

*А. П. Янковский\**

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
Новосибирск, Россия*

## **АНАЛИЗ ТЕПЛООВОГО ОТКЛИКА В АРМИРОВАННЫХ ПЛАСТИНАХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ВЗРЫВНОГО ТИПА**

*А. P. Yankovskii\**

## **ANALYSIS OF THERMAL RESPONSE IN REINFORCED PLATES UNDER A DYNAMIC EXPLOSION-TYPE LOADING**

**Keywords:** flexible plates, reinforcement, Ambartsumyan theory, thermoelastoplastic deformation

The initial-boundary value problem of thermoelastoplastic deformation of flexible reinforced plates is formulated. The possible weak resistance of such structures to transverse shear is taken into account within the framework of Ambartsumyan theory. The geometric nonlinearity is taken into account in the Karman approximation. The temperature across the thickness of the plates is approximated by a square parabola. 2D problem solution formulated is constructed by using an explicit numerical scheme. The dynamic thermoelastoplastic behavior of plane-cross and spatially reinforced fiberglass (GFRP) and metal composite plates bend under an action of air blast waves is studied. It is shown that replacing a plane scheme of reinforcement on a spatial one in GFRP structures allows a more efficient removal of a heat, generated in them by the dissipation of mechanical energy. It is demonstrated that relatively thin composite plates heat up somewhat more than thick ones at the same maximum strain intensity in the binder. The heating level of reinforced structures is insignificant: the temperature increment in GFRP plates is 1-4°C, and metal composite plates is 7-10°C. Therefore, dynamic calculations of composite plates subjected to the actions of such loads as air blast waves can be carried out without taking into account the thermal action in the absence of additional heat sources of nonmechanical origin.

---

\*Автор, с которым следует вести переписку: [lab4nemir@rambler.ru](mailto:lab4nemir@rambler.ru)  
Corresponding author: [lab4nemir@rambler.ru](mailto:lab4nemir@rambler.ru)

**Ключевые слова:** пластины гибкие, армирование, теория Амбарцумяна, деформирование термоупругопластическое

Сформулирована связанная начальнo-краевая задача термоупругопластического деформирования гибких армированных пластин. Возможное слабое сопротивление таких конструкций поперечному сдвигу учитывается в рамках теории Амбарцумяна. Геометрическая нелинейность учтена в приближении Кармана. Температура по толщине пластин аппроксимирована квадратной параболой. Решение поставленной двухмерной задачи строится с использованием явной численной схемы. Исследовано динамическое термоупругопластическое поведение плоскоперекрестно и пространственно армированных стеклопластиковых и металлокомпозитных пластин, изгибаемых под действием воздушной взрывной волны. Показано, что замена плоской структуры армирования на пространственную в стеклопластиковых конструкциях позволяет более эффективно отводить из них тепло, порожденное механической диссипацией энергии. Продемонстрировано, что относительно тонкие композитные пластины нагреваются несколько больше, чем относительно толстые, при одинаковых максимальных значениях интенсивности деформаций в связующем. Уровень нагрева армированных конструкций незначителен: для стеклопластиковых пластин приращение температуры составляет 1—4 °С, а для металлокомпозитных конструкций — 7—10 °С. Поэтому динамический расчет композитных пластин при действии нагрузки типа воздушной взрывной волны можно проводить без учета теплового воздействия при отсутствии дополнительных источников тепла немеханического происхождения.

## Введение

Тонкостенные элементы конструкций из композитных материалов (КМ) находят широкое применение в инженерных приложениях [1—7]. Часто изделия из КМ испытывают высокоинтенсивное как силовое, так и тепловое нагружение [6, 7], при котором материалы композиции могут деформироваться пластически [4, 8]. Следовательно, моделирование термоупругопластического деформирования КМ-конструкций является актуальной проблемой, находящейся сейчас на стадии становления [4, 8]. Упругопластическое поведение дисперсно-упрочненных КМ моделировали в [9, 10], а волокнистых сред при больших и малых деформациях компонентов композиции — в [11, 12]. Однако известно, что при интенсивном тепловом воздействии, характерном для многих современных

КМ-конструкций [7], материалы композиции изменяют свои механические свойства [13, 14]. Это обстоятельство может существенно сказаться на неупругом поведении армированных тонкостенных элементов при действии нагрузок высокой интенсивности.

