангенциальных контактных усилий и радиальных инерционных сил можно пренебречь. Расположенный внутри трехслойной оболочки цилиндр рассматриваем как упругое основание Винклера с коэффициентом постели, определяемым из уравнений трехмерной теории упругости [26].

Математическая модель. Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой за координатную поверхность принята срединная поверхность заполнителя. Получение уравнений движения трехслойной цилиндрической оболочки с несимметричным по толщине пакетом, усиленной шпангоутами и упругим пустотелым цилиндром, описано в монографии [26]. Кратко поясним, как выводится система уравнений движения трехслойной цилиндрической оболочки с точки зрения механики. Для получения этих уравнений движения рассмотрены дифференциальные уравнения равновесия элемента трехслойной цилиндрической оболочки с учетом взаимодействия со шпангоутами и упругим пустотелым цилиндром аналогично [27]. Полные внутренние усилия и моменты в трехслойной цилиндрической оболочке выражаем через силовые факторы в слоях [26]. Входящие в дифференциальные уравнения равновесия элемента трехслойной цилиндрической оболочки внутренние силовые факторы связаны с геометрическими соотношениями упругости. Внутренние силовые факторы каждого слоя выражены через функции перемещений и его жесткостные характеристики.

Записываем дифференциальные уравнения равновесия элемента шпангоута с учетом взаимодействия его с оболочкой. Силовые факторы в шпангоуте выражены через функции перемещений и его жесткостные характеристики. Записываем условия совместности перемещений шпангоута и оболочки. Проведя необходимые математические операции, получаем замкнутую систему дифференциальных уравнений в перемещениях трехслойной цилиндрической оболочки, подкрепленной шпангоутами и упругим пустотелым цилиндром.

Уравнения движения оболочки представим в виде [26]

$$L_{j1}u_{\alpha} + L_{j2}v_{\alpha} + L_{j3}w + L_{j4}u_{\beta} + L_{j5}v_{\beta} + \\ + (\delta_{j2} + \delta_{j3} + \delta_{j5}) \sum_{i=1}^M [l_{j2}^{(i)}v_{\alpha i} + l_{j3}^{(i)}w_i + l_{j5}^{(i)}v_{\beta i}] \delta(\alpha - \alpha_i) = 0 \quad (1) \\ (j = 1, 2, \dots, 5),$$

где L_{ji} , l_{ji} — дифференциальные операторы, имеющие вид

$$L_{11} = B_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}, \quad L_{12} = L_{21} = (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ L_{13} = L_{31} = B_{12} \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad L_{14} = L_{41} = \bar{B}_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \bar{B}_{33} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}, \\ L_{15} = L_{51} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}, \quad L_{22} = B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}, \\ L_{23} = L_{32} = B_{22} \frac{\partial}{\partial \beta}, \quad L_{24} = L_{42} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ L_{25} = L_{52} = \bar{B}_{33} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \bar{B}_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}, \\ L_{33} = \frac{D_{11}}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + \frac{2(D_{12} + D_{33})}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \frac{D_{22}}{R^2} \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} - \frac{h_0^2}{h} \left(G_{13} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \right. \\ \left. + G_{23} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) + T_{\alpha} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + (P_0 + P_1 \cos \omega t) R \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + \Pi R^2 + B_{22} + F_0 R^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}, \\ L_{34} = L_{43} = \left(\bar{B}_{12} - 2 \frac{R h_0}{h} G_{13} \right) \frac{\partial}{\partial \alpha}, \quad L_{35} = L_{53} = \left(\bar{B}_{22} - 2 \frac{R h_0}{h} G_{23} \right) \frac{\partial}{\partial \beta}, \\ L_{44} = B_{11} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - 4 \frac{R^2}{h} G_{13}, \quad L_{45} = L_{54} = (B_{12} + B_{33}) \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ L_{55} = B_{33} \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + B_{22} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - 4 \frac{R^2}{h} G_{23}, \\ l_{22}^{(i)} = \frac{E_i F_i}{R} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}, \quad l_{23}^{(i)} = l_{32}^{(i)} = \frac{E_i F_i}{R} \frac{\partial}{\partial \beta}, \quad l_{25}^{(i)} = l_{52}^{(i)} = -2 \frac{\varepsilon_i E_i F_i}{R h_0} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2},$$

$$l_{33}^{(i)} = \frac{1}{R} (E_i F_i - a_i \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}) + \rho_i F_i R \frac{\partial^2}{\partial t^2},$$

$$l_{35}^{(i)} = l_{53}^{(i)} = -\frac{2}{Rh_0} (\varepsilon_i E_i F_i + R a_i) \frac{\partial}{\partial \beta},$$

$$l_{55}^{(i)} = -\frac{4}{Rh_0^2} \left[a_i R^2 - E_i (\varepsilon_i^2 F_i + I_i) \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right], \quad F_0 = \rho_B h_1 + \rho_H h_2 + h \rho_C,$$

$$B_{ss} = B_s^B + B_s^H, \quad \bar{B}_{ss} = B_s^B - B_s^H, \quad B_{12} = B_1^B v_2^B + B_1^H v_2^H \quad (s=1,2,3),$$

$$\bar{B}_{12} = B_1^B v_2^B - B_1^H v_2^H, \quad B_1^B = E_1^B h_1 / \eta^B, \quad B_2^B = E_2^B h_1 / \eta^B, \quad B_3^B = G_{12}^H h_1,$$

$$D_{12} = D_1^B v_2^B + D_1^H v_2^H, \quad D_1^B = E_1^B h_1^3 / (12\eta^B),$$

$$D_2^B = E_2^B h_1^3 / (12\eta^B), \quad D_3^B = G_{12}^B h_1^3 / 6, \quad z_0 = R_0 / R,$$

$$\eta^B = 1 - v_1^B v_2^B, \quad h_0 = h + (h_1 + h_2) / 2, \quad 2\varepsilon_i = r_i^B + r_i^H, \quad a_i = 5G_i F_i / 6.$$

Здесь α, β — безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении срединной поверхности заполнителя, принятой за координатную поверхность; R, R_0 — радиус срединной поверхности заполнителя и внутренний радиус цилиндра (радиус канала цилиндра) соответственно; h_1, h_2, h — толщина верхнего, нижнего и среднего слоев соответственно; r_i^B, r_i^H — расстояние от оси ребра до срединной поверхности верхнего и нижнего слоев соответственно, причем эта величина считается положительной, если ось ребра лежит ниже срединной поверхности несущего слоя; $w, u_\alpha, u_\beta, v_\alpha, v_\beta$ — нормальное и приведенные осевые и тангенциальные перемещения [26], $u_\alpha, u_\beta, v_\alpha, v_\beta$ выражены через осевые и тангенциальные перемещения срединных поверхностей верхнего u_1, v_1 и нижнего u_2, v_2 слоев соотношениями [26]

$$2u_\alpha = u_1 + u_2, \quad 2u_\beta = u_1 - u_2, \quad 2v_\alpha = v_1 + v_2, \quad 2v_\beta = v_1 - v_2;$$

$E_1^B, E_2^B, G_{12}^B, v_1^B, v_2^B$ — осевой и окружной модули упругости, модуль сдвига и коэффициенты Пуассона верхнего слоя соответственно (обозначения для нижнего слоя с индексом “H” имеют аналогичный смысл); G_{13}, G_{23} — модули поперечного сдвига заполнителя; ρ_B, ρ_H, ρ_C — плотности материалов верхнего, нижнего и среднего слоев; E_i, G_i, ρ_i — модуль упругости, модуль сдвига и плотность материала i -го ребра; F_i, I_i — площадь и момент инерции ребра; $w_i, v_{\alpha i}, v_{\beta i}$ — перемещения w, v_α, v_β оболочки в местах установки i -го ребра; M — количество ребер; Π — коэффициент постели; T_α — начальное осевое усилие; $\delta(\alpha)$ — дельта-функция; δ_{kj} — символ Кронекера.

Решение уравнений (1) представим в виде

$$\begin{aligned} \{u_\alpha, u_\beta\} &= \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} \{f_{1m}(t), f_{4m}(t)\} \cos \gamma_m \alpha, \\ \{v_\alpha, v_\beta\} &= \sin n\beta \sum_{m=1}^{\infty} \{f_{2m}(t), f_{5m}(t)\} \sin \gamma_m \alpha, \\ w &= \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} f_{3m}(t) \sin \gamma_m \alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\gamma_m = m\pi / \alpha_0$; $\alpha_0 = L / R$; L — длина оболочки; $f_{jm}(t)$ — неизвестные функции времени (в дальнейшем аргумент t опускаем); m — количество полуволин в осевом направлении; n — количество волн в окружном направлении.

Разложив дельта-функцию в тригонометрический ряд и подставив (2) в (1), получим неоднородную систему дифференциальных уравнений типа Матье—Хилла

$$\begin{aligned} a_{11}f_{1m} + a_{12}f_{2m} + a_{13}f_{3m} + a_{14}f_{4m} + a_{15}f_{5m} &= 0, \\ a_{21}f_{1m} + a_{22}f_{2m} + a_{23}f_{3m} + a_{24}f_{4m} + a_{25}f_{5m} &= \\ &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{i=1}^M (b_{22}f_{2i} + b_{23}f_{3i} + b_{25}f_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i, \\ a_{31}f_{1m} + a_{32}f_{2m} + \left(R^2 F_0 \frac{d^2}{dt^2} - R P_1 n^2 \cos \omega t + a_{33}^0 \right) f_{3m} + a_{34}f_{4m} + a_{35}f_{5m} &= \\ &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{i=1}^M \left[b_{32}f_{2i} + \left(R \rho_i F_i \frac{d^2}{dt^2} + b_{33}^0 \right) f_{3i} + b_{35}f_{5i} \right] \sin \gamma_m \alpha_i, \\ a_{41}f_{1m} + a_{42}f_{2m} + a_{43}f_{3m} + a_{44}f_{4m} + a_{45}f_{5m} &= 0, \\ a_{51}f_{1m} + a_{52}f_{2m} + a_{53}f_{3m} + a_{54}f_{4m} + a_{55}f_{5m} &= \\ &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{i=1}^M (b_{52}f_{2i} + b_{53}f_{3i} + b_{55}f_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= -B_{11}\gamma_m^2 - B_{33}n^2, \quad a_{12} = a_{21} = (B_{12} + B_{33})\gamma_m n, \\ a_{13} &= -a_{31} = B_{12}\gamma_m, \quad a_{14} = a_{41} = -\bar{B}_{11}\gamma_m^2 - \bar{B}_{33}n^2, \\ a_{15} &= a_{51} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33})\gamma_m n, \\ a_{22} &= -B_{33}\gamma_m^2 - B_{22}n^2, \quad a_{23} = -B_{22}n, \end{aligned}$$

$$a_{24} = a_{42} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33})\gamma_m n, \quad a_{25} = a_{52} = -\bar{B}_{33}\gamma_m^2 - \bar{B}_{22}n^2,$$

$$a_{32} = B_{22}n,$$

$$a_{33}^0 = \frac{D_{11}}{R^2}\gamma_m^4 + \frac{2(D_{12} + D_{33})}{R^2}\gamma_m^2 n^2 + \frac{D_{22}}{R^2}n^4 + \\ + \frac{h_0^2}{h}(G_{13}\gamma_m^2 + G_{23}n^2) - T_\alpha \gamma_m^2 + B_{22} + R^2\Pi - RP_0 n^2,$$

$$a_{34} = -a_{43} = -\left(\bar{B}_{12} - \frac{2Rh_0}{h}G_{13}\right)\gamma_m, \quad a_{35} = \left(\bar{B}_{22} - \frac{2Rh_0}{h}G_{23}\right)n,$$

$$a_{44} = -B_{11}\gamma_m^2 - B_{33}n^2 - \frac{4R^2}{h}G_{13}, \quad a_{45} = a_{54} = (B_{12} + B_{33})\gamma_m n,$$

$$a_{53} = -\left(\bar{B}_{22} - \frac{2Rh_0}{h}G_{23}\right)n, \quad a_{55} = -B_{33}\gamma_m^2 - B_{22}n^2 - \frac{4R^2}{h}G_{23},$$

$$b_{22} = -E_i F_i n^2 / R, \quad b_{23} = -b_{32} = -E_i F_i n / R, \quad b_{25} = b_{52} = 2\varepsilon_i E_i F_i n^2 / (Rh_0),$$

$$b_{33}^0 = (E_i F_i + a_i n^2) / R_i, \quad b_{35} = -b_{53} = -2n(\varepsilon_i E_i F + Ra_i) / (Rh_0),$$

$$b_{55} = -4\left[R^2 a_i + E_i(\varepsilon_i^2 F_i + I_i)n^2\right] / (Rh_0^2).$$

Коэффициент постели Π запишем в виде

$$\Pi = \frac{2\mu}{R} \frac{\Delta}{\psi}, \quad \psi = \sum_{j=1}^6 \Phi_j D_{6j}, \quad \xi = \gamma_m, \quad x = z_0 \gamma_m,$$

$$\Phi_1 = -\frac{n^2}{\xi} I_n(\xi), \quad \Phi_3 = -\frac{(\lambda + \mu)}{2(\lambda + 2\mu)} \xi \left(\frac{n^2}{\xi^2} + 1\right) I_n(\xi), \quad \Phi_5 = -I'_n(\xi),$$

D_{6j} , Δ — соответственно дополнение и определитель матрицы, элементы которой имеют вид

$$C_{11} = \frac{n^2}{x} I_n(x), \quad C_{13} = -I'_n(x) - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \left(\frac{n^2}{x^2} + 1\right) x I_n(x), \quad C_{15} = 2I'_n(x),$$

$$C_{21} = \left(\frac{n^2}{x^2} + \frac{1}{2}\right) I_n(x) - \frac{1}{x} I'_n(x),$$

$$C_{23} = \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)} \left[\frac{1}{x} I'_n(x) - \left(\frac{n^2}{x^2} + 1\right) I_n(x)\right],$$

$$\begin{aligned}
 C_{25} &= \frac{1}{x} \left[I'_n(x) - \frac{1}{x} I_n(x) \right], \quad C_{31} = \frac{n^2}{x} \left[\frac{1}{x} I_n(x) - I'_n(x) \right], \\
 C_{33} &= \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)} \left[\left(\frac{n^2}{x^2} + 1 \right) x I'_n(x) - \left(\frac{n^2}{x^2} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \right) I_n(x) \right], \\
 C_{35} &= \frac{1}{x} I'_n(x) - \left(\frac{n^2}{x^2} + 1 \right) I_n(x), \quad C_{41} = \frac{n^2}{\xi} I_n(\xi), \\
 C_{43} &= -I'_n(\xi) - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \left(\frac{n^2}{x^2} + 1 \right) \xi I_n(\xi), \quad C_{45} = 2I'_n(\xi), \\
 C_{51} &= \left(\frac{n^2}{\xi^2} + \frac{1}{2} \right) I_n(\xi) - \frac{1}{\xi} I'_n(\xi), \\
 C_{53} &= \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)} \left[\frac{1}{\xi} I'_n(\xi) - \left(\frac{n^2}{\xi^2} + 1 \right) I_n(\xi) \right], \\
 C_{55} &= \frac{1}{\xi} \left[I'_n(\xi) - \frac{1}{\xi} I_n(\xi) \right], \quad C_{61} = n^2 \left[\frac{1}{\xi} I_n(\xi) - I'_n(\xi) \right], \\
 C_{63} &= \frac{\lambda + \mu}{2(\lambda + 2\mu)} \xi \left[\left(\frac{n^2}{\xi^2} + 1 \right) \xi I'_n(\xi) - \left(\frac{n^2}{\xi^2} - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \right) I_n(\xi) \right], \\
 C_{65} &= \xi \left[\frac{1}{\xi} I'_n(\xi) - \left(\frac{n^2}{\xi^2} + 1 \right) I_n(\xi) \right], \quad \mu = \frac{E_0}{2(1 + \nu_0)}, \quad \lambda = \frac{E_0 \nu_0}{(1 + \nu_0)(1 - 2\nu_0)}.
 \end{aligned}$$

Здесь штрихом обозначена производная по соответствующему аргументу; E_0, ν_0 — модуль упругости и коэффициент Пуассона материала заполнителя (см. рис. 1).

При записи четных столбцов матрицы C_{ij} и Φ_j заменяем функцию $I_n(x)$ на модифицированную функцию Бесселя $K_n(x)$ с тем же аргументом.

Запишем решение уравнений (3) как

$$\begin{aligned}
 & \{f_{1m}, f_{2m}, f_{3m}, f_{4m}, f_{5m}; f_{2i}, f_{3i}, f_{5i}\} = \\
 &= \sum_{q=1,3,\dots}^{\infty} \left\{ \left[A_{1m}^{(q)}, A_{2m}^{(q)}, A_{3m}^{(q)}, A_{4m}^{(q)}, A_{5m}^{(q)}; A_{2i}^{(q)}, A_{3i}^{(q)}, A_{5i}^{(q)} \right] \sin \frac{q\omega t}{2} \right\} + \\
 &+ \sum_{q=1,3,\dots}^{\infty} \left\{ \left[H_{1m}^{(q)}, H_{2m}^{(q)}, H_{3m}^{(q)}, H_{4m}^{(q)}, H_{5m}^{(q)}; H_{2i}^{(q)}, H_{3i}^{(q)}, H_{5i}^{(q)} \right] \cos \frac{q\omega t}{2} \right\}. \quad (4)
 \end{aligned}$$

Подставив первую сумму из (4) в (3) и приравняв коэффициенты при одинаковых $\sin(q\omega t / 2)$, получим систему неоднородных алгебраических уравне-

ний. Согласно [28, 29] для практических расчётов в большинстве случаев достаточно ограничиться первым членом ряда $q = 1$, который определяет границу главной области неустойчивости. Тогда запишем (индекс q в дальнейшем опускаем)

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^5 a_{1j} A_{jm} &= 0, \quad \sum_{j=1}^5 a_{4j} A_{jm} = 0, \\ \sum_{j=1}^5 a_{2j} A_{jm} &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{i=1}^M (b_{22} A_{2i} + b_{23} A_{3i} + b_{25} A_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i, \\ \sum_{j=1}^5 a_{3j} A_{jm} &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{i=1}^M (b_{32} A_{2i} + b_{33} A_{3i} + b_{35} A_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i, \\ \sum_{j=1}^5 a_{5j} A_{jm} &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{i=1}^M (b_{52} A_{2i} + b_{53} A_{3i} + b_{55} A_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i, \end{aligned} \quad (5)$$

где $a_{33} = a_{33}^0 - R^2 F_0 \omega^2 / 4 \mp R P_1 n^2 / 2; \dots b_{33} = b_{33}^0 - R \rho_i F_i \omega^2 / 4$.

Решая систему (5), получим

$$A_{km} = -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{i=1}^M (B_{k1} A_{2i} + B_{k2} A_{3i} + B_{k3} A_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i \quad (k = 1, 2, \dots, 5), \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} B_{k1} &= (b_{22} D_{2k} + b_{32} D_{3k} + b_{52} D_{5k}) / \Delta, \\ B_{k2} &= (b_{23} D_{2k} + b_{33} D_{3k} + b_{53} D_{5k}) / \Delta \\ B_{k3} &= (b_{25} D_{2k} + b_{35} D_{3k} + b_{55} D_{5k}) / \Delta, \end{aligned}$$

Δ , D_{jk} — определитель и дополнение элемента a_{jk} матрицы (5).

В местах установки ребер справедливы соотношения

$$\{A_{2r}, A_{3r}, A_{5r}\} = \sum_{m=1}^{\infty} \{(A_{2m}, A_{3m}, A_{5m}) \sin \gamma_m \alpha_r\}.$$

Подставив в них (6), будем иметь систему $3M$ уравнений относительно A_{ij} :

$$\begin{aligned} A_{2r} &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^M (B_{12} A_{2i} + B_{22} A_{3i} + B_{32} A_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i \sin \gamma_m \alpha_r, \\ A_{3r} &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^M (B_{13} A_{2i} + B_{23} A_{3i} + B_{33} A_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i \sin \gamma_m \alpha_r, \\ A_{5r} &= -\frac{2}{\alpha_0} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{i=1}^M (B_{15} A_{2i} + B_{25} A_{3i} + B_{35} A_{5i}) \sin \gamma_m \alpha_i \sin \gamma_m \alpha_r \quad (r = 1, 2, \dots, M). \end{aligned} \quad (7)$$

Приравняв определитель системы (7) нулю, получим характеристическое уравнение критических частот.

Подставив вторую сумму из (4) в (3), будем иметь характеристическое уравнение типа (7), в котором необходимо коэффициенты A_{jr} заменить на H_{jr} и в a_{33} поставить знак “+”.

При равномерной установке шпангоутов ($\alpha_i = i\alpha_0 / (M+1)$) коэффициенты при A_{ki} не будут зависеть от индекса i , и решение системы (7) запишем в виде

$$\{A_{2i}, A_{3i}, A_{5i}\} = \{A_2, A_3, A_5\} \sin \frac{\pi N \alpha_i}{\alpha_0}, 1 \leq N \leq M, \quad (8)$$

где A_2, A_3, A_5 — постоянные; N — целое число, характеризующее форму потери устойчивости.

Подставив (8) в уравнение (7), будем иметь однородную систему трех алгебраических уравнений

$$\frac{M+1}{\alpha_0} \sum_m (B_{1j} A_2 + B_{2j} A_3 + B_{3j} A_5) + A_j = 0; j = 2, 3, 5. \quad (9)$$

При этом суммирование производится по m :

$$m = N, 2s(M+1) \pm N, s = 1, 2, 3 \dots$$

Приравняв определитель системы (9) нулю, получим характеристическое уравнение. Задавая целочисленные значения для n и N , будем иметь значения критических частот.

Результаты исследования. Исследуем параметрический резонанс трехслойной цилиндрической оболочки с несимметричным пакетом ортотропных несущих слоев и изотропным внутренним цилиндром с указанными далее параметрами при действии осевой сжимающей силы и гармонически изменяющегося по времени внешнего давления:

$$\begin{aligned} L/R &= 6, h_1/R = 0,002, h_2/R = 0,006, h/R = 0,008, \\ (E_1^B, E_1^H)/E_0 &= 1,5 \cdot 10^4, (E_2^B, E_2^H, E_i)/E_0 = 2,3 \cdot 10^4, \\ (G_{12}^B, G_{12}^H, G_i)/E_0 &= 2,4 \cdot 10^3, (G_{13}, G_{23})/E_0 = 30, \\ v_1^B = v_1^H &= 0,15, v_2^B = v_2^H = 0,23, F_i/R^2 = 8 \cdot 10^{-4}, H/R = 0,04, \\ I/(FR^2) &= 1,33 \cdot 10^{-4}, R_0/R = 0,6, P_0/E_0 = 0,05, \\ T/(E_0 R^2) &= 0,5 T_{cr}/(E_0 R^2) = 2, r_i^B/R = 0,01, r_i^H/R = 0,02, \\ (\rho_B, \rho_H, \rho_i)/\rho_C &= 5, \nu_0 = 0,49; \end{aligned}$$

T_{cr} — критическое усилие потери устойчивости неподкрепленной трехслойной оболочки; H — высота ребра.

Рассмотрен случай подкрепления одним и тремя кольцевыми ребрами (шпангоутами).

Полученные в результате расчетов области неустойчивости для трехслойной цилиндрической оболочки с одним шпангоутом при разных значениях радиуса канала внутреннего цилиндра приведены на рис. 2—а (заштрихованная часть). Для сравнения штриховой линией показана область неустойчивости для трехслойной цилиндрической оболочки без внутреннего цилиндра. По оси ординат отложено отношение критической частоты пульсаций к собственной частоте неподкреплённой трехслойной цилиндрической оболочки $Y = \omega / \omega_0$, а по оси абсцисс — отношение амплитуды переменной составляющей внешнего давления к постоянной, величина которой равна 0,8 критического давления потери устойчивости неподкреплённой трехслойной оболочки, — $X = p_1 / p_0$.

На рис. 2—б представлены аналогичные зависимости для трехслойной цилиндрической оболочки с тремя шпангоутами при разных значениях модуля упругости внутреннего цилиндра для $z_0 = 0,6$. Штриховой линией представлена область неустойчивости для трехслойной цилиндрической оболочки без внутреннего цилиндра.

Области неустойчивости для трехслойной цилиндрической оболочки с тремя шпангоутами при разных значениях безразмерной высоты H / R шпангоутов показаны на рис. 2—в.

По полученным результатам расчетов можно сделать следующие выводы:

— повышение толщины свода внутреннего подкрепляющего цилиндра трехслойной цилиндрической оболочки в два раза увеличивает границы критических частот примерно в три раза и уменьшает почти в 2,7 раза площадь области неустойчивости;

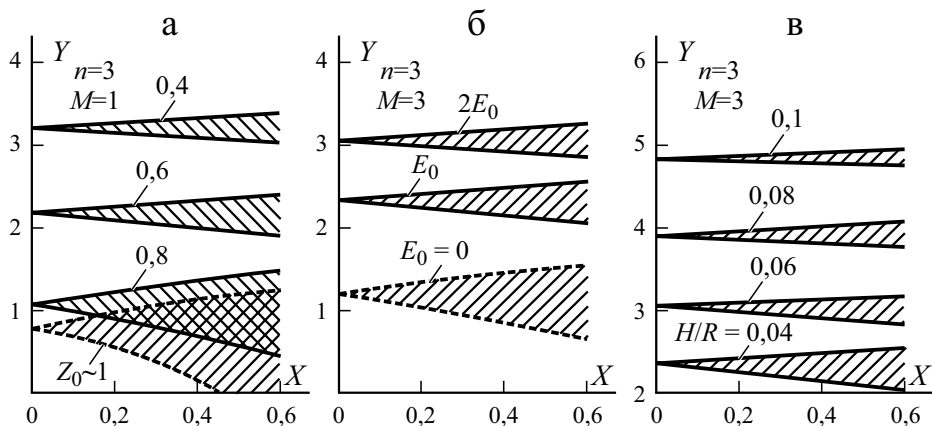


Рис. 2. Области неустойчивости трехслойной цилиндрической оболочки при разных значениях радиуса канала внутреннего цилиндра (а); модуля упругости внутреннего цилиндра (б); при разной высоте H ребра (в). M — количество ребер, n — количество кольцевых волн. Пояснения в тексте.

— для трехслойной цилиндрической оболочки с одним шпангоутом в случае 20% толщины свода внутреннего цилиндра уменьшается площадь области неустойчивости примерно в два раза;

— в случае трехслойной цилиндрической оболочки без внутреннего подкрепляющего цилиндра повышение количества шпангоутов до трех увеличивает границы критических частот почти на 40% и уменьшает площадь области неустойчивости примерно в 2,1 раза, наличие же внутреннего цилиндра с $z_0 = 0,6$ оставляет одинаковыми параметры области неустойчивости;

— повышение модуля упругости материала внутреннего цилиндра в два раза увеличивает границы области неустойчивости почти на 35% и соответствует увеличению в 1,5 раза толщины свода внутреннего цилиндра;

— повышение высоты шпангоутов в два раза увеличивает границы критических частот примерно в 1,8 раза и уменьшает почти в два раза площадь области неустойчивости.

Работа выполнена в рамках Программы создания и развития научного центра мирового уровня Сверхзвук на 2020—2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (Соглашение № 075-15-2020-924 от 16.11.2020 г.).

Модель трехслойной оболочки разработана в рамках государственного задания, номер государственной регистрации темы АААА-А19-119012290177-0.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bakulin V. N.* Investigation of the influence of the cutout dimensions on the stress-strain state of three-layer shells with load-bearing layers of composite materials // *J. Phys. Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.* — 2020. Vol. 714. — P. 012002.

2. *Липанов А. М., Карсканов С. А., Чернышев С. Л., Липатов И. И.* Теоретическое исследование условий возникновения скоростного бафтинга // *Вестн. Удмурт. ун-та. Математика. Механика. Компьютерные науки.* — 2019. — Т. 29, № 3. — С. 382—395.

3. *Вольмир А. С.* Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи аэроупругости. — М.: Физматлит, 1976. — 416 с.

4. *Бакулин В. Н.* Эффективная модель послойного анализа трехслойных нерегулярных оболочек вращения цилиндрической формы // *Докл. РАН.* — 2018. — Т. 478, № 2. — С. 148—152.

5. *Бакулин В. Н.* Блочный-послойный подход для анализа напряженно-деформированного состояния трехслойных нерегулярных цилиндрических оболочек вращения // *Прикл. математика и механика.* — 2021. — Т. 85, № 3. — С. 383—395.

6. *Паймушин В. Н.* Теория среднего изгиба подкрепленных на контуре трехслойных оболочек с трансверсально-мягким наполнителем // *Механика композит. материалов.* — 2017. — Т. 53, № 1. — С. 3—26.

7. *Бакулин В. Н., Образцов И. Ф., Потопахин В. А.* Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек: Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. — М.: Физматлит, 1998. — 464 с.

8. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Устойчивость и колебания трехслойных оболочек. М.: Машиностроение, 1973. — 172 с.
9. Старовойтов Э. И., Леоненко Д. В. Резонансные колебания трехслойной цилиндрической оболочки с упругим наполнителем // Механика композиц. материалов и конструкций. — 2016. — Т. 22, № 1. — С. 60—68.
10. Bakulin V. N., Volkov E. N., Nedbai A. Ya. . Dynamic stability of a cylindrical shell reinforced by longitudinal ribs and a hollow cylinder under the action of axial forces // J. Eng. Phys. Thermophys. — 2016. — Vol. 89, No 3. — P. 747—753.
11. Бакулин В. Н., Недбай А. Я. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами кусочно-постоянной толщины, при действии осевой нагрузки // Докл. РАН. Физика, техн. науки. — 2020. — Т. 495. — С. 43—49.
12. Майлыбаев А.А., Сейранян А.П. Многопараметрические задачи устойчивости. Теория и приложения в механике. — М.: Физматлит, 2009. — 400 с
13. Цзинь Ёу Као, Чунь Шэн Чэнь, Вэй Жень Чэнь. Отклик пластины типа сэндвич со вспененным наполнителем на параметрические колебания при периодических нагрузках // Механика композит. материалов. — 2012. — Т. 48, № 5. — С. 765—782.
14. Огибалов П. М., Колтунов М. А. Оболочки и пластины. — М.: ГИТТЛ, 1956. — 600 с.
15. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. — М.: Наука, 1972. — 432 с.
16. Алгазин С. Д., Кийко И. А. Флаттер пластин и оболочек. — М.: Наука, 2006. — 247 с.
17. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Флаттер слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами и нагруженной осевыми силами // Докл. РАН. — 2015. — Т. 463, №4. — С. 414—417.
18. Bakulin V. N., Konopel'chev M. A., and Nedbai A. Ya. Flutter of a laminated cantilever cylindrical shell with a ring-stiffened edge // Russ. Aeronautics. — 2018. — Vol. 61, No. 4. — P. 517—523.
19. Москвин В. Г. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки из линейного вязкоупругого материала в сверхзвуковом потоке газа // Тр. 8-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. — М.: Наука, 1962. — С. 527—531.
20. Бочкарёв С. А., Лекомцев С. В Исследование панельного флаттера круговых цилиндрических оболочек, выполненных из функционально-градиентного материала // Вестн. ПНИПУ. Механика. — 2014. — № 1. — С. 57—75.
21. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Симонов А. И. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки при действии переменного по оси внешнего давления // Изв. вузов. Авиац. техника. — 2017. № 4. — С. 11—17.
22. Бакулин В. Н., Боков М. А., Недбай А. Я. Аэроупругая устойчивость цилиндрической оболочки из композитного материала при двухстороннем обтекании // Механика композит. материалов. — 2017. — Т. 53, № 6. — С. 1153—1164.
23. Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Волков Е. Н. Динамическая устойчивость слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами и цилиндром, при внешнем давлении // Механика композиц. материалов и конструкций. — 2013. — Т. 19, № 4., — С. 61—623.
24. Багдасарян В. В, Кузнецов О. В., Малютин И. С. О параметрическом резонансе цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами // Вопр. мат. физики и теории колебаний. — 1975. — Вып. 3. — С. 89—96.
25. Bakulin V. N., Danilkin E. V. and Nedbai A. Ya. Dynamic stability of a cylindrical shell stiffened with a cylinder and longitudinal diaphragms at external pressure // J. Eng. Phys. Thermophys. — 2018. — Vol. 91, No. 2. — P. 537—543.

26. Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андриюшин В. А. Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: Физматлит, 2014. — 408 с.

27. Малютин И. С. Устойчивость трехслойных ортотропных цилиндрических оболочек, дискретно подкрепленных ребрами жесткости // Прикл. механика. — 1979. — Т. 15, № 7. — С. 20—26.

28. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. — М.: ГИТТЛ, 1956. — 600 с.

29. Bakulin V. N., Nedbai A. Ya. Dynamic stability of composite cylindrical shell of linear-variable thickness under the action pulsed external pressure // J. Eng. Phys. Thermophys. — 2021. — Vol. 94, No. 2. — P. 525—533.

Поступила в редакцию 17.03.2021

Окончательный вариант поступил 18.06.2021

Received March 17, 2021 (June 18, 2021)

В. В. Михаськив^а, Б. М. Стасюк^б

*^аИнститут прикладных проблем механики и математики им. Я.С. Подстригача НАН
Украины, Львов, Украина*

^бНациональный университет “Львовская политехника”, Львов, Украина

ЭФФЕКТИВНЫЕ МОДУЛИ УПРУГОСТИ КОРОТКОВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТА ПРИ СКОЛЬЗЯЩЕМ КОНТАКТЕ НА МЕЖФАЗНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ

*V. V. Mykhas'kiv and B. M. Stasyuk**

EFFECTIVE ELASTIC MODULI OF A SHORT-FIBER COMPOSITE WITH SLIDING CONTACT CONDITIONS AT INTERFACES

Keywords: 3D elastic composite, short fibers, sliding interface contact, Mori—Tanaka averaging scheme, boundary element method, effective elastic moduli

The effective elastic moduli of a 3D composite with uniformly distributed short fibers under sliding contact conditions at interfaces are determined by means of the Mori—Tanaka averaging scheme modified for the case of discontinuous displacements case and the numerical boundary element method. Both ordered unidirectional and randomly oriented fillers are considered. The influence of various constituent material combination, fiber length, and fiber volume fraction on the effective elastic properties of the composite is investigated. The elastic moduli of composites with sliding and perfect contacts at interfaces are compared. The numerical results showed both decreasing and increasing individual effective elastic moduli owing to the nonideal contact between composite components.

Ключевые слова: композит упругий трёхмерный, волокна короткие, контакт межфазный скользящий, схема усреднения Мори—Танакы, метод граничных элементов, модули упругости эффективные

*Автор, с которым следует вести переписку: stasyuk.bohdan.m@gmail.com
Corresponding author: stasyuk.bohdan.m@gmail.com

Посредством модифицированной на случай разрывных перемещений схемы усреднения Мори—Танака и численного метода граничных элементов определены эффективные модули упругости трехмерного композита с равномерно распределенными короткими волокнами при условии скользящего контакта на межфазных поверхностях. Рассмотрены варианты как упорядоченных однонаправленных, так и случайно ориентированных наполнителей. Исследовано влияние на эффективные упругие свойства композита комбинации материалов составляющих компонентов, а также длины и объемной фракции волокон. Проведено сравнение эффективных модулей упругости композитов со скольжением и идеальным контактом на межфазных поверхностях. Численными результатами зафиксировано как уменьшение, так и увеличение отдельных эффективных модулей упругости за счет неидеального контакта компонентов композита.

Введение

Наряду с материалом и объемной долей включений форма и качество межфазных поверхностей либо условия контакта с окружающей средой относятся к ключевым факторам, определяющим механические свойства матричных композитов. В этой связи важным является рассмотрение трехмерных структур, образованных внедрением в упругий матричный материал коротких упругих волокон. Такой класс композитов обеспечивает особые жесткостные и деформационные характеристики, а также при упорядочении волокон обладает управляемой анизотропией, что нашло значительное применение в инженерной практике [1—3]. С целью аналитического решения соответствующих задач микромеханики, как правило, исходят из рассмотрения композитов с волокнами в виде вытянутых сфероидальных включений [4—8]. Вовлечение в анализ конечных цилиндрических волокон требует специальных подходов к исследованию, базирующихся на применении численных методов расчета, в частности методов конечных и граничных элементов.

В большинстве работ численного определения локальных и эффективных упругих свойств коротковолокнистых композитов предполагается идеальное соединение компонент, описываемое непрерывностью векторов перемещений и усилий на межфазных поверхностях [9—15]. Однако во многих случаях необходимо предусматривать возможность разрывов этих величин для моделирования межфазных повреждений и поверхностных эффектов разного физического происхождения (например, вследствие трещинообразования, частичной потери адгезионных связей, разрыхления в зоне сцепления материалов, поверхностного натяжения и собственной поверхностной упругости). Межфазные особенности влияют не только на микроразрушение композита, но и на его упругие макрохарактеристики [16—21]. К одной из разновидностей неклассических межфазных условий с присутствием скачков перемещений принадлежит скользящий контакт, характеризующийся отсутствием на межфазных поверхностях касательных напряжений либо

их пропорциональной зависимостью от нормальных напряжений для учета трения. В такой постановке рассмотрены трехмерные задачи определения напряженного состояния матрицы с одиночным включением при скольжении на межфазной поверхности [22—26]. Для композитов с распределенными упругими включениями и указанным типом контактных условий эффективные модули упругости получены аналитически методами Мори—Танака и самосогласования для случая сферических наполнителей [27, 28].

Следует отметить, что численный метод граничных элементов хорошо приспособлен к микромеханическому анализу композитов с включениями общей формы и разрывами перемещений на межфазных поверхностях. Это обосновывается возможностью неявного учета условий неидеального контакта компонент в результирующих граничных интегральных уравнениях на стадии решения задачи для репрезентативного объемного элемента структуры, а также непосредственным вхождением гранично-элементных решений в формулы расчета эффективных модулей упругости композита по схеме Мори—Танака. Указанная стратегия использована в данной статье для исследования влияния скользящего межфазного контакта на эффективные упругие свойства композита с однонаправленными и случайно ориентированными короткими цилиндрическими волокнами.

1. Сочетание методов гомогенизации и граничных элементов при микромеханическом анализе эффективных упругих свойств композита

Рассмотрим трехмерный линейно-упругий двухфазный композит, состоящий из изотропной матрицы и случайно расположенных в ней с однородным распределением и объемной концентрацией f одинаковых непересекающихся изотропных коротких цилиндрических волокон с закругленными концами. Ориентация волокон предполагается либо упорядоченной вдоль параллельных линий, либо хаотической (рис. 1). Геометрическая форма

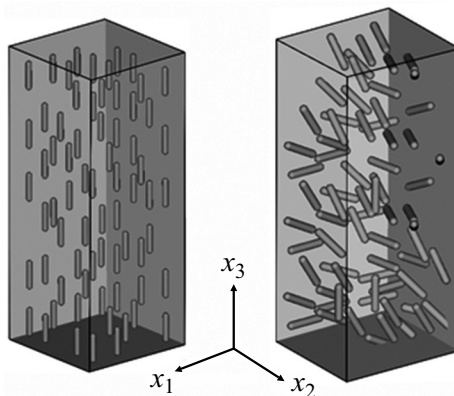


Рис. 1. Схемы ориентации однородно распределенных коротких волокон в композите: слева — упорядоченная вдоль оси Ox_3 , справа — случайная.

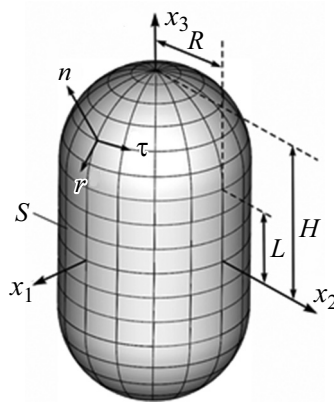


Рис. 2. Геометрия волокна и сетка граничных элементов на его поверхности.

каждого волокна определяется его общей длиной $2H$, длиной цилиндрической части $2L$, а также радиусом R поперечного сечения его цилиндрической части и скругления на концах, чем обеспечивается гладкость межфазных поверхностей (тогда $L = H - R$, а частный случай сферических включений достигается при $H = R$, рис. 2). Механические свойства композита задаются модулями Юнга $E^{(i)}$ и коэффициентами Пуассона $\nu^{(i)}$ его компонентов ($i = 1, 2$; здесь и далее все величины, относящиеся к матрице, обозначаем верхним индексом (1), а к включениям — индексом (2)).

На поверхностях раздела матрицы и волокон имеют место условия скользящего механического контакта, описываемого равенством нормальных перемещений $u_n^{(k)}$ и усилий $t_n^{(k)}$, а также характеризуемого отсутствием касательных усилий $t_r^{(k)}, t_\tau^{(k)}$ при подходе к этим поверхностям со стороны матрицы ($k = 1$) и наполнителя ($k = 2$). Иными словами, на межфазной поверхности S для каждого отдельного волокна должны выполняться следующие равенства относительно граничных значений перемещений и усилий:

$$\begin{aligned} u_n^{(1)}(\mathbf{x}) &= u_n^{(2)}(\mathbf{x}) = u_n(\mathbf{x}), \\ t_n^{(1)}(\mathbf{x}) &= t_n^{(2)}(\mathbf{x}) = t_n(\mathbf{x}), \\ t_r^{(1)}(\mathbf{x}) &= t_r^{(2)}(\mathbf{x}) = 0, \\ t_\tau^{(1)}(\mathbf{x}) &= t_\tau^{(2)}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in S. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Здесь $\mathbf{n}(n_1, n_2, n_3)$, $\mathbf{r}(r_1, r_2, r_3)$ и $\boldsymbol{\tau}(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ — нормальный со стороны волокна и касательные к поверхности S ортогональные векторы единичной длины соответственно.

Следует отметить, что вследствие условий неидеального контакта (1.1) деформирование композита сопровождается скачками касательных перемещений на межфазных поверхностях. Для учета этого обстоятельства с микромеханической точки зрения предложено использовать гомогенизацию композита, снабдив его эффективными свойствами на основании обобщения на случай разрывных полей перемещений схемы усреднения Мори—Танака [29]. Она предусматривает введение для композита репрезентативного объемного элемента (РОЭ) с объемом V и границей ∂V , который содержит матричную фазу $V^{(1)}$ и описанное одиночное короткое волокно с объемом $V^{(2)}$ (тогда $f = V^{(2)}/V$, $1 - f = V^{(1)}/V$). Также принимается естественное для “внешнего наблюдателя” описание поведения РОЭ как целостной среды с соответствующей формулировкой для усредненных по объему РОЭ тензоров деформаций $\langle \varepsilon_{ij} \rangle$ и напряжений $\langle \sigma_{ij} \rangle$ через поверхностные интегралы [30]:

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle &= \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{2V} \int \int_{\partial V} (u_i N_j + u_j N_i) dA, \\ \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle &= \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int \int_{\partial V} \sigma_{ik} N_k x_j dA. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Здесь и далее индексы принимают значения от 1 к 3, оговаривается также “немое” суммирование по повторяющимся индексам; u_i и σ_{ik} — компоненты перемещений и напряжений; N_i — компоненты внешней к поверхности ∂V единичной нормали; dA — площадь элемента поверхности ∂V , по которой ведется интегрирование.