В связи с этим в [15] была разработана структурная модель КМ, учитывающая тепловое воздействие на вязкоупругопластическое деформирование компонентов композиции. При этом принимали во внимание связанность температурной и упругопластической задач. В [15] были использованы методы понижения размерности механической и теплофизической составляющих рассматриваемой задачи в случае КМ-пластин и разработан явный численный метод интегрирования сформулированной двухмерной начально-краевой задачи. Однако в силу ограниченности объема работы [15] был рассмотрен только один пример для относительно тонкой стеклопластиковой пластины с традиционным ортогональным плоскоперекрестным армированием. Поэтому результаты этой работы не позволяют судить о температурном отклике в относительно толстых стеклопластиковых пластинах, в стеклопластиковых конструкциях разной относительной толщины с пространственными структурами армирования [16, 17], а тем более в металлокомпозитных пластинах [18] при их динамическом нагружении.

Для понижения размерности в задачах изгиба КМ-пластин, для учета плохого их сопротивления поперечному сдвигу и для описания волновых процессов, возникающих в них при интенсивных кратковременных нагрузках, обычно используют неклассические теории Рейсснера [6, 19] или Амбарцумяна [12, 15, 20] (или, что то же самое, первый и второй варианты теории Тимошенко [21]).

Численные решения физически и геометрически нелинейных задач динамики тонкостенных элементов конструкций, как правило, строят с использованием явных схем [12, 15] или неявных методов Ньюмарка [22].

Настоящая работа посвящена анализу поведения температурных полей в динамически нагружаемых пластинах разной относительной толщины с разными структурами армирования, изготовленных из разных материалов (стеклопластик, металлокомпозит).

### Постановка задачи и метод расчета

Рассмотрим изгибающее поведение КМ-пластины толщиной  $2h$  (рис. 1), с которой связана декартова прямоугольная система координат  $x_i$ : плоскость  $Ox_1x_2$  — срединная; ось  $Ox_3$  — поперечная ( $|x_3| \leq h$ ). Конструкция может быть усилена плоскоперекрестно (рис. 1—*a*) или пространственно (рис. 1—*b*)  $N$  семействами волокон в произвольных направлениях с плот-

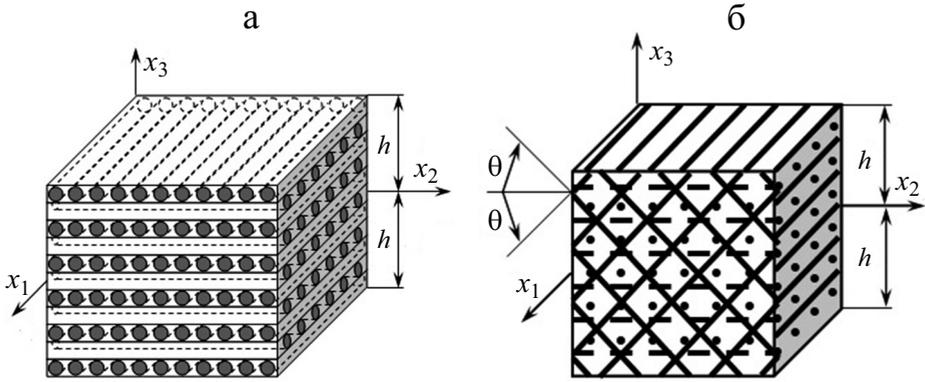


Рис. 1. Элемент КМ-пластины: а — плоское ортогональное армирование; б — пространственное армирование в четырех направлениях.

ностью армирования  $\omega_k$ ,  $1 \leq k \leq N$ . Структура армирования в направлении оси  $Ox_3$  квазиоднородна.

С каждым  $k$ -м семейством волокон свяжем локальную прямоугольную систему координат  $x_i^{(k)}$  так, что ось  $x_1^{(k)}$  направлена вдоль арматуры и задана двумя углами сферической системы координат  $\theta_k$  и  $\varphi_k$  (рис. 2). Направляющие косинусы  $l_{ij}^{(k)}$  между осями  $x_i^{(k)}$  и  $x_j$  ( $i, j = 1, 2, 3, 1 \leq k \leq N$ ) определяются соотношениями (44) из [15].

Для моделирования возможного слабого сопротивления гибкой КМ-пластины поперечному сдвигу (например, в случаях плоскоперекрестных структур армирования или в случае пространственной структуры армирования (см. рис. 1—б) при сдвиге в плоскости  $Ox_1x_3$ ) и волновых процессов,

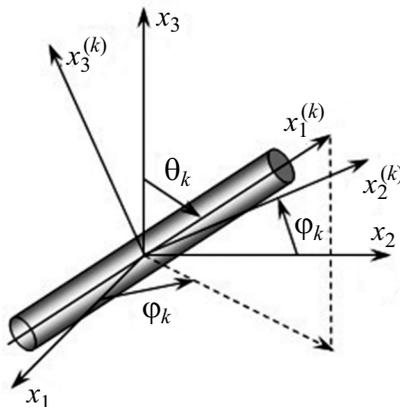


Рис. 2. Локальная система координат, связанная с волокном  $k$ -го семейства.

возникающих в ней при динамическом нагружении, используем теорию Амбарцумяна [12, 15, 20, 21], а геометрическую нелинейность задачи учитываем в приближении Кармана.

Согласно результатам исследования [23] в случае структур армирования, изображенных на рис. 1, которые далее и будут рассматриваться, при отсутствии внешних распределенных касательных сил на лицевых поверхностях пластины осредненные деформации композиции и перемещения точек гибкой КМ-пластины в рамках теории Амбарцумяна можно аппроксимировать выражениями (53), (54) из [15].

При термоупругопластическом деформировании компонентов композиции определяющие соотношения, связывающие скорости осредненных напряжений  $\dot{\sigma}_{ij}$  со скоростями осредненных деформаций  $\dot{\epsilon}_{ij}$  (здесь точка — производная по времени  $t$ ) композиции в матричной форме задаются уравнениями (40) из [15]. Так как при динамическом неупругом деформировании КМ-пластины необходимо учитывать связанность механической и теплофизической составляющих рассматриваемой задачи, то кроме указанных определяющих механических соотношений необходимо использовать закон теплопроводности Фурье для КМ. Структурные теплофизические соотношения ранее были получены в [24] и выражены матричными равенствами (50)—(52) из [15].

Для понижения размерности теплофизической составляющей задачи использовали простейший вариант метода дополнительных граничных условий [25] с квадратичной аппроксимацией температуры по толщине КМ-пластины.

Механическую составляющую связанной начально-краевой динамической задачи термоупругопластичности интегрировали с использованием явной схемы типа “крест” [12, 23] (дискретизированные по времени уравнения движения гибкой пластины при этом имеют вид (77) из [15]), а теплофизическую составляющую задачи численно интегрировали по простейшей явной схеме первого порядка по времени [26] (см. дискретизированное по времени двумерное уравнение теплопроводности (79) в [15]). В целом численный метод реализуется так, как это описано в [15].

### Обсуждение результатов расчетов

Исследуем термоупругопластическое динамическое поведение изгибаемых пластин толщиной  $2h = 2$  см. Область  $\Omega$ , занимаемая ими в плане, —  $|x_1| \leq a/2$ ,  $|x_2| \leq b/2$ ,  $a = 3b$ . Кромки конструкций жестко закреплены. До начального момента времени  $t_0 = 0$  пластины покоятся при температуре  $\Theta$  естественного состояния  $\Theta^0 = \text{const}$ . При  $t = t_0$  конструк-

ции нагружаются со стороны нижней ( $x_3 = -h$ ) лицевой поверхности давлением  $p(t)$ , порожденным воздушной взрывной волной [22]:

$$p(t) = \begin{cases} p_{\max} t / t_{\max}, & 0 \leq t \leq t_{\max}, \\ p_{\max} \exp[-\alpha(t - t_{\max})], & t > t_{\max}, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$\alpha = -\ln(0,01) / (t_{\min} - t_{\max}) > 0, \quad t_{\min} \gg t_{\max}; \quad (2)$$

$t_{\max}$  — момент времени  $t$ , когда  $p(t)$  достигает наибольшего значения  $p_{\max}$ ;  $t_{\min}$  — момент времени, при превышении которого можно пренебречь величиной  $p(t)$  по сравнению с  $p_{\max}$  (так, формула (2) справедлива при  $p(t_{\min}) = 0,01p_{\max}$ ). На основании экспериментальных данных [22] в расчетах примем  $t_{\max} = 0,1$  мс и  $t_{\min} = 2$  мс.

Через лицевые поверхности ( $x_3 = \pm h$ ) осуществляется конвективный теплообмен с окружающей средой в условиях естественной конвекции (с коэффициентами теплоотдачи  $\alpha^{(\pm)} = 30$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) [27]) при температуре воздуха  $\Theta_{\infty}^{(\pm)}$ , равной температуре естественного состояния конструкций:  $\Theta_{\infty}^{(\pm)} = \Theta^0 = 20$  °С. На торцевых поверхностях пластин заданы граничные условия I рода, причем температура конструкций поддерживается равной температуре их естественного состояния  $\Theta^0$ .