В предположении этих зависимостей при непрерывности усилий и наличии скачков перемещений на поверхности S раздела фаз в РОЭ получим

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = (1 - f) \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(1)} + f \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(2)} - f \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(12)}, \quad \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle = (1 - f) \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^{(1)} + f \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^{(2)}, \tag{1.3}$$

где классические фазовые усреднения запишем в виде [30]

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(1)} &= \langle \varepsilon_{ij} \rangle^{(1)} = \frac{1}{2V^{(1)}} \int \int_{\partial V} (u_i N_j + u_j N_i) dA - \frac{1}{2V^{(1)}} \int \int_S \left(u_i^{(1)} n_j + u_j^{(1)} n_i \right) dS, \\ \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(2)} &= \langle \varepsilon_{ij} \rangle^{(2)} = \frac{1}{2V^{(2)}} \int \int_S \left(u_i^{(2)} n_j + u_j^{(2)} n_i \right) dS, \\ \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^{(1)} &= \langle \sigma_{ij} \rangle^{(1)} = \frac{1}{V^{(1)}} \int \int_{\partial V} \sigma_{ik} N_k x_j dA - \frac{1}{V^{(1)}} \int \int_S t_i^{(1)} x_j dS, \\ \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle^{(2)} &= \langle \sigma_{ij} \rangle^{(2)} = \frac{1}{V^{(2)}} \int \int_S t_i^{(2)} x_j dS. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Дополнительный член в усреднении деформаций отличает формулы (1.3) от аналогичных зависимостей для случая идеального межфазного контакта и отображает вклад скачков контактных перемещений, а именно:

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(12)} = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \rangle^{(12)} = \frac{1}{2V^{(2)}} \int_S \int \left[\left(u_i^{(2)} - u_i^{(1)} \right) n_j + \left(u_j^{(2)} - u_j^{(1)} \right) n_i \right] dS. \quad (1.5)$$

Следует иметь в виду, что в соотношениях (1.4) и (1.5) $t_i^{(k)}$, $u_i^{(k)}$ ($i = 1, 2, 3$) — межфазные значения компонент усилий и перемещений на поверхности S со стороны матрицы ($k = 1$) и со стороны включения ($k = 2$), которые связаны с соответствующими компонентами (1.1) известными формулами перехода от глобальной к локальной системе координат.

Из зависимостей (1.2) следует также, что при условии задания на границе РОЭ ∂V постоянного поля деформаций $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \text{const}$, вызванного линейным распределением перемещений $u_i = \varepsilon_{ij}^0 x_j$, усредненные деформации будут равны $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \boldsymbol{\varepsilon}_0$ или $\langle \boldsymbol{\varepsilon}_{ij} \rangle = \varepsilon_{ij}^0$. В этом случае внешнего воздействия введем также два тензора концентраций деформаций либо матрицы влияния для волокна $\mathbf{A}^{(2)}$ и межфазной поверхности $\mathbf{A}^{(12)}$ соотношениями

$$\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(2)} = \mathbf{A}^{(2)} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \mathbf{A}^{(2)} : \boldsymbol{\varepsilon}_0, \quad \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(12)} = \mathbf{A}^{(12)} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \mathbf{A}^{(12)} : \boldsymbol{\varepsilon}_0. \quad (1.6)$$

Их компоненты определяем из набора решений краевых задач теории упругости для РОЭ при поочередном задании на его границе ненулевых составляющих тензора $\boldsymbol{\varepsilon}_0$; ввиду соотношений (1.4) и (1.5) они выражены через перемещения на межфазной поверхности S интегралами

$$A_{ijml}^{(2)} = \frac{1}{2V^{(2)}} \int_S \int \left(u_i^{(2)ml} n_j + u_j^{(2)ml} n_i \right) dS, \quad (1.7)$$

$$A_{ijml}^{(12)} = A_{ijml}^{(2)} - \frac{1}{2V^{(2)}} \int_S \int \left(u_i^{(1)ml} n_j + u_j^{(1)ml} n_i \right) dS,$$

где $u_i^{(k)ml}$ — i -я компонента вектора перемещений на межфазной поверхности со стороны матрицы ($k = 1$) и волокна ($k = 2$) в результате деформации $\boldsymbol{\varepsilon}_{ml}^0$ на границе ∂V .

Для усреднения упругих свойств РОЭ запишем второе уравнение (1.3) в терминах искомого эффективного тензора упругости \mathbf{C}^* и заданных тензоров упругости матрицы $\mathbf{C}^{(1)}$ и волокна $\mathbf{C}^{(2)}$ с учетом первого соотношения (1.3) в виде

$$\mathbf{C}^* : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle = \mathbf{C}^{(1)} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle + f \left[\left(\mathbf{C}^{(2)} - \mathbf{C}^{(1)} \right) : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(2)} + \mathbf{C}^{(1)} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(12)} \right]. \quad (1.8)$$

Обобщение на случай разрывных перемещений схемы Мори—Танака для определения эффективного тензора упругости \mathbf{C}^* базируется на учете взаимодействия волокон рассмотрением на границе ∂V постоянной дефор-

мации, равной средней деформации в матричной фазе $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(1)}$. Тогда ввиду представлений (1.6) и (1.3) имеют место соотношения $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(2)} = \mathbf{A}^{(2)} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(1)}$, $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(12)} = \mathbf{A}^{(12)} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(1)}$, $\langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle^{(1)} = \left[(1-f)\mathbf{I} + f(\mathbf{A}^{(2)} - \mathbf{A}^{(12)}) \right]^{-1} : \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$, где \mathbf{I} — единичный тензор, отрицательный единичный показатель обозначает обратный тензор. Подставив их в формулу (1.8), окончательно имеем

$$\mathbf{C}^* = \mathbf{C}_1 + f \left[\left(\mathbf{C}^{(2)} - \mathbf{C}^{(1)} \right) : \mathbf{A}^{(2)} + \mathbf{C}^{(1)} : \mathbf{A}^{(12)} \right] : \left[(1-f)\mathbf{I} + f(\mathbf{A}^{(2)} - \mathbf{A}^{(12)}) \right]^{-1}. \quad (1.9)$$

Здесь классический случай композита с идеальным соединением компонентов достигается при нулевом тензоре $\mathbf{A}^{(12)}$.

Таким образом, задача определения эффективных модулей упругости армированного короткими волокнами композита сводится на основании формулы (1.9) к отысканию тензоров концентрации деформаций $\mathbf{A}^{(2)}$ и $\mathbf{A}^{(12)}$ для РОЭ. Следует отметить, что при использовании схемы гомогенизации Мори—Танака наиболее удобным для получения этих тензоров является выбор РОЭ в виде бесконечной матрицы с одиночным волокном рассмотренной конфигурации. Тогда случай композита с однонаправленными волокнами (слева на рис. 1) как макроскопически трансверсально-изотропной среды получим посредством тензоров $\mathbf{A}^{(2)}$ и $\mathbf{A}^{(12)}$, компоненты которых определяем из шести вариантов однородной деформации растяжения и сдвига на бесконечности в продольном и поперечном относительно оси волокна направлениях. Такой композит характеризуется пятью независимыми эффективными модулями упругости $C_{11}^*, C_{12}^*, C_{13}^*, C_{33}^*, C_{44}^*$. С их помощью так называемые технические модули упругости, а именно: эффективные продольный (вдоль волокон) E_{33}^* и поперечный (в перпендикулярном к волокнам направлении) E_{11}^* модули Юнга, соответствующие модули сдвига в осевом G_{13}^* и поперечном G_{12}^* направлениях, а также коэффициент Пуассона ν_{13}^* при осевом нагружении, определяем по формулам

$$E_{33}^* = C_{33}^* - \frac{2(C_{13}^*)^2}{C_{11}^* + C_{12}^*}, \quad E_{11}^* = \frac{(C_{11}^* - C_{12}^*) \left[C_{11}^* C_{33}^* + C_{12}^* C_{33}^* - 2(C_{13}^*)^2 \right]}{C_{11}^* C_{33}^* - (C_{13}^*)^2}, \quad (1.10)$$

$$G_{13}^* = C_{44}^*, \quad G_{12}^* = \frac{C_{11}^* - C_{12}^*}{2}, \quad \nu_{13}^* = \frac{C_{13}^*}{C_{11}^* + C_{12}^*}.$$

Дальнейший переход к композиту со случайно ориентированными в пространстве короткими волокнами (справа на рис. 1) как макроскопически изотропного материала достигается дополнительным усреднением этого

тензора по всевозможным направлениям либо пространственным углам Эйлера [31]. С учетом осевой симметрии РОЭ соответствующее усреднение удается выполнить в замкнутой форме [5] с получением аналитических значений для эффективных модуля Юнга E^* и коэффициента Пуассона ν^*

$$E^* = \frac{\left(2C_{11}^* + 2C_{12}^* + 4C_{13}^* + C_{33}^*\right)\left(7C_{11}^* - 5C_{12}^* - 4C_{13}^* + 2C_{33}^* + 12C_{44}^*\right)}{3\left(9C_{11}^* + 5C_{12}^* + 12C_{13}^* + 4C_{33}^* + 4C_{44}^*\right)}, \quad (1.11)$$

$$\nu^* = \frac{C_{11}^* + 5C_{12}^* + 8C_{13}^* + C_{33}^* - 4C_{44}^*}{9C_{11}^* + 5C_{12}^* + 12C_{13}^* + 4C_{33}^* + 4C_{44}^*}.$$

Вследствие бесконечности матрицы рассматриваемого РОЭ, а также непосредственной зависимости (1.7) искомым компонент тензоров концентрации деформаций $\mathbf{A}^{(2)}$ и $\mathbf{A}^{(12)}$ от граничных значений перемещений на присутствующей межфазной поверхности для его анализа целесообразно использовать метод граничных элементов. Тогда гранично-интегральная формулировка соответствующих задач для введенного РОЭ осуществляется переходом к межфазной поверхности S в интегральных представлениях компонент перемещений в матрице и волокне [26]. В результате этого с учетом задания однородной деформации $\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \text{const}$ на бесконечности приходим к следующей системе шести граничных интегральных уравнений относительно граничных величин $t_i^{(k)}$, $u_i^{(k)}$ ($k = 1, 2$, $i = 1, 2, 3$):

$$u_i^{(1)}(\mathbf{x}) - \int_S T_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \left[u_j^{(1)}(\mathbf{y}) - u_i^{(1)}(\mathbf{x}) \right] dS_{\mathbf{y}} +$$

$$+ \int_S U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_j^{(1)}(\mathbf{y}) dS_{\mathbf{y}} = \varepsilon_{ij}^0 x_j,$$

$$\int_S \int_S T_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \left[u_j^{(2)}(\mathbf{y}) - u_i^{(2)}(\mathbf{x}) \right] dS_{\mathbf{y}} - \int_S U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) t_j^{(2)}(\mathbf{y}) dS_{\mathbf{y}} = 0,$$

$$\mathbf{x} \in S, \quad i = \overline{1, 3}, \quad (1.12)$$

где $U_{ij}^{(k)}$ и $T_{ij}^{(k)}$ — известные фундаментальные решения статических трехмерных задач теории упругости [26] для среды с механическими характеристиками матрицы ($k = 1$) и волокна ($k = 2$), причем интегралы с сингулярными в точке источника $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ ядрами $T_{ij}^{(k)}$ записаны в приспособленной к численному определению регулярной форме.

Замыкание системы ГИУ (1.12) обеспечивается удовлетворением в них граничных условий скользящего контакта (1.1). Для этого следующую из условий (1.1) непрерывность межфазных усилий можно записать через их связь $t_i^{(1)} = t_i^{(2)} = t_n n_i$ с нормальным усилием t_n на межфазной поверхности.

Результатом условий (1.1) являются зависимости скачков межфазных перемещений $\Delta u_i = u_i^{(1)} - u_i^{(2)}$ от соответствующих скачков тангенциальных перемещений на межфазной поверхности в виде $\Delta u_i = r_i \Delta u_r + \tau_i \Delta u_\tau$. Подставляя эти соотношения в равенства (1.12), получим неявно учитывающую условия (1.1) замкнутую систему ГИУ для определения шести неизвестных функций $u_i^{(2)} (i = \overline{1, 3}), t_n, \Delta u_r, \Delta u_\tau$:

$$\begin{aligned}
 & u_i^{(2)}(\mathbf{x}) + r_i(\mathbf{x}) \Delta u_r(\mathbf{x}) + \tau_i(\mathbf{x}) \Delta u_\tau(\mathbf{x}) - \int \int_S T_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \left[u_j^{(2)}(\mathbf{y}) - u_j^{(2)}(\mathbf{x}) \right] dS_{\mathbf{y}} + \\
 & + \int \int_S T_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \left\{ \left[r_j(\mathbf{y}) \Delta u_r(\mathbf{y}) - r_j(\mathbf{x}) \Delta u_r(\mathbf{x}) \right] + \right. \\
 & \left. + \left[\tau_j(\mathbf{y}) \Delta u_\tau(\mathbf{y}) - \tau_j(\mathbf{x}) \Delta u_\tau(\mathbf{x}) \right] \right\} dS_{\mathbf{y}} + \\
 & + \int \int_S U_{ij}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) n_j(\mathbf{y}) t_n(\mathbf{y}) dS_{\mathbf{y}} = \varepsilon_{ij}^0 x_j, \quad (1.13) \\
 & \int \int_S T_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \left[u_j^{(2)}(\mathbf{y}) - u_i^{(2)}(\mathbf{x}) \right] dS_{\mathbf{y}} - \\
 & - \int \int_S U_{ij}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) n_j(\mathbf{y}) t_n(\mathbf{y}) dS_{\mathbf{y}} = 0, \\
 & i = \overline{1, 3}, \quad \mathbf{x} \in S.
 \end{aligned}$$

Следует отметить, что присутствие межфазных перемещений в качестве решений результирующей системы ГИУ (1.13) позволяет применять их непосредственно в формулах (1.7) для описания матриц влияния в схеме гомогенизации композита.

Процедура численного решения ГИУ (1.13) предусматривает покрытие межфазной поверхности S компактной сеткой четырехугольных восьмиузловых и треугольных шестиузловых граничных элементов, как показано на рис. 2. Для учета топологии поверхности интегрирования, состоящей из цилиндрической и сферических частей, и аппроксимации неизвестных функций ГИУ использовали квадратичные и линейные функции формы соответственно (их детальное описание приведено в работе [26]). Дискретный аналог задачи в виде системы линейных алгебраических уравнений получен колокационным удовлетворением ГИУ в узловых точках введенной сетки граничных элементов с использованием интерполяционных формул Гаусса для численного определения входящих двухмерных интегралов, пространственная область интегрирования которых предварительно отображена на плоскую. Аналогичный алгоритм применяли для вычисления пространственных интегралов (1.7).

Таким образом, анализ эффективных свойств коротковолокнистого композита сводится к реализации нескольких последовательных этапов,

а именно: определения из ГИУ (1.13) функций поверхностных перемещений матрицы и волокна, подстановки этих решений в соотношения (1.7), а затем использования выражений (1.10) для случая однонаправленных волокон и (1.11) — для случайно ориентированных волокон.

2. Численные результаты и их обсуждение

Верификация предложенного аналитико-численного подхода и оценка точности расчетов проведены сравнением численных результатов с известными в литературе аналитическими решениями для композитных материалов со стохастически распределенными сферическими абсолютно жесткими [27] и упругими [28] включениями при условии их скользящего контакта с матрицей (рис. 3). Результатом гомогенизации таких материалов является макроскопически изотропная среда. Для соответствия с входными параметрами указанных работ в случае абсолютно жестких включений принимали $\nu^{(1)} = 0,3$, $E^{(2)}/E^{(1)} \rightarrow \infty$ (тогда коэффициент Пуассона включений $\nu^{(2)}$ не влияет на поведение решений), а в случае упругих включений — $\nu^{(1)} = 0,3$, $\nu^{(2)} = 0,2$, $E^{(2)}/E^{(1)} = 20$. Из данных рисунка следует, что численные (сплошные линии) и аналитические (маркированные треугольниками для случая жестких включений [27] и квадратами для случая упругих включений [28]) значения эффективного модуля Юнга композита для всего диапазона концентрации включений, ограниченного условием непересечения наполнителей, хорошо согласуются.

Для дополнительной проверки точности расчетов с наполнителем в виде однонаправленных коротких волокон использовали приведенные в [15] аналитические данные на основании так называемой соединительной модели (“bridging model”) и численные данные конечно-элементного анализа эффективных свойств композита как гомогенизированной трансвер-

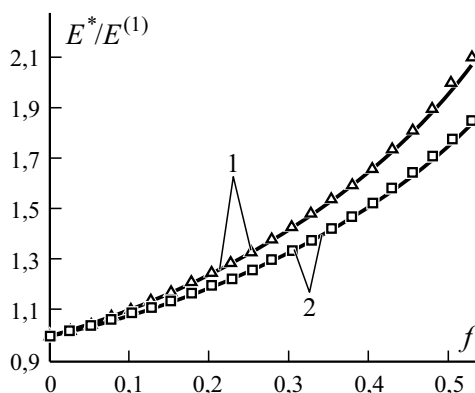


Рис. 3. Зависимость эффективного модуля Юнга композита от объемной доли сферических включений при скольжении на межфазных поверхностях: 1 — абсолютно жесткие включения; 2 — упругие включения.

Табл. 1

Сравнение результатов анализа эффективных свойств композита с однонаправленными короткими волокнами при условии идеального контакта на межфазных поверхностях

Расчет H/R	E_{11}^*	E_{33}^*	G_{12}^*	G_{13}^*	ν_{13}^*
	ГПа				
2 МГЭ и схема Мори—Танака	4,794	5,641	1,758	1,809	0,334
Соединительная “bridging” модель	5,073	7,461	1,800	1,802	0,341
МКЭ	5,579	6,522	2,161	1,728	0,287
4 МГЭ и схема Мори—Танака	4,830	7,234	1,726	1,782	0,332
Соединительная “bridging” модель	5,177	9,602	1,800	1,802	0,337
МКЭ	5,425	8,113	1,959	1,770	0,299
16 МГЭ и схема Мори—Танака	4,945	12,095	1,703	1,742	0,317
Соединительная “bridging” модель	5,291	14,103	1,800	1,802	0,327
МКЭ	5,266	12,830	1,843	1,795	0,308

сально-изотропной среды. В этих примерах рассмотрены периодически распределенные стеклянные волокна ($E^{(2)} = 74$ ГПа, $\nu^{(2)} = 0,2$, $f = 0,2$), которые идеально контактируют с эпоксидным матричным материалом ($E^{(1)} = 3,35$ ГПа, $\nu^{(1)} = 0,35$). Сравнение результатов (табл. 1) для разной относительной длины волокон H/R , полученных этими подходами и предлагаемым методом граничных элементов, свидетельствует об удовлетворительной точности расчетов. Незначительное различие значений эффективных модулей упругости объясняется различием распределения и формы концов коротких волокон, которые в работе [15] предполагали периодически расположенными и с плоскими концами, а в нашем случае — случайно расположенными и со сглаженными полусферическими концами. Поэтому сходство результатов больше для более вытянутых волокон, когда влияние формы их концов на эффективные модули упругости нивелируется.

Следует отметить, что в рассмотренных примерах использовали разбиение сферической межфазной поверхности включения на 288 граничных элементов, при рассмотрении сфероцилиндрической поверхности короткого волокна это количество элементов дополнялось $48h^*$ элементами на его цилиндрической части, где h^* — целая часть относительной длины H/R волокна.

Для упрощения параметризации расчетов эффективных упругих свойств композита в последующих примерах рассмотрены материалы с одинаковыми коэффициентами Пуассона $\nu^{(1)} = \nu^{(2)} = 0,45$; тогда неоднородность структуры определяется соотношением между модулями Юнга матрицы $E^{(1)}$ и волокон $E^{(2)}$. Влияние скользящего межфазного контакта отражают данные сопоставления соответствующих результатов (сплошные линии на

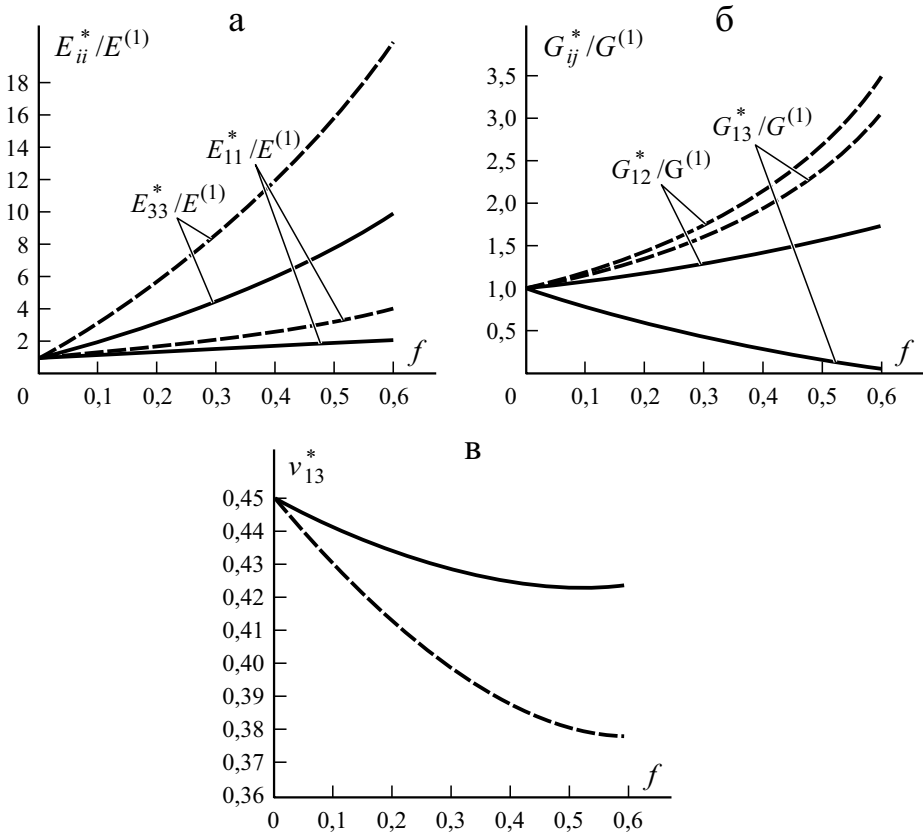


Рис. 4. Зависимости нормированных эффективных модулей Юнга (а), модулей сдвига (б) и эффективного коэффициента Пуассона (в) композита от объемной доли однонаправленных коротких волокон при $H/R = 15$.

рис. 4—6) со случаем совершенного контакта составляющих композита (штриховые линии).

Для макроскопически трансверсально-изотропного композита с упорядоченными параллельной ориентацией короткими волокнами эффективные модули упругости при неидеальном соединении компонентов меньше своих аналогов в случае идеального межфазного контакта, за исключением коэффициента Пуассона ν_{13}^* , для которого имеет место противоположный эффект. Указанные закономерности более выразительны при возрастании объемной концентрации волокон для всех пяти эффективных модулей упругости (рис. 4), а с увеличением относительной длины волокон — для осевых модулей E_{33}^* и G_{13}^* (табл. 2). Как при идеальном, так и неидеальном межфазном контакте составляющих композита, с увеличением относительной длины волокон эффективный модуль Юнга E_{33}^* существенно возрастает, модули упругости E_{11}^* , G_{12}^* , и коэффициент Пуассона ν_{13}^* меняются незначительно. Относительно эффективного модуля сдвига G_{13}^* имеет

Табл. 2

Значения относительных эффективных модулей упругости композита с однонаправленными короткими волокнами разной относительной длины H/R при условиях идеального и скользящего контакта на межфазных поверхностях ($f = 0,3, E^{(2)}/E^{(1)} = 50$)

H/R	Тип межфазного контакта	$E_{11}^*/E^{(1)}$	$E_{33}^*/E^{(1)}$	$G_{12}^*/G^{(1)}$	$G_{13}^*/G^{(1)}$	ν_{13}^*
1	Идеальный	1,9313	1,9313	1,9313	1,9313	0,4307
	Скользкий	1,3257	1,3257	1,3257	1,3257	0,4463
2	Идеальный	1,9441	2,4472	1,8345	1,8293	0,4301
	Скользкий	1,3870	1,6903	1,3180	0,6710	0,4453
5	Идеальный	1,9940	4,1540	1,7751	1,6992	0,4250
	Скользкий	1,4680	2,4819	1,3110	0,5581	0,4412
10	Идеальный	2,0520	6,7486	1,7571	1,6386	0,4109
	Скользкий	1,5266	3,5974	1,3107	0,4718	0,4345
15	Идеальный	2,0745	8,7097	1,7514	1,6178	0,3994
	Скользкий	1,5553	4,5406	1,3107	0,4611	0,4286

место незначительное его изменение в первом случае и связанное со скольжением заметное уменьшение — во втором.

Похожее поведение эффективных модуля Юнга E^* и коэффициента Пуассона ν^* установлено применительно к макроскопически изотропному композиту с неупорядоченной ориентацией коротких волокон, а именно: превышение эффективного модуля Юнга при идеальном и эффективного коэффициента Пуассона при неидеальном межфазном контакте (рис. 5, 6).

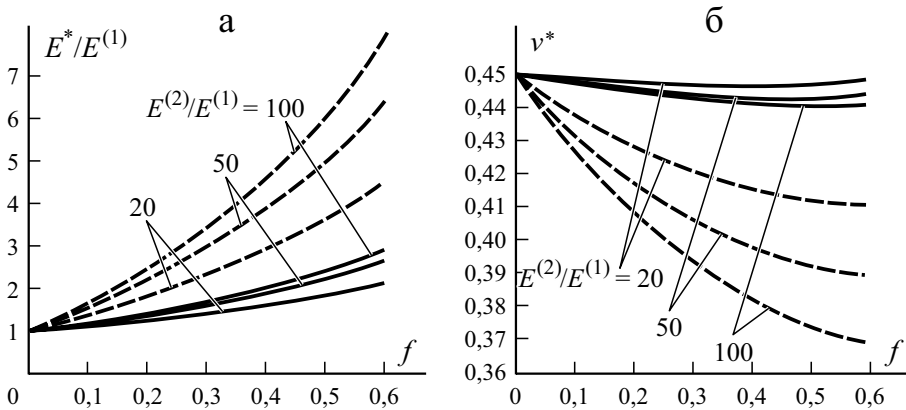


Рис. 5. Зависимость нормированных эффективных модулей Юнга (а) и эффективного коэффициента Пуассона (б) композита от объемной доли случайно ориентированных коротких волокон при $H/R = 15$ и разным отношении $E^{(2)}/E^{(1)}$ составляющих материалов.

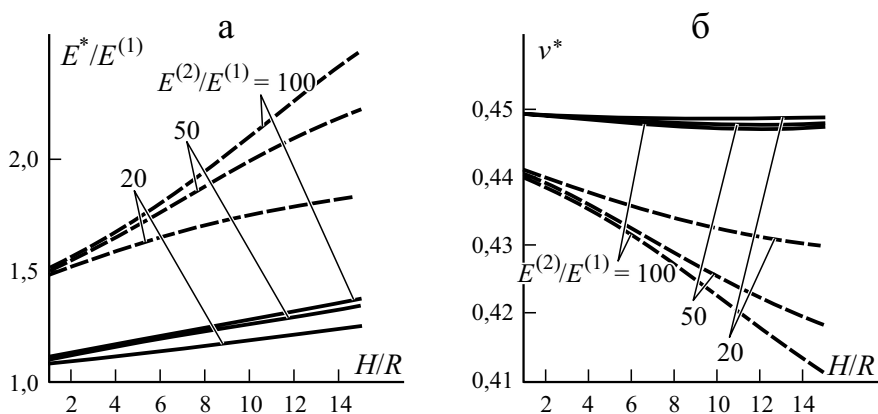


Рис. 6. Зависимость нормированных эффективного модуля Юнга (а) и эффективного коэффициента Пуассона (б) композита от относительной длины случайно ориентированных коротких волокон H/R при $f = 0,2$ и разных значениях $E^{(2)}/E^{(1)}$ составляющих материалов.

Композит со скольжением характеризуется более монотонными зависимостями эффективных модулей упругости как от концентрации (рис. 5), так и относительной длины (рис. 6) волокон. Также в таком композите менее существенно влияние на макроскопические упругие свойства комбинации модулей Юнга $E^{(2)}/E^{(1)}$ его компонент.

Заключение

Численный метод граничных элементов в совокупности с модифицированной схемой гомогенизации Мори—Танака является эффективным инструментом решения трехмерных задач микромеханики упругих волокнистых композитов, характеризующихся как сложной формой включений, так и условиями неидеального контакта на межфазных поверхностях. Непосредственное включение условий скользящего межфазного контакта в гранично-интегральную формулировку задач и использование исключительно межфазных перемещений в процессе гомогенизации приводят к построению оптимального по точности и затратам расчетного времени решения.

На примере композитов, армированных упорядоченными и случайно ориентированными короткими цилиндрическими волокнами со скольжением на их поверхностях, установлены качественные и количественные различия эффективных модулей упругости сравнительно со случаем идеального межфазного контакта. В частности, обнаружено существенное снижение эффективных модулей Юнга и сдвига, ответственных за осевую нагрузку композита.

Изменение эффективных упругих свойств вследствие нарушения сцепления наполнителя с матричным материалом в случае длинных жестких волокон и их большой объемной концентрации необходимо учитывать как

в расчетах долговечности новых, так и остаточного ресурса эксплуатируемых композитных элементов конструкций.

Работа выполнена при поддержке бюджетной программы Украины “Поддержка развития приоритетных направлений научных исследований” (КПКВК 6541230).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kim J. K., Mai Y. W.* Engineered Interfaces in Fiber-Reinforced Composites. — Kidlington, UK: Elsevier Ltd., 1998. — 401 p.
2. *Mallik P. K.* Fiber-Reinforced Composites: Materials, Manufacturing and Design. — Boca Raton, FL: CRC Press, 2007. — 621 p.
3. *Zhou K., Hoh H. J., Wang X., Keer L. M., Pang J. H. L., Song B., Wang Q. J.* A review of recent works on inclusions // *Mech. Mater.* — 2013. — Vol. 60. — P. 144—158.
4. *Kushch V. I.* Microstresses and effective elastic moduli of a solid reinforced by periodically distributed spheroidal inclusions // *Int. J. Solids Struct.* — 1997. — Vol. 34. — P. 1353—1366.
5. *Huang J. H.* Some closed-form solutions for effective moduli of composites containing randomly oriented short fibers // *Mater. Sci. Eng., A.* — 2001. — Vol. 315. — P. 11—20.
6. *To Q. D., Bonnet G., Hoang D. H.* Explicit effective elasticity tensors of two-phase periodic composites with spherical or ellipsoidal inclusions // *Int. J. Solids Struct.* — 2016. — Vols. 94-95. — P. 100—111.
7. *Nazarenko L., Stolarski H., Khoroshun L., Altenbach H.* Effective thermo-elastic properties of random composites with orthotropic components and aligned ellipsoidal inhomogeneities // *Int. J. Solids Struct.* — 2018. — Vols. 136, 137. — P. 220—240.
8. *Nazarenko L., Stolarski H., Altenbach H.* Thermo-elastic properties of random composites with unidirectional anisotropic short-fibers and interphases // *Europ. J. Mech. — A/Solids.* — 2018. — Vol. 70. — P. 249—266.
9. *Goh K. L., Aspden R. M., Mathias K. J., Hukins W. L.* Finite element analysis of the effect of properties and fibre shape on stresses in an elastic fibre embedded in an elastic matrix in a fibre-composite material // *Proc. Roy. Soc. London.* — 2004. — Vol. 460. — P. 2339—2352.
10. *Okada H., Fukui Y., Kumazawa N.* Homogenization analysis for particulate composite materials using the boundary element method // *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences.* — 2004. — Vol. 5. — P. 135-149.
11. *Kim H. G., Kwac L. K.* Evaluation of elastic modulus for unidirectionally aligned short fiber composites // *J. Mech. Sci. Technol.* — 2009. — Vol. 23. — P. 54—63.
12. *Kundalwal S. I., Ray M. C.* Effective properties of a novel composite reinforced with short carbon fibers and radially aligned carbon nanotubes // *Mech. Mater.* — 2012. — Vol. 53. — P. 47—60.
13. *Попов Г. Я., Вайсфельд Н. Д.* Осесимметричная задача теории упругости для бесконечной плиты с цилиндрическим включением при учете ее удельного веса // *Прикл. механика.* — 2014. — Т. 50, № 6. — С. 27—38.
14. *Mykhas'kiv V. V., Stasyuk B. M.* Stress intensification due to the crack outside/inside a finite fiber in 3-D elastic matrix // *Theor. Appl. Fracture Mech.* — 2015. — Vol. 80. — P. 133—142.
15. *Huang Z. M., Zhang C. C., Xue Y. D.* Stiffness prediction of short fiber reinforced composites // *Int. J. Mech. Sci.* — 2019. — Vols. 161, 162. — P. 105068.

16. Hashin Z. Thin interphase/imperfect interface in elasticity with application to coated fiber composites // *J. Mech. Phys. Solids*. — 2002. — Vol. 50. — P. 2509—2537.
17. Кунец Я. И., Матус В. В., Михаськив В. В., Бострем А., Жанг Ч. Рассеяние сдвиговой горизонтальной волны упругим волокном неклассического поперечного сечения с трещиной по поверхности раздела // *Механика композит. материалов*. — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 245—254.
18. Gu S. T., Liu J. T., He Q. C. Size-dependent effective elastic moduli of particulate composites with interfacial displacement and traction discontinuities // *Int. J. Solids Struct.* — 2014. — Vol. 51. — P. 2283—2296.
19. Nazarenko L., Stolarski H., Altenbach H. Effective properties of short-fiber composites with Gurtin-Murdoch model of interphase // *Int. J. Solids Struct.* — 2016. — Vols. 97, 98. — P. 75—88.
20. Хорошун Л. П. Эффективные упругие свойства зернистых стохастических композитных материалов с дефектами на границе раздела компонентов // *Прикл. механика*. — 2017. — Т. 53, № 5. — С. 108—121.
21. Kushch V. I. Elastic interaction between ellipsoidal inhomogeneities with imperfect interface and effective stiffness of particulate composite // *Int. J. Eng. Sci.* — 2019. — Vol. 142. — P. 94—105.
22. Mura T., Furuhashi R. The elastic inclusion with a sliding interface // *ASME J. Appl. Mech.* — 1984. — Vol. 51. — P. 308—310.
23. Jasiuk I., Tsuchida E., Mura T. The sliding inclusion under shear // *Int. J. Solids Struct.* — 1987. — Vol. 23. — P. 1373—1385.
24. Zhong Z., Meguid S. A. On the Elastic Field of a Spherical Inhomogeneity with an Imperfectly Bonded Interface // *J. Elasticity*. — 1997. — Vol. 46. — P. 91—113.
25. Hatami-Marbini H., Shodja H. M. Thermoelastic fields of a functionally graded coated inhomogeneity with sliding/perfect interlaces // *ASME J. Appl. Mech.* — 2007. — Vol. 74. — P. 389—398.
26. Mykhas'kiv V. V., Stasyuk B. M. Elastic State of a Sliding Short Fiber Inclusion in a Three-Dimensional Matrix // *Int. Appl. Mech.* — 2015. — Vol. 51, No. 6. — P. 640—647.
27. Jasiuk I. Elastic moduli of composites with rigid sliding inclusions // *J. Mech. Phys. Solids*. — 1992. — Vol. 40. — P. 373—391.
28. Huang J. H., Furuhashi R., Mura T. Frictional sliding inclusions // *J. Mech. Phys. Solids*. — 1993. — Vol. 41. — P. 247—265.
29. Mori T., Tanaka K. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions // *Acta Metallurgica*. — 1973. — Vol. 21. — P. 571—574.
30. Benveniste Y. The effective mechanical behavior of composite materials with imperfect contact between the constituents // *Mech. Mater.* — 1985. — Vol. 4. — P. 197—208.
31. Mykhas'kiv V. V., Stasyuk B. M. Effective elastic properties of 3D composites with short curvilinear fibers: numerical simulation and experimental validation // *Solid State Phenomena*. — 2017. — Vol. 258. — P. 452—455.

Поступила в редакцию 29.07.2020

Окончательный вариант поступил 06.04.2021

Received July 29, 2020 (Apr. 6, 2021)

О. А. Беляк, Т. В. Суворова*

Ростовский государственный университет путей сообщений, Ростов-на-Дону, Россия

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ АНТИФРИКЦИОННЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

O. A. Belyak and T. V. Suvorova*

PREDICTING OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF ANTIFRICTION COMPOSITE MATERIALS

Keywords: contact problem, saturated porous media

The physical and mechanical properties of antifriction oil-filled composites with a viscoelastic nanomodified matrix are investigated on the basis of mathematical models. The identification and prediction of their mechanical properties is implemented using a micromechanics model with account of experimental data obtained in nanoindentation. Solutions of new contact problems in a quasi-static formulation of the motion of a punch with a flat base into a heterogeneous oil-saturated half-space with allowance for friction in the contact area are constructed. The multiphase heterogeneous medium is described, first, as within the framework of the Biot-Frenkel model and second, the concept of effective homogeneity. The contact problem for the Biot medium is reduced to an integral equation of the first kind with a differential kernel and a logarithmic singularity. After regularization, the numerical solution of the integral equation was constructed by the boundary element method. The solution to the boundary value problem was implemented by the finite-element method in the ANSYS software package for an equivalent homogeneous medium. A comparative analysis of two approaches to modeling the microstructure of a heterogeneous medium is presented. The influence of mechanical properties of the composite on its stress-strain state was investigated. The magnitude of the friction force arising in the contact area of the medium

*Автор, с которым следует вести переписку: belyak.o.a@gmail.com
Corresponding author: belyak.o.a@gmail.com

was studied. Such studies are of great practical importance in investigating new nanomodified antifriction composite materials. For this purpose, the numerical calculations for an oil-filled composite with a phenylone matrix and nanosized additives are presented. The influence of porosity, fluid saturation, coefficient of friction on tangential contact stresses was also examined.

Ключевые слова: задача контактная, среда пористая флюидонасыщенная

На основе математических моделей исследованы физико-механические свойства антифрикционных маслonaполненных композитов с вязкоупругой наномодифицированной матрицей. Для идентификации и прогнозирования механических свойств маслonaполненных композитов использованы модели микромеханики с учетом экспериментальных данных, полученных с помощью наноиндентирования. Для оценки трибологических свойств многофазных сред строятся решения новых контактных задач в квазистатической постановке о движении штампа с плоским основанием по гетерогенному флюидонасыщенному полупространству при учете трения в области контакта. Многофазная гетерогенная среда описывается как в рамках модели Био-Френкеля, так и в рамках концепции эффективной гомогенности. Контактная задача для среды Био с помощью преобразования Фурье сведена к интегральному уравнению 1-го рода с разностным ядром, имеющим логарифмическую особенность. После регуляризации численное решение интегрального уравнения построено методом граничных элементов. Решение краевой задачи для эквивалентной среды реализовано методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS. Представлен сравнительный анализ двух подходов к моделированию микроструктуры гетерогенной среды. Проведено исследование влияния механических свойств композита, его флюидонасыщенности на силу трения, возникающую в области контакта, что имеет важное практическое значение при изучении новых наномодифицированных антифрикционных композитных материалов. С этой целью численные расчеты представлены для маслonaполненного композита с матрицей из фенилона с наноразмерными добавками. Оценено влияние пористости, флюидонасыщенности, коэффициента трения на касательные контактные напряжения.

Введение

Актуальной и практически важной задачей современного машиностроения является повышение износостойкости узлов трения. Перспективным

и интенсивно развивающимся направлением решения этой проблемы, привлекающим большое внимание трибологов, является создание и совершенствование новых антифрикционных материалов при использовании в качестве наполнителей наночастиц как модификаторов трения, а также масляных наполнителей или их комбинаций. Такой подход к созданию композитного материала обеспечивает более высокие эксплуатационные характеристики в сравнении с традиционными материалами и открывает большие возможности для управления антифрикционными, износостойкими, виброакустическими свойствами композитных материалов [1—4]. В последние годы увеличивается количество работ, посвященных проблемам конструирования наномодифицированных композитов, исследованию их физико-механических свойств [5—7]. Однако несмотря на большое количество экспериментальных работ, теоретическое осмысление, построение математических моделей, описывающих экспериментально наблюдаемые закономерности в композитных средах, являются актуальной задачей. Традиционно теоретическое изучение трибологических свойств материалов базируется на решении контактных задач. Так, в работах [8, 9] рассмотрены контактные задачи для слоистых вязкоупругих сред с учетом макро- и микрогеометрии взаимодействующих поверхностей, в работе [10] представлена контактная задача с переменным коэффициентом трения, контактные задачи для гетерогенных флюидонасыщенных сред и штампов с разной формой основания рассмотрены в работе [11]. Это подчеркивает актуальность и необходимость комплексного теоретико-экспериментального изучения с помощью современных экспериментальных средств и новых математических моделей физических процессов в композитных материалах. При этом особый интерес представляют маслосодержащие нанокompозиты на основе полимерной матрицы с распределенными наночастицами, которые имеют улучшенные антифрикционные свойства [5, 12].

В настоящей работе представлены математические модели для идентификации механических и изучения трибологических свойств маслосодержащих композитов. В качестве матрицы рассмотрен ароматический полиамид фенилон, обладающий слабыми реологическими свойствами, содержащий наноразмерные добавки и масляную фракцию. С целью изучения влияния такого гибридного наполнителя на напряженно-деформированное состояние композитного материала рассмотрены контактные задачи в квазистатической постановке о движении недеформируемого штампа с трением по основанию, снабженному микроструктурой. Представлены два подхода к описанию микроструктуры среды. В рамках первого подхода (задача 1) внутренняя микроструктура основания, состоящего из изотропного вязкоупругого скелета и флюида-наполнителя, учитывается использованием, как определяющих, уравнений гетерогенной двухфазной среды Био [13, 14]. Второй подход (задача 2) основан на концепции эффективной гомогенности. Флюидонасыщенную среду рассматриваем как

эквивалентную однородную среду при учете равенства скоростей твердой и жидкой фаз. Определение механических модулей среды Био, а также упругих модулей эквивалентной среды было осуществлено на основании простой и дифференциальной схем метода самосогласования; полученные данные сопоставлены с результатами наноиндентирования композитного материала для маслonaполненного композитного материала с наномодифицированной матрицей из ароматического полиамида фенилона С-2. На основании решения представленных контактных задач исследованы физико-механические свойства антифрикционного маслonaполненного композитного материала с наноразмерными добавками в зависимости от механических свойств составляющих его фаз.