Пластины изготовлены из магниевго сплава МА8 [13] и армированы стальной проволокой марки У8А [18] (металлокомпозиция) или из эпоксисвязывающего [28], усиленного стеклянными волокнами [18] (стеклопластик). Уругоупругое деформирование компонентов композиции при активном нагружении и постоянстве температуры  $\Theta$  описывается билинейной диаграммой

$$\sigma = \begin{cases} E^{(k)} \varepsilon, & |\varepsilon| \leq \varepsilon_s^{(k)} = \sigma_s^{(k)} / E^{(k)}, \\ \text{sign}(\varepsilon) \sigma_s^{(k)} + E_s^{(k)} (\varepsilon - \text{sign}(\varepsilon) \varepsilon_s^{(k)}), & |\varepsilon| > \varepsilon_s^{(k)}, \quad 0 \leq k \leq N, \end{cases}$$

где  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  — осевые напряжение и деформация;  $E^{(k)} = E^{(k)}(\Theta)$ ,  $E_s^{(k)} = E_s^{(k)}(\Theta)$  — модули Юнга и линейного упрочнения материала  $k$ -го компонента композиции;  $\sigma_s^{(k)} = \sigma_s^{(k)}(\Theta)$  — предел текучести того же компонента при фиксированной температуре ( $\Theta = \text{const}$ ). Физико-механические характеристики материалов композиции приведены в таблице, где  $\rho$  — плотность материала компонента композиции;  $\nu$  — его коэффициент Пуассона;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\alpha$  — коэффициент линейного теплового расширения;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\bar{c} = \sqrt{E/\rho}$  — скорость звука;  $\bar{a} = 2\lambda / (c\rho)$  — удвоенная температуропроводность, а в скобках указана температура ( $\Theta$ , °С), при которой определено значение

Физико-механические характеристики материалов композиций [13, 18, 28]

Характеристика материала	Эпоксидная смола	Стекланные волокна	Магниевый сплав МА8 (Mg)	Стальная про-волока У8А
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	1210,0 (20) 1208,0 (40)	2520,0 (20) 2519,6 (80)	1780,0 (20) 1777,3 (75)	7800,0 (20) 7791,8 (100)
$E$ , ГПа	2,8 (20) 2,3 (40)	86,8 (20) 86,3 (80)	41,0 (20) 38,0 (75)	210,0 (20) 195,0 (100)
$\nu$	0,33 (20) 0,333 (40)	0,25 (20) 0,254 (80)	0,31 (20) 0,313 (75)	0,3 (20) 0,305 (100)
$\sigma_s$ , МПа	20 (20) 18 (40)	4500 (20) 4400 (80)	162 (20) 133 (100)	3968 (20) 3971 (200)
$E_s$ , ГПа	1,114 (20) 0,783 (40)	6,230 (20) 5,168 (80)	0,7492 (20) 0,4025 (100)	6,973 (20) 5,014 (200)
$\lambda$ , Вт/(м·К)	0,243 (20) 0,240 (40)	0,89 (20) 0,86 (80)	134,0 (20) 133,6 (100)	42,7 (20) 41,7 (100)
$\alpha \cdot 10^6$ , К <sup>-1</sup>	68,1 (20) 70,3 (40)	2,5 (20) 2,6 (80)	23,7 (20) 26,1 (100)	12,3 (20) 13,2 (100)
$c$ , кДж/(кг·К)	1,54 (20) 1,60 (40)	0,800 (20) 0,839 (80)	1,047 (20) 1,051 (100)	0,485 (20) 0,488 (100)
$\bar{c}$ , м/с	1521 (20) 1380 (40)	5869 (20) 5852 (80)	4799 (20) 4624 (75)	5189 (20) 5003 (100)
$\bar{a}$ , м <sup>2</sup> /с	$2,60 \cdot 10^{-7}$ (20) $2,48 \cdot 10^{-7}$ (40)	$8,80 \cdot 10^{-7}$ (20) $8,14 \cdot 10^{-7}$ (80)	$1,44 \cdot 10^{-4}$ (20) $1,43 \cdot 10^{-4}$ (100)	$2,26 \cdot 10^{-5}$ (20) $2,19 \cdot 10^{-5}$ (100)

соответствующей характеристики. Зависимости всех физико-механических характеристик от температуры  $\Theta$  в расчетах аппроксимировались линейно по данным, представленным в таблице. В отличие от [15] вязкость материалов компонентов композиций в настоящем исследовании не учитывается.