1. Определение механических свойств маслonaполненных наномодифицированных композитов методами микромеханики

Маслonaполненный наномодифицированный композит, представляющий собой гетерогенную среду, в рамках концепции эффективной гомогенности может быть заменен эквивалентной однородной упругой средой. Определение эффективных упругих постоянных многофазных композитных материалов произведено на основе простой (1.1) и дифференциальной схем метода самосогласования (2.2) [15—17]:

$$C^{\text{eff}} = C^m + \phi(C^v - C^m) \left(E + S(C^m)^{-1}(C^v - C^m) \right)^{-1}, \quad (1.1)$$

$$\frac{dC^{\text{eff}}(\phi)}{d\phi} = \frac{1}{1-\phi} \left(C^v - C^{\text{eff}}(\phi) \right) \left(E + S(\phi)(C^{\text{eff}}(\phi))^{-1} \left(C^v - C^{\text{eff}}(\phi) \right) \right)^{-1}, \quad (1.2)$$

$$C^{\text{eff}}(0) = C_M.$$

где C^m, C^v — тензоры упругих модулей четвертого ранга матрицы и включений соответственно; S — несимметричный тензор Эшелби четвертого ранга [18]; E — единичный тензор; $\phi = V_v / (V_m + V_v)$ — объемная

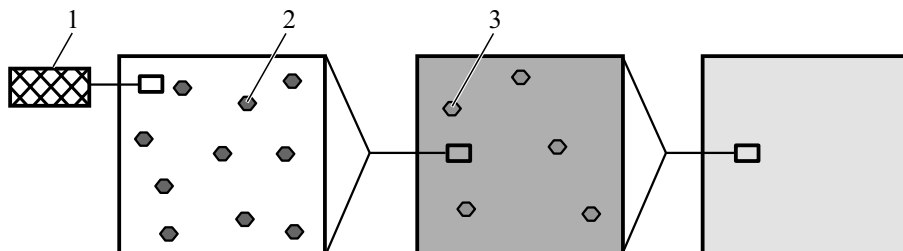


Рис. 1. Схема поэтапного построения однородной эквивалентной среды: 1 — фенилон; 2 — шпинель; 3 — масло.

доля включений. Для маслonaполненного композитного материала с наномодифицированной матрицей из ароматического полиамида фенилона С-2 схема поэтапного построения однородной эквивалентной среды представлена на рис. 1. На первом этапе в матрицу добавляли наноразмерную шпинель или порошок политетрафторэтилена (ПТФЭ) (объемную долю включений вычисляли как $\phi_s = V_s / (V_m + V_s)$, где V_s — объем включений в исходной матрице (ФС-2)). На втором этапе в полученную на первом шаге гомогенную матрицу добавляли флюидный наполнитель (объемную долю включений определяли как $\phi_o = V_o / (V_{eq}^I + V_o)$, $V_{eq}^I = V_m + V_s$). На третьем этапе получаем эквивалентную гомогенную среду, эффективные упругие модули которой вычисляем аналогично первому шагу на основании соотношений (1.1) или (1.2). Представленный подход к расчёту эффективных упругих модулей может быть осуществлен и для n -фазной среды.

Полагали, что включения равномерно распределены в изотропной матрице и имеют форму, близкую к сферической, поэтому эквивалентная однородная среда обладает изотропным типом симметрии. В этом случае отличные от нуля компоненты тензора Эшелби известны [18], а задача определения эффективных упругих модулей композита сводится к определению двух независимых констант C_{11}^{eff} , C_{12}^{eff} на основании соотношений (1.1), (1.2). На основании этих соотношений проведена серия численных экспериментов расчета эффективных упругих модулей и коэффициента Пуассона фенилона С-2 — $E_m = 5,95026$ ГПа, $\nu_m = 0,34$ [5]; шпинели $MgAl_2O_4$ — $E = 271$ ГПа, $\nu = 0,26$ [19]; ПТФЭ — $E = 0,41$ ГПа [4], модуль объемного сжатия цилиндрического масла Ц-52 — $K = 1450$ Па.

Результаты численных экспериментов были сопоставлены с полученными на основе метода наноиндентирования образцов наномодифицированных композитных материалов с матрицей из фенилона. Технология изготовления и экспериментальные исследования таких композитов представлены в [5, 20]. Процедура наноиндентирования для каждого образца [5] состояла из 25 экспериментов в разных точках поверхности. Рассмотрены образцы композитных материалов с матрицей из фенилона С-2, наноразмерными добавками (шпинель 3%, порошок ПТФЭ марки Ф4МБ 5 и 10 %), с масляным наполнителем (Ц-52 7%) и шпинелью 3%.

Теоретические и экспериментальные средние значения модуля Юнга

Композит	E^{exp} , ГПа	E^t , ГПа	ε , %
Фенилон/ шпинель 3%	6,02942/0,18423	6,31558	4,7
Фенилон/ ПТФЭ 5%	5,83835/0,07437	5,47327	5,7
Фенилон/ ПТФЭ 10%	5,13054/0,06673	5,01862	1,9
Фенилон/ шпинель 3%, Ц-52 7%	4,93120/0,24029	5,26558	9,8

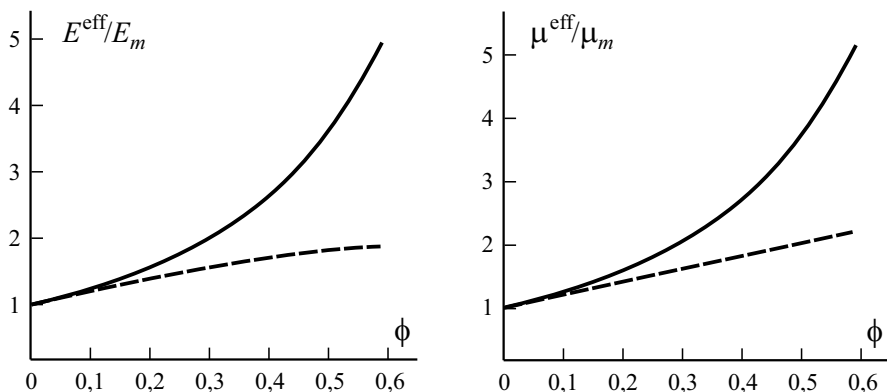


Рис. 2. Зависимость величин E^{eff}/E_m и μ^{eff}/μ_m композитного материала от концентрации шпинели ϕ . Пояснения в тексте.

Результаты экспериментальных исследований (среднее значение модуля Юнга E^{exp} /среднеквадратическое отклонение) приведены таблице вместе с теоретическими результатами (E^t), полученными на основе соотношения (1.2), $\varepsilon = |E^{\text{exp}} - E^t| / E^{\text{exp}} \cdot 100\%$.

На рис. 2, 3 представлены зависимости относительных модуля Юнга E^{eff}/E_m и модуля сдвига μ^{eff}/μ_m эквивалентной однородной упругой среды от концентрации наполнителя, рассчитанные на основании соотношений (1.1) (сплошная линия) и (1.2) (штриховая линия). Отметим, что для случая малой концентрации включений (менее 10%) в матрице простая и дифференциальная схемы метода самосогласования дают ре-

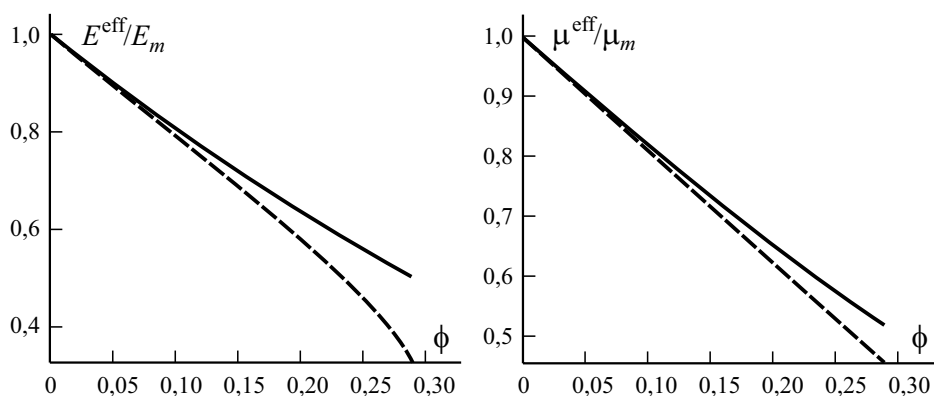


Рис. 3. Зависимость величин E^{eff}/E_m и μ^{eff}/μ_m композитного материала с матрицей из наномодифицированного фенилона от концентрации масляного наполнителя ϕ .

зультаты с относительной погрешностью менее 2% и достаточно хорошо согласуются с экспериментом (см. таблицу), тогда как для больших концентраций включений простая схема неприменима, поскольку значительно переоценивает влияние включений [21]. Так, из данных рис. 3 видно, что при концентрации включений в матрице более 40% эффективные технические константы принимают отрицательные значения, что невозможно и лежит вне теоретических границ Хашина—Штрикмана [22].

2. Постановка и решение контактных задач

С целью изучения напряженно-деформируемого состояния антифрикционных композитов, в том числе силы трения в области контакта, были рассмотрены контактные задачи в квазистатической постановке о движении жесткого штампа с трением по основанию при учете его микроструктуры. Для задачи 1 микроструктура гетерогенного флюидонасыщенного основания была учтена в рамках модели континуальной механики Био—Френкеля, которая хорошо описывает маслonaполненные композиты [23—25]. Для задачи 2 микроструктура основания была учтена в рамках концепции эффективной гомогенности, и в случае равенства скорости фаз (твердых частиц матрицы композита и флюидного наполнителя) рассмотрена эквивалентная ей однородная среда. Полученные значения механических свойств композитных материалов будут являться входной информацией при решении контактных задач для гетерогенных сред.

Рассмотрим плоскую область $-\infty < x_1 < \infty, x_2 \leq 0$, занятую двухфазной средой, состоящей из вязкоупругой пористой матрицы-скелета и флюида, заполняющего поры. По лицевой непроницаемой границе гетерогенной среды скользит жесткий штамп с плоским основанием шириной $2a$ со скоростью V под действием силы $\mathbf{P} = \{P_1, P_2\}$, приложенной к штампу так, чтобы обеспечить полный контакт с поверхностью при равномерном движении. Диапазон скоростей намного меньше скорости поверхностных волн типа Рэлея. Задача 1 имеет вид

$$\begin{aligned} A\nabla \cdot \nabla \mathbf{u} + 2N\nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + Q\nabla \nabla \cdot \mathbf{v} &= \rho_{11} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2}, \\ Q\nabla \nabla \cdot \mathbf{u} + R\nabla \nabla \cdot \mathbf{v} &= \rho_{12} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_{22} \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2}, \\ \sigma_{ij}^s &= Ae\delta_{ij} + 2Ne_{ij} + Q\varepsilon\delta_{ij}, \quad \sigma^f = Qe + R\varepsilon, \quad i, j = 1, 2, \\ e &= \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \varepsilon = \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad \Gamma_{ij} = \sigma_{ij}^s + \delta_{ij}\sigma^f, \\ x_2 = 0: \quad u_2 &= v_2, \quad \Gamma_{21} = \Gamma_{22} = 0, \quad |x_1 - Vt| \notin \Omega, \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$\Gamma_{21} = \mu\Gamma_{22}, \quad u_2 = \delta, \quad \Gamma_{22} = -q(x_1), \quad |x_1 - Vt| \in \Omega, \quad (2.1)$$

где $A, N, Q, R, \rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{22}$ — механические характеристики двухфазной среды [14]; e_{ij}, ε_{ij} — компоненты тензоров деформации, соответствующих векторам перемещений твердой $\mathbf{u}\{u_1, u_2\}$ и жидкой $\mathbf{v}\{v_1, v_2\}$ фаз соответственно; σ^S — тензор напряжений, действующий на вязкоупругий скелет; σ^f — давление, действующее на флюид в порах; μ — коэффициент трения.

Задача 2 имеет вид

$$\sigma_{ij,j} = \rho\ddot{u}_i, \quad i, j = 1, 2, \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl}^{\text{eff}} u_{k,l},$$

$$\sigma_{21} = \sigma_{22} = 0, \quad |x_1 - Vt| \notin \Omega, \quad (2.2)$$

$$\sigma_{21} = \mu\sigma_{22}, \quad \sigma_{22} = -q(x_1), \quad u_2 = \delta \quad \text{при} \quad |x_1 - Vt| \in \Omega.$$

Решение задачи 1 строится на основе интегрального преобразования Фурье с переходом в подвижную систему координат $x = x_1 - Vt, y = x_2$ с началом в центре штампа. В результате преобразований, подробно описанных в [11, 25], приходим к интегральному уравнению относительно нормальных контактных давлений $q(\xi)$

$$\int_{-1}^1 k(x - \xi)q(\xi)d\xi = \delta_0, \quad \delta_0 = \delta / a. \quad (2.3)$$

Ядро интегрального уравнения (2.3) имеет вид

$$k(x - \xi) = \int_{-\infty}^{\infty} (\mu B_{21}(\alpha) + B_{22}(\alpha)) e^{i\alpha(x - \xi)} d\alpha,$$

где α — параметр преобразования Фурье; $B_{2k}(\alpha), k = 1, 2$ — элементы матрицы Грина для гетерогенного полупространства:

$$B_{21} = i\alpha^{-1} (2(m_1 - m_2)w_1 w_2 w_3 + g_4(g_1 V_{01} + 2) - g_3(g_2 V_{02} + 2)) / \Delta,$$

$$B_{22} = |\alpha|^{-1} (m_1 - m_2)w_1 w_2 V_{03} / \Delta,$$

$$\Delta = 4(m_2 - m_1)w_1 w_2 w_3 - 2g_3 w_1 (V_{02} - 2) + 2g_4 w_2 (V_{01} - 2) +$$

$$+ (m_1 - 1)w_1 V_{03} (g_2 V_{02} - 2) - (m_2 - 1)w_2 V_{03} (g_1 V_{01} - 2),$$

$$g_k = q_{11} + q_{12}(m_k + 1) + q_{22}m_k, \quad g_{k+2} = m_k + \rho_{12} / \rho_{22}, \quad k = 1, 2,$$

$$V_{0i} = (V / V_i)^2, \quad w_i = \sqrt{1 - V_{0i}}, \quad i = 1, 2, 3,$$

V_i — скорость распространения двух продольных и поперечной волны в гетерогенной среде; $m_k, k = 1, 2$, — корни квадратного уравнения [11], коэффициенты которого зависят от механических параметров среды Био.

Рассматривая квазистатический процесс для скорости движения штампа, удовлетворяющей соотношению $V \ll V_R$ (V_R — скорость поверхностных волн типа Рэлея в пористоупругом полупространстве), получим асимптотическое представление ядра интегрального уравнения (2.3)

$$k(x - \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{i\mu K_1}{\alpha} + \frac{K_2}{|\alpha|} \right) e^{i\alpha(x - \xi)} d\alpha,$$

$$K_1 = \Theta_{10}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + \zeta^2 \Theta_{11}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + O(\zeta^4),$$

$$K_2 = \Theta_{20}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + \zeta^2 \Theta_{21}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m) + O(\zeta^4), \quad \zeta = V / V_1, \quad (2.4)$$

$$q_{11} = A / N + 2, \quad q_{12} = Q / N, \quad q_{22} = R / N,$$

$$\gamma_{11} = \rho_{11} / \rho_s, \quad \gamma_{12} = \rho_{12} / \rho_s, \quad \gamma_{22} = \rho_{22} / \rho_s.$$

Функции $\Theta_{i0}(q_{ij}, \gamma_{ij}, m), i = 1, 2$, имеют громоздкие выражения, приведенные в [11].

Отметим, что для малой скорости движения штампа, характерной для трибологических испытаний [5, 9], ядро интегрального уравнения (2.4), отвечающее квазистатическому процессу, имеет слабую зависимость от скорости [11]. Как следствие, нормальные контактные напряжения в этом случае также слабо зависят от скорости движения штампа [11, 26], тогда как для сред с выраженной реологией такая зависимость имеется [8, 9].

Проводя регуляризацию интегрального уравнения (2.3) и выделив в соотношении (2.4) логарифмическую особенность [11, 25], получим выражение ядра интегрального уравнения

$$k(x - \xi) = -0.5 \operatorname{sgn}(x - \xi) \mu K_1(V) - (C + \ln|x - \xi|) K_2(V) / \pi, \quad (2.5)$$

где C — постоянная Эйлера.

Применяя метод граничных элементов к интегральному уравнению (2.3) с ядром (2.5), сведем интегральное уравнение (2.3) к конечной системе линейных уравнений относительно неизвестных узловых контактных давлений задачи 1:

$$\sum_{i=1}^N r_{ik} q_k = f(x_k) / h,$$

$$r_{ik} = k(h(x_k - \xi_i)), \quad i \neq k, i, \quad i, k = 1, 2, \dots, N, \quad (2.6)$$

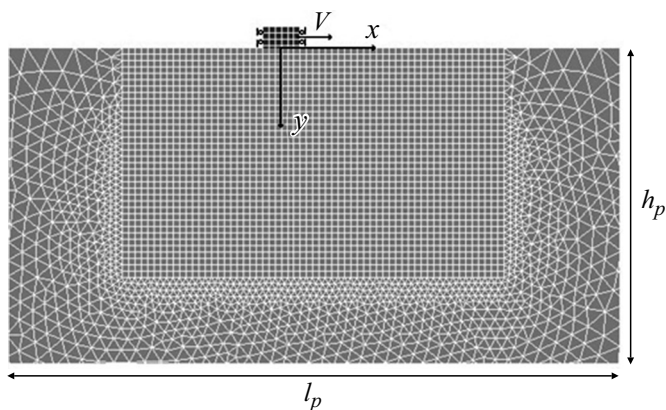


Рис. 4. Конечно-элементная схема задачи 2.

$$r_{kk} = -\mu K_1(V) / 2 - K_2(V)(C + \ln(h / 2e)) / \pi . \quad (2.6)$$

Матрица системы (2.6) хорошо обусловлена и имеет диагональное преобладание. Сила и ее момент, действующие на штамп, определяются через решения системы (2.6), а величина эксцентриситета определяется

численно как
$$e = \frac{\sum_{i=1}^{N_1} x_i q_i}{\sum_{i=1}^{N_1} q_i} .$$

Отметим, что для анализа скорости сходимости процесса задачи 1 оценивали элементы невязки для количества разбиений N и $3N$. Измельчение сетки производилось до относительного значения невязки, меньшего 10^{-5} .

Численное решение контактной задачи 2 было реализовано в конечно-элементном комплексе ANSYS на основе программы, написанной на макроязыке APDL. На рис. 4 приведена конечно-элементная схема модели.

При численном решении контактной задачи 2 и построении конечно-элементной сетки обеспечивалось ее сгущение вблизи области контакта. С этой целью дополнительно строилась подобласть (см. рис. 4), для которой задавалась регулярная конечно-элементная сетка с малым размером элемента. Остальная геометрия разбивалась нерегулярной сеткой, состоящей из треугольных элементов. При построении конечно-элементной модели использовали плоские восьмиузловые (для подобласти с регулярной сеткой) и шестиузловые (остальная геометрия) конечные элементы PLANE183. Контактная пара задавалась контактными элементами CONTA172 со специальным набором опций, обеспечивающих сходимость алгоритма расчета, и ответными элементами

TARGE169. Величины h_p, l_p на рис. 4 обозначают высоту и ширину прямоугольника, который моделирует полуплоскость, $a/h_p \ll 1, a/l_p \ll 1$, их значения подбираются таким образом, что искусственное завершение бесконечной области не оказывает влияния на напряженно-деформируемое состояние вблизи области контакта.

3. Результаты численного анализа

В соответствии с изложенными решениями задач 1, 2 были построены нормальные и касательные контактные напряжения под штампом с плоским основанием. Определение механических характеристик A, R, Q, N среды Био описано в [11, 14], расчеты проводили при следующих данных: $K_s = 6,28$ ГПа, $K_f = 2$ ГПа, $N = 2,29$ ГПа, $\rho_s = 1,2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_f = 0,93 \cdot 10^3$ кг/м³, $K_b(\phi = 7\%) = 4,94$ ГПа, $E(\phi = 3\%) = 5,76$ ГПа, $E(\phi = 5\%) = 5,51$ ГПа, $E(\phi = 7\%) = 5,27$ ГПа, $\nu(\phi = 3\%) = 0,332$, $\nu(\phi = 5\%) = 0,327$, $\nu(\phi = 7\%) = 0,322$, $\delta/a = 3 \cdot 10^{-3}$. Поскольку фенилон отличается малой склонностью к ползучести под действием напряжений, вязкость матрицы композита была учтена в рамках модели частотно-независимого внутреннего трения.

Отметим, что контактные нормальные и касательные напряжения в значительной мере зависят от пористости и объемной доли флюида-наполнителя. Распределение контактных давлений под штампом несимметрично и зависит нелинейным образом от пористости среды и флюидонасыщенности. Решения задач 1 и 2 хорошо согласуются, что иллюстрируют данные рис. 5, на котором представлены нормальные контактные напряжения для среды Био (точки) и эквивалентной упругой среды (сплошная линия).

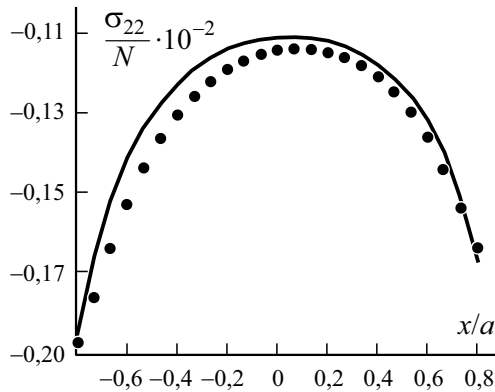


Рис 5. Распределение нормальных контактных давлений σ_{22} / N под штампом. Пояснения в тексте.

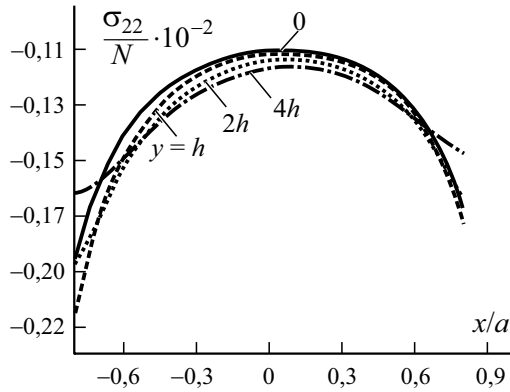


Рис 6. Распределение нормальных напряжений σ_{22} / N под штампом ($y = 0$) и его проекции при увеличении глубины y (значения y кривых).

Особое внимание было уделено анализу влияния пористости и флюидонасыщенности на касательные контактные напряжения, зависимость контактных напряжений при увеличении пористости нелинейная, напряжения убывают [11]. Моделирование флюидонасыщенного композита средой Био имеет такие преимущества, которые позволяют более точно учитывать свойства флюида, его вязкость, степень межфазного взаимодействия, однако построение решения такой контактной задачи значительно более трудоемко. Конечно-элементное моделирование при решении контактной задачи для эквивалентной упругой среды (при учете равенства скоростей

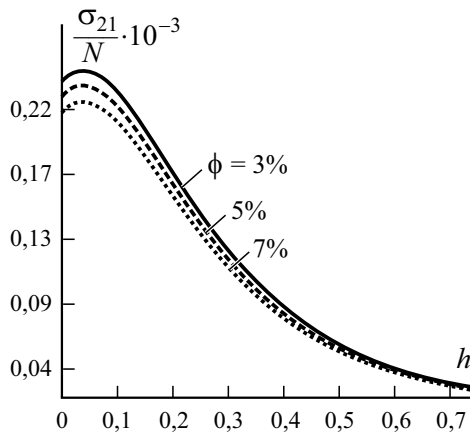


Рис 7. Касательные контактные напряжения σ_{21} / N под центром штампа и в его проекции на разной глубине основания h при разных значениях пористости и маслонасыщенности композита ϕ .

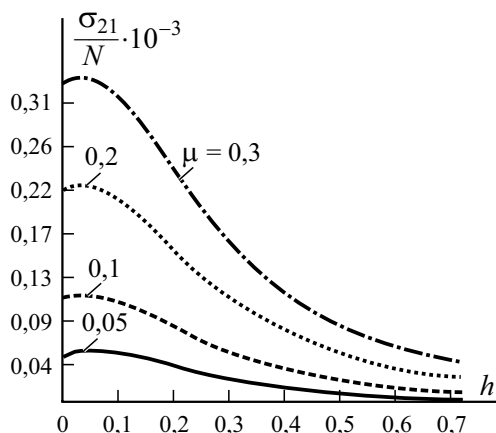


Рис 8. Касательные контактные напряжения σ_{21} / N под центром штампа и в его проекции на разной глубине основания при разных значениях коэффициента трения μ .

твердой и жидкой фаз гетерогенной среды) позволило сопоставить решения контактных задач 1, 2, а также исследовать распределение давлений под штампом на границе и в глубь среды в проекции штампа. На рис 6. приведено изменение распределения нормальных напряжений под штампом и при увеличении глубины при тех же абсциссах. Характер убывания нормальных напряжений от поверхности среды вглубь монотонный. Касательные напряжения при тех же условиях (рис. 7) имеют максимум значений на некоторой глубине под штампом, при этом чем больше пористость и флюидонасыщенность, тем больше этот эффект. На рис. 8 приведены касательные контактные напряжения под центром штампа и в его проекции на разной глубине основания при разных значениях коэффициента трения. Результаты численных расчетов качественно согласуются с результатами трибологических экспериментов для маслonaполненного композита [5].

Заключение

Представлены математические модели, позволяющие комплексно исследовать физико-механические свойства, в том числе силу трения антифрикционных маслосодержащих наномодифицированных композитов с матрицей на основе фенилона. Построено аналитико-численное решение квазистатической контактной задачи для гетерогенной полуограниченной среды в рамках модели Био и концепции эффективной гомогенности при учете сил трения в области контакта. На основании проведенного численного анализа контактных напряжений показана необходимость учета не только механических характеристик гетерогенной среды, а также ее пористости, флюидонасыщенности среды. На основании численных экс-

периментов установлено, что процентное содержание флюида, учет трения в области контакта оказывают существенное влияние на контактные напряжения при движении с трением штампа с плоским основанием по границе гетерогенной среды, причем с возрастанием флюидонасыщенности эта зависимость носит нелинейный характер. Результаты численных расчетов двух подходов к описанию микроструктуры гетерогенной среды количественно совпадают с погрешностью менее 8%, качественно согласуются с результатами трибологических экспериментов для маслонаполненного композита.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант 21-19-00288).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Люшкин Б. А., Шилько С. В., Панин С. В. и др. Дисперсно-наполненные полимерные композиты технического и медицинского назначения. — Новосибирск: Сибир. отд-ние РАН, 2017. — 311 с.
2. Azharonok V. V., Anisovich A. G., Biran V. V., Bukharov S. N., Sergienko V. P., Filatova I. I. Changes in the physical and mechanical properties of friction composites with a polymer matrix induced by an amplitude modulated high frequency // *Electromagnetic Field Surface Eng. Appl. Electrochemistry*. — 2014. — Vol. 50, No. 4. — P. 300—305.
3. Набережная О. А., Буря А. И., Свириденко А. И. Влияние состава гибридного наполнителя на трибологические свойства композитов на основе фенилона // *Трение и износ*. — 2020. — Т. 41, № 2. — С. 145—151.
4. Friedrich K. Polymer composites for tribological applications // *Adv. Industrial Eng. Polym. Res.* — 2018. — Vol. 1, No. 1. — P. 3—39.
5. Колесников И. В. Системный анализ и синтез процессов, происходящих в металлополимерных узлах трения фрикционного и антифрикционного назначения. — М.: ВИНТИ РАН, 2017. — 384 с.
6. Okhlopkova A. A., Petrova P. N., Parnikova A. G. Influence of the structure of polytetrafluoroethylene-based nanocomposites on their tribotechnical characteristics // *J. Friction Wear*. — 2009. — Vol. 30. — P. 425—430.
7. Shilko S. V., Chernous D. A., Panin S., Choe H. A. Method for Predicting the Parameters of Plastic Deformation of Dispersedly Reinforced Materials by Using a Modified Mori—Tanaka Model // *Mech. Compos. Mater.* — 2021. — Vol. 57, № 2. — P. 153—160.
8. Горячева И. Г., Маховская Ю. Ю., Морозов А. В., Степанов Ф. И. Трение эластомеров. Моделирование и эксперимент. — М.: Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2020. — 296 с.
9. Торская Е. В. Модели фрикционного взаимодействия тел с покрытиями — М.: Ижевск: Ин-т компьютер. исслед., 2017. — 204 с.

10. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Блочные элементы в контактных задачах с переменным коэффициентом трения // Докл. РАН. — 2018. — Т. 480, № 5. — С. 537—541.
11. Суворова Т. В., Бемяк О. А. Контактные задачи для пористоупругого композита при наличии сил трения // Прикл. математика и механика. — 2020. — Т. 84, № 4. — С. 529—539
12. Долгополов К. Н., Колесников И. В., Мельников Э. Л. Применение антифрикционных полимерных самосмазывающихся материалов класса “Масляниты” в узлах трения скольжения // Ремонт. Восстановление. Модернизация. — 2018. — № 4. — С. 23—26.
13. Бюо М. А. Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде // Период. сб. переводов иностр. статей. — 1963. — В. 6, № 82. — С. 103—134.
14. Degrande G., De Roeck G., Van Den Breck P., Smeulders D. Wave propagation in layered dry, saturated and unsaturated poroelastic media // Int. J. Solids and Struct. — 1998. — Vol. 35 (34-35). — P. 4753—4778.
15. Belyak O. A., Suvorova T. V. Modeling stress deformed state upon contact with the bodies of two-phase microstructure // Solid State Phenomena. — 2020. — Vol. 299. — P. 124—129.
16. Sevostianov I., Giraud A. Generalization of Maxwell homogenization scheme for elastic material containing inhomogeneities of diverse shape // Int. J. Eng. Sci. — 2013. — Vol. 64. — P. 23—36.
17. Giordano S. Differential schemes for the elastic characterisation of dispersions of randomly oriented ellipsoids // European J. Mech. A/Solids. — 2003. — Vol. 22, No.6. — P. 885 —902.
18. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. — М.: Мир, 1982. — 335 с.
19. Гольева Е. В., Михайлов М. Д., Дунаев А. А., Игнатенков Б. А. Влияние условий синтеза и структуры исходных нанокристаллических порошков на оптические свойства прозрачной керамики $MgAl_2O_4$ // Опт. журн. — 2016. — Т. 83, №. 2. — С. 67 —72.
20. Ivanochkin P. G., Dolgoplov K. N., Danilchenko S. A. Creation of oil-filled composites of tribotechnical purpose based on aromatic polyamide phenylone C-2 // Solid State Phenomena. — 2018. — 284. — P. 14—19.
21. Устинов К. Б. Об определении эффективных упругих характеристик двухфазных сред. Случай изолированных неоднородностей в форме эллипсоидов вращения // Успехи механики. — 2003. — Т. 2, №2. — С. 126—168.
22. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials // J. Appl. Phys. — 1962. — Vol. 33. — P. 3125 —3131.
23. Колесников В. И., Бемяк О. А., Колесников И. В., Суворова Т. В. О математической модели для прогнозирования трибологических свойств маслonaполненных композитов при вибрации // Докл. РАН. — 2020. — Т. 491. — С. 44—47.
24. Бемяк О. А., Суворова Т. В. О влиянии взаимодействия фаз гетерогенного основания на контактные напряжения при колебаниях штампа с трением // Эколог. вестн. науч. центров Черномор. эконом. сотрудничества. — 2020. — Т. 17, № 3. — С. 29—36.

25. *Kolesnikov V. I., Suvorova T. V., Belyak O. A.* Modeling antifriction properties of composite based on dynamic contact problem for a heterogeneous foundation // *Mater. Phys. Mech.* — 2020. — Vol. 46, No. 1. — P. 139—148.

26. *Mexmet N. Balci, Serkan Dag.* Dynamic frictional contact problems involving elastic coating // *Tribology Int.*—2018— Vol. 124. — P. 70—92.

Поступила в редакцию 06.04.2021

Окончательный вариант поступил 05.07.2021

Received Apr. 6, 2021 (July 5, 2021)

А. Б. Кудимова^а, А. В. Наседкин^{а}, А. А. Наседкина^а, А. Раджагопал^б*

^аЮжный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

^бИндийский технологический институт Хайдерабада, Хайдерабад, Индия

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМПОЗИТОВ, СОСТОЯЩИХ ИЗ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ МАТРИЦЫ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ И ПОРАМИ

A. B. Kudimova, A. V. Nasedkin, A. A. Nasedkina, and A. Rajagopal*

COMPUTER SIMULATION OF COMPOSITES CONSISTING OF PIEZOCERAMIC MATRIX WITH METAL INCLUSIONS AND PORES

Keywords: electroelasticity, piezoelectric composite, metal inclusion, pore, homogenization, effective modulus, finite-element method

The problem on determining the effective properties of mixed composites consisting of a piezoceramic matrix with metal inclusions and pores is investigated. Composites with microporosity and mesoporosity are compared. For microporous composites, two-level models of two-phase structures are used. At the microlevel, the effective properties of a piezoceramic material with pores are first determined, and then, at the mesolevel, the homogenization problem for piezoelectric material with effective properties found at the first stage and with conductive inclusions is solved. Mesoporous composites are considered as three-phase composites with a piezoceramic matrix, inclusions, and pores located at boundaries of the inclusions. Homogenization problems are solved numerically in the ANSYS finite element package for representative volumes with closed structures of inclusions and pores. Inclusions and pores are modeled as piezoelectric materials with extreme values of stiffness moduli and dielectric constants. It is noted that this approach preserves the energy balance between the composite medium and the homogeneous reference medium. As an example, calculations of the effective moduli of composites consisting of piezoceramics based on barium titanate, nickel inclusions, and pores are performed. The effective moduli in

*Автор, с которым следует вести переписку: nasedkin@math.sfedu.ru
Corresponding author: nasedkin@math.sfedu.ru

relation to the volume fractions of inclusions and pores, as well as on the number of mesoscale pores on the boundaries of the inclusions, are investigated. An analysis of the influence of porosity type on the effective properties of the piezocomposites considered is presented.

Ключевые слова: электроупругость, композит пьезоэлектрический, включение металлическое, пора, гомогенизация, модуль эффективный, метод конечных элементов

Исследована задача определения эффективных свойств смесевых композитов, состоящих из пьезокерамической матрицы с металлическими включениями и порами. Проведено сравнение свойств пьезокомпозитов с микро- и с мезопористостью. Для микропористых композитов использовали двухуровневые модели двухфазных структур. Вначале на микроуровне определяли эффективные свойства пьезокерамического материала с порами, а затем на мезоуровне решали задачу гомогенизации для пьезоматериала с эффективными свойствами, найденными на первом этапе, и с проводящими включениями. Мезопористые композиты рассматривали как трехфазные с пьезокерамической матрицей, включениями и порами, расположенными на границах включений. Решение задач гомогенизации осуществлено численно в конечно-элементном пакете ANSYS для представительных объемов с закрытыми структурами включений и пор. Включения и поры моделировались как пьезоэлектрические материалы с экстремальными значениями модуля жесткости и диэлектрической проницаемости. Отмечено, что такой подход сохраняет энергетический баланс между композитной и гомогенной средой сравнения. В качестве примера проведены расчеты эффективных модулей композитов, состоящих из пьезокерамики на основе титаната бария, включений из никеля и пор. Исследованы зависимости эффективных модулей от объемных долей включений и пор, а также от количества мезоразмерных пор на границах включений. Проведен анализ влияния типа пористости на эффективные свойства рассматриваемых пьезокомпозитов.

Введение

Исследованиям композитов типа пьезокерамика/металл посвящены многие работы, например, имеются обзоры [1, 2]. Такие композитные структуры применяются в качестве активных диэлектрических конденсаторов во многих электронных устройствах и в устройствах накопления энергии. Добавление металлических включений в пьезокерамическую матрицу позволяет повысить прочностные свойства композита, существенно увеличить его электрическую емкость и понизить диэлектрические потери.

Среди различных сочетаний пьезокерамических и металлических материалов достаточно популярными являются композиты с матрицей на основе керамики титаната бария BaTiO_3 и включений из никеля Ni [1—7]. Были синтезированы также наноструктурированные композиты из титаната бария и никеля [5, 6]. Поскольку пьезокерамические композиты создаются в результате технологических процессов, включающих прессование, высокотемпературный нагрев и поляризацию, то можно управлять их составом, размером зерен материала матрицы и включений. Естественно, что при этом возможно появление пористости как в пьезокерамической матрице, так и на границах матрицы и включений. Пористость наблюдается также в керамике обычного титаната бария [8—11], причем она зависит от особенностей технологии его производства [10]. При создании композитов из пьезокерамики с более жесткими включениями наблюдаются как микропоры в самой пьезокерамике, так и поры, сравнимые по размерам с включениями на границах с матрицей [12]. Следуя терминологии [13, 14], такие поры будем называть далее мезоразмерными порами, или мезопорами.

Отметим, что теоретические исследования эффективных свойств пьезокомпозитов проводили различными методами во многих работах, из которых отметим опубликованные в последние годы [15—18] (там же можно найти дальнейшие ссылки).

В настоящей работе свойства композита на основе керамики титаната бария с включениями из никеля определены численно на основе методов эффективных модулей [19, 20] и конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS. Вначале описана постановка задачи гомогенизации и указаны ее особенности, связанные с моделированием проводящих включений и пор. Затем отмечены особенности формирования представительного объема пьезокомпозита 3-0-0 связности, т.е. трехфазного композита по терминологии [21] со связанной пьезокерамической матрицей и с закрытой структурой двух других фаз. Далее проанализированы численные результаты, полученные из решения задач гомогенизации по методам эффективных модулей и конечных элементов.

Методологически работа объединяет технологии конечно-элементной гомогенизации пьезоэлектрических композитов с микро- и мезоразмерными порами [13, 14] и с металлизированными поверхностями пор или с металлическими включениями, моделируемыми как пьезоэлектрический материал с проводящими свойствами [22—25]. Однако для рассматриваемых композитов не подходят представительные объемы [13, 14], для которых проводящие включения могли бы выходить на внешние поверхности, а в [22—25] изучали только композиты с мезоразмерными порами и включениями. Таким образом, исследуемые здесь композиты отличаются по своим свойствам от изученных в [13, 14, 22—25] и в других работах, что требует использования специальной структуры представительного объема и проведения отдельного анализа.

1. Формулировка задачи гомогенизации

Рассмотрим представительный объем $\Omega = \Omega^{(1)} \cup \Omega^{(2)} \cup \Omega^{(3)}$ пьезоэлектрического композита, состоящего из трех разных фаз $\Omega^{(m)}$, $m = 1, 2, 3$. Будем считать, что область $\Omega^{(1)}$ является связной, и ее граница $\Gamma^{(1)} = \partial\Omega^{(1)}$ полностью включает границу $\Gamma = \partial\Omega$ представительного объема Ω , т.е. $\Gamma \subseteq \Gamma^{(1)}$. Такое условие означает, что области $\Omega^{(2)}$, $\Omega^{(3)}$ не выходят на внешнюю границу Γ . Область $\Omega^{(2)}$ представляет собой совокупность изолированных друг от друга включений $\Omega_p^{(2)}$: $\Omega^{(2)} = \cup_p \Omega_p^{(2)}$. Область $\Omega^{(3)}$ является совокупностью объемов $\Omega_q^{(3)}$ ($\Omega^{(3)} = \cup_q \Omega_q^{(3)}$), которые могут соседствовать как с матрицей композита $\Omega^{(1)}$, так и с включениями $\Omega_p^{(2)}$.

Предположим, что объемы $\Omega^{(m)}$ заполнены тремя разными пьезоэлектрическими материалами с модулями упругих жесткостей $c_{ijkl}^E = c_{ijkl}^{E(m)}$, измеренными при постоянном электрическом поле, пьезомодулями $e_{ikl} = e_{ikl}^{(m)}$ и диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_{ik}^S = \varepsilon_{ik}^{S(m)}$, измеренными при постоянных деформациях, $\mathbf{x} \in \Omega^{(m)}$, $m = 1, 2, 3$. Примем, что область $\Omega^{(1)}$ заполнена основным пьезокерамическим материалом, включения в $\Omega^{(2)}$ являются металлическими и моделируются как пьезоэлектрический материал с упругими модулями металла, пренебрежимо малыми пьезомодулями и с очень большими диэлектрическими проницаемостями. Наконец, в $\Omega^{(3)}$ при моделировании пор будем задавать очень малые значения упругих жесткостей, пьезомодулей и диэлектрических проницаемостей вакуума.

Для нахождения эффективных модулей $c_{ijkl}^{E\text{eff}}$, e_{ikl}^{eff} и $\varepsilon_{ik}^{S\text{eff}}$ рассматриваемых композитов будем численно решать в представительном объеме Ω девять краевых задач статической линейной теории пьезоэлектричества. В этих задачах используем систему уравнений

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad D_{i,i} = 0, \tag{1}$$

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}^E \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k, \quad D_i = e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \varepsilon_{ik}^S E_k, \tag{2}$$

$$\varepsilon_{kl} = (u_{k,l} + u_{l,k}) / 2, \quad E_k = -\varphi_{,k}, \tag{3}$$

где σ_{ij} и ε_{kl} — компоненты тензоров напряжений и деформаций; D_i и E_k — компоненты векторов электрической индукции и напряженности электрического поля; u_k — компоненты вектора перемещений; φ — функция электрического потенциала. (Отметим, что здесь для деформаций используем принятые в теории упругости обозначения ε_{kl} , а для диэлектри-

ческих проницаемостей — близкие обозначения ε_{ik}^S , принятые в теории пьезоэлектричества.)

На межфазных границах $\Gamma^{(2)} = \partial\Omega^{(2)}$, $\Gamma^{(3)} = \partial\Omega^{(3)}$ принимаем условия непрерывности полей u_k , φ , $n_i\sigma_{ij}$ и n_iD_i , где n_i — компоненты вектора единичной нормали к поверхности.

Для первых шести задач зададим граничные условия с ненулевыми перемещениями вида

$$u_i = (x_r\delta_{is} + x_s\delta_{ir})S_0 / 2, \quad \varphi = 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad (4)$$

где δ_{is} — символ Кронекера; S_0 — постоянная величина; $r, s = 1, 2, 3$. Здесь шесть разных задач различаются только значениями индексов r, s в (4): 1) $r = s = 1$; 2) $r = s = 2$; 3) $r = s = 3$; 4) $r = 2, s = 3$; 5) $r = 1, s = 3$; 6) $r = 1, s = 2$. С механической точки зрения задачи 1—3 являются задачами растяжения представительного объема при линейных перемещениях в направлении одной из осей Ox_r , а задачи 4—6 — задачами о сдвиговых деформациях.

Найдя решения задач (1)—(4) и определив поля напряжений σ_{ij} и электрической индукции D_i , можно найти и эффективные модули

$$c_{ijrs}^{Eff} = \langle \sigma_{ij} \rangle / S_0, \quad e_{irs}^{eff} = \langle D_i \rangle / E_0, \quad (5)$$

где $\langle \dots \rangle = (1/|\Omega|) \int_{\Omega} (\dots) d\Omega$.

Еще три задачи характеризуются граничными условиями с ненулевыми электрическими потенциалами, генерирующими преимущественно поля вектора напряженности электрического поля в направлении оси x_r :

$$u_i = 0, \quad \varphi = -x_r E_0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma, \quad (6)$$

где E_0 — постоянная величина; $r = 1, 2, 3$.