Для проведения расчетов по пространственным переменным  $x_1$  и  $x_2$  введена равномерная сетка  $\Delta x_1 = \Delta x_2 = b / 100$ , а шаг по времени  $\Delta$  выбран равным 0,25 мкс. Рассматривали относительно тонкие ( $b = 1$  м,  $2h / b = 1 / 50$ ) и относительно толстые ( $b = 20$  см,  $2h / b = 1 / 10$ ) КМ-пластины, для которых

$$\Delta x_1 / \Delta = 40 \text{ км/с}, 2h / \Delta = 80 \text{ км/с}, (\Delta x_1)^2 / \Delta = 400 \text{ м}^2/\text{с} \text{ при } b = 1 \text{ м}, \tag{3}$$

$$\Delta x_1 / \Delta = 8 \text{ км/с}, 2h / \Delta = 80 \text{ км/с}, (\Delta x_1)^2 / \Delta = 16 \text{ м}^2/\text{с} \text{ при } b = 20 \text{ см}.$$

Для обеспечения устойчивости явной численной схемы типа “крест” необходимо выполнение условий Куранта:  $\Delta x_1 / \Delta \geq \bar{c}$  и  $2h / \Delta \geq \bar{c}$  [29], а для устойчивости явной схемы для уравнения теплопроводности необходимо, чтобы  $(\Delta x_1)^2 / \Delta \geq \bar{a}$  [26]. Согласно числовым данным, полученным в (3), указанные отношения существенно превосходят соответствующие значения  $\bar{c}$  и  $\bar{a}$  для компонентов композиций, представленные в таблице.

Следовательно, аналогичные необходимые условия устойчивости обеих явных схем будут с запасом выполняться и для рассматриваемых композиций. Несмотря на то что явная численная схема для уравнения теплопроводности имеет первый порядок точности по  $\Delta$  [26], малость шага по времени ( $\Delta = 0,25$  мкс), гарантирующая устойчивость всей численной схемы в целом, обеспечивает вполне приемлемую для практических приложений точность расчета.

Структуры армирования КМ-пластин однородны:  $\theta_k = \text{const}$ ,  $\varphi_k = \text{const}$ ,  $\omega_k = \text{const}$ ,  $1 \leq k \leq N$  (см. рис. 2). Рассматривали две схемы армирования: 1) плоское ортогональное армирование (см. рис. 1—а), когда два ( $N = 2$ ) семейства волокон уложены по направлениям  $x_1$  и  $x_2$  с плотностью армирования  $\omega_1 = 0,1$  и  $\omega_2 = 0,3$  соответственно; 2) пространственное армирование в четырех ( $N = 4$ ) направлениях (см. рис. 1—б), когда два первых семейства волокон уложены по-прежнему в направлениях  $x_1$  и  $x_2$ , а третье и четвертое — наклонно в плоскости  $x_2x_3$  по направлениям, заданным углами (см. рис. 2):  $\theta_3 = \pi/4$ ,  $\theta_4 = 3\pi/4$ ,  $\varphi_3 = \varphi_4 = \pi/2$  (на рис. 1—б угол  $\theta = \pi/4$ ). Во второй структуре плотность армирования такова:  $\omega_1 = 0,1$ ,  $\omega_2 = 0,2$ ,  $\omega_3 = \omega_4 = 0,05$ . В обеих схемах армирования общий расход волокон одинаков.

На рис. 3 изображены осцилляции максимальных значений температуры  $\Theta$  КМ-пластин, а на рис. 4 — максимальных значений интенсивности деформаций связующего материала  $\varepsilon_*^{(0)}$  соответствующей композиции ( $\Theta_m(t) = \max_{\mathbf{r}} \Theta(t, \mathbf{r})$ ,  $\varepsilon_m^{(0)}(t) = \max_{\mathbf{r}} \varepsilon_*^{(0)}(t, \mathbf{r})$ ,  $\mathbf{r} = \{x_1, x_2, x_3\}$ ,  $|x_1| \leq a/2$ ,

$|x_2| \leq b/2$ ,  $|x_3| \leq h$ ). На рис. 3—а, 3—б, 4—а, б, г представлены зависимости, полученные для стеклопластиковых пластин, а на рис. 3—в и 4—в — для металлокомпозитных конструкций. Кривые на рис. 3—а, 4—а, г рассчитаны при  $b = 1$  м и  $p_{\max} = 3$  МПа (см. (1)), на рис. 3—б и 4—б — при  $b = 20$  см и  $p_{\max} = 7$  МПа; кривые 1 на рис. 3—в и 4—в определены при  $b = 1$  м и  $p_{\max} = 10$  МПа, а кривые 1' — при  $b = 2$  см и  $p_{\max} = 38$  МПа. Номера кривых на рис. 3 и 4 соответствуют номерам структур армирования.

Поведение кривых на рис. 3—а свидетельствует о том, что наибольшие значения температуры в стеклопластиковых относительно тонких пластинах достигаются в моменты времени (см. точки А и В), которые много больше времени действия внешней интенсивной кратковременной нагрузки, т.е. много больше значения  $t_{\min} = 2$  мс (см. (1) и (2)). Отметим, что максимальное значение температуры в пластине с пространственной структурой армирования (точка В) несколько меньше, чем в конструкции с плоским армированием (точка А). И это при том, что максимальные значения интенсивности деформаций в компонентах композиции со структурой 2 значительно больше, чем в композиции со структурой 1 (см., например, кривые 1 и 2 на рис. 4—а).