Из решений задач (1)—(3), (6) можно еще раз вычислить эффективные пьезомодули и найти эффективные диэлектрические проницаемости

$$e_{rij}^{eff} = -\langle \sigma_{ij} \rangle / S_0, \quad \varepsilon_{ir}^{Seff} = \langle D_i \rangle / E_0. \quad (7)$$

Представленный метод гомогенизации основан на энергетическом балансе между композитной средой и эффективной однородной средой и на соотношениях Хилла для осредненных величин. Обоснование данного метода для обычных пьезокомпозитов можно найти в [19, 20]. В [26] показана справедливость предельных переходов в задачах гомогенизации диэлектрических композитов при моделировании проводящих включений и пор заданием очень больших или пренебрежимо малых диэлектрических проницаемостей. Корректность аналогичного подхода при гомогенизации пьезоэлектрических композитов с экстремальными значениями модулей

проводящих включений или пор была подтверждена численными экспериментами в [22—25].

С учетом свойств симметрии $c_{ijkl}^E = c_{jikl}^E = c_{klij}^E$, $e_{ikl} = e_{ilk}$, $\varepsilon_{ik}^S = \varepsilon_{ki}^S$, справедливых также и для эффективных модулей [22], решения шести задач (1)—(4) и трех задач (1)—(3), (6) в совокупности позволяют по (5), (7) определить все эффективные модули пьезокомпозита с произвольным типом анизотропии его фаз и с возможной геометрической анизотропией представительного объема. При этом значения повторяющихся модулей, найденных из разных задач, будут совпадать. Естественно, что при решении задач гомогенизации численными методами равенства некоторых эффективных модулей будут выполняться только с учетом вычислительной погрешности.

Для композитов определенных классов анизотропии количество задач гомогенизации можно сократить, поскольку некоторые задачи будут давать одинаковые эффективные модули. Например, для пьезокерамических композитов с гексагональным классом анизотропии достаточно решить пять задач гомогенизации, которые позволят вычислить все 10 значений эффективных модулей: $c_{1111}^{Eff} = c_{11}^{Eff}$, $c_{1122}^{Eff} = c_{12}^{Eff}$, $c_{1133}^{Eff} = c_{13}^{Eff}$, $c_{3333}^{Eff} = c_{33}^{Eff}$, $c_{2323}^{Eff} = c_{44}^{Eff}$, $e_{311}^{eff} = e_{31}^{eff}$, $e_{33}^{eff} = e_{333}^{eff}$, $e_{113}^{eff} = e_{15}^{eff}$, ε_{11}^{Seff} , ε_{33}^{Seff} . Здесь и далее переход от тензорных обозначений материальных модулей к матричным обозначениям Фойгта осуществляется по стандартным законам соответствия: $c_{ijkl}^{Eff} = c_{\alpha\beta}^{Eff}$; $e_{ikl}^{eff} = e_{i\alpha}^{eff}$; $c_{ijkl}^E = c_{\alpha\beta}^E$; $e_{ikl} = e_{i\beta}$; $i, j, k, l = 1, 2, 3$; $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6$; $(ij) \Leftrightarrow \alpha$; $(kl) \Leftrightarrow \beta$; $(11) \Leftrightarrow 1$; $(22) \Leftrightarrow 2$; $(33) \Leftrightarrow 3$; $(23) \sim (32) \Leftrightarrow 4$; $(13) \sim (31) \Leftrightarrow 5$; $(12) \sim (21) \Leftrightarrow 6$.

В заключение данного раздела отметим, что описанный подход для трехфазных пьезокомпозитов справедлив и для двухфазных композитов, когда его вторая или третья фаза отсутствует.

2. Модель представительного объема

Решения задач гомогенизации (1)—(4) или (1)—(3), (6) в представительных объемах с закрытой структурой включений и/или пористости будем осуществлять численно в конечно-элементном комплексе ANSYS.

Представительные объемы Ω формировались в форме регулярной сетки элементов аналогично [24, 27]. Первоначально генерировали базовую кубическую ячейку длиной l_c вдоль одной из осей, состоящую из 27 конечных элементов с материальными свойствами матрицы. В ее центре располагался кубический элемент с ребром $l_p = k_p l_c$, $k_p < 1$, который потенциально может являться включением. Этот элемент окружался 26 гексаэдрами. Для композита с мезоразмерными порами будем предполагать, что с включением контактируют по общим граням k_d мезопор, где k_d может принимать значения от 1 до 6.

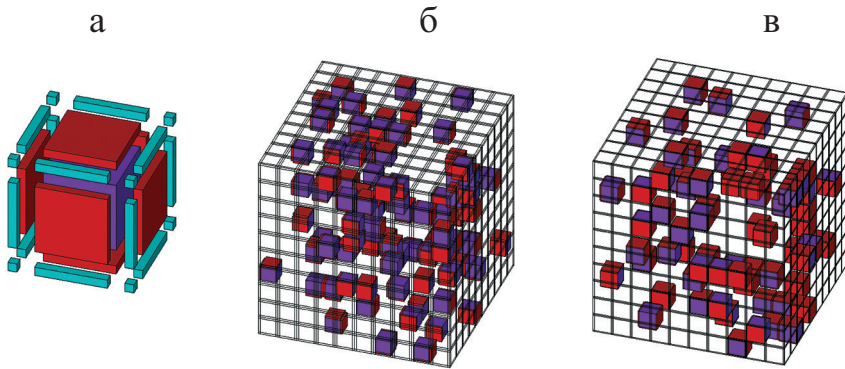


Рис. 1. Базовая ячейка в разобранном виде (а) и примеры представительного объема, содержащего 5 % включений и 1,25 % пор при $\kappa_d = 2$ (б) и $\kappa_d = 4$ (в).

Для двухкомпонентных композитов коэффициент k_e будем задавать явно, а для трехкомпонентных будем определять по формуле $k_e = \kappa_d v_e / (\kappa_d v_e + 2v_p)$, где v_e — объемная доля включений, v_p — объемная доля мезоразмерных пор.

Пример базовой ячейки в “разобранном” виде показан на рис. 1—а, где элемент со свойствами включения находится внутри в центре и показан фиолетовым цветом, а шесть элементов, которые могут быть порами, — красным цветом.

Изначально все элементы ячейки имеют свойства пьезокерамического материала матрицы композита. Затем из построенной ячейки ее трансляцией $n_a - 1$ раз вдоль каждой из трех осей генерируется массив конечных элементов, включающий $n_c = n_a^3$ базовых ячеек. В полученном массиве генератором случайных чисел из центральных элементов ячеек выбираются элементы-включения, и их материальные модули модифицируются в соответствии со свойствами включений. В этом же цикле для каждого включения также генератором случайных чисел из шести соседствующих по граням конечных элементов выбираются κ_d раз элементы-мезопоры, и их свойства заменяются на свойства пор. При этом элементы-включения создаются $n_e = [v_e n_c / k_e^3]$ раз, где [...] — целая часть числа, а элементы-мезопоры создаются $n_p = \kappa_d n_e$ раз. Естественно, что для двухфазных композитов блок генерации элементов-мезопор не выполняется.

Полученный в итоге представительный объем Ω трехфазного или двухфазного композита имеет частично детерминированную и частично стохастическую структуру с изолированными включениями и мезопорами.

На рис. 1—б, в приведены два варианта представительного объема композита для $n_a = 10$, $v_e = 0,05$, $v_p = 0,015$. На рис. 1—б по граням каждого включения расположено по две мезопоры, т.е. $\kappa_d = 2$, а на рис. 1—в с каждым включением соседствует по четыре поры, т.е. $\kappa_d = 4$. Элементы

со свойствами включений и пор на рис. 1—б, в выделены цветом также, как и на рис. 1—а. При этом рис. 1—а, б, в выполнены в разном масштабе. Как видно из рис. 1—б, в, при одинаковом проценте включений и пор количество мезопор κ_d влияет на относительные размеры включений и соответственно на общее количество включений и мезопор. Так, представительный объем на рис. 1—б содержит 98 включений при $\kappa_d = 2$, а на рис. 1—в — 71 включение при $\kappa_d = 4$.

4. Численные результаты

При вычислительных экспериментах были приняты следующие значения модулей для пьезокерамики титаната бария BaTiO_3 [28, 29]: $c_{11}^{E(1)} = 16,6 \cdot 10^{10}$, $c_{12}^{E(1)} = 7,66 \cdot 10^{10}$, $c_{13}^{E(1)} = 7,75 \cdot 10^{10}$, $c_{33}^{E(1)} = 16,2 \cdot 10^{10}$, $c_{44}^{E(1)} = 4,29 \cdot 10^{10}$ Н/м²; $e_{31}^{(1)} = -4,4$, $e_{33}^{(1)} = 18,6$, $e_{15}^{(1)} = 11,6$ Кл/м²; $\varepsilon_{11}^{S(1)} = 1083\varepsilon_0$, $\varepsilon_{33}^{S(1)} = 1201\varepsilon_0$; $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Материал включений из никеля считали изотропным со следующими упругими константами: модулем Юнга $E^{(2)} = 21,6 \cdot 10^{10}$ Н/м², коэффициентом Пуассона $\nu^{(2)} = 0,31$. Тогда значения модулей жесткости никеля $c_{\alpha\beta}^{(2)}$ будут равны $c_{11}^{(2)} = c_{33}^{(2)} = 29,94 \cdot 10^{10}$, $c_{12}^{(2)} = c_{13}^{(2)} = 13,45 \cdot 10^{10}$, $c_{44}^{(2)} = 8,24 \cdot 10^{10}$ Н/м².

Как можно заметить, значения модуля жесткости никеля превосходят соответствующие значения упругого модуля пьезокерамики титаната бария почти в два раза: $c_{44}^{(2)} / c_{44}^{E(1)} = 1,92$, $c_{33}^{(2)} / c_{33}^{E(1)} = 1,85$, $c_{33}^{(2)} / c_{11}^{E(1)} = 1,80$, $c_{13}^{(2)} / c_{13}^{E(1)} = 1,74$. Поскольку никель не является пьезоэлектрическим материалом, то для него принимали очень малое значение пьезомодуля $e_{i\beta}^{(2)} = 10^{-10}$ Кл/м², а для моделирования электропроводящих свойств никеля, как уже было отмечено, задавали очень большие значения диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{ii}^{(2)} = 10^{11}\varepsilon_0$. Свойства пор учитывали введением гипотетического материала с очень малыми модулями $c_{\alpha\beta}^{(3)} = 10^{-10}$, $c_{\alpha\beta}^{(1)}$, $e_{i\beta}^{(3)} = e_{i\beta}^{(2)}$, $\varepsilon_{ii}^{(3)} = \varepsilon_0$.

При расчетах представительный объем состоял из $n_c = 15^3$ базовых ячеек, каждая из которых содержала 27 гексаэдральных 20-узловых пьезоэлектрических конечных элементов SOLID226. Как показали тестовые расчеты, принятый размер сетки с $n_a = 15$ оказался разумным компромиссом между более вычислительно затратными сетками с $n_a = 20$ и сетками с $n_a = 10$, для которых элементы случайности в ряде случаев давали большой разброс значений.

Некоторые результаты вычислительных экспериментов представлены на рис. 2, где $r(c_{\alpha\beta}^E)$, $r(e_{i\beta})$, $r(\varepsilon_{ii}^S)$, $r(d_{i\beta})$ — эффективные модули, отнесенные к соответствующим модулям сплошной

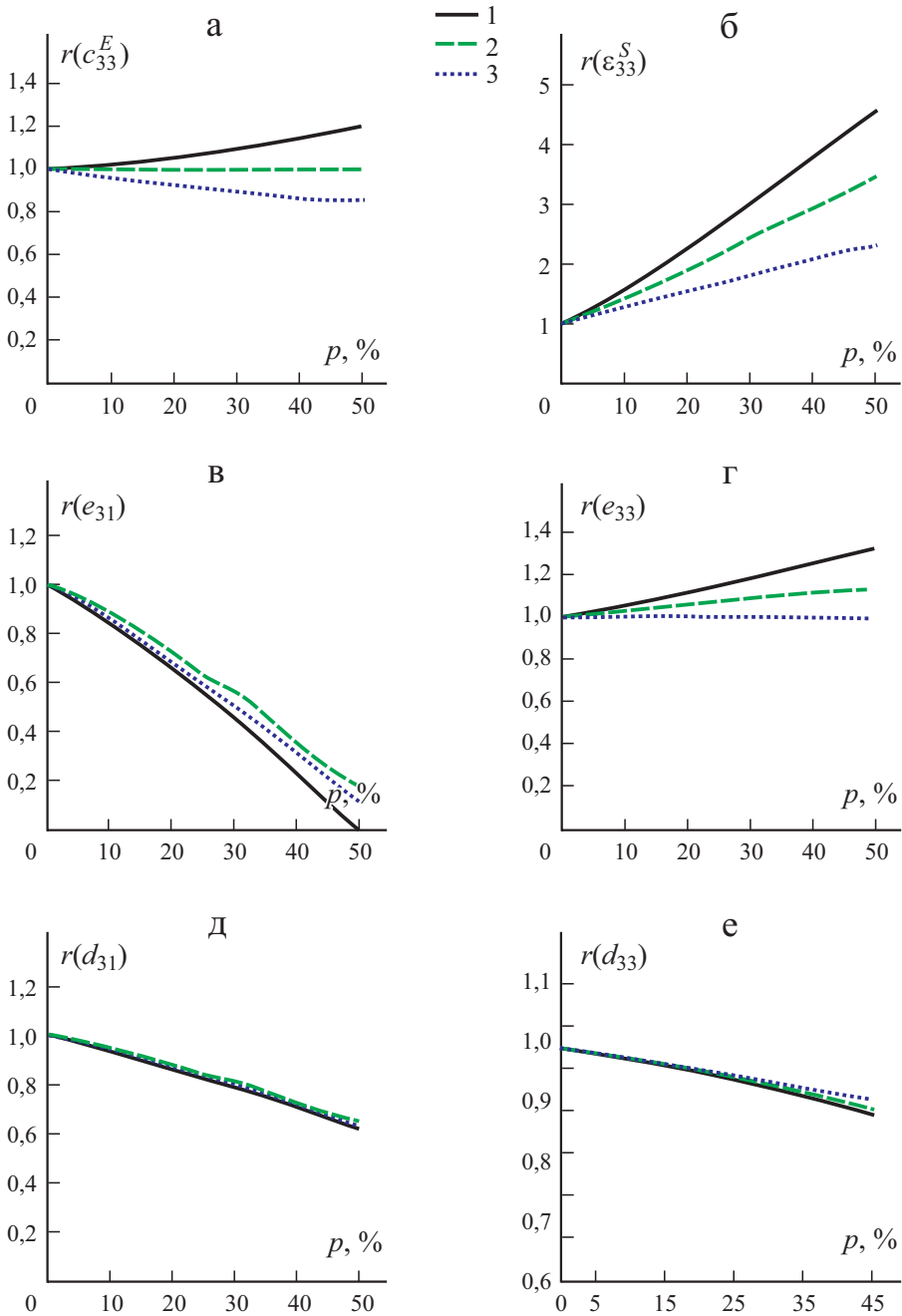


Рис. 2. Зависимость относительных эффективных модулей жесткости $r(c_{33}^E)$ (а) и диэлектрических проницаемостей $r(\epsilon_{33}^S)$ (б), эффективных пьезомодулей $r(e_{31})$ (в) и $r(e_{33})$ (г), эффективных пьезомодулей $r(d_{31})$ (д) и $r(d_{33})$ (е) от процента включений p для микропористых (1) и мезопористых (2 и 3) композитов при $k_d = 2$ и 3 соответственно.

пьезокерамики: $r(c_{\alpha\beta}^E) = c_{\alpha\beta}^{E\text{eff}} / c_{\alpha\beta}^E$, $r(e_{i\beta}) = e_{i\beta}^{\text{eff}} / e_{i\beta}$, $r(\varepsilon_{ii}^S) = \varepsilon_{ii}^{S\text{eff}} / \varepsilon_{ii}^S$, $r(d_{i\beta}) = d_{i\beta}^{\text{eff}} / d_{i\beta}$. Здесь важные для многих применений пьезоэлектрические модули $d_{i\beta}^{\text{eff}}$, $d_{i\beta}$ определяем по формулам $d_{i\beta}^{\text{eff}} = e_{i\alpha}^{\text{eff}} s_{\alpha\beta}^{E\text{eff}}$, $d_{i\beta} = e_{i\alpha} s_{\alpha\beta}^E$, где $s_{\alpha\beta}^{E\text{eff}}$, $s_{\alpha\beta}^E$ — компоненты матриц податливости, обратных к матрицам жесткости $c_{\alpha\beta}^{E\text{eff}}$, $c_{\alpha\beta}^E$ соответственно.

Для анализа принято, что объемная доля пор v_p связана с объемной долей включений v_e формулой $v_p = v_e / 4$, причем поры являются только микроразмерными или только мезоразмерными. Для микроразмерных пор для базовой ячейки представительного объема принимали, что $k_e = 0,8$, а для мезоразмерных пор рассматривали варианты пьезокомпозитов с двумя ($\kappa_d = 2$) и четырьмя ($\kappa_d = 4$) мезоразмерными порами вблизи каждого из включений.

В случае микропористых композитов использовали двухуровневый подход для двухфазного представительного объема. На первом этапе (на микроуровне) вычисляли эффективные свойства пьезоматериала с порами. На втором этапе (на мезоуровне) микропористую керамику считали однородным материалом с эффективными модулями, найденными на первом этапе, и решали задачу гомогенизации для микропористой пьезокерамики с проводящими включениями.

На рис. 2 приведены зависимости относительных значений эффективных модулей от процента включений $p = v_e \cdot 100\%$ для трех типов пористых композитов.

Как видно из рис. 2—*a*, относительный модуль жесткости $r(c_{33}^E)$ для пьезокомпозита с микропористостью незначительно возрастает при увеличении процента включений, но убывает для пьезокомпозита с мезопористостью, причем более сильно — при увеличении количества мезопор. Такое поведение модулей объясняется тем, что при увеличении доли включений v_e увеличивается и пористость ($v_p = v_e / 4$), причем модули жесткости включений лишь почти в два раза превосходят модули пьезокерамики титаната бария, но у пор модули жесткости пренебрежимо малы. Мезопористый композит является менее жестким, чем микропористый, что вполне естественно. При этом с ростом количества мезопор уменьшается площадь контакта включений с керамической матрицей, что дополнительно уменьшает модули жесткости.

Относительные модули жесткости $r(c_{11}^E)$, $r(c_{12}^E)$, $r(c_{13}^E)$, $r(c_{44}^E)$ изменяются почти аналогично относительному модулю $r(c_{33}^E)$. Однако кривая 2 для сдвигового модуля $r(c_{44}^E)$ совсем немного возрастает с ростом величины p .

Относительная диэлектрическая проницаемость $r(\varepsilon_{33}^S)$ сильно возрастает при увеличении p (см. рис. 2—*б*), что очевидно, поскольку металлические включения являются проводящими. Аналогичные зависимости

наблюдали и для диэлектрической проницаемости $r(\varepsilon_{11}^S)$. При этом диэлектрические проницаемости существенно зависят от типа пористости и от количества мезопор.

Из данных рис. 2—в, г видно, что относительные пьезомодули $r(e_{31})$ и $r(e_{33})$ по-разному зависят от процента включений. Относительный поперечный пьезомодуль $r(e_{31})$ очень быстро убывает с ростом p как для микропористых, так и для мезопористых пьезокомпози́тов. Однако продольный пьезомодуль $r(e_{33})$ несколько возрастает у микропористых компози́тов, менее существенно возрастает у мезопористых компози́тов с небольшим количеством мезопор около включений ($\kappa_d = 2$) и почти не изменяется у мезопористых компози́тов с $\kappa_d = 4$. Отметим, что разное поведение поперечных и продольных пьезомодулей в зависимости от процента металлизированных поверхностей пор или металлических включений наблюдали и для пьезокомпози́тов, рассмотренных в [22—25].

Важные для практических приложений пьезомодули $|d_{i\beta}^{\text{eff}}|$ убывают с ростом доли включений (см. рис. 2—д, е) и слабо зависят от типа пористости. При этом пьезомодуль d_{33}^{eff} остается почти постоянным, что важно при использовании рассмотренных пьезокомпози́тов в активных диэлектрических конденсаторах.

Заключение

В работе проведен сравнительный компьютерный анализ двух- и трехкомпонентных пьезокомпози́тов, состоящих из керамики титаната бария, включений из никеля и пор. Разработаны конечно-элементные модели представительного объема, предназначенные для моделирования микропористых пьезокомпози́тов и пьезокомпози́тов с замкнутыми структурами металлических включений и мезопор, сравнимых по размерам с размерами включений.

Установлены зависимости эффективных модулей от процентной доли включений и пористости. Обнаружено, что разный тип пористости может приводить как к росту, так и к убыванию модулей жесткости при увеличении доли включений. Подтвержден ожидаемый существенный рост коэффициентов диэлектрических проницаемостей при увеличении процента включений p , который достаточно сильно зависит от характера пористости. Отмечено разное поведение эффективных пьезомодулей с ростом величины p и их меньшая зависимость от типа пористости.

Естественно, что выявленные зависимости эффективных модулей зависят от доли включений и пор. Поэтому при других соотношениях между долями включений и пор эти зависимости могут качественно меняться.

Результаты могут быть уточнены при использовании более сложных нерегулярных структур пьезокомпозигов и при учете неоднородной поляризации вблизи пор и включений аналогично [20, 23, 30, 31].

Работа выполнена при частичной поддержке гранта Правительства РФ № 075-15-2019-1928.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Du H., Lin X., Zheng H., Qu B., Huang Y., Chu D.* Colossal permittivity in percolative ceramic/metal dielectric composites // *J. Alloys Compd.* — 2016. — Vol. 663. — P. 848—861.
2. *Nan C.-W., Shen Y., Ma J.* Physical properties of composites near percolation // *Annu. Rev. Mater. Res.* — 2010. — Vol. 40, No. 1. — P. 131—151.
3. *Pecharrroman C., Esteban-Betegon F., Bartolome J. F., Lopez-Esteban S., Moya J. S.* New percolative BaTiO₃—Ni composites with a high and frequency-independent dielectric constant ($\epsilon_r \approx 80\ 000$) // *Adv. Mater.* — 2001. — Vol. 13, No. 20. — P. 1541—1544.
4. *Saleem M., Kim I. S., Song J. S., Jeong S. J., Kim M. S., Yoon S.* Synthesis, sintering and dielectric properties of a BaTiO₃—Ni composite // *Ceram. Int.* — 2014. — Vol. 40. — P. 7329—7335.
5. *Sánchez-Jiménez P. E., Pérez-Maqueda L. A., Diáñez M. J., Perejón A., Criado J. M.* Mechanochemical preparation of BaTiO₃—Ni nanocomposites with high dielectric constant // *Compos. Struct.* — 2010. — Vol. 92. — P. 2236—2240.
6. *Tuan W.-H., Huang Y.-C.* High percolative BaTiO₃—Ni nanocomposites // *Mater. Chem. Phys.* — 2009. — V. 118. — P. 187—190.
7. *Valant M., Dakskobler A., Ambrozic M., Kosmac T.* Giant permittivity phenomena in layered BaTiO₃—Ni composites // *J. Eur. Ceram. Soc.* — 2006. — Vol. 26, No. 6. — P. 891—896.
8. *Hsiang H.-I., Yen F.-S., Huang C.-Y.* Effects of porosity on dielectric properties of BaTiO₃ ceramics // *Jpn. J. Appl. Phys.* — 1995. — Vol. 34, No. 4R. — P. 1922—1925.
9. *Lukacs V. A., Stanculescu R., Curecheriu L., Ciomaga C. E., Horchidan N., Cioclea C., Mitoseriu L.* Structural and functional properties of BaTiO₃ porous ceramics produced by using pollen as sacrificial template // *Ceram. Int.* — 2020. — Vol. 46. — P. 523—530.
10. *Lv L., Wang Y., Gan L., Liu Q., Zhou J.-P.* Sintering process effect on the BaTiO₃ ceramic properties with the hydrothermally prepared powders // *J. Mater. Sci. Mater. Electron.* — 2018. — Vol. 29. — P. 14883—14889.
11. *Pavlović V. P., Nikolić M. V., Nolić Z., Branković G., Živković L., Pavlović V. B., Ristić M. M.* Microstructure evolution and electric properties of mechanically activated BaTiO₃ ceramics // *J. Eur. Ceram. Soc.* — 2007. — Vol. 27. — P. 575—579.
12. *Rybyanets A. N., Rybyanets A. A.* Ceramic piezocomposites: Modeling, technology, and characterization // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* — 2011. — Vol. 58. — P. 1757—1773.
13. *Kudimova A. B., Nasedkin A. V.* Analysis of porosity influence on the effective moduli of ceramic matrix PZT composite using the simplified finite element model // *J. Adv. Dielectr.* — 2019. — Vol. 9, No. 6. — 1950043 (9 p.).

14. Кудимова А. Б., Наседкин А. В. Конечно-элементный анализ эффективных свойств корундосодержащей пьезокерамики с разномасштабными порами // Вычислит. механика сплошных сред. — 2020. — Т. 13, № 1. — С. 44—59.
15. Martinez-Ayuso G., Friswell M. I., Adhikari S., Khodaparast H. H., Berger H. Homogenization of porous piezoelectric materials // Int. J. Solids Struct. — 2017. — Vol. 113—114. — P. 218—229.
16. Mawassy N., Reda H., Ganghoffer J.-F., Eremeyev V. A., Lakiss H. A variational approach of homogenization of piezoelectric composites towards piezoelectric and flexoelectric effective media // Int. J. Eng. Sci. — 2021. — Vol. 158. — 103410 (23 p.).
17. Mishra N., Das K. A Mori—Tanaka based micromechanical model for predicting the effective electroelastic properties of orthotropic piezoelectric composites with spherical inclusions // SN Appl. Sci. — 2020. — Vol. 2. — 1206 (14 p.).
18. Rohan E., Lukeš V. Homogenization of the fluid-saturated piezoelectric porous media // Int. J. Solids Struct. — 2018. — Vol. 147. — P. 110—125.
19. Hori M., Nemat-Nasser S. Universal bounds for effective piezoelectric moduli // Mech. Mater. — 1998. — Vol. 30, No. 1. P. 1—19.
20. Nasedkin A. V., Shevtsova M. S. Improved finite element approaches for modeling of porous piezocomposite materials with different connectivity / Ferroelectrics and superconductors: Properties and applications / Ed. I. A. Parinov — N. Y.: Nova Sci. Publ., 2011. — Ch. 7 — P. 231—254.
21. Newnham R. E., Skinner D. P., Cross L. E. Connectivity and piezoelectric-pyroelectric composites // Mater. Res. Bull. — 1978. — Vol. 13. — P. 525—536.
22. Наседкин А. В., Наседкина А. А., Нассар М. Э. Гомогенизация пористых пьезокомпозитов с экстремальными свойствами на границах пор методом эффективных модулей // Изв. РАН. МТТ. — 2020. — № 6. — С. 82—92.
23. Nasedkin A. V., Nassar M. E. Effective properties of a porous inhomogeneously polarized by direction piezoceramic material with full metalized pore boundaries: finite element analysis // J. Adv. Dielectr. — 2020. — Vol. 10, No. 5. — 2050018 (10 p.).
24. Nasedkin A. V., Nasedkina A. A., Nassar M. E., Rybyanets A. N. Effective properties of piezoceramics with metal inclusions: numerical analysis // Ferroelectrics. — 2021. — Vol. 571, No. 1. — P. 263—267.
25. Nasedkin A., Nassar M. E. A numerical study about effects of metal volume fraction on effective properties of porous piezoelectric composite with metalized pore boundaries // Mech. Adv. Mater. Struct. — 2021. — doi: 10.1080/15376494.2021.1928346 (14 p.).
26. Кудимова А. Б., Наседкин А. В. О предельных переходах в пространственных задачах гомогенизации двухкомпонентных диэлектрических композитов с экстремальными модулями одной из фаз // Изв. вузов. Северо-Кавказ. регион. Естествен. науки. — 2021. — № 1. — С. 25—33.
27. Nasedkin A., Nasedkina A., Rybyanets A. Finite element simulation of effective properties of microporous piezoceramic material with metallized pore surfaces // Ferroelectrics. — 2017. — Vol. 508. — P. 100—107.
28. Berlincourt D., Jaffe H. Elastic and piezoelectric coefficients of single-crystal Barium Titanate // Phys. Rev. — 1958. — Vol. 111, No. 1. — P. 143—148.
29. Gao J, Xue D, Liu W, Zhou C, Ren X. Recent progress on BaTiO₃-based piezoelectric ceramics for actuator applications // Actuators. — 2017. — Vol. 6, No. 3. — 24 (10 p.).

30. *Gerasimenko T. E., Kurbatova N. V., Nadolin D. K., Nasedkin A. V., Nasedkina A. A., Oganessian P. A., Skaliukh A. S., Soloviev A. N.* Homogenization of piezoelectric composites with internal structure and inhomogeneous polarization in ACELAN-COMPOS finite element package / *Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials. Advanced Structured Materials. Vol. 109* / Ed. M. A. Sumbatyan — Singapore: Springer, 2019. — Ch. 8. — P. 113—131.

31. *Lewis R. W. C., Dent A. C. E., Stevens R., Bowen C. R.* Microstructural modelling of the polarization and properties of porous ferroelectrics // *Smart Mater. Struct.* — 2011. — Vol. 20. — 085002 (6 p.).

Поступила в редакцию 30.03.2021

Окончательный вариант поступил 02.06.2021

Received March 30, 2021 (June 2, 2021)

М. И. Чебаков, С. А. Данильченко*

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗНОСА СФЕРИЧЕСКОГО ШАРНИРНОГО СОЕДИНЕНИЯ С ТОНКИМ КОМПОЗИТНЫМ ПОКРЫТИЕМ

M. I. Chebakov and S. A. Danilchenko*

WEAR SIMULATION OF A SPHERICAL HINGE JOINT WITH A THIN COMPOSITE COATING

Keywords: hinge joint, composite coating, stress-strain state, wear

A spatial quasi-static contact problem for a spherical hinge joint is considered. On one of the sliding surfaces, a thin polymer composite cover is coated, which contains a matrix based on phenylone C-2, fillers in the form of fine powders of fluoroplastic F4MB, tungsten-molybdenum blue, and a C-52 cylinder oil. To solve the problem, the finite-element method and the ANSYS software package were used. The Archard model was employed as a model for describing the wear process. The stress-strain state of the joint was investigated, and the linear wear of the coating at the initial stage of interaction was determined under the same loading conditions and coating thickness. It was found that, at the initial moment of time, the contact pressure and the equivalent stress in the interaction zone increased, which was associated with the “running-in” stage, when the contact was formed when the die unwinded. With reaching a stable rotation mode and a gradual increase in the area of contact patch, due to wear, these values decreased. The amount of wear at the initial stage changed almost linearly and directly depended on the wear factor. The volumetric wear was obtained for each coating, which allowed us to calculate the rate and intensity of wear.

Ключевые слова: соединение шарнирное, покрытие композитное, состояние напряженно-деформированное, износ

*Автор, с которым следует вести переписку: michebakov@yandex.ru
Corresponding author: michebakov@yandex.ru

Рассмотрена пространственная квазистатическая контактная задача для сферического шарнирного соединения, на одну из поверхностей скольжения которого нанесены тонкие полимерные композитные покрытия с матрицей на основе фенилона С-2 и наполнителями в виде мелкодисперсных порошков фторопласта Ф4МБ и вольфрамомолибденовой сини, а также цилиндрического масла С-52. Для решения поставленной задачи был применен метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS. В качестве модели, описывающей процесс изнашивания, применена модель Арчарда. Исследовано напряженно-деформированное состояние соединения и определен линейный износ рассматриваемых покрытий на начальном этапе взаимодействия при одинаковых условиях нагружения и толщине покрытия. Установлено, что в начальный момент времени значения контактного давления и эквивалентного напряжения в зоне взаимодействия возрастают, что связано с этапом “приработки”, когда происходит формирование области контакта при раскручивании штампа. С выходом на стабильный режим вращения и постепенным увеличением площади пятна контакта вследствие износа данные значения снижаются. Зависимость износа (в основном от коэффициента износа) от времени на начальном этапе имеет линейный характер. Получены значения величины объемного износа для разных покрытий, что позволяет рассчитывать скорость и интенсивность изнашивания.

Введение

Шарнирные соединения широко применяют в различных отраслях — от машиностроения до биомеханики (в том числе при протезировании суставов). Они используются для связывания подвижных относительно друг друга элементов в режиме скольжения. Шарнирные соединения различаются как по форме, так и по материалам изготовления в зависимости от специфики их применения. В машиностроении, как правило, основные элементы соединения изготавливают из стали. Для уменьшения трения между поверхностями скольжения используют либо смазку, либо специальные антифрикционные покрытия из современных материалов. В последнее время в узлах трения широко применяются полимерные композитные материалы [1—3]. Одним из преимуществ таких материалов является то, что их свойства можно варьировать и оптимизировать в широком диапазоне с учетом конкретных технических требований. Перспективным методом создания полимерных композитных материалов с новыми или улучшенными свойствами является введение в полимерную матрицу различных видов наномодифицированных наполнителей и наноразмерных добавок [4—9].

В качестве матрицы для композитов, применяемых в различных узлах трения, в том числе и тяжело нагруженных, широко используется ароматический полиамид фенилон С-2. Его отличительными особенностями являются высокие деформационно-прочностные показатели и повышенная износостойкость. Однако использование этого материала в “чистом” виде в узлах трения неэффективно из-за высокого значения коэффициента трения [10]. Улучшения антифрикционных характеристик можно добиться путем введения специальных наполнителей, например, порошка фторполимера (Ф4МБ) [11, 12] или различных масел [13, 14]. Наполнение полимерной матрицы такими добавками помимо положительного эффекта в виде снижения коэффициента трения дает и отрицательный, который заключается в понижении прочностных свойств композита. Для компенсации данного эффекта в состав композита вводят упрочняющие добавки. При этом основную сложность представляет определение оптимальной комбинации и процентного содержания антифрикционных и упрочняющих наполнителей при создании материала для работы в конкретных трибосопряжениях. Одним из подходов к решению данной проблемы может являться оценка влияния полученных физико-механических характеристик композита на напряженно-деформированное состояние соединения и износ.

В представленной работе рассмотрена пространственная квазистатическая контактная задача для подвижного шарнирного соединения, на одну из поверхностей скольжения которого нанесено тонкое полимерное композитное покрытие с матрицей на основе фенилона С-2. Исследовано влияние различных наполнителей на напряженно-деформированное состояние соединения и износ покрытия при одинаковых условиях нагружения и толщине покрытия.

Постановка задачи

В сферической системе координат $O_1 r \varphi \theta$ рассмотрим контактное взаимодействие неоднородного упругого основания и жесткого штампа, вращающегося с постоянной угловой скоростью ω (об/с). Геометрия основания представляет собой сферический слой $\{R_{in} \leq r \leq R_{out}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$, на внутреннюю поверхность которого $S_{in} = \{r = R_{in}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ нанесено покрытие из композитного материала толщиной h . Покрытие моделируется однородным упругим слоем с эффективными характеристиками, полученными экспериментально [15]. Штамп задан в виде полушара с геометрией $\{r = R_s; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$, $R_s = (R_{in} - h) - \Delta$ ($\Delta > 0$ – малая величина). Горизонтальная ось штампа параллельна оси основания и проходит через точку O_2 , вертикальные оси совпадают. Таким образом, первоначально поверхности соприкаса-

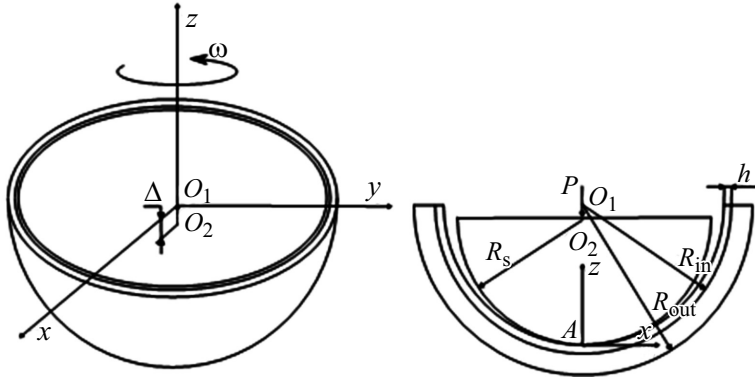


Рис. 1. Схема задачи.

ются в точке $A = (r = R; \theta = 0)$, где $R = R_{in} - h$. Подробно схема задачи представлена на рис. 1.

Внешняя поверхность основания $S_{out} = \{r = R_{out}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ жестко закреплена, торцевая поверхность $S_{endf} = \{R \leq r \leq R_{out}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \theta = \pi/2\}$ и поверхность $r = R$ вне штампа свободны от напряжений. Штмп вдавливается в основание нормальным усилием P . Между взаимодействующими поверхностями задано кулоновское трение с коэффициентом k .

В результате приходим к следующей системе дифференциальных уравнений [16—18] (индекс $i=1$ относится к покрытию, индекс $i=2$ — к основанию):

$$(\lambda_i + 2\mu_i)r \sin \theta \frac{\partial \Psi^i}{\partial r} - 2\mu_i \left[\frac{\partial \omega_\theta^i}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \theta} (\omega_\varphi^i \sin \theta) \right] = 0,$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \Psi^i}{\partial \varphi} - 2\mu_i \left[\frac{\partial \omega_r^i}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\theta^i) \right] = 0,$$

$$(\lambda_i + 2\mu_i) \sin \theta \frac{\partial \Psi^i}{\partial \theta} - 2\mu_i \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\varphi^i \sin \theta) - \frac{\partial \omega_r^i}{\partial \varphi} \right] = 0,$$

где $\Psi^i = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r^i) + \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta^i \sin \theta) + \frac{\partial u_\varphi^i}{\partial \varphi} \right]$ — объемное рас-

ширение; λ_i, μ_i — коэффициенты Ламе; $\lambda_1 = \frac{E_1^{\text{eff}} \nu_1^{\text{eff}}}{(1 + \nu_1^{\text{eff}})(1 - 2\nu_1^{\text{eff}})}$,
 $\mu_1 = \frac{E_1^{\text{eff}}}{2(1 + \nu_1^{\text{eff}})}$, $E_1^{\text{eff}}, \nu_1^{\text{eff}}$ — эффективные модули покрытия;

$$\omega_r^i = \frac{1}{2r \sin \theta} \left[\frac{\partial u_\theta^i}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\varphi^i \sin \theta) \right],$$

$$\omega_\varphi^i = \frac{1}{2r} \left[\frac{\partial u_r^i}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r u_\theta^i) \right],$$

$$\omega_\theta^i = \frac{1}{2r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial r} (r u_\varphi^i \sin \theta) - \frac{\partial u_r^i}{\partial \varphi} \right] —$$

компоненты вращения; $u_r = u_r(r, \theta), u_\varphi = u_\varphi(r, \theta), u_\theta = u_\theta(r, \theta)$ — перемещения в направлении координат r, φ, θ соответственно.

Определяющие соотношения для нормальных и касательных напряжений в области контакта запишем как

$$\sigma_r^i = \lambda_i \Psi^i + 2\mu_i \frac{\partial u_r^i}{\partial r},$$

$$\tau_{r\theta}^i = \mu_i \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta^i}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r^i}{\partial \theta} \right).$$

Будем рассматривать задачу в подвижной системе координат $Or\varphi^* \theta$, где $\varphi^* = \varphi + \omega t$.

Граничные и начальные условия имеют вид

$$u_r^2 = u_\varphi^2 = u_\theta^2 = 0, \quad \{r = R_{\text{out}}; 0 \leq \theta \leq \pi / 2\},$$

$$u_r^1 = u_r^2, u_\varphi^1 = u_\varphi^2, u_\theta^1 = u_\theta^2, \quad \{r = R_{\text{in}}; 0 \leq \theta \leq \pi / 2\},$$

$$\sigma_r^1 = \sigma_r^2, \tau_{r\varphi}^1 = \tau_{r\varphi}^2, \tau_{r\theta}^1 = \tau_{r\theta}^2, \quad \{r = R_{\text{in}}; 0 \leq \theta \leq \pi / 2\},$$

$$\tau = kq, \quad \{r = R; 0 \leq \theta \leq \gamma\},$$

$$\sigma_r^1 = \tau_{r\theta}^1 = 0, \quad \{r = R; \theta > \gamma\},$$

$$u_r^1(r, \theta) = \delta \cos \theta - (R - R_s)(1 - \cos \theta) + W(r, \theta, t), \{r = R; 0 \leq \theta \leq \gamma(t)\},$$

где $\{r = R, 0 \leq \theta \leq \gamma\}$ — область контакта; $\tau(R, \theta, t) = \tau_{r\theta}^1(R, \theta, t)$, $q(R, \theta, t) = \sigma_r^1(R, \theta, t)$ — касательные и нормальные напряжения в области контакта; δ — величина внедрения штампа, определяется из соотношения

$$P = 2\pi R \int_0^\gamma \sigma_r(R, \theta) \cos \theta \sin \theta d\theta;$$

$W(R, \theta, t)$ — величина износа покрытия, рассчитываемая как

$$W(R, \theta, t) = \frac{K}{H} V q(R, \theta, t), \quad (1)$$

K — коэффициент износа покрытия; H — твердость покрытия, V — относительная скорость скольжения.

Исследование включает в себя решение упругой контактной задачи об износе трущихся поверхностей. Поскольку штамп задан в виде жесткого тела, предполагаем, что интенсивность его изнашивания равна нулю. Таким образом, вычисляем износ только основания. Для определения величины износа применяли модель Арчарда (Archard' model of wear) [19, 20].

В качестве инструментариев для расчетов применяли метод конечных элементов и программный комплекс ANSYS [21, 22]. Поставленная задача была реализована в виде специального кода, написанного на языке APDL, позволяющем представить геометрические и физико-механические характеристики модели, а также приложенные нагрузки в виде входных параметров. При создании конечно-элементной сетки применяли 20-узловые упругие элементы SOLID186. Для моделирования контактного взаимодействия между основанием и штампом поверхности $\{r = R_{in}; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ и $\{r = R_s; 0 \leq \varphi \leq 2\pi; 0 \leq \theta \leq \pi/2\}$ покрывали контактными парами, определяемыми элементами CONTA174 и TARGE170. Ответные элементы TARGE170 задавались как недеформируемая поверхность, соответствующая форме штампа. При решении задачи задавали интервал выбора количества подшагов, предельно допустимое количество итераций на подшаге и установили параметры, дающие возможность решателю автоматически определять и подстраивать оптимальный шаг по времени при расчетах.

С помощью полученной модели можно выполнять вычислительные эксперименты при разных значениях упомянутых параметров.

Результаты расчетов

При проведении расчетов задавали следующие геометрические параметры: внутренний радиус полусферы $R_{in} = 20$ мм, внешний радиус полусферы $R_{out} = 25$ мм, толщина покрытия на внутренней поверхности полусферы $h = 1$ мм, радиус штампа $R_s = 18,5$ мм. В качестве материала основания использовали сталь с модулем упругости $E_2 = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициентом Пуассона $\nu_2 = 0,28$. Покрытие представляло собой композитный материал с матрицей на основе фенилона С-2 с добавлением 10% политетрафторэтилена Ф4МБ и разных наполнителей, а именно: наноразмерных частиц нестехиометрических соединений 3% по массе молибдена и вольфрама и 7% по массе высокоэффективного цилиндрического масла С-52. Физико-механические и трибологические параметры данных композитов приведены в табл. 1 [13].