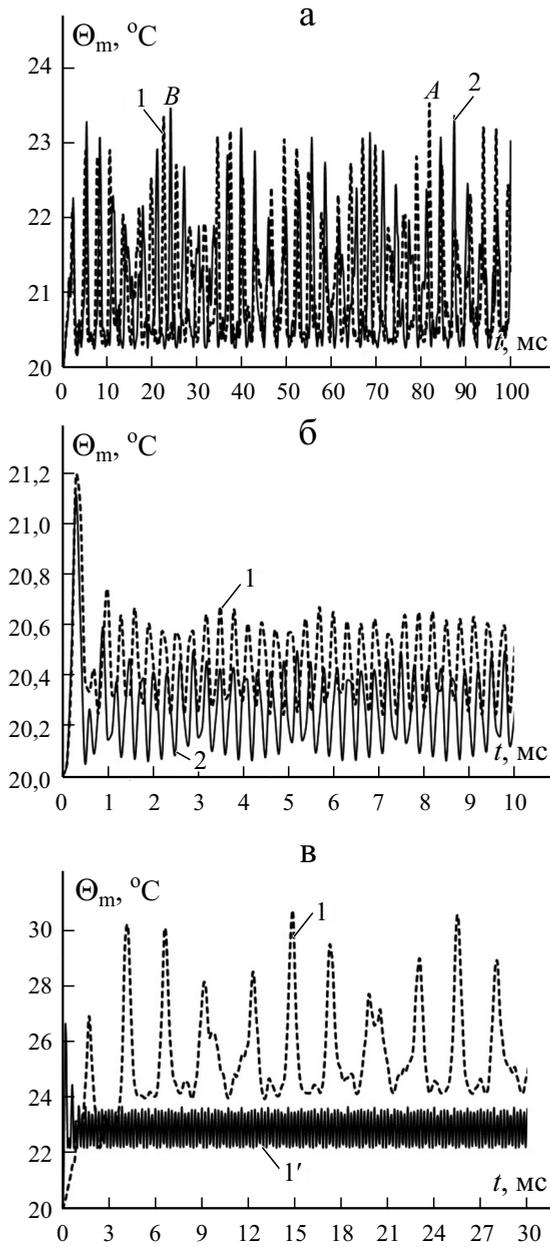


Рис. 3. Зависимость максимального значения температуры  $\Theta_m$  от времени  $t$  в относительно тонких (а) и толстых (б) стеклопластиковых пластинах и в металлокомпозитных конструкциях разной толщины (в). Пояснения в тексте.

Поведение же кривых на рис. 3—б и 4—б свидетельствует о том, что в случае относительно толстых стеклопластиковых пластин зависимости  $\Theta_m(t)$  и  $\varepsilon_m^{(0)}(t)$  достигают своих максимальных значений на первой