В случае конечно-элементного моделирования к штампу прикладывали нагрузку $P = 1000$ Н (угловая скорость вращения $\omega = 1, 3$ и 5 об/с, общее время вращения $t = 10$ с).

На рис. 2 приведены графики изменения контактного давления q и эквивалентного напряжения σ_{eqv} в точке A при $\omega = 3$ об/с. Цифры 1, 2, 3 на графиках соответствуют номерам материалов из табл. 1. Величину σ_{eqv} вычисляли по формуле

$$\sigma_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\varphi)^2 + (\sigma_\varphi - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 6(\tau_{r\varphi}^2 + \tau_{\varphi\theta}^2 + \tau_{r\theta}^2)}.$$

Табл. 1

Физико-механические и трибологические параметры рассматриваемых композитов

Параметр	Материал		
	1	2	3
	Фенилон С-2 + 10% Ф4МБ	Фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь	Фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь + 7% цилиндрическое масло С-52
E_1^{eff} , ГПа	5,116	5,61	4,408
H , ГПа	0,349	0,382	0,289
ν_1^{eff}	0,3	0,28	0,35
k	0,25	0,2	0,15
K , мм ³ /(Н·м)	$5,06 \cdot 10^{-6}$	$1,39 \cdot 10^{-5}$	$0,49 \cdot 10^{-6}$

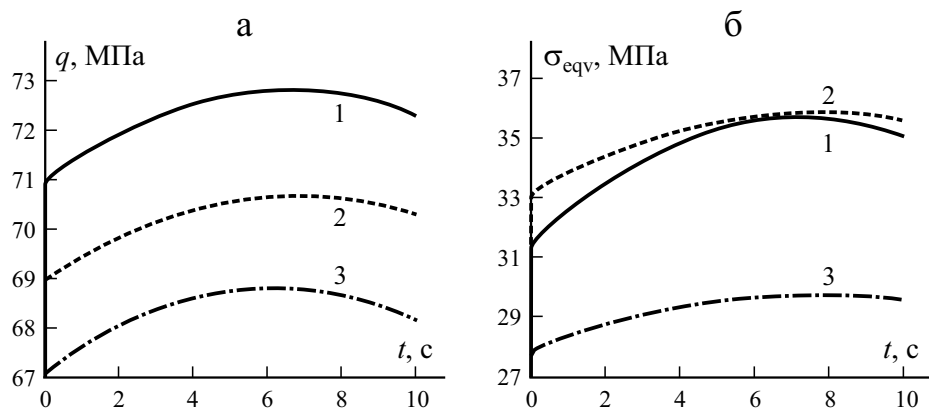


Рис. 2. Изменение контактного давления q (а) и эквивалентного напряжения σ_{eqv} (б) покрытий в точке A .

Для всех покрытий наблюдается рост значений контактного давления и эквивалентного напряжения в начальный момент времени, что связано с этапом “приработки”, когда происходит формирование области контакта и раскручивание штампа. Далее после выхода на стабильный режим вращения и постепенного увеличения площади пятна контакта вследствие износа эти значения снижаются. Пиковые значения наблюдаются в интервале 6—8 с. Из результатов расчетов следует, что для покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ показатели контактного давления оказались наибольшими. Такой результат может быть обусловлен тем, что у данного покрытия самый высокий коэффициент трения, однако коэффициент износа ниже, чем у покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь. В совокупности это приводит к меньшей площади пятна контакта при одинаковой нагрузке. Наименьшие значения контактного давления достигаются при использовании покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь + 7% цилиндрическое масло С-52, что связано с его низкими прочностными характеристиками. Что касается эквивалентных напряжений, то наблюдается несколько иная картина. У покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ + 3% вольфрамо-молибденовая синь значение σ_{eqv} оказалось выше, чем из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ в среднем на 2—4%, при этом пиковые значения практически совпадают (см. рис. 2).

На рис. 3 приведены графики изменения упругой деформации ε_r^1 и максимального перемещения штампа за счет износа $\delta_{W \text{ max}}$ в точке A для

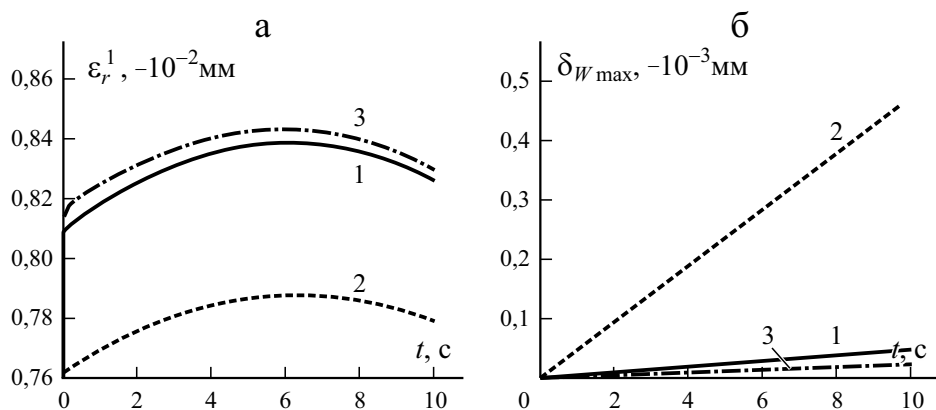


Рис. 3. Изменение упругой деформации ε_r^1 (а) и максимального перемещения $\delta_{W \max}$ штампа за счет износа в точке А (б).

исследуемых покрытий. Полученные значения упругих деформаций для представленных покрытий показали обратную зависимость от модуля упругости и твердости, что вполне ожидаемо. Величина $\delta_{W \max}$ на начальном этапе изменяется практически линейно и напрямую зависит от коэффициента износа, о чем свидетельствует график на рис. 3—б. Далее был рассчитан объемный износ V_W : для материала 1 — $1,547 \cdot 10^{-3}$, для материала 2 — $15,51 \cdot 10^{-3}$, для материала 3 — $0,736 \cdot 10^{-3}$ мм³.

На основе полученных значений могут быть рассчитаны скорость и интенсивность изнашивания для каждого покрытия на начальном этапе взаимодействия. Скорость изнашивания v_W определяется как отношение величины объемного износа V_W к интервалу времени Δt , за который он наработан. Интенсивность изнашивания равна отношению величины объемного износа к величине работы силы трения.

Для оценки зависимости износа от скорости вращения были проведены соответствующие расчеты. В табл. 2 приведены значения максимального

Табл. 2

Значения линейного и объемного износа для покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ при разных скоростях вращения штампа

ω , об/с	$\delta_{l \max} \cdot 10^{-4}$, мм	$V_W \cdot 10^{-3}$, мм ³
1	0,161	0,516
3	0,434	1,547
5	0,803	2,575

линейного и объемного износа для покрытия из композита фенилон С-2 + 10% Ф4МБ при разной скорости вращения штампа. Данные таблицы демонстрируют прямо пропорциональный характер зависимости величины объемного износа от скорости вращения, что соответствует расчетной формуле (1). При этом значения максимального линейного износа возрастают непропорционально скорости.

Заключение

Проведенные численные расчеты дают возможность оценить напряженно-деформированное состояние и процесс изнашивания полимерных композитных покрытий, нанесенных на поверхность скольжения шарнирного соединения на начальном этапе вращения штампа. Полученные графики изменения контактного давления, эквивалентных напряжений, упругих деформаций и линейного износа для различных составов покрытий позволяют сделать вывод о влиянии мелкодисперсных наполнителей на данные величины. Установлено, что введение в состав композита 7% цилиндрического масла С-52 приводит к значительному снижению как линейного, так и объемного износа, что в первую очередь связано с низким коэффициентом трения данного композита. Вычисленный объемный износ позволяет рассчитать скорость и интенсивность изнашивания на начальном этапе взаимодействия.

Работа выполнена при финансовой поддержке Южного федерального университета, внутренний грант № ВнГр-07/2020-04-ИМ (Министерство науки и высшего образования Российской Федерации).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Burriss D. L., Boesl B., Bourne G. R., Sawyer W. G.* Polymeric nanocomposites for tribological applications // *Macromol. Mater. Eng.* — 2007. — Vol. 292, Iss. 4. — P. 387—402.
2. *Friedrich K., Chang L., Hauptert F.* Current and future applications of polymer composites in the field of tribology / *Nicolais, L., Meo, M., Milella, E. (Eds.)* — *Composite Materials.* — London: Springer, 2011. — P. 129—167.
3. *Машков Ю. К.* Полимерные композитные материалы в триботехнике / Ю. К. Машков, З. Н. Овчар, М. Ю. Байбарацкая. — М.: Недра, 2004. — 262 с.
4. *Danilaev M. P., Bogoslov E. A., Kuklin V. A., Klabukov M. A., Khamidullin O. L., Pol'sky Yu. E., Mikhailov S. A.* Structure and mechanical properties of a dispersedly filled transparent polycarbonate // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 1. — P. 53—62.

5. *Friedrich K., Zhang Z., Schlarb A. K.* Effects of various fillers on the sliding wear of polymer composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2005. — Vol. 65. — P. 2329—2343.
6. *Su F. H., Zhang Z. Z., Liu W. M.* Mechanical and tribological properties of carbon fabric composites filled with several nano-particulates // *Wear.* — 2006. — Vol. 260. — P. 861—868.
7. *Ivanochkin, P. G., Danilchenko S. A., Novikov E. S.* Antifriction composites based on phenylone C2 for work under conditions of dry friction // *Procedia Eng.* — 2016. — Vol. 150. — P. 520—526.
8. *Semenov N. A., Kelbysheva E. S.* Creating a new elastomeric material with a polyimide filler and studying its viscoelastic properties under applied external electric fields and dynamic loads // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 56, No. 6. — P. 1189—1198.
9. *Yildizel S. A., Timur O., Ozturk A. U.* Abrasion resistance and mechanical properties of waste-glass-fiber-reinforced roller-compacted concrete // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 2. — P. 371—378.
10. *Буря А. И.* Полиамидные композиты: свойства и применение / А. И. Буря, Э. В. Ткаченко, О. П. Чигвинцева // *Композитные материалы: междунар. науч.-техн. сб.* — Днепропетровск: ДГАУ, 2009. — № 1. — С. 4—21.
11. *Khedkar J., Negulescu I., Meletis E. I.* Sliding wear behavior of PTFE composites // *Wear.* — 2002. — Vol. 252. P. 361—369.
12. *Larsen T. O., Andersen T. L., Throning B., Horsewell A., Vigild M. E.* Changes in the tribological behavior of an epoxy resin by incorporating CuO nanoparticles and PTFE microparticles // *Wear.* — 2008. — Vol. 265, Iss. 1—2. — P. 203—213
13. *Ivanochkin P. G., Dolgopолоv K. N., Danilchenko S. A.* Creation of oil-filled composites of tribotechnical purpose based on aromatic polyamide phenylone C-2 // *Solid State Phenomena.* — 2018. — Vol. 284. — P. 14—19.
14. *Nikiforov L. A., Efimova T. E., Okhlopkova T. A.* Oil filled polymer composites based on ultrahigh-molecular-weight polyethylene // *IOP Conf. Ser. Earth and Environmental Sci.* — 2019. — Vol. 320. — P. 012060.
15. *Karpenko K. I., Novikov E. S., Danilchenko S. A., Avilov V. V.* The study of the tribological, thermal and physical properties of phenylone C-2 based composites containing nonstoichiometric molybdenum and tungsten oxides // *MATEC Web of Conf.* — 2018. — Vol. 226. — P. 03016.
16. *Рекач В. Г.* Руководство к решению задач по теории упругости. — М.: Высшая школа, 1966. — 229 с.
17. *Kolosova E. M., Chebakov M. I.* The contact problem for a two-layer spherical base // *J. Appl. Math. Mech.* — 2010. — Vol. 74, Iss. 6. — P. 673—678.
18. *Чебаков М. И.* К теории расчета сферического самосмазывающегося подшипника // *Изв. РАН. Механика твердого тела.* — 1992. — №5. — С. 58—63.
19. *Stankovic M., Marinkovic A., Grbovic A., Miskovic Z., Rosic B., Mitrovic R.* Determination of Archard's wear coefficient and wear simulation of sliding bearings // *Industrial Lubrication and Tribology.* — 2019. — Vol. 71, No. 1. — P. 119—125.
20. *Archard J. F.* Contact and rubbing of flat surfaces // *J. Appl. Phys.* — 1958. — Vol. 24.1. — P. 12—28.

21. *Madenci E., Guven I.* The finite element method and applications in engineering using ANSYS. — N. Y., USA: Springer, 2006. — 695 p.

22. URL: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v190/ans_ctec/ctec_includwear.html

Поступила в редакцию 15.02.2021

Окончательный вариант поступил 03.06.2021

Received Feb. 15, 2021 (June 3, 2021)

*Я. Ц. Ли, Д. Х. Чжан**

*Mechanical and Electrical Engineering Institute, Zhengzhou University of Light Industry,
Zhengzhou 450002, China*

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ВОЛОКНИСТО-АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТАХ С УЧЕТОМ ТЕРМИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ ОТВЕРЖДЕНИЯ¹

*Y. Q. Li and D. H. Zhang**

LOCAL STRESS DISTRIBUTIONS IN FIBER-REINFORCED COMPOSITES WITH CONSIDERATION OF THERMAL STRESSES DURING THE CURING PROCESS

Keywords: Repeating unit cells, composites, local stresses, curing process

Due to the mismatch of thermal expansion coefficients and effective moduli between fiber and matrix materials, local stress concentrations arise in composites during the curing process from the high preparation temperature to room temperature. To evaluate the effect of thermal residual stresses on local stress distributions in composites, a high-precision microscale model is established in this paper. The numerical results obtained indicated that the thermal residual stresses cannot give rise to plastic strains in the matrix.

Ключевые слова: ячейки повторяющиеся элементарные, композиты, напряжения локальные, процесс отверждения

В силу различия коэффициентов термического расширения и эффективных модулей упругости материалов волокна и матрицы в композитах в ходе отверждения от высокой температуры изготовления до комнатной возникают концентрации локальных напряжений. Для оценки влияния остаточных термических напряжений на распределение локальных напряжений в композитах разработали высокоточную микромасштабную модель. Полученные

*Автор, с которым следует вести переписку: zhangdehai0318@163.com
Corresponding author: zhangdehai0318@163.com

¹Перевод с англ.

численные результаты показали, что остаточные термические напряжения не вызывают пластические деформации в матрице.

Введение

В настоящее время композиты, армированные непрерывными волокнами, используют в аэрокосмической промышленности, они привлекают все большее внимание исследователей и инженеров [1—3]. Однако в силу присущих им комплексных свойств необходимы обширные экспериментальные исследования для определения механических характеристик, включая модули упругости и зависимости между напряжением и деформацией. Для экономии времени и труда для исследователей крайне важно разработать эффективную микромасштабную модель таких композитов с полным учетом их микроскопических свойств [4—6].

Механические свойства и поведение композитных материалов при разрушении определяются их микроструктурными различиями, включая межфазные свойства [7, 8], распределение волокон [9, 10] и т. д. Методы традиционной макроскопической механики не могут выявить микромасштабные характеристики разрушения таких материалов. Для этого необходим метод микромасштабного моделирования. Для предсказания модуля упругости композитов, армированных непрерывными волокнами и частицами, предложены некоторые теории микромеханики, например, эквивалентная теория включения Эшелби [11, 12], обобщенная самосогласованная модель [13, 14]. В [15] для расчета анизотропных упругих постоянных в теории Эшелби применили эквивалентную механическую модель грунтового основания со сваями. В [16], используя обобщенную теорию упругости с первым градиентом деформации, получили аналитическое решение для задачи эллипсоидального включения Эшелби. В [17] с помощью асимптотической обобщенной самосогласованной схемы изучали эффективные линейные несостаренные вязкоупругие свойства пористых сред. В [18] на основе обобщенной самосогласованной модели разработали эффективную модель для исследования магнитоэлектроупругого поведения многослойных нанокompозитов. В [19] при решении проблемы антиплоского включения использовали метод Мори—Танака и обобщенный самосогласованный метод и сравнили полученные результаты с конечно-элементными в рамках упрощенной теории упругости с первым градиентом деформации. Установили, что оба метода чувствительны к размеру включения, но их количественный прогноз значительно различался при большом объемном содержании мелких включений. В [20] использовали метод конечных элементов для изучения влияния процентного содержания банановых волокон на свойства эпоксидных композитов.

Выбранную повторяющуюся элементарную ячейку (ПЭЯ) сначала дискретизируют на прямоугольные элементарные подъячейки. Кроме того,

для построения метода моделирования на микромасштабах, названного обобщенным методом ячеек [21, 22], используют условия непрерывности между смежными подъячейками. Предложенную микроскопическую модель применяли при исследовании упругих постоянных, напряженно-деформированного поведения и межфазных свойств композитов. В [23] исследовали влияние остаточных термических напряжений на макроскопические диаграммы деформирования и установили, что влияние остаточных напряжений сильнее у композитов с армирующими волокнами, ориентированными под углом 15, 30, 45 и 60°. Однако деформационное поведение становится более податливым, если учесть остаточное термическое напряжение композита с армирующими волокнами, ориентированными под углом 90°. Установили, что обобщенный метод ячеек не обеспечивает желаемую точность при вычислении полей локальных напряжений в ПЭЯ [24—26]. Для повышения точности вычислений в [27] при формировании уравнения состояния для поля перемещений использовали разложение высокого порядка и назвали новым микроскопическим методом обобщенной ячейки высокой точности (*high-fidelity generalized method of cell*) (МОЯВТ). В последние годы МОЯВТ распространили для решения нелинейных механических соотношений композитов с произвольной геометрией ячеек [28, 29] и многополевых связанных задач [30]. Комбинируя этот метод с функцией предварительной обработки в программном обеспечении ANSYS/LS-DYNA, в [31] представили схему многомасштабного моделирования и успешно предсказали развитие повреждения в слоистых композитах и выявили механизмы разрушения от микро- до макроскопического. Позднее представили комбинированную термомеханическую модель для исследования одноосного и двухосного разрушения волокнисто-армированных композитов с учетом термоциклических нагрузок. Также для изучения их микроскопического разрушения в [32] изучили распределение локальных напряжений в ПЭЯ. Для повышения эффективности вычислений в [33] уменьшили размерность нерешенной матрицы, используя схему понижения порядка ортогонального разложения Галеркина—Петрова. Многие исследователи отмечают, что остаточные термические напряжения, возникающие при отверждении композитов, играют важную роль в формировании их механических свойств. Однако лишь в нескольких исследованиях рассматривали влияние распределения остаточных термических напряжений в композитах на напряжения в подъячейках.

В настоящей работе изучали влияние остаточных термических напряжений на распределение локальных напряжений в ПЭЯ. Предположили, что непрерывные волокна периодически распределены в композитах, что облегчило выбор типичной ПЭЯ, а затем для расчета с высокой точностью остаточных термических напряжений в композитах использовали МОЯВТ.

1. Подход микроскопического моделирования

1.1. Представительная единица объема. По двумерным изображениям поверхности, полученным с помощью сканирующего электронного микроскопа, установили, что армирующие волокна всегда аperiодически распределены в матрице. Согласно статистическому правилу для определения эффективных свойств композитов можно выбрать типичную область, но этот метод микроскопического моделирования очень трудоемок. Для упрощения процедуры моделирования и повышения эффективности вычислений предположили, что волокна распределены периодически; их назвали повторяющимися элементарными ячейками (ПЭЯ) [34, 35]. ПЭЯ играют важную роль в методе микроскопического моделирования, доказавшем свою эффективность в комбинации с теорией гомогенизации при определении эффективных свойств композитов [36, 37]. Сначала ПЭЯ дискретизируют на $N_\beta \times N_\gamma$ подъячеек, где параметры β и γ — количество подъячеек в направлениях y_2 и y_3 соответственно [32].

1.2. Микроскопическое моделирование с учетом термических напряжений. В исходном методе обобщенной ячейки точность расчета локальных напряжений в подъячейках невысока. Для повышения точности перемещения подъячеек в дальнейшем преобразовали в компоненты перемещений высокого порядка $\tilde{u}_i^{(\beta,\gamma)}$ ($i = 1, 2, 3$), которые можно записать как функции средних макроскопических деформаций и перемещений подъячеек $W_{i(jk)}^{(\beta,\gamma)}$ [38]:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_i^{(\beta,\gamma)} = & \bar{\varepsilon}_{ij} x_j + W_{i(00)}^{(\beta,\gamma)} + y_2^{(\beta)} W_{i(10)}^{(\beta,\gamma)} + y_3^{(\gamma)} W_{i(01)}^{(\beta,\gamma)} + \\ & + \frac{1}{2} (3y_2^{(\beta)2} - \frac{h_\beta^2}{4}) W_{i(20)}^{(\beta,\gamma)} + \frac{1}{2} (3y_3^{(\gamma)2} - \frac{l_\gamma^2}{4}) W_{i(02)}^{(\beta,\gamma)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\bar{\varepsilon}_{ij}$ и $y_i^{(*)}$ ($i = 2, 3$) — средние макроскопические деформации и соответствующая система координат; h_β и l_γ — размеры подъячейки в плоскости y_2 — y_3 .

Согласно соотношению между перемещениями и деформациями средние деформации $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(\beta\gamma)}$ в каждой подъячейке можно вычислить путем дифференцирования компонентов перемещений подъячеек $\tilde{u}_i^{(\beta,\gamma)}$ в системе координат y_2 y_3 , учитывая средние деформации подъячеек $\bar{\varepsilon}_{ij}^{(\beta\gamma)}$ как функции средних макроскопических деформаций $\bar{\varepsilon}_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3$) и перемещений $W_{i(jk)}^{(\beta,\gamma)}$ подъячеек.

Для упрощения расчета и повышения его эффективности используют средние поверхностные напряжения $t_i^{(\beta,\gamma)}$ подъячеек, которые можно выразить как функции напряжений $\sigma_{ij}^{(\beta,\gamma)}$ в подъячейках [34]

$$t_i^{(\beta,\gamma)} = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sigma_{ij}^{(\beta,\gamma)} n_j^{(\beta,\gamma)} dL, \quad (2)$$

где L — размер подъячейки.

В схеме моделирования МОЯВТ средние поверхностные перемещения и средние поверхностные напряжения определены в каждой подъячейке. Тщательно соблюдая соотношение непрерывности подъячеек, можно легко гарантировать непрерывность перемещений подъячеек. Например, среднее перемещение $\bar{u}_{iR}^{(\beta,\gamma)}$ на правой поверхности подъячейки (β,γ) равно перемещению $\bar{u}_{iL}^{(\beta+1,\gamma)}$ на левой поверхности смежной подъячейки. Соблюдая непрерывность напряжений и перемещений смежных подъячеек, а также учтя эти новые параметры в уравнении состояния, среднее напряжение $\sigma_{ij}^{(\beta,\gamma)}$ подъячейки запишем как функцию матрицы жесткости $C^{(\beta,\gamma)}$ подъячейки

$$\bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)} = C^{(\beta,\gamma)} (A^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}) + \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T, \quad (3)$$

где $A^{(\beta,\gamma)}$ содержит размер подъячейки; $\bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}$ и $\Gamma_1^{(\beta,\gamma)}$ — пластические деформации подъячейки и коэффициенты термического расширения соответственно; ΔT — разность между температурой отверждения и комнатной; матрица жесткости подъячейки $C^{(\beta,\gamma)}$ и параметр $A^{(\beta,\gamma)}$ — известные величины. Коэффициенты термического расширения $\Gamma_1^{(\beta,\gamma)}$, связанные с составляющими композита, можно легко определить, если известно изменение температуры окружающей среды. Пластические деформации $\bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}$ подъячеек связаны со свойствами материала и могут быть определены многоступенчатым итерационным методом с учетом пластического уравнения состояния. На каждом подшаге компоненты пластической деформации определяют с использованием деформации на предыдущем шаге. Для определения с высокой точностью остаточных термических напряжений в подъячейке сначала применим к уравнению (3) теорию гомогенизации. Среднее напряжение $\bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)}$ подъячейки выразим следующим образом:

$$\bar{\sigma}^{(\beta,\gamma)} = \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma C^{(\beta,\gamma)} (A^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}) + \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T. \quad (4)$$

В ходе отверждения $\bar{\sigma}_{ij} = 0$, поскольку деформации композита не стеснены. Однако напряжения в подъячейках отличны от нуля в силу разных коэффициентов термического расширения материалов волокна и матрицы. Поэтому уравнение (4) принимает вид

$$0 = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma C^{(\beta,\gamma)} (A^{(\beta,\gamma)} \bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}^{I(\beta,\gamma)}) + \sum_{\beta=1}^{N_\beta} \sum_{\gamma=1}^{N_\gamma} h_\beta l_\gamma \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T. \quad (5)$$

При отверждении макроскопическая деформация обусловлена только изменением температуры и может быть выражена как

$$\bar{\varepsilon} = -\mathbf{A}^{-1} \left(\frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} C^{(\beta,\gamma)} \bar{\varepsilon}^{I(\beta,\gamma)} + \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} \Gamma_1^{(\beta,\gamma)} \Delta T \right), \quad (6)$$

где

$$\mathbf{A} = \frac{1}{hl} \sum_{\beta=1}^{N_{\beta}} \sum_{\gamma=1}^{N_{\gamma}} h_{\beta} l_{\gamma} C^{(\beta,\gamma)} A^{(\beta,\gamma)}. \quad (7)$$

Подставив уравнение (6) в (4), легко определим остаточные термические напряжения подъячейки $\bar{\sigma}^{T(\beta,\gamma)}$.

2. Подтверждение эффективности

2.1. Свойства составляющих материалов. Для проверки эффективности МОЯВТ для предсказания локальных напряжений в композитах, обусловленных изменением температуры в ходе отверждения, в качестве примера рассмотрим композит AS4/3501-6. Продольные и поперечные модули упругости E_{11} и E_{22} , модули сдвига G_{12} и G_{23} , коэффициент Пуассона ν_{12} и коэффициенты термического расширения α_{11} и α_{22} следующие [39]: углеволокно AS4 — $E_{11} = 225$ ГПа, $E_{22} = 15$ ГПа, $G_{12} = 15$ ГПа, $G_{23} = 7$ ГПа, $\nu_{12} = 0,2$, $\alpha_{11} = -0,5 \cdot 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$, $\alpha_{22} = 15 \cdot 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$; смола 3501-6 — $E_{11} = E_{22} = 4,2$ ГПа, $G_{12} = G_{23} = 1,576$ ГПа, $\nu_{12} = 0,34$ и $\alpha_{11} = \alpha_{22} = 45 \cdot 10^{-6} / ^{\circ}\text{C}$.

Углеродные волокна AS4 — линейно-упругие, а полимерная смола 3501-6 — нелинейно-упругая с пределом текучести 168,5 МПа. Температура отверждения 177°C.

2.2. Исследование сходимости. Для более точного определения локальных напряжений и модуля упругости необходимы достаточно дискретизированные подъячейки. Однако большое количество подъячеек снижает эффективность вычислений. Поэтому провели исследование сходимости. В таблице приведены результаты, полученные при объемном

Сравнение численных и экспериментальных результатов [39]

Количество подъячеек	E_{11} , ГПа	E_{22} , ГПа	ν_{12}	ν_{23}	α_{11} , $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$	α_{22} , $10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
3 × 3	136,7	9,76	0,25	0,30	0,14	31,03
14 × 14	136,7	9,43	0,25	0,32	0,12	31,55
26 × 26	136,7	9,42	0,25	0,33	0,12	31,57
40 × 40	136,7	9,41	0,25	0,33	0,12	31,58
Эксперимент	126	11	0,28	0,4	-1	26

содержании волокон 60% и разным количестве подъячеек. Численные результаты МОЯВТ показали, что форма поперечного сечения волокон слабо влияет на продольный модуль упругости E_{11} и коэффициент Пуассона ν_{12} , но существенно — на поперечный модуль упругости E_{22} и коэффициент Пуассона ν_{23} . Дискретизация на 14×14 и 26×26 подъячеек продемонстрировала высокую точность вычислений продольного и поперечного модулей упругости с ошибкой 8,49 и 14,27% соответственно. В случае 40×40 подъячеек численные результаты также показали хорошее согласование с экспериментальными.

2.3. Распределение локальных напряжений. Для достижения высокой точности вычислений критически важно максимизировать количество дискретизированных подъячеек. Дискретизация на 26×26 подъячеек обеспечила большую точность, но меньшую эффективность вычислений по сравнению с таковыми при 14×14 подъячеек. Для оценки противоречия между эффективностью и точностью обсудим распределение локальных напряжений в ПЭЯ, полученные при разном количестве подъячеек. Среднюю поперечную деформацию $\bar{\varepsilon}_{22}=0,01$ использовали в ПЭЯ для вычисления поля микроскопических напряжений. В ходе численного моделирования средние деформации $\bar{\varepsilon}_{11}$, $\bar{\varepsilon}_{33}$, $\bar{\varepsilon}_{23}$, $\bar{\varepsilon}_{13}$, $\bar{\varepsilon}_{12}$ были равны нулю. Для описания нелинейного деформирования полимерной матрицы использовали критерий текучести фон Мизеса [40] с пределом текучести 168,5 МПа.

На рис. 1 показано распределение локальных напряжений σ_{11} (а) и σ_{22} (б) при дискретизации на 14×14 подъячеек. На рис. 1—а углеволокну подвержено сжатию, а подъячейки матрицы — растяжению. Концентрацию

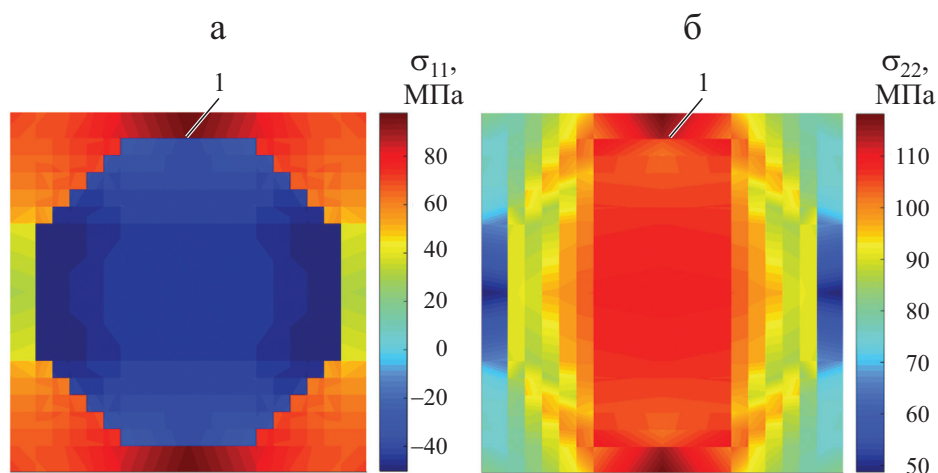


Рис. 1. Распределение микромасштабных напряжений σ_{11} (а) и σ_{22} (б) в ПЭЯ, дискретизированной на 14×14 подъячеек, при средней поперечной деформации $\bar{\varepsilon}_{22}=0,01$. 1 — амплитуда локального напряжения.

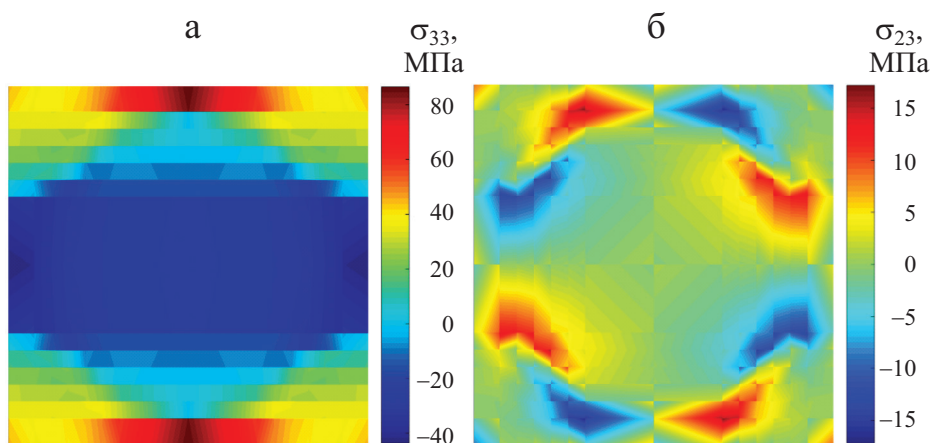


Рис. 2. Распределение микромасштабных напряжений σ_{33} (а) и σ_{23} (б) в ПЭЯ, дискретизированной на 14×14 подъячеек, при средней поперечной деформации $\bar{\varepsilon}_{22} = 0,01$. I — амплитуда локального напряжения.

напряжений σ_{11} можно наблюдать вблизи поверхности раздела волокна и матрицы; максимальное значение напряжения σ_{11} примерно 97,87 МПа. Максимум локальных растягивающих напряжений σ_{22} (см. рис. 1—б), равный 117,78 МПа, также находится на поверхности раздела волокна и матрицы. Кроме того, интересно отметить, что все подъячейки волокна и матрицы находятся в состоянии растяжения.

Распределение микроскопических поперечных напряжений σ_{33} , показанное на рис. 2—а, совершенно непохоже на поле локальных напряжений σ_{22} (см. рис. 1—а). Из данных рис. 2—а видно, что подъячейки находятся в состоянии растяжения или сжатия. Максимальные растягивающие и сжимающие напряжения равны 86,33 и $-43,1$ МПа соответственно. Напряженное состояние подъячейки зависит от направления нагрузки. Данные рис. 2—б иллюстрируют интересное распределение микромасштабных касательных напряжений σ_{23} , симметричное относительно центра волокна с максимальным значением 18,43 МПа на поверхности раздела волокна и матрицы. Известно, что армирующие волокна всегда обладают большей прочностью при растяжении, чем материал матрицы. Поэтому можно сделать вывод о том, что повреждение подъячеек сначала произойдет в материале матрицы вблизи поверхности раздела с волокном, если не учитывать поры, возникающие при изготовлении композита.

На рис. 3 представлены распределения напряжений σ_{11} (а), σ_{22} (б) и σ_{23} (в) в ПЭЯ, вычисленные при дискретизации на 26×26 подъячеек при средней поперечной деформации $\bar{\varepsilon}_{22} = 0,01$. Максимальные значения локальных напряжений σ_{11} , σ_{22} и σ_{23} равны 95,27, 112,53 и 20,42 МПа соответственно и отличаются от таковых на рис. 2 на 2,72, 4,67 и 9,70% соответственно.

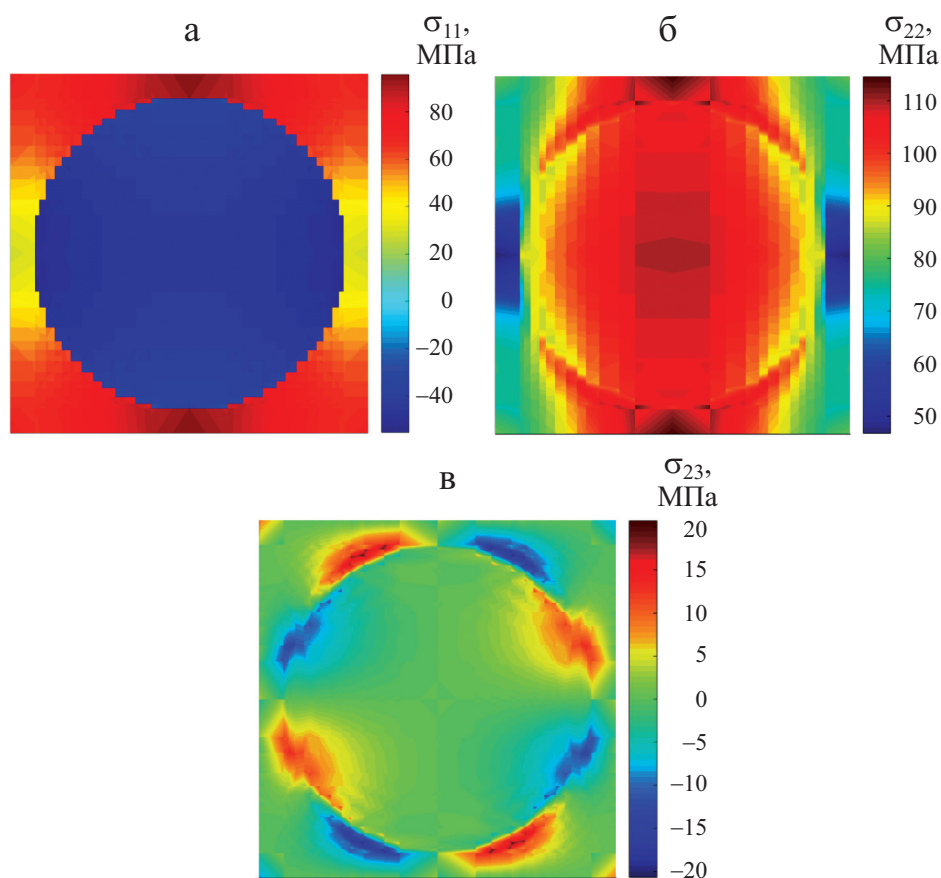


Рис. 3. Распределение микромасштабных напряжений σ_{11} (а), σ_{22} (б) и σ_{23} (в) в ПЭЯ, дискретизированной на 26×26 подъячеек, при средней поперечной деформации $\bar{\varepsilon}_{22}=0,01$.

3. Распределение термических напряжений при отверждении

В ходе отверждения композита в каждой подъячейке возникают остаточные термические напряжения в силу различия коэффициентов термического расширения составляющих материалов. Проведено много исследований влияния этих напряжений на механические свойства композитов, но лишь в некоторых изучали распределение напряжений внутри подъячеек. Для оценки влияния остаточных термических напряжений на ПЭЯ рассмотрели три режима изменения температуры в ходе отверждения: от 177 до 77 °С, от 177 до 50 °С и от 177 до 23 °С. Для обеспечения высокой точности вычислений ПЭЯ дискретизировали на 26×26 подъячеек. Следует отметить, что внешнюю нагрузку не учитывали, т.е. локальные распределения напряжений обусловлены только различием коэффициентов термического расширения материалов волокна и матрицы.

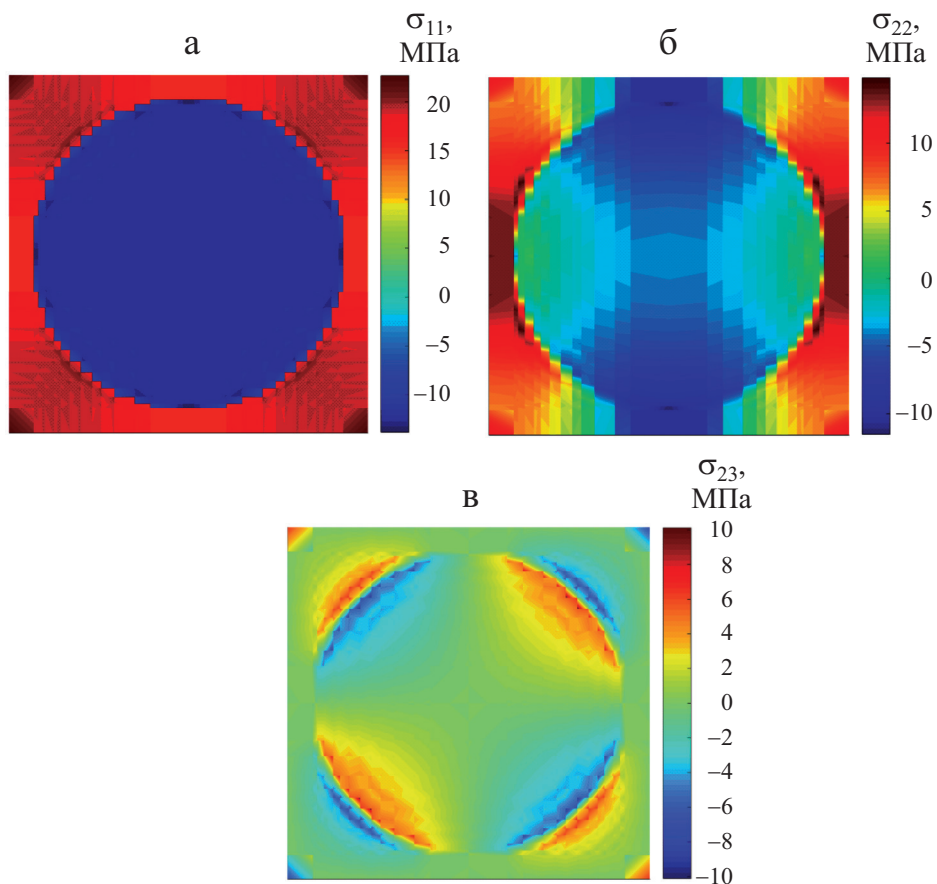


Рис. 4. Распределение микромасштабных напряжений σ_{11} (а), σ_{22} (б) и σ_{23} (в) в ПЭЯ, дискретизированной на 26×26 подъячеек, в ходе отверждения от 177 до 77 °С.

На рис. 4 показано распределение напряжений σ_{11} (а), σ_{22} (б) и σ_{23} (в) в ПЭЯ в ходе отверждения от 177 до 77 °С. Максимальное продольное напряжение σ_{11} (см. рис. 4—а) равно $22,68$ МПа, а напряжения во всех подъячейках вокруг волокна идентичны. Это объясняется тем, что в отличие от результатов расчета, представленных на рис. 3, учитывали только изменение температуры в ходе отверждения без приложения внешней механической нагрузки. Из данных рис. 4—б видно, что большинство подъячеек волокна находятся в состоянии сжатия с максимумом сжимающего напряжения в подъячейке волокна около поверхности раздела с матрицей, а максимальное растягивающее напряжение развивается в подъячейках матрицы также вокруг поверхности раздела. Распределение локальных касательных напряжений σ_{23} (рис. 4—в) с максимумом около $10,11$ МПа иное.

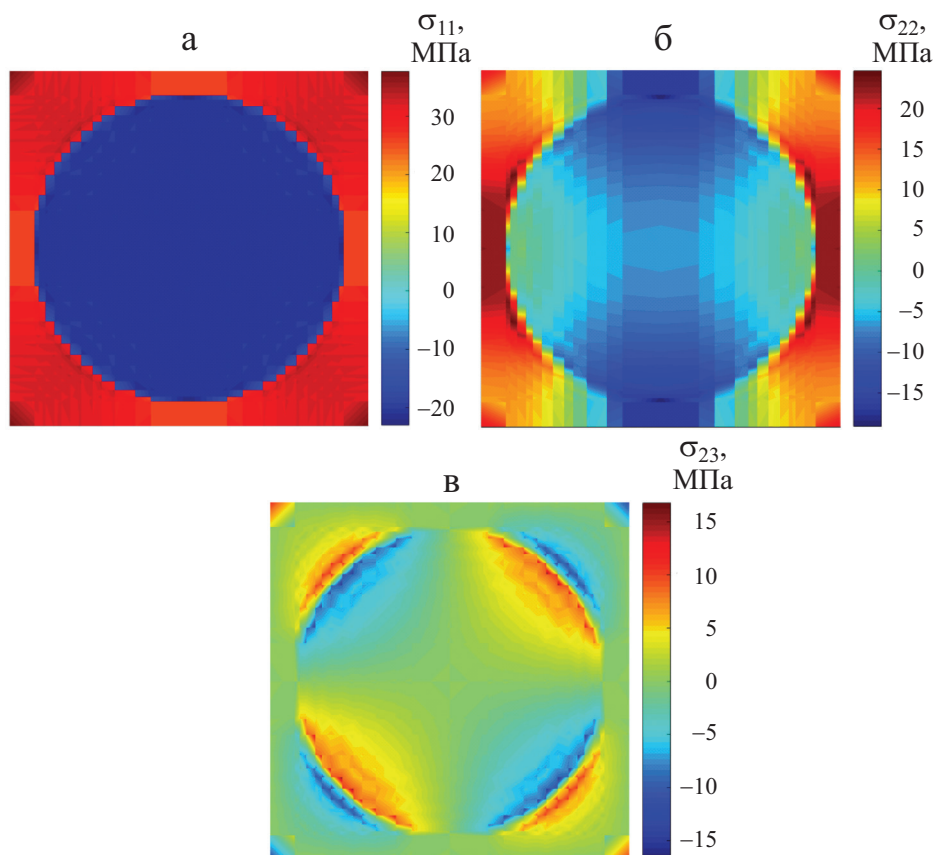


Рис. 5. То же при отверждении от 177 до 50 °С.

На рис. 5 представлено распределение напряжений в ПЭЯ в ходе отверждения от 177 до 50 °С. Они аналогичны приведенным на рис. 4, но большее изменение температуры обусловило большие амплитуды напряжений в подъячейках. Максимальное продольное напряжение $\sigma_{11} \approx 37,60$ МПа (рис. 5—а) на 65,78% больше, чем при изменении температуры с 177 до 77 °С (см. рис. 4—а). Из данных рис. 5—б видно, что максимальные растягивающее (24,6 МПа) и сжимающее (–19,12 МПа) поперечные напряжения σ_{22} развиваются в волокне вокруг поверхности границы с матрицей. Максимальное сдвиговое напряжение $\sigma_{23} \approx 16,81$ МПа (см. рис. 5—в). Кроме того, в подъячейках матрицы не выявлено явного нелинейного деформирования, поскольку предел текучести смолы 3501-6 равен примерно 168,5 МПа.

На рис. 6 показано распределение напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{23} в ПЭЯ в ходе отверждения от 177 °С до комнатной (23 °С). Хорошо видно, что распределение напряжений в подъячейках аналогично представленному на рис. 4 и 5, но амплитуды напряжений больше в силу большей разности температур. Максимальное продольное напряжение σ_{11} в конце отвержде-

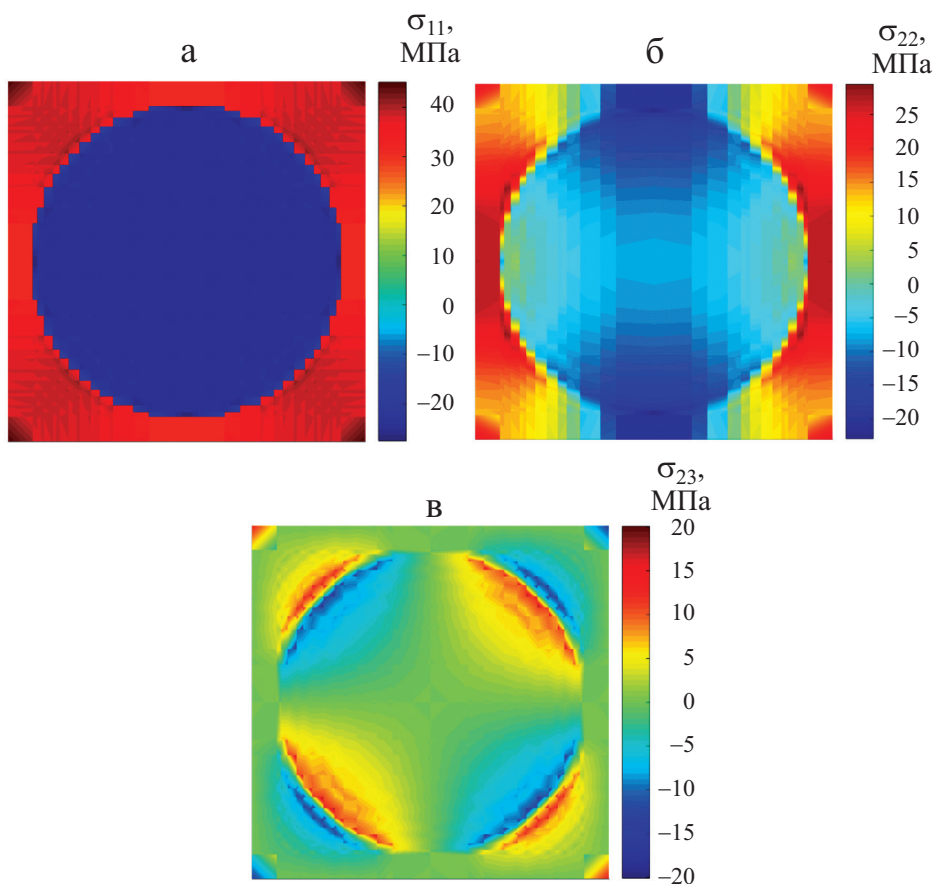


Рис. 6. Распределение микромасштабных напряжений σ_{11} (а), σ_{22} (б) и σ_{23} (в) в ПЭЯ, дискретизированной на 26×26 подъячеек, в ходе отверждения от 177 до 23 °С.

ния равно примерно $45,05$ МПа. Из данных рис. 6—б видно, что большинство подъячеек волокна находятся в состоянии сжатия. Максимальные значения растягивающего и сжимающего напряжения σ_{22} равны $29,48$ и $-22,88$ МПа соответственно. Амплитуда сдвиговых напряжений σ_{23} внутри подъячеек увеличилась до $20,07$ МПа (см. рис. 6—в).

Заключение

Остаточные термические напряжения, обусловленные процессом отверждения, играют важную роль в механическом поведении композитов. Для количественного описания распределения локальных напряжений в композитах в ходе отверждения использовали эффективный микроскопический механический метод МОЯВТ для расчета остаточных термических напряжений. Изучили сходимость дискретизации композитов на повторя-

ющиеся подъячейки, а затем исследовали остаточные термические напряжения в подъячейках. На основе полученных результатов предложена эффективная микромасштабная модель для вычисления с высокой точностью остаточных термических напряжений в композитах, армированных непрерывными волокнами. Численные результаты показали, что продольный модуль упругости E_{11} и коэффициент Пуассона ν_{12} незначительно зависят от формы поперечного сечения волокон.

Путем серии сравнений, включая распределения локальных напряжений и упругие постоянные, установили, что дискретизация на подъячейки обеспечивает хорошую точность и эффективность.

При рассмотрении внешней механической нагрузки и изменения температуры в ходе отверждения наблюдали разные распределения напряжений в подъячейках. Однако концентрация напряжений всегда имела место вблизи поверхности раздела волокна с матрицей.

В ходе отверждения в силу высокого предела текучести матрицы не наблюдали явных нелинейных деформаций в подъячейках матрицы.

Благодарность. Работа выполнена при поддержке проекта ключевых научных исследований провинции Хэнань по гранту No. 202102210087.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Farsadi T. and Hasbestan J. J.* Calculation of flutter and dynamic behavior of advanced composite swept wings with tapered cross section in unsteady incompressible flow // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26, No. 4. — P. 314—332.
2. *Zaharia S. M., Pop M. A., and Udrioiu R.* Reliability and lifetime assessment of glider wing's composite spar through accelerated fatigue life testing // *Mater.* — 2020. — Vol. 13, No. 10. — P. 2310.
3. *Kordestani F., Ghasemi F. A., and Arab N. B. M.* Effect of pin geometry on the mechanical strength of friction-stir-welded polypropylene composite plates // *Mech. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 53, No. 4. — P. 525—532.
4. *Ye J. J., Cai H., Liu L., Zhai Z., Victor A. C., Wang Y. K., Lei W., Yang D. M., Chen X. F., and Ye J. Q.* Microscale intrinsic properties of hybrid unidirectional/woven composite laminates: Part I experimental tests // *Compos. Struct.* — 2021. — Vol. 262. — P. 113369.
5. *Ahmadi M., Ansari R., and Hassanzadeh-Aghdam M. K.* Low velocity impact analysis of beams made of short carbon fiber/carbon nanotube-polymer composite: A hierarchical finite element approach // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26, No. 13. — P. 1104—1114.
6. *Cai H., Ye J. J., Wang Y. W., Saafi M., Huang B., Yang D. M., and Ye J. Q.* An effective microscale approach for determining the anisotropy of polymer composites reinforced with randomly distributed short fibers // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 204. — P. 112087.
7. *Fan J., Cheng L., and Hu Y.* Chemically grafting carbon nanotubes onto carbon fibers for enhancing interfacial properties of fiber metal laminate // *Mater.* — 2020. — Vol. 13, No. 17. — P. 3813.

8. *Krishna G. V., Narayanamurthy V., and Viswanath C.* Modeling the buckling characteristics of the metal-FRP hybrid cylinder // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 250. — P. 112505.
9. *Bashiri M. and Toufigh V.* Numerical and experimental investigation on a BRB confined with partially carbon fiber reinforced polymer (CFRP) // *Eng. Struct.* — 2020. — Vol. 223. — P. 11150.
10. *Ye J. J., Chu C. C., Cai H., Hou X. N., Shi B. Q., Tian S. H., Chen X. F., and Ye J. Q.* A multi-scale model for studying failure mechanisms of composite wind turbine blades // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 212. — P. 220—229.
11. *Morganti S., Mazzucchelli M. L., and Alvaro M.* A numerical application of the Eshelby theory for geobarometry of non-ideal host-inclusion systems // *Meccanica.* — 2020. — Vol. 55, No. 4. — P. 751—764.
12. *Lurie S., Volkov-Bogorodsky D., and Leontiev A.* Eshelby's inclusion problem in the gradient theory of elasticity: Applications to composite materials // *Int. J. Eng. Sci.* — 2011. — Vol. 49, No. 12. — P. 1517—1525.
13. *Cao P., Jin F., and Shi F. G.* Modified two-phase micromechanical model and generalized self-consistent model for predicting dynamic modulus of asphalt concrete // *Constr. Build. Mater.* — 2019. — Vol. 201. — P. 33—41.
14. *Edrisi S., Bidhendi N. K., and Haghighi M.* A new approach to modeling the effective thermal conductivity of ceramics porous media using a generalized self-consistent method // *Heat Mass Transfer.* — 2017. — Vol. 53, No. 1. — P. 321—330.
15. *Min Y., Dan Z., Chen J., Hua X., and Qiang S.* Study on the calculation method of stress in strong constraint zones of the concrete structure on the pile foundation based on Eshelby equivalent inclusion theory // *Mater.* — 2020. — Vol. 13, No. 17. — P. 3815.
16. *Sidhardh S. and Ray M. C.* Size-dependent Eshelby's ellipsoidal inclusion problem based on generalized first strain gradient elasticity theory // *Math. Mech. Solids.* — 2019. — Vol. 24, No. 7. — P. 2251—2273.
17. *Nguyen L. D., Nguyen S. T., and Tran T. H.* An asymptotic generalized self-consistent scheme for the effective rheological properties of viscoelastic composites // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26 No. 23. — P. 1969—1980.
18. *Xiao J., Xu B., and Xu Y.* The generalized self-consistent micromechanics prediction of the magneto-electroelastic properties of multi-coated nanocomposites with surface effect // *Smart Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 28, No. 5. — P. 055004.
19. *Lurie S., Solyaev Y., and Shramko K.* Comparison between the Mori-Tanaka and generalized self-consistent methods in the framework of anti-plane strain inclusion problem in strain gradient elasticity // *Mech. Mater.* — 2018. — Vol. 122. — P. 133—144.
20. *Gupta U. S., Dhamarika M., and Dharkar A.* Study on the effects of fibre volume percentage on banana-reinforced epoxy composite by finite element method // *Adv. Compos. Hybr. Mater.* — 2020. — Vol. 3. — P. 530—540.
21. *Aboudi J., Arnold S. M., and Bednarczyk B. A.* *Micromechanics of Composite Materials – A Generalized Multiscale Analysis Approach.* — Elsevier Sci. Publ. Ltd., 2013.
22. *Aboudi J.* The generalized method of cells and high-fidelity generalized method of cells micromechanical models-A review // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2004. — Vol. 11, Nos. 4—5. — P. 329—366.

23. *Tsai J. and Chi Yang-Kai* Investigating thermal residual stress effect on mechanical behaviors of fiber composites with different fiber arrays // *Composites: Part B*. — 2008. — Vol. 39. — P.714—721.

24. *Yang D., Yang Z., Zhai Z., and Chen X.* Homogenization and localization of ratcheting behavior of composite materials and structures with the thermal residual stress effect // *Mater.* — 2019. — Vol. 12. — P. 1—20.

25. *Chen Q., Tu W., and Liu R.* Parametric multiphysics finite-volume theory for periodic composites with thermo-electro-elastic phases // *J. Intel. Mater. Sys. Struct.* — 2018. — Vol. 4, No. 29. — P. 530—552.

26. *Ye J., Hong Y., Cai H., Wang Y., Zhai Z., and Shi B.* A new three-dimensional parametric FVDAM for investigating the effective elastic moduli of particle-reinforced composites with interphase // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 26, No. 22. — P. 1870—1880.

27. *Bednarczyk B. A., Aboudi J., and Arnold S. M.* A multiscale two-way thermo-mechanically coupled micromechanics analysis of the impact response of thermo-elastic-viscoplastic composites // *Int. J. Solids Struct.* — 2019. — Vol. 61. — P. 228—242.

28. *Ricks T. M., Lacy T. E., and Bednarczyk B. A.* Solution of the nonlinear high-fidelity generalized method of cells micromechanics relations via order-reduction techniques // *Math. Probl. Eng.* — 2018. — Vol. 2018, No. 3081078.

29. *Cavalcante M. A. A., Lages E. N., and Marques S. P. C.* The high-fidelity generalized method of cells with arbitrary cell geometry and its relationship to the parametric finite-volume micromechanics // *Int. J. Solids Struct.* — 2010. — Vol. 49, Nos. 15—16. — P. 2037—2050.

30. *Ye J., Cai H., Wang Y., Jing Z., Shi B., Qiu Y., and Chen X. F.* Effective mechanical properties of piezoelectric–piezomagnetic hybrid smart composites // *J. Intel. Mater. Syst. Struct.* — 2018. — Vol. 29, No. 8. — P. 1711—1723.

31. *Ye J., Chu C., Cai H., Wang Y., Qiao X., Zhai Z., and Chen X.* A multi-scale modeling scheme for damage analysis of composite structures based on the High-Fidelity Generalized Method of Cells // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 206. — P. 42—53.

32. *Ye J., Wang Y., Li Z., Saafi M., Jia F., Huang B., and Ye J.* Failure analysis of fiber-reinforced composites subjected to coupled thermomechanical loading // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 235. — P. 111756.

33. *Ricks T. M., Lacy T. E., and Bednarczyk B. A.* Solution of the nonlinear high-fidelity generalized method of cells micromechanics relations via order-reduction techniques // *Math. Probl. Eng.* — 2018. — Vol. 2018, No. 3081078.

34. *Chen Q., Chen X., and Yang Z.* Micromechanical modeling of plain woven polymer composites via 3D finite-volume homogenization // *Polym. Compos.* — 2018. — Vol. 39, No. 9. — P. 3022—3032.

35. *Chen Q., Wang G., and Chen X.* Three-dimensional parametric finite-volume homogenization of periodic materials with multi-scale structural applications // *Int. J. Appl. Mech.* — 2018. — Vol. 10, No. 4. — P. 1850045.

36. *Cai H., Ye J., Wang Y., Jia F., Hong Y., Tian S., and Chen X.* Matrix failures effect on damage evolution of particle reinforced composites // *Mech. Adv. Mater. Struct.* — 2019. — Vol. 2019, No. 1579396.

37. *L'vov G. and Kostromitskaya I.* Numerical modeling of plastic deformation of unidirectionally reinforced composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2020. — Vol. 56, No. 1. — P. 1—14.

38. *Aboudi J., Arnold S. M., and Bednarczyk B. A.* The Generalized Method of Cells Micromechanics. Micromechanics of Composite Materials-A Generalized Multiscale Analysis Approach. — Oxford, Kidlington, 2013.

39. *Soden P. D., Hinton M. J., and Kaddourm A. S.* Lamina properties, lay-up configurations and loading conditions for a range of fiber-reinforced composite laminates // Compos. Sci. Technol. — 1998. — Vol. 58. — P. 1011—1022.

40. *Yu L., Sui H., and Liu W.* A yield criterion for porous crystalline materials with inner pressure // Int. J. Solids Struct. — 2020. — Vol. 202. — P. 511—520.

Поступила в редакцию 01.12.2020

Окончательный вариант поступил 23.03.2021

Received Dec. 1, 2020 (March 23, 2021)

A. Мирзаэй, А. Х. Дарбанди, С. Х. Тагавиан*

*Faculty of Material & Manufacturing Technologies, Malek Ashtar University of Technology,
Tehran, Iran*

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ Z-ШТИФТОВ С НАНЕСЕННЫМ АДГЕЗИВОМ НА МЕХАНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СОЕДИНЕНИЙ ВНАХЛЕСТКУ¹

A. Mirzaei, A. H. Darbandi, and S. H. Taghavian*

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE EFFECT OF ADHESIVE-IMPREGNATED PINS ON THE MECHANICAL BEHAVIOR OF z-PINNED LAP SHEAR JOINTS

Keywords: z-pinned joints, shear strength, lap shear joint, bonding

The paper illustrates the effect of applying an adhesive to pins on the mechanical properties of z-pinned joints. Three types of lap shear specimens were made for this investigation. Their mechanical properties were determined and compared. Results showed that the impregnation of pins significantly increased the shear strength of lap shear specimens.

Ключевые слова: соединения z-штифтовые, прочность сдвиговая, соединение внахлестку, склейка

Оценено влияние нанесения адгезива на z-штифты на механические свойства соединений внахлестку. Изготовлено три типа образцов соединения внахлестку. Определены и сопоставлены их механические свойства. Результаты показали, что обработка штифтов адгезивом значительно увеличивает сдвиговую прочность соединения внахлестку.

*Автор, с которым следует вести переписку: amin_mirzaei@mut.ac.ir
Corresponding author: amin_mirzaei@mut.ac.ir

¹Перевод с англ.

Введение

Склеивание отдельных панелей и соединение отдельно изготовленных компонентов — стандартная практика для композитных конструкций. Существует множество применений, в которых панели из слоистых композитов склеивают в области соединения с помощью надлежащего адгезива. Одно из таких приложений — транспортное машиностроение. Адгезионное соединение используют при ремонте конструкций с применением композитных заплаток для предотвращения дополнительного повреждения [1].

При соединении композитных деталей используют клеевые и механические гибридные соединения для увеличения их прочности, улучшения усталостных характеристик, уменьшения массы и концентрации напряжений.

Согласно недавним исследованиям при изготовлении гибридных соединений композит—композит или композит—металлическая деталь можно использовать только ограниченное количество винтов или штифтов диаметром от нескольких миллиметров [2—6] до нескольких нанометров [7—13]. В связи с этим выполнено много исследований соединений с z-штифтами. В данном типе гибридных соединений цилиндрические штифты диаметром от 0,1 до 1 мм вставляют по толщине пластины из слоистого композита для предотвращения ее расслоения. Исследователи пытались улучшить характеристики соединения, выбирая подходящий адгезив и конфигурацию штифтов.

В [14] для изготовления клеевых соединений с двойной нахлесткой использовали маленькие шпильки диаметром 0,8 мм с полусферической головкой и без нее. Результаты показали, что статическая прочность образцов со шпильками с полусферическими головками и без них возросла на 52 и 11% соответственно по сравнению с таковой простого клеевого соединения. В [15] разработали усовершенствованный ультразвуковой способ введения z-штифтов для упрочнения Т-образных соединений из эпоксидного углепластика. Результаты показали, что прочность при отрыве Т-образных соединений можно увеличить на 70%, используя штифты диаметром 0,5 мм, распределенные с плотностью 4% по длине соединения. В [16] использовали трехмерные модели прогрессирующего повреждения для предсказания механизма разрушения пластин из слоистых композитов, отремонтированных с помощью заплаток, закрепленных штифтами. В [17] оценили влияние гибких штифтов диаметром 0,3 мм на прочность и допустимую повреждаемость соединений внахлестку полимерный композит—металл. Результаты показали, что в зависимости от количества и местоположения штифтов прочность соединений можно увеличить на 58%. В [18] экспериментально исследовали влияние z-штифтового соединения внахлестку композит—композит и установили, что использование стальных штифтов диаметром 1 мм повысило прочность и ударную вязкость соединения на 16,21 и 55,6% соответственно, а модуль упругости соединения уменьшился на 11,1%.

В некоторых исследованиях рассматривали использование z-штифтов для торможения распространения трещин [19, 20]. В [21] изучали использование z-штифтов для торможения распространения трещин при испытании образцов с соединением внахлестку и установили, что остаточная нагрузка после остановки распространения трещины составляет 250% от предельной, надежно выдерживаемой z-штифтами, а нагрузка задержки трещин на 33% больше предельной статической нагрузки контрольных соединений без z-штифтов.

В [22] представлен новый метод соединения двойной нахлесткой отвержденных слоистых эпоксидных углепластиков с помощью стальных z-штифтов диаметром 1 мм и экспериментально оценены свойства соединений при растяжении. Следует отметить, что преимущество данного метода по сравнению с введением z-штифтов в область соединения неотвержденных композитов заключается в том, что не образуется область с большим содержанием смолы и не происходит смещение армирующих волокон. Этот метод также использовали в настоящей работе при изготовлении соединений волокнисто-армированного стеклопластика внахлестку для экспериментального исследования влияния нанесения адгезива на z-штифты. Образцы изготовили в соответствии со стандартом ASTM D5868, а затем z-штифты с нанесенным адгезивом внедрили в области склеивания. Механические свойства образцов сравнили с таковыми образцов без штифтов и образцов с z-штифтами, не обработанными адгезивом. Кроме того, изучили поверхности и моды разрушения соединений.

1. Материалы и методы

1.1. Материалы. Склеиваемые композиты изготовили методом ручной укладки 18 слоев двунаправленной ($[0^\circ/90^\circ]$) ткани из волокон E-стекла и пропитки эпоксидным связующим в вакуумном мешке. Общая толщина композитов ~ 3 мм. Использовали стеклоткань полотняного переплетения с поверхностной плотностью 200 г/м^2 . В качестве матрицы использовали эпоксидную смолу Araldite LY 5052 и отвердитель Aradur 5052 при массовом соотношении 100:38. Образцы отверждали при комнатной температуре в течение одного дня, а затем в течение 8 ч в печи при температуре 80°C . Массовое содержание стекловолокон в композите, равное 67,53%, определили по стандарту ASTM D3171. Механические свойства эпоксидного стеклопластика, определенные в ходе испытания пяти образцов по стандарту ASTM D3039, следующие: продольный модуль Юнга 25 ГПа, коэффициент Пуассона $\nu_{xy} = 0,2$, предел прочности при продольном растяжении 380 МПа, предельное продольное удлинение 8,3%. Механические свойства эпоксидной матрицы, определенные по стандарту ASTM D638, следующие: модуль Юнга 3425 МПа, коэффициент Пуассона $\nu_{xy} = 0,35$, предел прочности при растяжении 72,63 МПа, предельное удлинение 3,31%.

Для изготовления образцов с соединением внахлестку использовали двухкомпонентный адгезив ADEKIT H9940 Sika. Компоненты смолы и

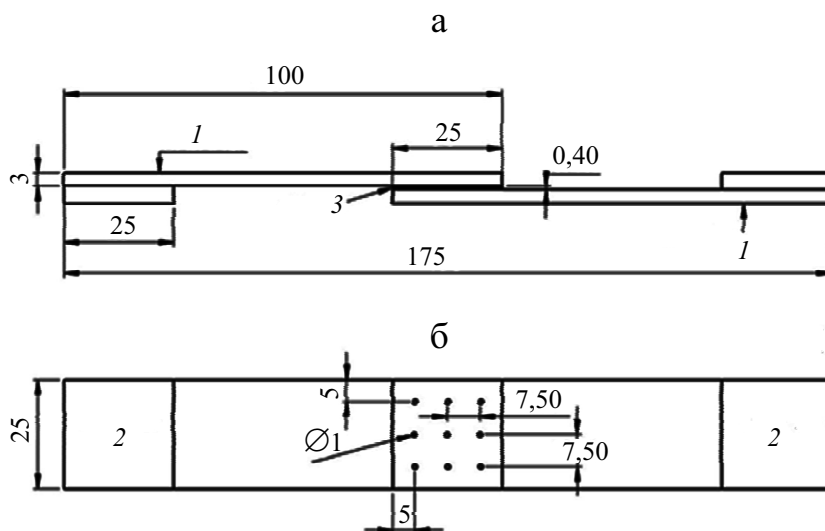


Рис. 1. Геометрия и размеры (в миллиметрах) простого (а) и z-штифтового (б) соединений внахлестку: 1 и 2 — адгерент и накладка из стеклопластика соответственно; 3 — адгезив.

отвердителя смешивали в массовом соотношении 100:90, соединения отверждали в течение одной недели при температуре 25 °С. Механические свойства адгезива, определенные по стандарту ASTM D638, следующие: модуль Юнга $E_{11} = 2,234$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,35$, предел текучести 22,42 МПа, предельное удлинение 1,58%.

Упрочняющие z-штифты изготовлены из высоколегированной стали AISI52100 с модулем Юнга $E = 201,3$ ГПа, коэффициентом Пуассона $\nu = 0,27$, пределом текучести $\sigma_y = 1410$ МПа, пределом прочности при разрушении $\sigma_f = 1510$ МПа, разрушающей деформацией $\epsilon_f = 0,16\%$ [23].

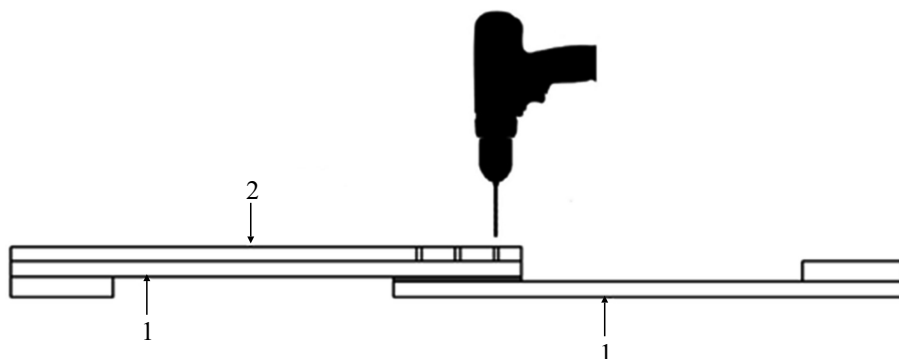


Рис. 2. Схема высверливания отверстий: 1 — адгерент из стеклопластика; 2 — оргстекло.

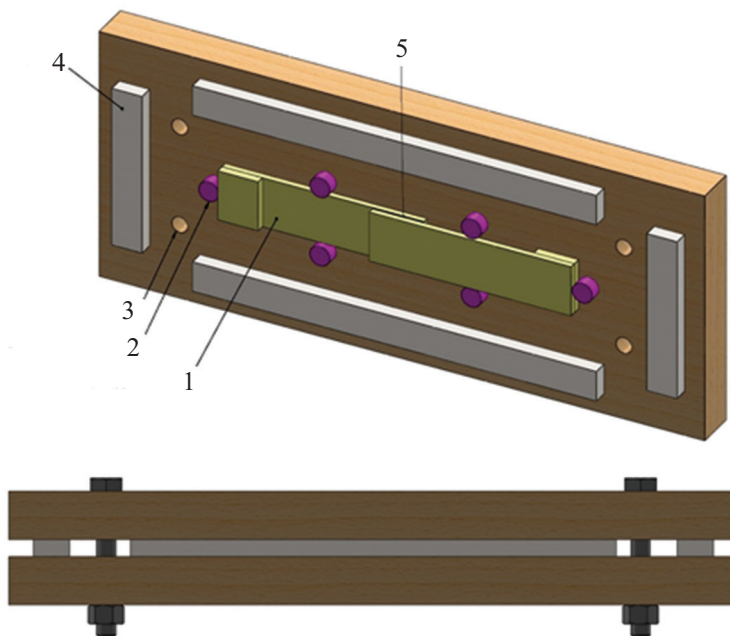


Рис. 3. Схема открытого и закрытого приспособления: 1 — адгерент из стеклопластика; 2 — круглый барьер; 3 — болтовое отверстие; 4 — прокладка; 5 — адгезив.

1.2. Изготовление образцов для испытаний. Изготовили три типа соединений внахлестку (рис. 1): T1 — с простым клеевым соединением, T2 и T3 — с клеевым соединением и девятью упрочняющими z-штифтами, не обработанными и обработанными адгезивом соответственно. z-Штифты внедрили с шагом 7,5 мм в продольном и поперечном направлении на расстоянии 5 мм от свободных кромок (см. рис. 1—б). z-Штифты вставили в отверстия диаметром 1 мм, просверленные в области соединения с помощью зажимного приспособления из оргстекла и ручного сверлильного станка (рис. 2) Использовали спиральное сверло из быстрорежущей стали с покрытием из карбида вольфрама.

Геометрические размеры адгерентов (склеиваемых образцов стеклопластика) $100 \times 25 \text{ мм}^2$, длина нахлестки в зоне склеивания 25 мм (согласно стандарту ASTM D5868-01), толщина склейки 0,4 мм. Один из ключевых моментов изготовления соединений внахлестку — поверхностная обработка адгерентов. Установлено, что обработка поверхности играет важную роль в повышении прочности и долговечности соединения. Более того, каждый адгезионный материал требует разных видов обработки поверхности для обеспечения правильного баланса между прочностью и модой разрушения соединений. Таким образом, склеиваемые поверхности стеклопластиков подвергли обработке согласно стандарту ASTM D2093.

Для управления толщиной адгезива и соосностью адгерентов использовали простое приспособление (см. рис. 3), имеющее несколько круглых барьеров, препятствующих вращению адгерентов, и четыре подкладки,

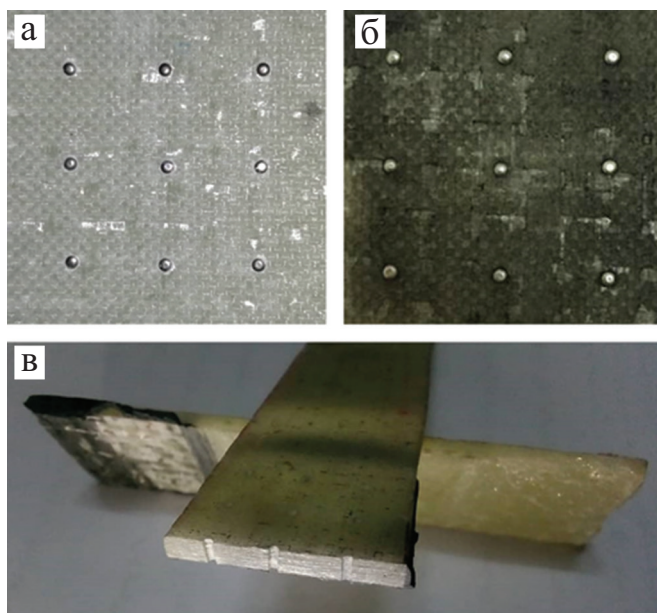


Рис. 4. Область склейки соединений типа T2 (а) и T3 (б) и поперечное сечение с просверленными отверстиями (в).

обеспечивающих требуемую толщину адгезива. Как уже было указано, адгезив отверждали в течение одной недели при температуре 25 °С; в течение первых суток все образцы оставили в изготавливаемом приспособлении.

Для уменьшения эксцентриситета приложенной растягивающей нагрузки и устранения дополнительного изгибающего момента в соединении внахлестку к концам образцов приклеили накладки из такого же эпоксидного стеклопластика. Внецентренный изгиб обусловил большие напряжения отслоения и неравномерные сдвиговые напряжения в слое адгезива. Образцы соединений типа T2 и T3 показаны на рис. 4—а, б.

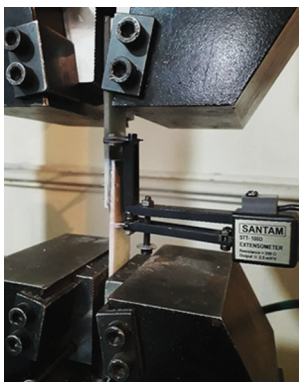


Рис. 5. Образец в испытательной машине.

Влияние z-штифтов на средние значения предельной нагрузки P_{ult} , предельное удлинение u_{ult} и сдвиговую жесткость E_{ult} соединений внахлестку

Тип соединения	P_{ult} , Н	V^*	Δ^{**} , %	u_{ult} , мм	V	Δ , %	E_{ult} , кН/мм	V	Δ , %
T1	6380,8	0,038	—	0,362	0,001	—	22,718	0,030	—
T2	7087,1	0,144	11,07	0,387	0,169	6,9	21,596	0,061	-4,94
T3	8965,1	0,003	40,5	0,605	0,150	67,13	20,720	0,062	-8,8

* V — коэффициент вариации.

** Δ — увеличение по сравнению с соединением типа T1.

Поперечное сечение просверленных отверстий в одном из адгерентов в области нахлестки показано на рис. 4—6.

1.3. Процедура нагружения. Испытания соединений на растяжение по стандарту ASTM D5868 провели на универсальной испытательной машине SANTAM STM-150 при комнатной температуре, контролируя скорость перемещения 1,3 мм/мин. Условия закрепления образцов в захватах машины проиллюстрированы на рис. 5. Деформацию измеряли экстензометром и записывали диаграммы нагрузка—перемещение $P—\delta$. Испытали по три образца каждого типа соединений.

2. Результаты и обсуждение

2.1. Несущая способность. Как видно из данных таблицы, предельная нагрузка и удлинение гибридных соединений возросли. Очевидно, это увеличение обусловлено мостиковым эффектом z-штифтов, передающих сдвиговые напряжения, несмотря на наличие трещин. Сдвиговая жесткость гибридных соединений типа T2 и T3 уменьшилась в силу сдвигового потока

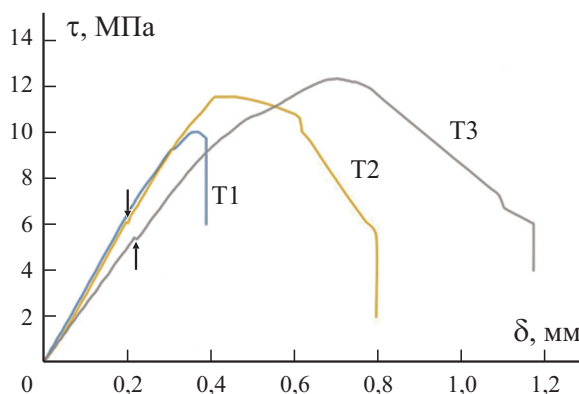


Рис. 6. Диаграммы среднее сдвиговое напряжение—перемещение $\tau—\delta$ соединений типа T1—T3 (стрелки указывают на скачок на диаграмме $\tau—\delta$).

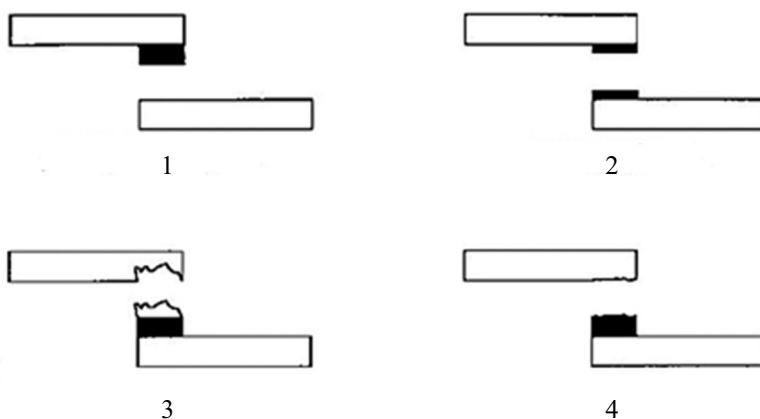


Рис. 7. Схема мод разрушения в соединениях [24]: 1 — адгезионное разрушение; 2 — когезионное разрушение; 3 — разрушение отрывом волокон; 4 — разрушение отрывом волокон вблизи поверхности адгезива.

вокруг боковой поверхности штифтов, увеличившей длину поверхности раздела склейки.

На рис. 6 приведены диаграммы сдвиговое напряжение—перемещение τ — δ образцов с простым и гибридным типом соединения. Диаграмма соединения типа Т1 возростала почти линейно до пикового напряжения, а затем произошло хрупкое разрушение в силу расслоения склейки. Как и ожидали, прочность образцов с z-штифтами, обработанными адгезивом

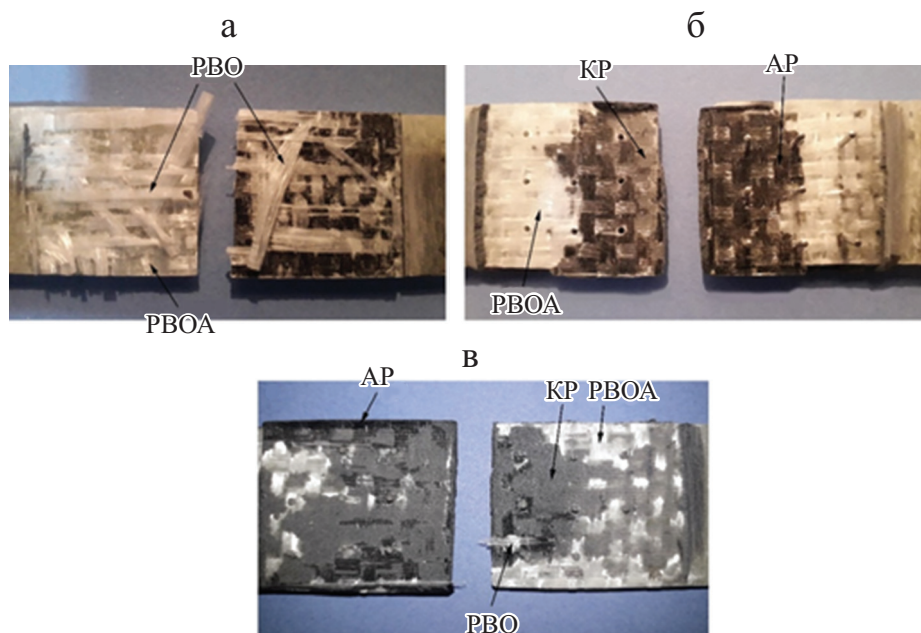


Рис. 8. Моды разрушения в соединениях типа Т1 (а), Т2 (б) и Т3 (в).

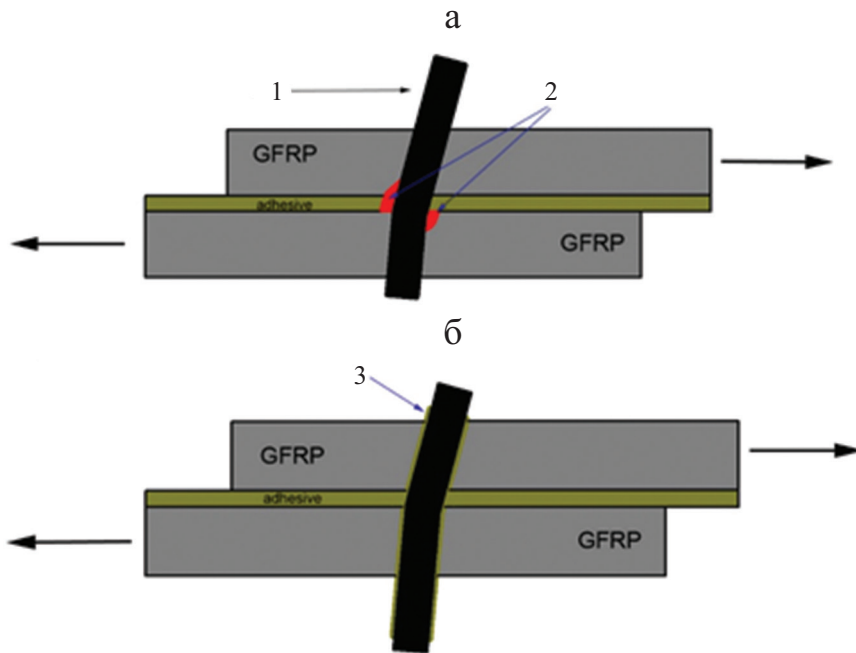


Рис. 9. Схема механизмов z-штифтового разрушения в соединениях типа T2 (а) и T3 (б): 1 — выдергивание штифта; 2 — повреждение смятием; 3 — адгезив.

(тип T3), больше таковой у образцов с необработанными z-штифтами (тип T2). Таким образом, нанесение адгезива на z-штифты, ограничивающее их перемещение, играет важную роль в увеличении несущей способности и мостиковом эффекте в области склеивания. Диаграммы деформирования соединений типа T2 и T3 демонстрируют небольшой скачок, связанный с раскрытием трещины расслоения. z-Штифты пере-

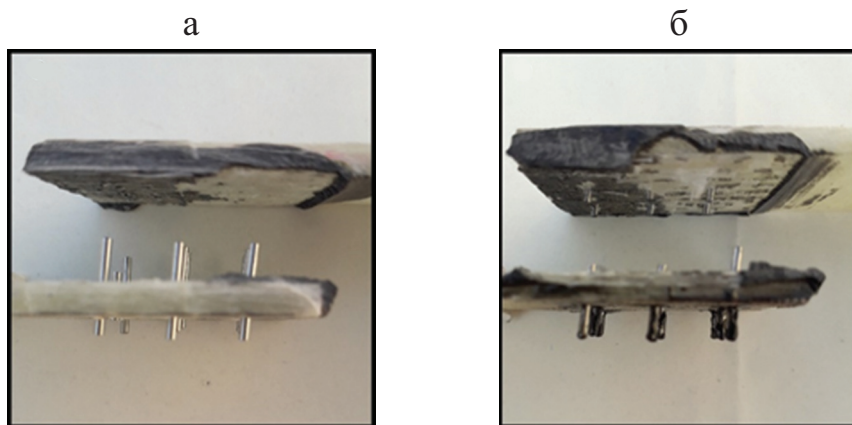


Рис. 10. Вид сбоку соединений типа T2 (а) и T3 (б).

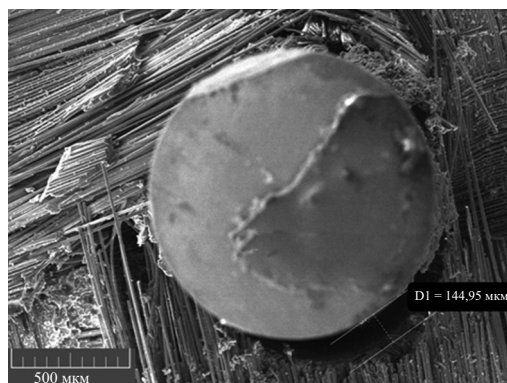


Рис. 11. Повреждение смятием в соединении типа Т2 (указано стрелкой).

крывали путь развития трещин и способствовали сопротивлению приложенной нагрузке.