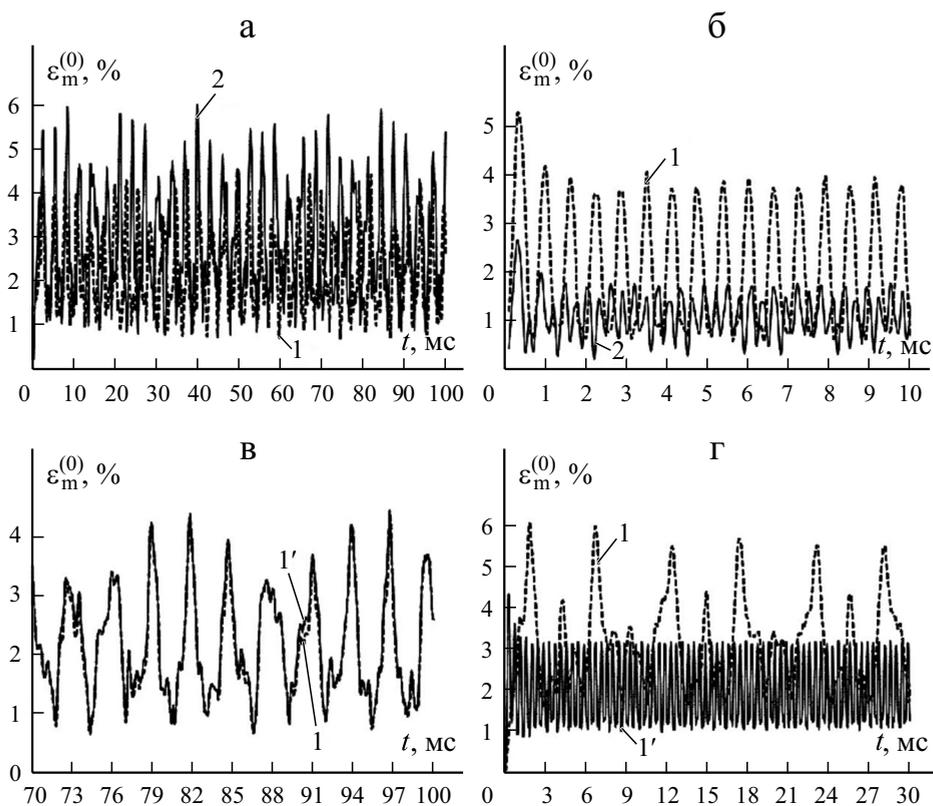


Рис. 4. Зависимость максимального значения интенсивности деформаций  $\varepsilon_m^{(0)}$  связующего от времени  $t$  в относительно тонких (а, з) и толстых (б) стеклопластиковых пластинах и в металлокомпозитных конструкциях разной толщины (в). Пояснения в тексте.

осцилляции, т.е. в моменты времени, близкие к значению  $t_{\min}$ . Кривая 2 на рис. 4—б лежит существенно ниже кривой 1. Аналогично кривая 2 на рис. 3—б при  $t \geq 5$  мс также располагается значительно ниже кривой 1. Следовательно, замена структуры армирования 1 на структуру 2 в относительно толстых стеклопластиковых пластинах позволяет существенно (вдвое и более) уменьшить интенсивность деформаций связующего материала, а также уменьшить и приращение температуры конструкции (в среднем тоже примерно в два раза). Однако в случае относительно тонких стеклопластиковых пластин такая замена структур армирования неэффективна, так как приводит к увеличению интенсивности деформаций в связующем (ср. кривые 1 и 2 на рис. 4—а) и лишь к пренебрежимо малому уменьшению максимального значения приращения температуры конструкции (см. точки А и В на рис. 3—а).

Таким образом, для стеклопластиковых пластин любой толщины пространственная структура армирования позволяет более эффективно отводить тепло из конструкции, чем плоскоперекрестная структура. Данный факт отмечен и в [17]. Объясняется это тем, что коэффициент теплопроводности стеклянных волокон, более чем втрое выше, чем эпоксисвязующего (см. таблицу). Поэтому наличие в структуре 2 наклонных волокон, пересекающих лицевые поверхности под углами  $\pm\theta$  (см. рис. 1—б), позволяет более эффективно отводить тепло из внутренней области конструкции к ее лицевым поверхностям, на которых происходит конвективный теплообмен с окружающей воздушной средой.

Зависимости  $\Theta_m(t)$  и  $\varepsilon_m^{(0)}(t)$  металлокомпозитных пластин на рис. 3—в и 4—в качественно аналогичны соответствующим зависимостям для стеклопластиковых конструкций с той же относительной толщиной, только приращение температуры нагрева Mg—У8А-пластин больше, чем стеклопластиковых, и может достигать  $10^\circ\text{C}$  (см. кривую 1 на рис. 3—в). Так, для относительно толстых металлокомпозитных пластин наибольшие значения  $\Theta_m$  и  $\varepsilon_m^{(0)}$  по-прежнему достигаются на первой осцилляции (см. кривые 1' на рис. 3—в и 4—в), а в случае относительно тонких конструкций эти значения могут достигаться значительно позже времени прекращения действия внешней нагрузки  $t_{\min}$  (см. кривые 1 на рис. 3—в и 4—в). Последнее обстоятельство объясняется тем, что при кратковременном динамическом нагружении в тонких гибких КМ-пластинах возникают сложные волновые процессы высокой интенсивности, взаимодействующие между собой и порождающие всплески деформаций и температуры. Качественно аналогичный результат для упругих гибких КМ-оболочек был получен в [30], где было показано, что наибольший прогиб в тонкой цилиндрической КМ-оболочке при ее интенсивном кратковременном нагружении может возникнуть много позже момента времени прекращения действия внешней нагрузки.