2.2. Анализ разрушения области склейки. Адгезионное соединение слоистых композитов может иметь сложные моды разрушения, такие как адгезионное разрушение (АР), когезионное разрушение (КР), разрушение волокон отрывом (РВО), разрушение волокон отрывом от адгезива (РВОА) и смешанный тип разрушения в соответствии со стандартом ASTM D5573-99 (рис. 7). Эти моды зависят от распределения напряжений, связанных в свою очередь с параметрами адгезионных соединений: адгезионной прочностью, длиной склейки и упрочнением z-штифтами. На рис. 8 показаны типичные моды разрушения всех испытанных типов соединения. Видно, что использование z-штифтов изменяет моду разрушения с РВО и РВОА, характерного для соединения типа Т1, на моду КР, преобладающую у соединений типа Т2 и Т3. Это результат мостикового эффекта z-штифтов, передающих повреждение вблизи поверхности стеклопластика адгезиву,

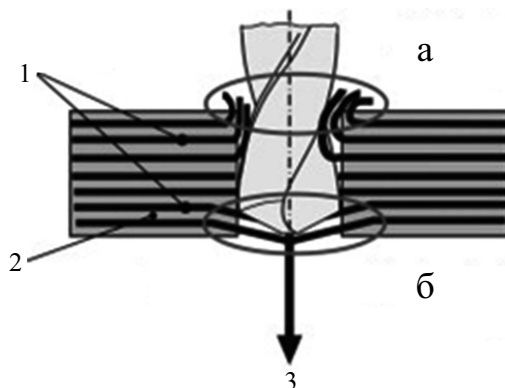


Рис. 12. Разрушение расслоением на входе (а) и выходе (б) при высверливании отверстия в волокнисто-армированном композите [25]: 1 — слои волокон; 2 — сцепление с матрицей; 3 — усилие высверливания.

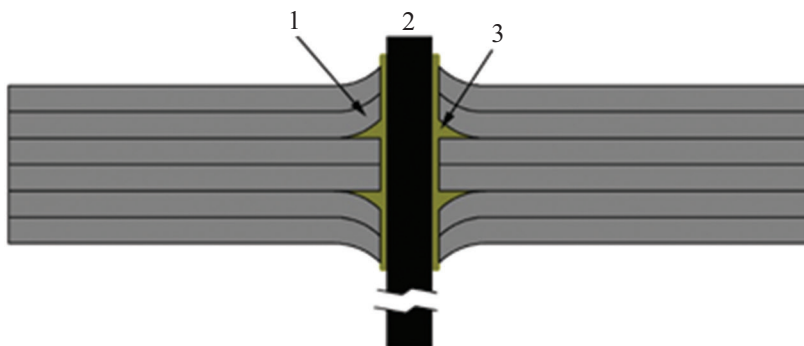


Рис. 13. Схематическое изображение адгезива вокруг z-штифта в соединении типа Т3: 1 — поврежденные слои; 2 — штифт; 3 — адгезив.

хотя моды разрушения РВО и РВОА также заметны в некоторых небольших областях.

В целом при исследовании поверхности разрушения в образцах соединений типа Т2 и Т3 наблюдали два механизма разрушения. В соединении типа Т2 при увеличении приложенной нагрузки z-штифты сначала изгибались, затем выдергивались и в конце концов разрушились в силу вращения области склеивания адгерентов. В соединении типа Т3 адгезив, нанесенный на z-штифты, предотвращал их выдергивание благодаря большей прочности соединения. Схему механизма разрушения соединений типа Т2 и Т3 с z-штифтами иллюстрируют данные рис. 9. Видно, что z-штифты согнуты и затем выдернуты из соединения типа Т2, но не выдернуты из соединения типа Т3 (рис. 10).

С помощью сканирующего электронного микроскопа более подробно изучили поверхности разрушения. Моду разрушения, возникающую в области z-штифта и отверстия в соединении типа Т2, иллюстрируют данные рис. 11. Видно, что в соединении имело место повреждение смятием.

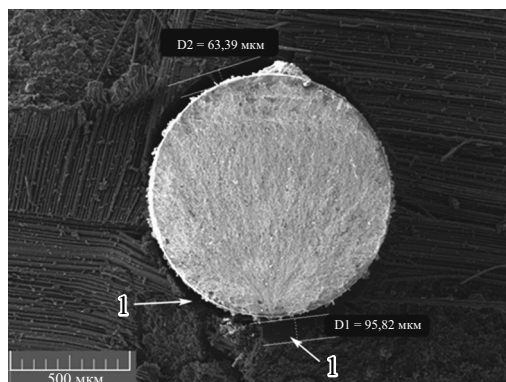


Рис. 14. Влияние адгезива (1), нанесенного на z-штифты в соединении типа Т3.

Как правило, в ходе высверливания отверстий в слоистых композитах вокруг отверстия могут возникать такие моды разрушения, как расслоение, разрыв волокон и повреждение матрицы. Кроме того, при сверлении волокнисто-армированных композитов расслоение может возникать на входе и выходе из отверстия (рис. 12) [25].

В соединении типа Т3 адгезив, нанесенный на z-штифты, может проникать в область отверстия и восстанавливать поврежденную область, повышая несущую способность соединения. Схематическое и микроскопическое изображение данного явления проиллюстрированы на рис. 13 и 14 соответственно.

Заключение

В настоящей работе экспериментально определили предельную нагрузку, удлинение, сдвиговые напряжения и несущую способность гибридных соединений. Кроме того, проанализировали области разрушения всех типов соединений внахлестку и изучили разные механизмы разрушения образцов. Следует отметить, что в данном исследовании усовершенствовали метод внедрения стальных z-штифтов в соединение внахлестку, предложенный в [22]. Полученные результаты можно резюмировать следующим образом.

— Мостиковый эффект внедренных z-штифтов увеличил предельную нагрузку образцов соединений типа Т2 и Т3 при растяжении за счет сдвигового потока вокруг боковой поверхности z-штифтов и увеличения длины поверхности раздела склейки, при этом сдвиговая жесткость соединений уменьшилась.

— Анализ зоны разрушения продемонстрировал, что вытягивание z-штифтов сыграло значительную роль в снижении прочности соединений при растяжении. Адгезив, нанесенный на z-штифты, повысил прочность соединения, предотвратив их выдергивание.

— Адгезив, нанесенный на z-штифты, проникал в области вокруг отверстий, поврежденных в ходе их высверливания, и способствовал ремонту областей, тем самым увеличивая несущую способность адгерентов и, следовательно, прочность соединений типа Т3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shang X., Marques E. A. S., Machado J. J. M., Carbas R. J. C., Jiang D., and da Silva L. F. M.* Review on techniques to improve the strength of adhesive joints with composite adherends // *Composites: Part B*. — 2019. — Vol. 177. — P. 107363.
2. *Fu M., and Mallick P.* Fatigue of hybrid (adhesive/bolted) joints in SRIM composites // *Int. J. Adhes. Adhes.* — 2001. — Vol. 21, No. 2. — P. 145—159.
3. *Kelly G.* Load transfer in hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints // *Compos. Struct.* — 2005. — Vol. 69, No. 1. — P. 35—43.

4. *Kweon J. H., Jung J. W., Kim T. H., Choi J. H., and Kim D. H.* Failure of carbon composite-to-aluminum joints with combined mechanical fastening and adhesive bonding // *Compos. Struct.* — 2006. — Vol. 75, Nos. 1—4. — P. 192—198.
5. *Tong L.* Bearing failure of composite bolted joints with non-uniform bolt-to-washer clearance // *Composites: Part A.* — 2000. — Vol. 31, No. 6. — P. 609—615.
6. *Matsuzaki R., Shibata M., and Todoroki A.* Improving performance of GFRP/aluminum single lap joints using bolted/co-cured hybrid method // *Composites: Part A.* — 2008. — Vol. 39, No. 2. — P. 154—163.
7. *Tong L., Jain L., Leong K., Kelly D., and Herszberg I.* Failure of transversely stitched RTM lap joints // *Compos. Sci. and Technol.* — 1998. — Vol. 58, No. 2. — P. 221—227.
8. *Chang P., Mouritz A., and Cox B.* Properties and failure mechanisms of pinned composite lap joints in monotonic and cyclic tension // *Compos. Sci. Technol.* — 2006. — Vol. 66, No. 13. — P. 2163—2176.
9. *Mouritz A.* Review of z-pinned composite laminates // *Composites: Part A.* — 2007. — Vol. 38, No. 12. — P. 2383—2397.
10. *Cartié D. D., Dell'Anno G., Poulin E., and Partridge I. K.* 3D reinforcement of stiffener-to-skin T-joints by Z pinning and tufting // *Eng. Fracture Mech.* — 2006. — Vol. 73, No. 16. — P. 2532—2540.
11. *Graham D., Rezai A., Baker D., Smith P. A., and Watts J. F.* The development and scalability of a high strength, damage tolerant, hybrid joining scheme for composite—metal structures // *Composites: Part A.* — 2014. — Vol. 64. — P. 11—24.
12. *Parkes P., Butler R., Meyer J. et al.* Static strength of metal-composite joints with penetrative reinforcement // *Compos. Struct.* — 2014. — Vol. 118. — P. 250—256.
13. *Yang L., He X., and Mei L.* Interfacial shear behavior of 3D composites reinforced with CNT-grafted carbon fibers // *Composites: Part A.* — 2012. — Vol. 43, No. 8. — P. 1410—1418.
14. *Ucsnik S., Scheerer M., and Zaremba S.* Experimental investigation of a novel hybrid metal—composite joining technology // *Composites: Part A.* — 2010. — Vol. 41, No. 3. — P. 369—374.
15. *Park Y. B., Lee B. H., and Kweon J. H.* The strength of composite bonded T-joints transversely reinforced by carbon pins // *Compos. Struct.* — 2012. — Vol. 94, No. 2. — P. 625—634.
16. *Tie Y., Wang L., and Li C.* Progressive damage finite element analysis of composite laminates repaired by pinned patches // *Int. J. Computational Methods Eng. Sci. Mech.* — 2015. — Vol. 16, No. 3. — P. 213—219.
17. *Islam M. and Tong L.* Influence of pinning on static strength of co-cured metal-GFRP hybrid single lap joints // *Composites: Part A.* — 2016. — Vol. 84. — P. 196—208.
18. *Rezvaninasab M., Farhadinia M., and Mirzaei A.* Experimental evaluation of reinforcing the single lap joint in both longitudinal and transverse direction under tensile and bending condition // *Int. J. Adhes. Adhes.* — 2019. — Vol. 88. — P. 19—25.
19. *Chang P., Mouritz A., and Cox B.* Tensile strength and fatigue properties of Z-pinned composite lap joints // *Proc. Fourth Asian—Australasian Conf. on Composite Materials (ACCM 4) “Composite Technologies for 2020,” 2004.* — P. 615—620.
20. *Pingkarawat K. and Mouritz A.* Improving the mode I delamination fatigue resistance of composites using z-pins // *Compos. Sci. Technol.* — 2014. — Vol. 92. — P. 70—76.
21. *Kadlec M., Růžek R., and Bělský P.* Concurrent use of Z-pins for crack arrest and structural health monitoring in adhesive-bonded composite lap joints // *Compos. Sci. Technol.* — 2019. — P. 107967.

22. *Arnautov A., Nasibullins A., and Gribniak V.* Experimental characterization of the properties of double-lap needled and hybrid joints of carbon/epoxy composites // *Materials*. — 2015. — Vol. 8, No. 11. — P. 7578—7586.

23. *Guo Y. and Liu C.* Mechanical properties of hardened AISI 52100 steel in hard machining processes // *J. Manuf. Sci. Eng.* — 2002. — Vol. 124, No. 1. — P. 1—9.

24. ASTM D5573-99, Standard Practice for Classifying Failure Modes in Fiber-Reinforced-Plastic (FRP) Joints. — ASTM Int., West Conshohocken, PA, 2019.

25. *Faraz A. and Biermann D.* Subsequent drilling on pilot holes in woven carbon fibre reinforced plastic epoxy laminates: the effect of drill chisel edge on delamination // *Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part B: J. of Eng. Manufacture*. — 2011. — Vol. 225, No. 9. — P. 1493—1504.

Поступила в редакцию 10.11.2020

Окончательный вариант поступил 16.04.2021

Received Nov. 10, 2020 (Apr. 16, 2021)

Д. Чаттерджи, А. Гош, Д. Чакраворти*

Department of Civil Engineering, Jadavpur University, Kolkata, India

АНАЛИЗ РАЗРУШЕНИЯ ПЕРВОГО СЛОЯ В КОСОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИНАХ ИЗ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ ПРИ РАЗНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ НА КРОМКАХ¹

D. Chatterjee, A. Ghosh, and D. Chakravorty*

FIRST-PLY FAILURE BEHAVIOR OF LAMINATED COMPOSITE SKEW PLATES OF VARIOUS EDGE CONDITIONS

Keywords: skew plate, first-ply failure, finite-element method, post-failure response

Applications of skew plates in the practical civil engineering are well-established. A look into the papers about the failure of laminated composite structural elements revealed that composite skew plates have not been studied for failure in detail. The first-ply failure load and frequency reduction due to such a failure are reported considering practical parametric variations of composite skew plates. Different well-established failure criteria, including the most recent Puck failure criterion, are used to investigate the first-ply failure response by the finite-element method. The results obtained are post processed to formulate specific recommendations regarding the relative behaviour of different skew plate combinations in terms of the first-ply failure.

Ключевые слова: пластина косоугольная, разрушение слоя первого, метод конечно-элементный, отклик после разрушения

В настоящей работе с учетом практических параметрических изменений косоугольных пластин из слоистых композитов определена нагрузка разрушения первого слоя и выявлено уменьшение в силу этого собственной частоты свободных колебаний. Для исследования реакции на разрушение первого слоя методом конечных элементов использовали разные общепринятые кри-

*Автор, с которым следует вести переписку: donajdvu@gmail.com
Corresponding author: donajdvu@gmail.com

¹Перевод с англ.

терии разрушения, включая недавно предложенный критерий Пака. Полученные результаты проанализированы с целью формулирования конкретных рекомендаций относительно поведения косоугольных пластин с точки зрения разрушения первого слоя.

Введение

Косоугольные пластины из слоистых композитов стали хорошим выбором для инженеров-строителей. Надежное применение этих конструктивных элементов требует глубокого понимания их механического поведения, включая характеристики разрушения первого слоя (РПС). Неудивительно, что исследователи уделили много внимания изучению поведения композитных пластин при разрушении. Однако довольно мало работ было посвящено анализу разрушения первого слоя в композитных пластинах.

Первые статьи об изотропных и ортотропных косоугольных пластинах опубликованы в начале 90-х годов [1—9]. В основном изучали влияние угла скоса на максимальный центральный прогиб, а также центральный и краевой моменты косоугольных пластин со свободно опертыми и защемленными кромками при поперечных нагрузках. Деформационное поведение толстых и тонких изотропных косоугольных пластин исследовали в [10] и [11] соответственно. Позднее геометрический нелинейный анализ изотропной толстой косоугольной пластины выполнили в [12] с использованием теории пластин Рейсснера—Миндлина для разных граничных условий и условий нагружения. В [13] поведение косоугольной пластины средней толщины из слоистого композита при больших деформациях изучали, используя нелинейность фон Кармана и теорию сдвигового деформирования третьего порядка при граничных условиях защемленных и свободно опертых кромок.

Свободные изгибные колебания изотропных прямоугольных и косоугольных пластин анализировали в [14]. Основные моды колебаний разных изотропных подкрепленных и неподкрепленных пластин рассмотрены в [15, 16]. Подобные исследования композитных квадратных, прямоугольных, косоугольных и ромбических пластин при разных граничных условиях выполнили в [17]. В [18] исследовали основные частоты первых восьми мод колебаний квадратной изотропной пластины с вырезом и без него при граничных условиях защемленных и свободно опертых кромок. Аналогичные проблемы косоугольных пластин из слоистых композитов рассмотрели в [4, 19]. Нелинейный анализ свободных колебаний разных косоугольных пластин из слоистых композитов выполнили в [20—22].

Помимо изотропных и ортотропных пластин внимание привлекают пластины из слоистых композитов с другими укладками, а разрушение круглых и прямоугольных пластин изучали в [5, 9]. Подобные исследования косоугольных пластин малочисленны; в этой связи стоит упомянуть работу [23].

Многие исследователи изучали разрушение прямоугольных пластин, но аналогичным характеристикам разрушения косоугольных пластин не уделяли достаточного внимания. В [24—28] исследовали поведение при разрушении первого слоя (РПС) свободно опертых прямоугольных пластин

с разной укладкой слоев при поперечных нагрузках. В [25] рассмотрены различия в поведении при РПС прямоугольных пластин, подвергнутых поперечным и плоскостным нагрузкам, а также поведение при РПС пластин из слоистых композитов с вырезами и без них. В [29, 30] описали результаты исследований РПС и линейного прогрессирующего разрушения прямоугольных пластин при поперечных и одноосных растягивающих нагрузках. В [31] представили результаты РПС и предельные разрушающие нагрузки для пластин, подвергнутых только поперечным нагрузкам. Нелинейное поведение пластин при РПС исследовали в [32—35]. Результаты экспериментальных исследований РПС прямоугольных пластин представлены в [36]. Помимо линейных и нелинейных нагрузок РПС линейные и геометрически нелинейные предельные нагрузки разрушения пластин из слоистых композитов также численно исследовали в [34, 37].

Из представленного обзора литературы следует, что анализ РПС композитных конструктивных элементов и косоугольных пластин привлек внимание исследователей, но изучение разрушения косоугольных пластин из слоистых композитов выполнено только в [23]. В настоящей работе характеристики РПС косоугольных пластин из слоистых композитов исследовали путем изменения их практически важных параметров с целью получения результатов, имеющих инженерное значение.

1. Математическая постановка

1.1. Определяющие уравнения косоугольных пластин. Рассмотрим косоугольную пластину из слоистого композита размером $l \times b$ с углом скоса α и общей постоянной толщиной t в косоугольной системе координатах x', y', z' (рис. 1). Волокна в каждом слое пластины ориентированы вдоль локальной оси слоя под углом φ к глобальной оси x . Оси x' и

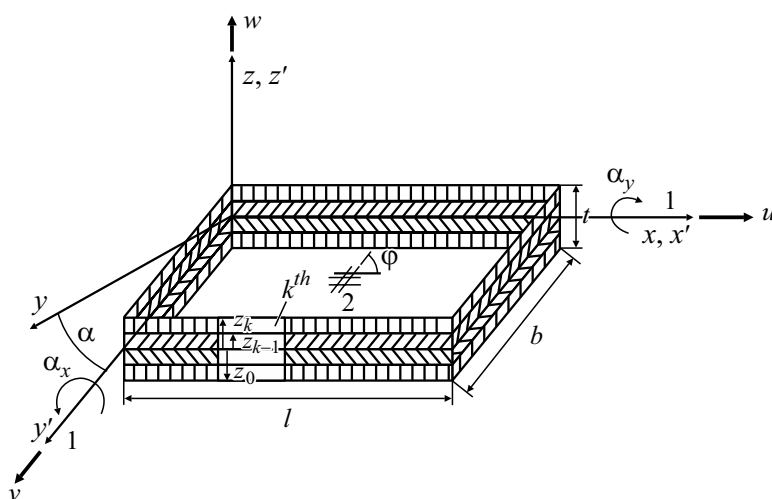


Рис. 1. Косоугольная пластина из слоистого композита. В случае прямоугольной пластины $\alpha = 0$: 1 — срединная плоскость; 2 — k -й слой.

y' находятся на срединной поверхности пластины. Соотношения между косоугольной и ортогональной системами координат запишем как

$$x = x' + y' \sin \alpha, \quad y = y' \cos \alpha; \quad z = z'. \quad (1)$$

Для выведения определяющего уравнения для косоугольной пластины из слоистого композита используем принцип минимума полной потенциальной энергии E . Полная потенциальная энергия E — это сумма энергии деформирования U и внешней работы W_e :

$$E = U + W_e. \quad (2)$$

Энергию деформирования пластины зададим как интеграл по объему

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV, \quad (3)$$

а работу, совершенную внешней нагрузкой $\{q\}$, — как интеграл по площади:

$$W_e = \iint_A \{U\}^T \{q\} dA. \quad (4)$$

Внешнюю нагрузку можно выразить как $\{q\} = \{0 \quad 0 \quad -q_z \quad 0 \quad 0\}^T$, где $\{-q_z\}$ — интенсивность равномерно распределенной поперечной нагрузки, действующей на пластину.

1.2. Определяющее уравнение для пластины можно записать как

$$\{F\} = [D] \{\varepsilon\}. \quad (5)$$

Результирующий вектор напряжений $\{F\}$, вектор деформаций $\{\varepsilon\}$ и матрицу упругости $[D]$ слоистого композита запишем как

$$\begin{aligned} \{F\} &= \{N_{x'}, N_{y'}, N_{x'y'}, M_{x'}, M_{y'}, M_{x'y'}, Q_{x'}, Q_{y'}\}^T = \\ &= \int_{-t/2}^{+t/2} \left\{ \sigma_{x'} \quad \sigma_{y'} \quad \tau_{x'y'} \quad \sigma_{x' \cdot Z} \quad \sigma_{y' \cdot Z} \quad \tau_{x'y' \cdot Z} \quad \tau_{x'z'} \quad \tau_{y'z'} \right\} dZ, \quad (6) \end{aligned}$$

$$[D] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & 0 & 0 \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & 0 & 0 \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{11} & S_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{12} & S_{22} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{x'} \quad \varepsilon_{y'} \quad \gamma_{x'y'} \quad \kappa_{x'y'} \quad \kappa_{x'z'} \quad \kappa_{y'z'} \quad \gamma_{x'z'} \quad \gamma_{y'z'}\}. \quad (8)$$

Компоненты жесткости пластины определим как

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (z_k - z_{k-1}), \quad B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2),$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (Q_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3), \quad i = 1, 2, 6,$$

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^n (G_{ij})_k (Z_k - Z_{k-1}), \quad i = 4, 5,$$

где Q_{ij} и G_{ij} — элементы матриц упругих постоянных в повернутых осях,

$$[Q_{ij}]_{off} = [T]^T [Q_{ij}]_{on} [T], \quad i, j = 1, 2, 6,$$

$$[G_{ij}]_{off} = [T']^T [G_{ij}]_{on} [T'], \quad i, j = 4, 5,$$

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & \cos \varphi \sin \varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi & -\cos \varphi \sin \varphi \\ -\sin 2\varphi & \sin 2\varphi & \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \end{bmatrix}, \quad [T'] = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$[Q_{ij}]_{on} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}, \quad i, j = 1, 2, 6,$$

$$[G_{ij}]_{on} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix}, \quad i, j = 4, 5,$$

$$Q_{11} = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1} E_1, \quad Q_{22} = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1} E_2,$$

$$Q_{12} = (1 - \nu_{12}\nu_{21})^{-1} E_1 \nu_{21}, \quad Q_{66} = G_{12}, \quad Q_{44} = G_{23}, \quad Q_{55} = G_{31}.$$

В теории сдвигового деформирования первого порядка, используемой в настоящей работе,

$$\{\varepsilon_{x'} \quad \varepsilon_{y'} \quad \gamma_{x'y'} \quad \gamma_{x'z'} \quad \gamma_{y'z'}\}^T = \{\varepsilon_{x'}^0 \quad \varepsilon_{y'}^0 \quad \gamma_{x'y'}^0 \quad \gamma_{x'z'}^0 \quad \gamma_{y'z'}^0\}^T +$$

$$+z \left\{ \kappa_{x'} \quad \kappa_{y'} \quad \kappa_{x'y'} \quad \kappa_{x'z'} \quad \kappa_{y'z'} \right\}^T, \quad (10)$$

где

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{x'}^0 \\ \varepsilon_{y'}^0 \\ \gamma_{x'y'}^0 \\ \gamma_{x'z'}^0 \\ \gamma_{y'z'}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x'} \\ \frac{\partial v}{\partial y'} \\ \frac{\partial u}{\partial y'} + \frac{\partial v}{\partial x'} \\ \alpha_x + \frac{\partial w}{\partial x'} \\ \alpha_y + \frac{\partial w}{\partial y'} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \kappa_{x'} \\ \kappa_{y'} \\ \kappa_{x'y'} \\ \kappa_{x'z'} \\ \kappa_{y'z'} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \alpha_x}{\partial x'} \\ \frac{\partial \alpha_y}{\partial y'} \\ \frac{\partial \alpha_x}{\partial y'} + \frac{\partial \alpha_y}{\partial x'} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

1.3. Конечно-элементная формулировка. В настоящей работе формулировку конечно-элементного метода (МКЭ) разработали с использованием восьмиузловых изопараметрических серендиповых криволинейных квадратичных элементов с пятью степенями свободы в узловой точке (три перемещения u, v, w вдоль осей x', y', z' соответственно и два поворота α_y, α_x вокруг осей x', y' соответственно). Вектор перемещений $\{u\}$ конечного элемента выразим через функции формы $[N]$ и узловые перемещения $\{\delta\}$ как

$$\{u\} = [N] \{\delta\}. \quad (11)$$

Вектор деформаций $\{\varepsilon\}$ связан с узловыми степенями свободы конечного элемента $\{\delta\}$ матрицей деформации—перемещения $[B]$ как

$$\{\varepsilon\} = [B] \{\delta\}. \quad (12)$$

Здесь матрицы $[B]$ и $[N_i]$ имеют такой же вид, как в [38].

Энергию деформирования косоугольной пластины выразим как

$$U = \frac{1}{2} \iint_A \{\delta\}^T [B]^T [D] [B] \{\delta\} dx' dy', \quad (13)$$

а внешнюю работу — как

$$W_e = - \iint_A \{\delta\}^T [N]^T [q] dx' dy'. \quad (14)$$

Согласно теореме о минимуме потенциальной энергии

$$\frac{\partial E}{\partial \{\delta\}} = 0. \quad (15)$$

Подставив уравнения (13) и (14) в (15), получим матрицу жесткости конечного элемента $[K_e]$ и вектор внешней нагрузки $\{Q_e\}$:

$$[K_e] = \int_A [B]^T [D] [B] dx' dy', \quad (16)$$

$$\{Q_e\} = \int_A [N]^T [q] dx' dy'. \quad (17)$$

Матрицу жесткости элемента $[K_e]$ и вектор нагрузки $\{Q_e\}$ преобразуем в изопараметрические координаты ξ и η для численного интегрирования с использованием квадратурного правила Гаусса 2×2 . Наконец, глобальную матрицу жесткости $[K]$ и глобальный вектор нагрузки $[Q]$ получим путем сборки матриц конечных элементов. Определяющее уравнение

$$[K]\{d\} = \{Q\}, \quad (18)$$

где

$$[K] = \sum_{i=1}^n [K_e], \quad \{Q\} = \sum_{i=1}^n [Q_e],$$

решено методом исключения Гаусса.

Перемещения $\{d\}$ пластины из слоистого композита, полученные из решения уравнения (18), используем для нахождения вектора деформаций. Деформации, действующие на поверхности слоя, расположенного на расстоянии Oz от срединной поверхности слоистого композита, вычисляем в глобальных осях, используя уравнение (10). Деформации слоя преобразуем из глобальных осей пластины в локальные оси слоя с помощью матрицы преобразования $[T]$:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \frac{\gamma_{x'y'}}{2} \end{Bmatrix}. \quad (19)$$

Напряжения в слое вычисляем с помощью уравнения

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = [Q_{ij}]_{on} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} . \quad (20)$$

Нагрузку РПС P^{fl} в косоугольной пластине из слоистого композита определяем, подставив значения напряжений и деформаций слоев в хорошо известные критерии разрушения, такие как критерий максимального напряжения, максимальной деформации, Цая—Хилла, Цая—Ву, Хоффмана, Хашина и Пака.

1.3.1. Критерий максимального напряжения. Разрушение происходит, если удовлетворяется хотя бы одно из следующих условий:

- мода разрушения волокна при растяжении $\frac{\sigma_1}{\sigma_{1T}^u} \geq 1$,
- мода разрушения волокна при сжатии $-\sigma_1 \geq \sigma_{1C}^u$,
- мода растрескивания матрицы $\frac{\sigma_2}{\sigma_{2T}^u} \geq 1$, (21)
- мода смятия матрицы $-\sigma_2 \geq \sigma_{2C}^u$,
- мода разрушения матрицы при сдвиге $\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u} \geq 1$.

1.3.2. Критерий максимальной деформации. Разрушение происходит, если удовлетворяется хотя бы одно из следующих условий:

- мода разрушения волокна при растяжении $\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1T}^u} \geq 1$,
- мода разрушения волокна при сжатии $-\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{1C}^u$,
- мода растрескивания матрицы $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{2T}^u} \geq 1$, (22)
- мода смятия матрицы $-\varepsilon_2 \geq \varepsilon_{2C}^u$,
- мода разрушения матрицы при сдвиге $\frac{\gamma_{12}}{\gamma_{12}^u} \geq 1$.

1.3.3. Критерий разрушения Цая—Хилла. Разрушение происходит, если удовлетворяется хотя бы одно из следующих условий:

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1T}^u} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2T}^u} \right)^2 - \left(\frac{1}{\sigma_{1T}^u} + \frac{1}{\sigma_{2T}^u} \right) \sigma_1 \sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u} \right)^2 \geq 1, \quad \sigma_1, \sigma_2 > 0, \quad (23)$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1C}^u}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2C}^u}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sigma_{1C}^u} + \frac{1}{\sigma_{2C}^u}\right)\sigma_1\sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u}\right)^2 \geq 1, \sigma_1, \sigma_2 < 0. \quad (23)$$

1.3.4. Критерий разрушения Цая—Ву:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\sigma_{1T}^u} - \frac{1}{\sigma_{1C}^u}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{\sigma_{2T}^u} - \frac{1}{\sigma_{2C}^u}\right)\sigma_2 + \left(\frac{1}{\sigma_{1T}^u\sigma_{1C}^u}\right)\sigma_1^2 + \\ & + \left(\frac{1}{\sigma_{2T}^u\sigma_{2C}^u}\right)\sigma_2^2 - \left(\sqrt{\sigma_{1T}^u\sigma_{1C}^u\sigma_{2T}^u\sigma_{2C}^u}\right)\sigma_1\sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u}\right)^2 \geq 1. \end{aligned} \quad (24)$$

1.3.5. Критерий разрушения Хоффмана:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{1T}^u\sigma_{1C}^u} - \frac{1}{\sigma_{2T}^u\sigma_{2C}^u}\right)\sigma_1^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sigma_{1T}^u\sigma_{1C}^u} + \frac{1}{\sigma_{2T}^u\sigma_{2C}^u}\right)(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \\ & + \left(\frac{1}{\sigma_{1T}^u} - \frac{1}{\sigma_{1C}^u}\right)\sigma_1 + \left(\frac{1}{\sigma_{2T}^u} - \frac{1}{\sigma_{2C}^u}\right)\sigma_2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u}\right) \geq 1. \end{aligned} \quad (25)$$

1.3.6. Критерий разрушения Хашина:

— мода разрушения волокна при растяжении $\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{1T}^u}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u}\right)^2 \geq 1,$

— мода разрушения волокна при сжатии $-\sigma_1 \geq \sigma_{1C}^u,$

— мода растрескивания матрицы $\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2T}^u}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u}\right)^2 \geq 1, \quad (26)$

— мода смятия матрицы $\left[\left(\frac{\sigma_{2C}^u}{2\tau_{12}^u}\right)^2 - 1\right] \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2C}^u}\right) + \left(\frac{\sigma_2}{2\tau_{23}^u}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u}\right)^2 \geq 1.$

1.3.7. Критерий разрушения Пака:

— мода разрушения волокна при растяжении $\frac{1}{2}\left(\left|\frac{\sigma_1}{\sigma_{1T}^u}\right| + \left|\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1T}^u}\right|\right) \geq 1,$

— мода разрушения волокна при сжатии $\frac{1}{2}\left(\left|\frac{\sigma_1}{\sigma_{1C}^u}\right| + \left|\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1C}^u}\right|\right) \geq 1,$

— мода А растрескивания матрицы ($\sigma_2 > 0$)

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{12}}{\tau_{12}^u}\right)^2 + \left[1 - p_{12}^{(+)} \frac{\sigma_{2T}^u}{\tau_{12}^u}\right]^2 \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2T}^u}\right)^2} + p_{12}^{(+)} \frac{\sigma_2}{\tau_{12}^u} \geq 1, \quad (27)$$

— мода В смятия матрицы

$$\left[(\sigma_2 < 0); 0 \leq \left| \frac{\sigma_2}{\tau_{12}} \right| \leq \left| \frac{\tau_{23}^A}{\tau_{12}^C} \right| \right] : \frac{1}{\tau_{12}^u} \left[\sqrt{(\tau_{12})^2 + (p_{12}^{(-)} \sigma_2)^2} + p_{12}^{(+)} \sigma_2 \right] \geq 1,$$

— мода С смятия матрицы

$$\left[(\sigma_2 < 0); 0 \leq \left| \frac{\tau_{12}}{\sigma_2} \right| \leq \left| \frac{\tau_{12}^C}{\tau_{23}^A} \right| \right] : \left[\left(\frac{\tau_{12}}{2(1 + p_{12}^{(-)} \tau_{23}^A)} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{2C}^u} \right)^2 \right] \frac{\sigma_{2C}^u}{(-\sigma_2)} \geq 1,$$

где

$$p_{12}^{(+)} = 0,3, \quad p_{12}^{(-)} = 0,3,$$

$$\tau_{23}^A = \frac{\tau_{12}^u}{2p_{12}^{(-)}} \left[\sqrt{1 + 2p_{12}^{(-)} \frac{\sigma_{2C}^u}{\tau_{12}^u}} - 1 \right], \quad \tau_{12}^C = \tau_{12}^u \sqrt{1 + 2p_{12}^{(-)} \frac{\tau_{23}^A}{\tau_{12}^u}}.$$

Важно отметить, что в интерактивных теориях разрушения при оценке прочности не рассматривают отдельные компоненты напряжений слоев. Фактически, разрушение обусловлено взаимодействием напряжений слоев. Отдельные компоненты напряжений можно сравнить с допустимыми для выявления компоненты напряжения, играющей наиболее значительную роль в разрушении.

1.4. Анализ свободных колебаний. Путем сборки матриц конечных элементов получим соответствующие глобальные матрицы жесткости $[K]$ и массы $[M]$ и запишем основное уравнение в виде

$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0, \quad (28)$$

где ω — частота колебаний.

2. Численные примеры

Для подтверждения обоснованности предложенной конечно-элементной формулировки значения нагрузки РПС для пластины из ортогонально армированного композита $[0^\circ/90^\circ]$, вычисленные в [33], сравнивали с полученными в настоящей работе (табл. 1).

Табл. 1

Значения нормированной нагрузки \bar{P}^{fl} для пластины с укладкой $[0^\circ/90^\circ]_s$

Критерий разрушения	Отношение длины стороны к толщине	Разрушающая нагрузка, эксперимент [33]	\bar{P}^{fl} , расчет МКЭ			
			[33] (при конечно-элементной сетке 3×3 для четверти пластины)	Настоящая работа (при конечно-элементной сетке для полной пластины)		
				4×4	6×6	8×8
Максимальное напряжение	152,67	158,08	64,94	74,80	64,56	63,93
Максимальная деформация Хоффмана			76,04	113,34	94,48	92,90
Цая—Хилла			63,60	68,75	58,66	58,02
Цая—Ву			64,03	86,25	73,35	72,48
			68,30	76,47	65,03	64,26

Примечание: длина пластины 100 мм, толщина слоя 0,155 мм, нагрузка приложена в центре пластины.

Для подтверждения правильности внедрения косоугольной пластины из слоистого композита в вычислительную программу МКЭ, разработанную с помощью настоящего подхода, определили безразмерные основные частоты косоугольных пластин с двумя разными углами скоса и сравнили с рассчитанными в [22] (табл. 2).

Помимо решения тестовых задач выполнили численные исследования косоугольных пластин из эпоксидного слоистого углепластика Q-1115 при разных граничных условиях. В табл. 3 приведены значения свойств материалов; геометрические параметры рассматриваемых конфигураций косоугольных пластин следующие: $l/b = 1$, $b/t = 100$, $\alpha = 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30^\circ$.

Табл. 2

Значения безразмерных частот $\bar{\omega} = \omega l^2 / \pi^2 \sqrt{\frac{\rho}{E_{22}}}$ косоугольной свободно опертой пластины с укладкой $[90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ]$ ($l/b = 1$)

Угол скоса α , град Источник	Сетка	Мода		
		1	2	3
0 Настоящая работа [22]	8×8	1,9673	4,0223	6,6882
		1,9137	3,9730	6,6448
30 Настоящая работа [22]	8×8	2,9076	5,2589	8,4974
		2,8380	5,1945	8,4640

Примечание: $E_{11}/E_{22} = 40$, $G_{12}/E_{22} = 0,6$, $G_{23}/E_{22} = 0,5$, $\nu_{12} = 0,25$, $l/t = 1000$, $\rho = 1$. Размер пластины в плане $l \times b$, ρ — плотность материала пластины.

Механические свойства эпоксидного углепластика Q-1115

Упругие постоянные, ГПа		Прочность, МПа		Предельная деформация	
E_{11}	142,50	σ_{1T}	2193,50	ε_{1T}	0,01539
E_{22}	9,79	σ_{1C}	2457,0	ε_{1C}	0,01724
E_{33}	9,79	$\sigma_{2T} = \sigma_{3T}$	41,30	$\varepsilon_{2T} = \varepsilon_{3T}$	0,00412
$G_{12} = G_{13}$	4,72	$\sigma_{2C} = \sigma_{3C}$	206,80	$\varepsilon_{2C} = \varepsilon_{3C}$	0,02112
G_{23}	1,192	τ_{12}^u	61,28	γ_{12}^u	0,05141
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0,27	τ_{23}^u	78,78	γ_{23}^u	0,01669
ν_{23}	0,25	τ_{13}^u	78,78	γ_{13}^u	0,01669

Рассматривали граничные условия защемления (C) и свободного опирания (S) кромок пластин. Комбинируя эти два граничных условия, сгенерировали четыре типа пластин с граничными условиями CCCC, SSSS, CSCS и CCSS (рис. 2).

Исследовали четыре разные последовательности укладки слоев, комбинируя антисимметричные (AS) и симметричные (SY) ортогонально армированные (CP) и перекрестно-угловые (AP) слоистые композиты. В настоящем численном исследовании рассматривали укладки композита, образованные комбинациями слоев $\pm 45^\circ, 0^\circ, 90^\circ$. Помимо упомянутых параметрических изменений дискретно варьировали угол скоса от 0° до 30° с шагом 5° .

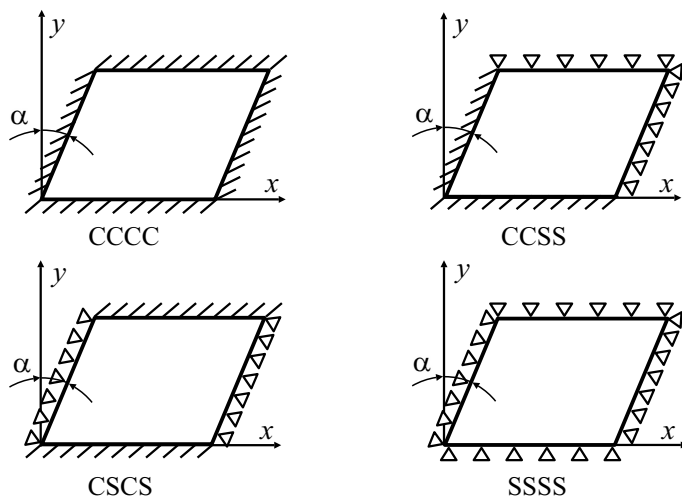


Рис. 2. Разные типы граничных условий на кромках: C — защемленная (//); S — свободно опертая ($\Delta \Delta \Delta$).

Табл. 4

Значения \bar{P}^{β} для косоугольных пластин с граничными условиями СССС

Укладка	Угол скоса α , град	\bar{P}^{β}	Критерий разрушения	Номер первого разрушенного слоя	Мода разрушения
ASAP [+45°/-45°]	0	492,339	МД*	1	ТРМ**
	5	434,116	То же	1	То же
	10	388,151	" "	1	" "
	15	364,6578	" "	1	" "
	20	360,572	" "	1	" "
	25	367,722	" "	1	" "
	30	374,872	" "	1	" "
ASCP [0°/90°]	0	1071,501	Хоффмана	1	ВІР***
	5	1084,780	То же	1	То же
	10	1121,553	" "	1	" "
	15	1170,582	" "	1	" "
	20	1221,655	" "	1	" "
	25	1310,521	" "	1	ТРМ
	30	1459,653	" "	1	То же
SYAP [+45°/45°/+45°]	0	1039,836	МД	3	" "
	5	980,592	То же	3	" "
	10	801,839	Хоффмана	1	" "
	15	680,286	МД	1	" "
	20	576,098	То же	1	" "
	25	522,983	" "	1	" "
	30	517,875	" "	1	" "
SYCP [0°/90°/0°]	0	1692,543	" "	1	" "
	5	1689,479	Пака	1	СМ****
	10	1758,937	МД	1	ТРМ
	15	1432,073	Пака	3	СМ
	20	1067,416	То же	3	То же
	25	938,713	" "	3	" "
	30	945,863	" "	3	" "

Примечание: $l/b = 1$, $b/t = 100$, размер конечно-элементной сетки 8×8 .

Для табл.4—8:

*МД — максимальная деформация.

**ТРМ — трансверсальное растрескивание матрицы.

***ВІР — волокно при растяжении.

****СМ — смятие матрицы, мода С.

Табл. 5

Значения \bar{P}^{fl} для косоугольных пластин с граничными условиями SSSS

Укладка	Угол скоса α , град	\bar{P}^{fl}	Критерий разрушения	Номер первого разрушенного слоя	Мода разрушения
ASAP [+45°/-45°]	0	427,988	МД	1	TRM
	5	351,379	То же	1	То же
	10	317,671	" "	1	" "
	15	299,285	" "	1	" "
	20	292,135	" "	1	" "
	25	293,156	" "	1	" "
	30	302,349	" "	1	" "
ASCP [0°/90°]	0	536,261	Пака	1	СМ
	5	404,494	То же	1	То же
	10	596,527	"	1	" "
	15	586,312	"	1	" "
	20	642,492	"	1	" "
	25	989,785	"	1	" "
	30	1008,172	"	1	" "
SYAP [+45°/45°/+45°]	0	268,641	МД	3	TRM
	5	281,920	То же	3	То же
	10	336,057	" "	3	" "
	15	307,456	" "	1	" "
	20	291,113	" "	1	" "
	25	289,070	" "	1	" "
	30	291,113	" "	1	" "
SYCP [0°/90°/0°]	0	653,728	Пака	1	СМ
	5	528,089	То же	1	То же
	10	518,896	"	1	" "
	15	280,899	"	3	" "
	20	393,258	"	3	" "
	25	393,258	"	3	" "
	30	376,915	"	3	" "

3. Результаты и обсуждение

3.1. Тестовые задачи. Из данных табл. 1 видно хорошее согласование значений статической нагрузки РПС пластины из слоистого композита, вычисленной в настоящей работе и в [33], свидетельствующее о правильном включении формулировки РПС в вычислительную программу МКЭ.

Табл. 6

Значения \bar{P}^I для косоугольных пластин с граничными условиями CCSS

Укладка	Угол скоса α , град	\bar{P}^I	Критерий разрушения	Номер первого разрушенного слоя	Мода разрушения
ASAP [+45°/-45°]	0	400,408	МД	1	TRM
	5	347,293	То же	1	То же
	10	315,628	" "	1	" "
	15	306,435	" "	1	" "
	20	297,242	" "	1	" "
	25	302,349	" "	1	" "
	30	307,456	" "	1	" "
ASCP [0°/90°]	0	655,771	Пака	1	СМ
	5	742,594	То же	1	То же
	10	787,538	Хоффмана	1	ВПР
	15	843,718	То же	1	То же
	20	923,391	" "	1	" "
	25	995,914	" "	1	TRM
	30	1085,802	" "	1	То же
SYAP [+45°/45°/+45°]	0	350,357	МД	3	" "
	5	357,507	То же	3	" "
	10	407,559	" "	3	" "
	15	412,666	" "	1	" "
	20	384,065	" "	1	" "
	25	374,872	" "	1	" "
	30	382,022	" "	1	" "
SYCP [0°/90°/0°]	0	637,385	Пака	1	СМ
	5	820,225	То же	1	То же
	10	875,383	"	1	" "
	15	536,261	"	3	" "
	20	448,417	"	3	" "
	25	550,562	"	3	" "
	30	556,690	"	3	" "

Сравнение рассчитанных значений безразмерных линейных частот косоугольных пластин с укладкой [90°/0°/90°/0°/90°] со свободно опертыми кромками с приведенными в [22] (см. табл. 2) также свидетельствует о правильном включении геометрии косоугольной пластины из слоистого композита в предложенную формулировку.

Табл. 7

Значения \bar{P}^{β} для косоугольных пластин с граничными условиями CSCS

Укладка	Угол скоса α , град	\bar{P}^{β}	Критерий разрушения	Номер первого разрушенного слоя	Мода разрушения
ASAP [+45°/-45°]	0	366,701	МД	1	TRM
	5	377,937	То же	1	То же
	10	401,430	" "	1	" "
	15	411,644	" "	1	" "
	20	399,387	" "	1	" "
	25	400,408	" "	1	" "
	30	415,730	" "	1	" "
ASCP [0°/90°]	0	990,807	Пака	2	СМ
	5	1016,343	То же	2	То же
	10	1205,311	" "	2	" "
	15	1221,655	" "	2	" "
	20	1343,207	" "	1	" "
	25	1539,326	" "	1	" "
	30	1599,591	" "	1	" "
SYAP [+45°/45°/+45°]	0	509,704	МД	3	TRM
	5	645,557	То же	3	То же
	10	584,270	" "	1	" "
	15	517,875	" "	1	" "
	20	494,382	" "	1	" "
	25	497,446	" "	1	" "
	30	518,897	" "	1	" "
SYCP [0°/90°/0°]	0	1607,763	Пака	1	СМ
	5	1188,968	То же	1	То же
	10	1499,489	" "	1	" "
	15	1208,376	" "	3	" "
	20	691,522	" "	3	" "
	25	775,281	" "	3	" "
	30	1035,751	" "	3	" "

3.2. Поведение РПС косоугольных пластин из слоистых композитов при разных граничных условиях. Значения нагрузки РПС для косоугольных пластин из симметричных и антисимметричных слоистых композитов с разными углами скоса и граничными условиями рассчитали с использованием настоящей формулировки МКЭ и критериев разрушения максимального напряжения, максимальной деформации,

Табл. 8

Список определяющих критериев разрушения при разных укладках и условиях опирания пластин

Граничные условия	Укладка			
	ASAP [+45°/-45°]	ASCP [0°/90°]	SYAP [+45°/-45°/45°]	SYCP [0°/90°/0°]
CCCC	МД	Хоффмана	Хоффмана (МД)	МД (Пака)
CCSS	МД	Хоффмана (Пака)	МД	Пака
CSCS	МД	Пака	То же	То же
SSSS	МД	То же	" "	"

Хоффмана, Цая—Хилла, Цая—Ву, Хашина и Пака. Минимальные безразмерные разрушающие нагрузки, полученные при разных критериях разрушения, рассматривали как определяющие нагрузки РПС (\bar{P}^{fl}) в каждом случае и представили в табл. 4—7. Указаны безразмерные равномерно распределенные нагрузки РПС: $\bar{P}^{fl} = (P^{fl}/E_{22})(l/t)^4$, где P^{fl} — нагрузка РПС, Н/мм², а основные результаты из этих таблиц обобщены в табл. 8 с определяющими критериями разрушения для разных комбинаций граничных условий и укладки композита. Для пластин из слоистых композитов SYAP и SYCP с заземленными кромками и композита ASCP с граничными условиями CCSS в скобках указан дополнительный критерий разрушения, который не был определяющим, но дал значения нагрузок РПС, очень близкие (в пределах 10%) к контрольным значениям. Из данных табл. 8 видно, что критерий максимальной деформации для пластин из перекрестно-угловых композитов (как антисимметричных, так и симметричных) и критерий Пака для пластин из симметричных перекрестно-угловых композитов — единственные критерии разрушения, которые можно предложить для нахождения нагрузок РПС.

В случае косоугольной пластины из ASCP можно использовать критерий Хоффмана или Пака.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что для оценки нагрузки РПС для рассмотренных комбинаций косоугольных пластин можно рекомендовать только критерий максимального разрушения, Пака или Хоффмана.

3.3. Влияние углов скоса на поведение РПС косоугольных пластин из слоистых композитов. Зависимости нагрузки РПС от угла скоса α для пластин с разной укладкой слоев и разными граничными условиями приведены на рис. 3. Поскольку РПС изучали при дискретных значениях угла скоса, предложены аппроксимирующие зависимости (рабочие формулы), коррелирующие нагрузку РПС с углом α . Вычисляли минималь-

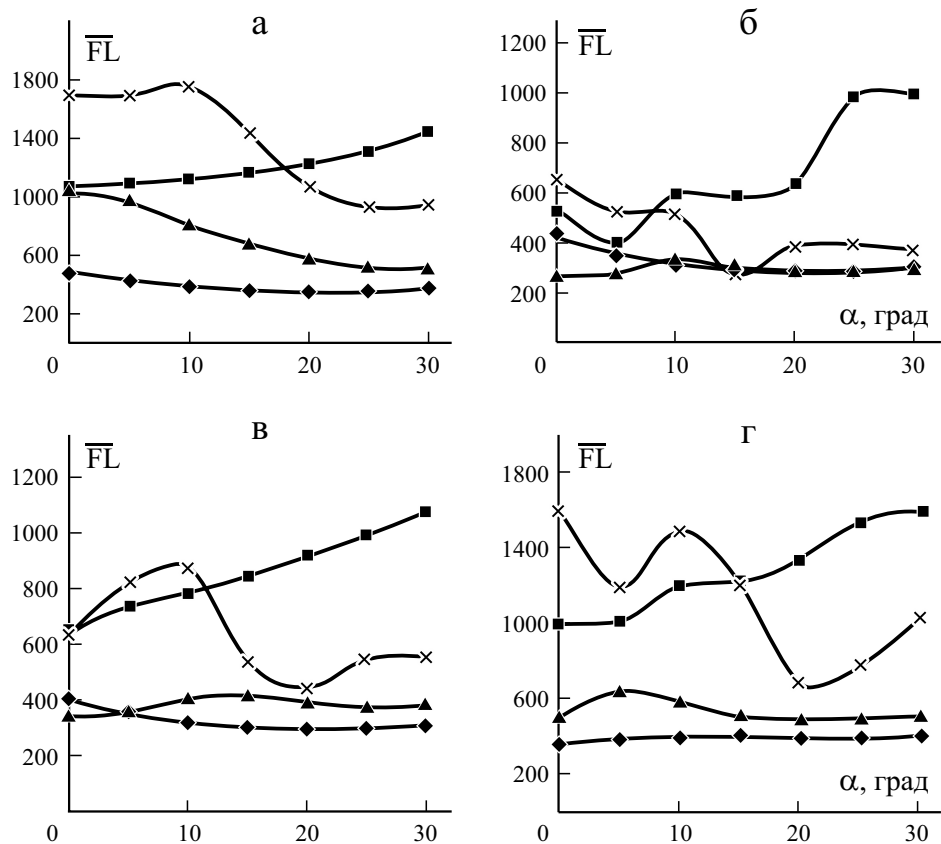


Рис. 3. Зависимость нагрузки \overline{P}^{fl} от угла скоса α при граничных условиях CCCC (а), SSSS (б), CCSS (в), CSCS (г) для пластин из ASAP (—◆—), ASCP (—■—), SYAP (—▲—), SYCP (—×—).

ную нагрузку РПС при соответствующем угле скоса и находили наиболее подходящую подгоночную кривую с коэффициентом корреляции Пирсона, близким к 1 (см. рис. 3). Аппроксимирующие уравнения этих кривых можно использовать для предсказания нагрузки РПС для любого угла скоса в диапазоне от 0 до 30°. В некоторых случаях изменение нагрузки РПС с углом скоса демонстрировали единые тенденции (для этих случаев уравнения, связывающие нагрузку РПС и углы скоса, представлены в табл. 9); во многих других случаях прямой корреляции между ними не наблюдали. Настоящая работа посвящена практическим оценкам нагрузок РПС, которые могут непосредственно использовать практикующие инженеры. Естественно, поставленная цель — оценить консервативные значения разрушающих нагрузок. Поскольку в слоистых композитах, в отличие от изотропных, последовательность укладки, свойства волокон и матрицы

Табл. 9

Зависимость между величиной \bar{P}^{fl} и углом скоса α

Укладка	Зависимость	R^2
ASAP/CCCC	$\bar{P}^{\text{fl}} = 0,3\alpha^2 - 12,68\alpha + 490$	0,990
ASCP/CCCC	$\bar{P}^{\text{fl}} = 0,449\alpha^2 - 1,225\alpha + 1078$	0,992
SYAP/CCCC	$\bar{P}^{\text{fl}} = 0,444\alpha^2 - 32,67\alpha + 1076$	0,978
ASAP/SSSS	$\bar{P}^{\text{fl}} = 0,297\alpha^2 - 12,63\alpha + 419$	0,976
ASAP/CCSS	$\bar{P}^{\text{fl}} = 0,226\alpha^2 - 9,55\alpha + 395$	0,979
ASCP/CCSS	$\bar{P}^{\text{fl}} = 0,095\alpha^2 + 10,94\alpha + 666,9$	0,995
ASAP/CSCS	$\bar{P}^{\text{fl}} = 0,001\alpha^4 - 0,055\alpha^3 + 0,790\alpha^2 - 0,005\alpha + 366,2$	0,976
SYAP/CSCS	$\bar{P}^{\text{fl}} = -0,004\alpha^4 + 0,320\alpha^3 - 7,459\alpha^2 + 55,19\alpha + 511,5$	0,985

Примечание: R^2 — коэффициент корреляции.

сложным образом взаимодействуют с геометрией косоугольных пластин, определяющий критерий разрушения может изменяться с изменением угла скоса.

На основе представленных наблюдений можно сделать вывод о том, что проектировщик должен использовать конкретные рабочие формулы для некоторых комбинаций косоугольных пластин (см. данные табл. 9), а для других комбинаций необходимо подобрать значения нагрузки РПС, соответствующие заданному углу скоса исходя из данных рис. 3.

3.4. Рекомендации по выбору конкретной комбинации пластины из нескольких вариантов. Вполне естественно, что косоугольная пластина после РПС повреждается и частота ее колебаний изменяется. Поэтому исследовали свободные колебания неповрежденной пластины (до РПС) и поврежденной сразу после РПС.

Один из наиболее распространенных способов оценки повреждения конструкции с помощью неразрушающего контроля — измерение ее собственной частоты и сравнение с частотой неповрежденной конструкции. Фактически отношение частот поврежденной и неповрежденной пластин указывает на степень повреждения пластины, обусловленного РПС. Чем меньше это отношение, тем больше степень повреждения пластины. Установлено, что в большинстве случаев основная частота в силу повреждения РПС резко падала и, за некоторым исключением, снижалась почти на 50%.

Первый 21 из 120 рассмотренных вариантов косоугольных пластин представлен в табл. 10 в порядке ранжирования и может быть назван “предпочтительные варианты”. В таблице указан коэффициент снижения частоты для этих вариантов. Оказалось, что наиболее предпочтительные комбинации — пластины из ортогонально армированного композита с

четырьмя заземленными кромками либо с двумя противоположными заземленными кромками и двумя другими свободно опертыми.

После РПС вклад в жесткость разрушенных конечных элементов исключали из анализа и заново вычисляли глобальную матрицу жесткости косоугольных пластин из слоистых композитов для расчета частоты повреждений пластины (см. уравнение (28)). Кроме того, коэффициент снижения частоты оценивали как отношение частоты пластины после РПС к собственной частоте неповрежденной пластины, как указано в табл. 10.

В инженерной практике отклонение на 10% обычно считают номинальным. Из данных табл. 10 видно, что первые пять комбинаций пластин

Табл. 10

Ранжирование косоугольных пластин в зависимости от отношения нагрузки РПС P^{fl} к разрушающей нагрузке P^{ult}

Ранг в зависимости от нагрузки P^{fl}	Версия пластины	\bar{P}^{fl}	$(P^{fl} / P^{ult}) \times 100\%$	Уменьшение частоты в силу РПС
1	SYCP/CCCC/10*	1758,938	100,00	0,50
2	SYCP/CCCC/0	1692,543	96,23	0,50
3	SYCP/CCCC/5	1689,479	96,05	0,50
4	SYCP/CSCS/0	1607,763	91,41	0,50
5	ASCP/CSCS/30	1599,591	90,94	0,84
6	ASCP/CSCS/25	1539,326	87,51	0,87
7	SYCP/CSCS/10	1499,489	85,25	0,50
8	ASCP/CCCC/30	1459,653	82,98	0,53
9	SYCP/CCCC/15	1432,073	81,42	0,49
10	ASCP/CSCS/20	1343,207	76,36	0,92
11	ASCP/CCCC/25	1310,521	74,51	0,56
12	ASCP/CCCC/20	1221,655	69,45	0,60
12	ASCP/CSCS/15	1221,655	69,45	0,93
13	SYCP/CSCS/15	1208,376	68,70	0,50
14	ASCP/CSCS/10	1205,312	68,52	0,93
15	SYCP/CSCS/5	1188,968	67,60	0,50
16	ASCP/CCCC/15	1170,582	66,55	0,65
17	ASCP/CCCC/10	1121,552	63,76	0,72
18	ASCP/CCSS/30	1085,802	61,73	0,50
19	ASCP/CCCC/5	1084,780	61,67	0,81
20	ASCP/CCCC/0	1071,501	60,92	0,927

*SYCP/CCCC/10 — пластина из симметричного ортогонально армированного композита/заземленные кромки/угол скоса $\alpha = 10^\circ$.

имеют близкие значения нагрузок РПС — в пределах 10% по сравнению с наилучшим вариантом. Результаты показывают, что при рассмотрении пяти лучших вариантов снижение основной частоты при РПС минимально для комбинации ASCP/CSCS/30°. Также видно, что конфигурации пластин без скашивания ($\alpha = 0$), так и со скосом ($\alpha \neq 0$) могут демонстрировать хорошие и сопоставимые результаты при надлежащем выборе структуры слоистого композита и граничных условий. Результаты, полученные в настоящей работе, послужат практикующим инженерам основой при выборе конкретной комбинации пластин с учетом практических ограничений (на нагрузку, граничные условия, последовательность укладки слоев, угол скоса и т. д.).

Таким образом, в результате настоящего исследования пришли к выводу, что используемая вычислительная программа МКЭ пригодна для изучения поведения РПС косоугольных пластин из слоистых композитов. Критерий максимальной деформации для пластин из перекрестно-угловых композитов (как антисимметричных, так и симметричных) и критерий Пака для пластин из симметричных ортогонально армированных композитов можно предложить для получения наиболее консервативных значений нагрузок РПС. Хотя единый критерий разрушения для пластин из антисимметричных перекрестно-угловых композитов не идентифицировали, можно рекомендовать критерий Хоффмана или Пака. Для получения наиболее консервативной оценки несущей способности косоугольных пластин можно использовать рабочие формулы и графические зависимости для предсказания разрушающих нагрузок пластин с разным углом скоса. Для идентификации хорошей косоугольной пластины из рассмотренных вариантов можно использовать процедуру ранжирования на основе отношения разрушающих нагрузок. Установлено, что наилучшие комбинации — пластины из ортогонально армированного композита с четырьмя защемленными кромками либо с двумя противоположными защемленными и двумя другими свободно опертыми кромками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Morley L. S. D.* Bending of clamped rectilinear plates // *J. Mech. Appl. Math.* — 1963. — Vol. XVII, No. 3. — P. 293—317.
2. *Kennedy J. B.* On the bending of clamped skewed plates under uniform pressure // *J. Roy. Aero. Soc.* — 1965. — Vol. 69, No. 653. — P. 352—355.
3. *Sundara K. T., Iyenger R., and Srinivasan R. S.* Clamped skewed plates under uniform normal loading // *J. Roy. Aero. Soc.* — 1966. — Vol. 71, No. 674. — P. 139—140.
4. *Srinivasa C. V., Suresh Y. J., and Kumar W. P. P.* Experimental and finite element studies on free vibration of skew plates // *Int. J. Adv. Struct. Eng.* — 2014. — Vol. 6, No. 48. — P. 1—11.

5. *Rajaiah T. and Rao A. K.* Exact analysis of simply supported rhombic plates under uniform pressure // *Math. Proc. Camb. Phil. Soc.* — 1974. — Vol. 76, No. 1. — P. 381—388.
6. *Mukhopadhyay M.* Finite strip method of analysis of clamped skewed plate in bending // *Proc. Inst. Civil Eng.* — 1976. — Vol. 61, No. 2. — P. 189—195.
7. *Wang C. M., Kitipornchai S., Xiang Y., and Liew K. M.* Stability of skew Mindlin plates under isotropic inplane pressure // *J. Eng. Mech.* — 1993. — Vol. 119, No. 2. — P. 393—401.
8. *Liew K. M. and Han J. B.* Bending analysis of simply supported shear deformable skew plates // *J. Eng. Mech.* — 1997. — Vol. 123, No. 3. — P. 214—221.
9. *Muhammad T. and Singh A. V.* A p-type solution for the bending of rectangular, circular, elliptic and skew plates // *Int. J. Solids Struct.* — 2004. — Vol. 41, No. 15. — P. 3977—3997.
10. *Das D., Sahoo P., and Saha K.* Large deflection analysis of skew plates under uniformly distributed load for mixed boundary conditions // *Int. J. Eng. Sci. Tech.* — 2010. — Vol. 2, No. 4. — P. 100—112.
11. *Chun P. J., Fu G., and Lim Y. M.* Analytical solutions for skewed thick plates subjected to transverse loading // *Struct. Eng. Mech.* — 2011. — Vol. 38, No. 5. — P. 549—571.
12. *Wankhade R. L.* Geometric nonlinear analysis of skew plates using finite element method // *Int. J. Adv. Eng. Tech.* — 2011. — Vol. 2, No. 2. — P. 154—163.
13. *Upadhyay A. K. and Shukla K. K.* Large deformation flexural behaviour of laminated composite skew plates: An analytical approach // *Compos. Struct.* — 2012. — Vol. 94, No. 12. — P. 3722—3735.
14. *Singh B. and Chakraverty S.* Flexural vibration of skew plates using boundary characteristic orthogonal polynomials in two variables // *J. Sound Vib.* — 1994. — Vol. 173, No. 2. — P. 157—178.
15. *Barik M. and Mukhopadhyay M.* Free flexural vibration analysis of arbitrary plates with arbitrary stiffeners // *J. Vib. Cont.* — 1997. — Vol. 5, No. 5. — P. 667—683.
16. *Barik M. and Mukhopadhyay M.* Finite element free flexural vibration analysis of arbitrary plates // *Fin. Elem. Anal. Des.* — 1998. — Vol. 29, No. 2. — P. 137—151.
17. *Gurses M., Civalek O., Korkmaz A. K., and Ersoy H.* Free vibration analysis of symmetric laminated skew plates by discrete singular convolution technique based on first-order shear deformation theory // *Int. J. Num. Meth. Eng.* — 2009. — Vol. 79, No. 3. — P. 290—313.
18. *Park I., Lee U., and Park D.* Transverse vibration of the thin plates: Frequency-domain spectral element modeling and analysis // *Math. Probl. Eng.* — 2015. — Vol. 2015. — P. 1—15.
19. *Wang S.* Free vibration analysis of skew fibre-reinforced composite laminates based on first order shear deformation plate theory // *Comput. Struct.* — 1997. — Vol. 63, No. 3. — P. 525—538.
20. *Singha M. K. and Ganapathy M.* Large amplitude free flexural vibrations of laminated composite skew plates // *Int. J. Non-Linear Mech.* — 2004. — Vol. 39, No. 10. — P. 1709—1720.

21. *Malekzadeh P.* A differential quadrature nonlinear free vibration analysis of laminated composite skew thin plates // *Thin Walled Struct.* — 2007. — Vol. 45, No. 2. — P. 237—249.
22. *Singha M. K. and Daripa R.* Nonlinear vibration of symmetrically laminated composite skew plates by finite element method // *Int. J. Non-Linear Mech.* — 2007. — Vol. 42, No. 9. — P. 1144—1152.
23. *Kumar A. and Chakrabarti A.* Failure analysis of laminated composite skew laminates // *Proc. Eng.* — 2017. — Vol. 173, No. 2017. — P. 1560—1566.
24. *Turvey G. J.* An initial flexural failure analysis of symmetrically laminated cross-ply rectangular plates // *Int. J. Solids Struct.* — 1979. — Vol. 16, No. 5. — P. 451—463.
25. *Reddy J. N. and Pandey A. K.* A first ply failure analysis of composite laminates // *Compos. Struct.* — 1987. — Vol. 25, No. 3. — P. 371—393.
26. *Kam T. Y. and Jan T. B.* First ply failure analysis of laminated composite plates based on the layerwise linear displacement theory // *Compos. Struct.* — 1995. — Vol. 32, Nos. 1—4. — P. 583—591.
27. *Echaabi J., Trochu F., Pham X. T., and Ouellet M.* Theoretical and experimental investigation of failure and damage progression of graphite epoxy composites in flexural bending test // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 1996. — Vol. 15, No. 7. — P. 740—755.
28. *Prusty B. G., Satsangi S. K., and Ray C.* First ply failure analysis of laminated panels under transverse loading // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2001. — Vol. 20, No. 8. — P. 671—684.
29. *Ochoa O. O. and Engblom J. J.* Analysis of progressive failure in composite // *Compos. Sci. Tech.* — 1987. — Vol. 28, No. 2. — P. 87—102.
30. *Tolson S. and Zabarar N.* Finite element analysis of progressive failure in laminated composite plates // *Comput. Struct.* — 1991. — Vol. 38, No. 3. — P. 361—376.
31. *Pal P. and Ray C.* Progressive failure analysis of laminated composite plate by finite element method // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2002. — Vol. 21, No. 16. — P. 1505—1513.
32. *Chattopadhyay B., Sinha P. K., and Mukhopadhyay M.* Geometric nonlinear analysis of composite stiffened plate using finite element // *Compos. Struct.* — 1995. — Vol. 31, No. 2. — P. 107—118.
33. *Kam T. Y., Sher H. F., Chao T. N., and Chang R. R.* Predictions of deflection and first ply failure load of thin laminated composite plates via the finite element approach // *Int. J. Solids Struct.* — 1996. — Vol. 33, No. 3. — P. 375—398.
34. *Padhi G. S., Sheno R. A., Moy S. S. J., and Hawkins G. L.* Progressive failure and ultimate collapse of laminated composite plates in bending // *Compos. Struct.* — 1998. — Vol. 40, No. 3. — P. 277—291.
35. *Reddy Y. S. N. and Reddy J. N.* Linear and nonlinear failure analysis of composite laminates with transverse shear // *Compos. Sci. Technol.* — 1992. — Vol. 44, No. 3. — P. 227—255.
36. *Kam T. Y. and Lai F. M.* Experimental and theoretical predictions of first ply failure strength of laminated composite plates // *Int. J. Solids Struct.* — 1999. — Vol. 36, No. 16. — P. 2379—2395.

37. Reddy Y. S. N., Dakshina Moorthy C. M., and Reddy J. N. Nonlinear progressive failure analysis of laminated composite plates // Int. J. Non-Linear Mech. — 1995. — Vol. 30, No. 5. — P. 629—649.

38. Das H. S. and Chakravorty D. Design aids and selection guidelines for composite conoidal shell roofs — A finite element application // J. Reinf. Plast. Compos. — 2007. — Vol. 26, No. 17. — P. 1793—1819.

Поступила в редакцию 25.05.2020

Окончательный вариант поступил 29.03.2021

Received May 25, 2020 (March 29, 2021)

Роберт Дмитриевич Максимов

(02.07.1938—19.09.2021)

19 сентября ушел из жизни профессор, хабилитированный доктор технических наук, член-корреспондент Латвийской Академии наук Роберт Дмитриевич Максимов.

Область его научных исследований — физика и механика полимерных композитных материалов. В лаборатории под его руководством были проведены обширные исследования влияния механического нагружения и гигротермического воздействия на физико-механические свойства полимерных композитов, разработан метод многопараметрического предсказания длительной деформации полимеров, исследованы гибридные композиты и разработан метод предсказания термической деформации и ползучести гибридных композитов с термореологически сложными экологическими свойствами, изучен эффект агрегации в композитах с зернисто-волоконистым наполнителем и предложен метод его учета в моделях расчета теплофизических и механических свойств. Кроме того, проведены исследования термомеханических свойств композитов, содержащих термотропные жидкокристаллические полимеры, исследованы механические свойства поли-

эфирного полимербетона, в том числе длительная (до пяти лет) ползучесть и влияние влагопоглощения. В последние годы Роберт Дмитриевич изучал полимерные нанокомпозиты с целью создания научных основ их практического использования.

Роберт Дмитриевич Максимов родился 2 июля 1938 года в Латгалии в Краславском районе Кастиугинской волости в старообрядческой семье. Маленький Роберт с детства был приучен не бояться любой работы и выполнять ее аккуратно и качественно. Эти воспитанные в детстве качества сопровождали Роберта Максимова на протяжении всей его жизни.

В 1955 году, окончив Приежмальскую среднюю школу, он поступил на строительный факультет Латвийского государственного



университета. В 1958 году факультет передали Рижскому политехническому институту, который он окончил с отличием в 1960 году, получив диплом инженера-строителя. Начав работать стажером-исследователем и младшим научным сотрудником в Институте строительства и архитектуры Академии наук Латвийской ССР, исследовал возможности контроля строительных материалов неразрушающими методами.

В мае 1963 года в составе Академии наук Латвийской ССР был создан Институт механики полимеров (ИМП) — первый институт такого профиля в Советском Союзе. Основатель и первый директор института — действительный член Латвийской Академии наук Александр Малмейстер. Исследовательская программа Института механики полимеров включала следующие задачи: разработку научных основ сопротивления полимерных материалов; создание инженерных методов оценки полимерных и композитных конструкций; разработку теории деформирования и разрушения высокомолекулярных и высокопрочных композитных материалов при комбинированном воздействии нагрузок и факторов окружающей среды; создание современных методов диагностики и прогнозирования долговечности механических свойств полимерных и композитных материалов.

В ИМП Роберт Максимов прошел путь от инженера (1963—1964), главного инженера (1964—1968), старшего научного сотрудника (с 1969), ученого секретаря (1970—1974), заместителя директора (1979—1984) до директора института (1986—1988). С 1975 года руководил лабораторией прогнозирования длительной прочности полимерных материалов.

Роберт Дмитриевич Максимов — лауреат Премий Президиума Латвийской академии наук (1974) и Фридриха Цандера (1976), награжден Государственной премией Латвийской ССР (1982) в области науки и техники за личный вклад авторов в цикл исследований деформирования и разрушения композитных материалов и конструкций и за внедрение разработок в народное хозяйство, лауреат Государственной премии Совета Министров СССР (1983) в области науки и технологий за создание и внедрение новых гибридных материалов в народное хозяйство. Р. Д. Максимов был членом Латвийского национального комитета по механике, редколлегии журнала «Механика композитных материалов / Mechanics of Composites Materials», членом бюро Отделения физико-технических наук Латвийской академии наук (1987–1992), членом Ученого совета ИМП и Института механики материалов Латвийского университета, членом оргкомитета международных конференций по механике композитных материалов, организованных ИМП с 1976 по 2012 г. и членом оргкомитета ежегодной международной конференции «Polymer Characterization», организуемой Университетом Северного Техаса (Дентон, США).

Р. Д. Максимов — автор более 290 научных публикаций, в том числе монографии, переведенной и изданной в Венгрии, а также двух глав книг, изданных в США и Англии. Его работа в редколлегии журнала и в привлечении в журнал авторов из России неопределима.

Любовь к научной работе и доброе отношение Роберта Дмитриевича Максимова к коллегам останется в памяти сотрудников института и журнала «Механика композитных материалов».

Редколлегия журнала «Механика композитных материалов»

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Каблов Е. Н., Старцев В. О.</i> Влияние внутренних напряжений на старение полимерных композиционных материалов. Обзор	805
<i>Анисевич К., Старкова О.</i> Оценка вязкопластической деформации ПЭВП, наполненного многостенными углеродными нанотрубками, с использованием соотношения скоростей реакции	823
<i>Кудрявцев О. А., Оливенко Н. А., Сапожников С. Б., Игнатова А. В., Безмельницын А. В.</i> Оценка повреждений и остаточной прочности слоистого композита после низкоскоростного удара с использованием индикаторных покрытий	839
<i>Футч Т., Ким Г., Стеркенбург Р.</i> Влияние альтернативного топлива для турбинных двигателей на механические свойства эпоксидного волокнисто-армированного углепластика	853
<i>Ань В. Т. Т., Хуон В. Т., Нгуен Ф. Д., Дык Н. Д.</i> Нелинейный динамический анализ полых сферических оболочек типа сэндвич из пористого композита, армированного пластинками графена	869
<i>Бакулин В. Н., Бойцова Д. А., Неодбай А. Я.</i> Параметрический резонанс подкрепленной шпангоутами трехслойной цилиндрической композитной оболочки	887
<i>Михаськив В. В., Стасюк Б. М.</i> Эффективные модули упругости коротковолокнистого композита при скользящем контакте на межфазных поверхностях	901
<i>Беляк О. А., Суворова Т. В.</i> Прогнозирование механических свойств антифрикционных композитных материалов	917
<i>Кудимова А. Б., Наседкин А. В., Наседкина А. А., Раджагопал А.</i> Компьютерное моделирование композитов, состоящих из пьезокерамической матрицы с металлическими включениями и порами	933
<i>Чебаков М. И., Данильченко С. А.</i> Моделирование износа сферического шарнирного соединения с тонким композитным покрытием	947
<i>Ли Я. Ц., Чжан Д. Х.</i> Распределение локальных напряжений в волокнисто-армированных композитах с учетом термических напряжений отверждения	959
<i>Мирзаэй А., Дарбанди А. Х., Тагавиан С. Х.</i> Экспериментальное исследование влияния z-штифтов с нанесенным адгезивом на механическое поведение соединений внахлестку	975
<i>Чаттерджи Д., Гош А., Чакраворти Д.</i> Анализ разрушения первого слоя в косоугольных пластинах из слоистых композитов при разных граничных условиях на кромках	989
Роберт Дмитриевич Максимов	1013

CONTENTS

<i>Kablov E. N. and Startsev V. O.</i> The influence of internal stresses on the aging of polymer composite materials. A review	805
<i>Aniskevich K. and Starkova O.</i> Evaluation of viscoplastic strain of high density polyethylene/multiwall carbon nanotube composites using the reaction rate relation	823
<i>Kudryavtsev O. A., Olivenko N. A., Sapozhnikov S. B., Ignatova A. V., Bezmelnitsyn A. V.</i> Characterization of damages and the residual flexural strength of layered composites after low-velocity impacts using indicator coatings	839
<i>Futch T., Kim G., and Sterkenburg R.</i> Investigating the effects that alternative turbine engine fuels have on the mechanical properties of carbon fiber/epoxy composite	853
<i>Anh V. T. T., Huong V. T., Nguyen P. D., and Duc N. D.</i> Nonlinear dynamic analysis of porous graphene platelet-reinforced composite sandwich shallow spherical shells	869
<i>Bakulin V. N., Boytsova D.A., and Nedbay A. Ya.</i> Parametric resonance of a three-layer cylindrical composite shell strengthened by ribs	887
<i>Mykhas'kiv V. V. and Stasyuk B. M.</i> Effective elastic moduli of a short-fiber composite with sliding contact conditions at interfaces	901
<i>Belyak O. A. and Suvorova T. V.</i> Predicting of the mechanical properties of antifriction composite materials	917
<i>Kudimova A. B., Nasedkin A. V., Nasedkina A. A., and Rajagopal A.</i> Computer simulation of composites consisting of piezoceramic matrix with metal inclusions and pores	933
<i>Chebakov M. I. and Danilchenko S. A.</i> Wear simulation of a spherical hinge joint with a thin composite coating	947
<i>Li Y. Q. and Zhang D. H.</i> Local stress distributions in fiber-reinforced composites with consideration of thermal stresses during the curing process	959
<i>Mirzaei A., Darbandi A. H., and Taghavian S. H.</i> Experimental investigation of the effect of adhesive-impregnated pins on the mechanical behavior of z-pinned lap shear joints	975
<i>Chatterjee D., Ghosh A., and Chakravorty D.</i> First-ply failure behavior of laminated composite skew plates of various edge conditions	989
Robert Dmitrievich Maksimov	1013

Вниманию читателей!

Подписаться на журнал “Механика композитных материалов” (индекс 79676) на 2022 г. можно через каталог “Урал-Пресс” или в редакции. В каталоге указаны два индекса, по которым журнал можно выписать сразу на календарный год или оформить подписку на один номер:

индекс **6115_01** — для оформления подписки на год (6 номеров);
индекс **009416** — для оформления подписки на один номер
(по желанию подписчика).

У компании «Урал-Пресс» есть подразделение «Деловая-Пресса», принимающее подписку online. Подписку можно оформить на сайте, пройдя по ссылке:

<http://ej.uz/mkmpod>

или написать на e-адрес: *podpiska@delpress.ru* письмо с просьбой рассчитать стоимость заказа и получить счет на оплату.

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

Список некоторых планируемых конференций

2021—2023

IV International Forum «Advance in Composite Science and Technologies»

December 2-3, 2021, Moscow, Russia

<https://forum.emtc.ru/>

IV Международный форум «Ключевые тренды в композитах: наука и технологии»

2 и 3 декабря на площадке МГТУ им. Н.Э. Баумана пройдет широкомасштабный форум в индустрии материаловедения «Ключевые тренды в композитах: наука и технологии». В этом году форум объединит все форматы: классический очный и современные — VR и online! Благодаря сочетанию глубоких теоретических и обширных практических мероприятий участники поспособствуют цифровой трансформации промышленности и переходу к новому технологическому укладу.

Основная тема Форума-2021 – «Цифровое материаловедение». Сегодня существует ограниченная группа стран-лидеров, обладающих новыми цифровыми сервисами, производственными технологиями и интеллектуальными материалами. Для того чтобы сократить уровень отставания и затраты на производство, необходимо ускорить цикл создания продукта от идеи до промышленного производства.

Решить эту проблему возможно только перейдя к экономической модели, когда бизнес фокусируется на ключевых компетенциях, дающих максимальный прирост добавочной стоимости своего продукта: продажах, маркетинге и анализе рынка, а задачу прототипирования и разработки технологии производства продукта передает в центр компетенций, предоставляющий услугу цифровой и технологической платформы «Материалы как сервис», которая решает эту задачу «под ключ».

Данный подход будет включать в себя инженерное ПО, базы данных свойств материалов, а также отдельные новые материалы и технологии, что позволит в 3-5 раз ускорить цикл и снизить затраты на разработку новых материалов и продуктов на их основе.

В рамках Форума-2021 также будут отражены семь основных трендов в области материаловедения:

- разработка экологичных материалов;
- облегчение веса конструкции за счет использования композитов;
- применение «умных» материалов;
- «информатика» материалов, позволяющая прогнозировать материалы будущего;
- инженерия поверхности и внутренней структуры;
- аддитивное производство;
- интеллектуальное управление материалами.

Широкомасштабные форматы: пленарное заседание, панельные дискуссии, выставка, научная гостиная, Composite Battle и другие позволят получить максимальный эффект для развития бизнеса, науки и образования.

Регистрация на мероприятие: <https://forum.emtc.ru/#register>

Направить интересующие вопросы вы можете на эл.почту Дирекции Форума: composite-forum@emtc.ru.

Увидимся в декабре!

PHENMA 2021

10th Anniversary International Conference on Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications

November 29 — December 3, 2021, Rostov-on-Don, Russia

<https://phenma2021.sfedu.ru/>

ICSMT 2022

The 7th International Conference on Smart Materials Technologies

April 20-22, 2022, Moscow, Russian Federation

<http://icsmt.org/>

ICCS25

25th International Conference on Composite Structures

July 19-22, 2022, ONLINE event

<https://www.iccs25online.com/>

Composite-Expo 2022

14th Edition of the International Specialized Exhibition on Raw Materials, Equipment and Technologies for Composites' Producing

March 29-31, 2022, Moscow, Russia

<http://www.composite-expo.com/>

DeMEASS2020

10th Design, Modelling and Experiments of Advanced Structures and Systems Conference

May 1-4, 2022, Scopello (Sicily), Italy

<http://www.mul2.polito.it/demeass2020/index.php>

Engineering Mechanics 2022

27/28th International Conference

May 9 -12, 2022, Žďár Highlands, Czech Republic

<https://www.engmech.cz/im/im/>

IUTAM Symposium on Enhancing Material Performance by Exploiting Instabilities and Damage Evolution

June 5-10, 2022, Warsaw, Poland

<http://iutam2022warsaw.ippt.pan.pl/importantdates.html>

ECCM20

The 20th European Conference on Composite Materials

June 26-30, 2022, Lausanne, Switzerland

<https://eccm20.org/>

M2D2021

9th International Conference on Mechanics and Materials in Design

June 26-30, 2022, Funchal (Madeira), Portugal

<https://paginas.fe.up.pt/~m2d/M2D2021/>

ECF23

23rd European Conference on Fracture – ECF23

June 27 — July 1, 2022, Madeira Island, Portugal

<https://www.ecf23.eu/>

DRAF 2022

International Symposium on Dynamic Response and Failure of Composite Materials

June 28 — July 01, 2022, Island of Ischia, Italy

<https://www.drafconference.com/>

ESMC 2022

11th European Solid Mechanics Conference

July 4–8, 2022, Galway, Ireland

<https://www.esmc2022.org/>

EUCASS-3AF

9th European Conference for AeroSpace Sciences

July 3-8, 2022, Lille Grand Palais, France

<https://www.eucass-3af-2022.eu/>

ICEM-2022

19th International Conference on Experimental Mechanics

July 17-21, 2022 Kraków, Poland

<https://icem19.org/en>

ICAS 2022

33rd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences

September 4-9, 2022, Stockholm Sweden

<https://icas2022.com/> <http://www.icas.org/>

FPCC

Fibre-Reinforced Polymer Composites in Construction

September 6-8, 2022, University of Southampton, UK

<https://www.fpcc-conference.com/>

CMN 2022

Congress on Numerical Methods in Engineering

September 12-14, 2022, Las Palmas de Gran Canaria, Spain

<https://congress.cimne.com/cm2022/frontal/default.asp>



6th ITHEC 2020

The 6th International Conference and Exhibition on Thermoplastic Composites

October 12-13, 2022, Congress Center, & Messe Bremen, Germany

<https://ithec.de/>

DRMS2023

The first International Conference on Durability, Repair and Maintenance of Structures

March 16-17, 2023, University of Porto (FEUP), Porto, Portugal


<https://web.fe.up.pt/~drms2023/>

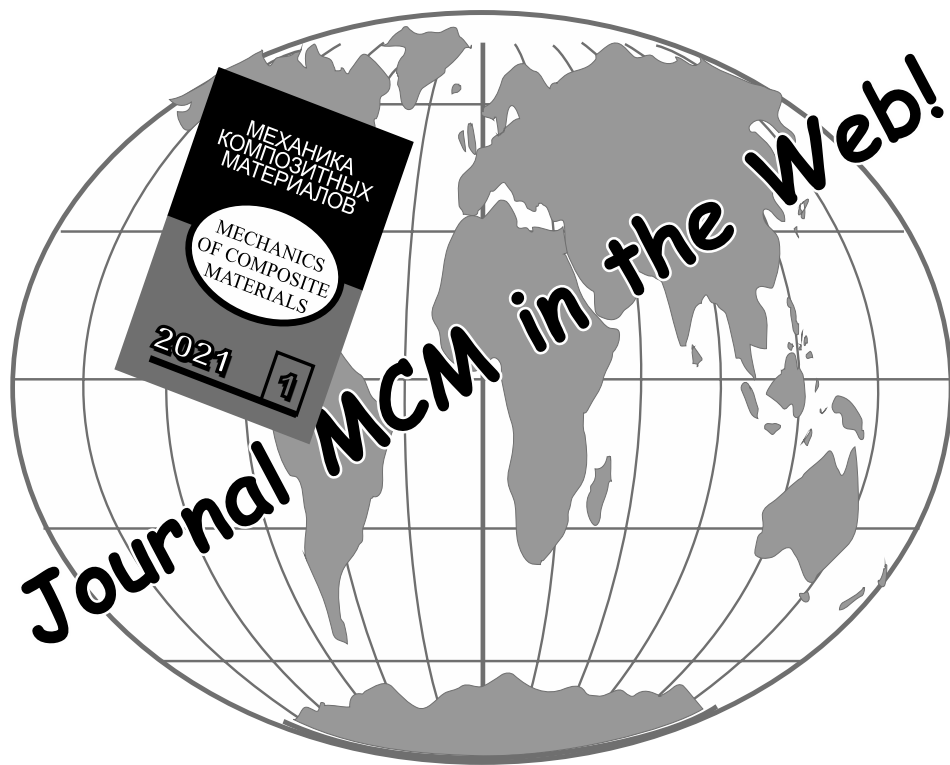
ICCM-23

International Conference on Composite Materials

July 30 — August 4, 2023, Belfast, Ireland

<https://iccm23.org/about-the-conference/>





Адрес редакции:

ул. Айзкрауклес, 23, Рига, LV-1006 Латвия
<https://www.apgads.lu.lv/journals/mkm/>
e-mail: mcm@pmi.lv, tatjana.gubina@pmi.lv

Address:

23 Aizkraukles St., Riga, LV-1006 Latvia
<https://www.apgads.lu.lv/en/journals/mkm/>
e-mail: mcm@pmi.lv, tatjana.gubina@pmi.lv

Редактор *Т. В. Губина*

Редактор английского текста *А. Лагздиньш*

Перевод для издания журнала на английском языке *В. Кулакова, А. Лагздиньша*

Компьютерная верстка *А. В. Пумтурс*

Корректор *С. А. Видинеев*

Отпечатано в типографии SIA "Eiro Print", ул. Апес, 5А – 89, Рига, LV-1039 Латвия