Все упомянутые результаты были получены при учете термочувствительности компонентов композиции. Расчеты, выполненные без учета термочувствительности (т.е. при использовании значений характеристик материалов композиций, указанных в таблице для температуры естественного состояния  $\Theta^0 = 20^\circ\text{C}$ ), приводят к зависимостям  $\Theta_m(t)$  и  $\varepsilon_m^{(0)}(t)$ , которые визуально не отличаются от кривых, изображенных на рис. 3—а—в и 4—а—в. Объясняется это малым приращением температуры при нагреве КМ-пластин (на  $1\text{—}10^\circ\text{C}$ ) при их нагружении воздушной взрывной волной (см. кривые на рис. 3—а—в). Здесь следует отметить, что такой же уровень нагрева образцов из однородных материалов (на  $4\text{—}8^\circ\text{C}$ ) наблюдается и в экспериментах при их ударном нагружении [14].

В связи со столь малым уровнем нагрева КМ-пластин целесообразно сравнить приведенные результаты с результатами расчетов по упругопла-

стической модели [12], т.е. при полном неучете теплового воздействия. Оказалось, что для рассматриваемых композиций результаты расчетов по прогибам (соответствующие зависимости не изображены) практически не различаются, для металлокомпозитных пластин визуально не различаются и зависимости  $\varepsilon_m^{(k)}(t)$ ,  $0 \leq k \leq N$  (см. для связующего ( $k = 0$ ) кривые на рис. 4—в). Последнее объясняется тем, что нагрев соответствующих Mg—У8А-конструкций незначителен (см. рис. 3—в), а коэффициенты линейного теплового расширения магниевого связующего и стальной армирующей проволоки различаются всего в два раза (см. таблицу). В случае же стеклопластиковой композиции эти коэффициенты компонентов композиции различаются почти в 30 раз, поэтому, несмотря на малые приращения температур в стеклопластиковых пластинах (см. рис. 3—а и 3—б), расчетные значения интенсивностей деформаций компонентов композиции, определенные с учетом и без учета теплового воздействия, с течением времени начинают заметно различаться. Так, кривая  $I$  на рис. 4—г является правым участком кривой  $I$  на рис. 4—а; кривая же  $I'$  на рис. 4—г рассчитана при тех же условиях, что и кривая  $I$ , но без учета теплового воздействия. Видно, что в окрестности момента времени  $t = 100$  мс появляется заметное различие в поведении кривых  $I$  и  $I'$ , однако при этом максимальные значения величин  $\varepsilon_m^{(0)}$  практически совпадают.

На рис. 4 не изображены зависимости  $\varepsilon_m^{(k)}(t)$  для арматуры  $k$ -го семейства ( $1 \leq k \leq N$ ), так как они качественно аналогичны кривым, приведенным на рис. 4 для связующего, но имеют меньшие значения по оси ординат. Так, например, для волокон второго семейства, испытывающих наибольшее деформирование, максимальные значения  $\varepsilon_m^{(2)}$  примерно в 1,5 раза меньше, чем для зависимостей, изображенных на рис. 4.

Таким образом, полученные результаты показали, что расчеты динамического изгибного неупругого поведения КМ-пластин при нагрузках, вызванных воздушной взрывной волной, можно проводить без учета теплового воздействия.

Согласно уравнению теплового баланса (см. формулы (57) и (58) в [15]) в рассмотренных случаях единственным источником тепла в композиции пластин является мощность диссипации механической энергии  $D = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}$ . Для приближенной оценки величины  $D$  в качестве характерного значения напряжений можно выбрать предел текучести материала компонента композиции [31], например, арматуры (см. таблицу). Тогда диссипация  $D$  в основном будет определяться скоростью интенсивности деформаций. Поведение кривых на рис. 4 в окрестности начального момента времени — до появления первого локального максимума (примерно в течение времени действия внешней нагрузки (1) при учете (2):  $0 \leq t \leq 2$  мс) — свидетельствует о том, что средняя скорость интенсивности деформаций в компонентах композиции имеет порядок  $10^2 \text{ с}^{-1}$  и менее. В работе [32] методом молекулярной динамики рассчитано поведение металлокомпо-

зитной ячейки (медное связующее с молибденовым включением) при высокоскоростном нагружении, при котором скорость деформации равна  $1,7 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ . В [32] показано, что значительный нагрев композиции (на  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  и более) при этом наблюдается только при больших деформациях (превосходящих 10 %). В настоящем исследовании деформации компонентов композиции являются малыми – порядка 5 % (см. рис. 4), а скорости деформаций на 7—8 порядков меньше, чем в [32], поэтому-то и нагрев рассмотренных КМ-пластин оказался незначительным (порядка  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  и менее). Большие уровни деформаций при высоких скоростях деформирования (порядка тех, что рассмотрены в [32]) на практике, по-видимому, встречаются в основном в задачах о пробивании КМ-преград [6]. Следовательно, тепловое воздействие при динамическом нагружении КМ-конструкций целесообразно учитывать лишь при наличии интенсивного внешнего теплового воздействия немеханического происхождения [7] или в задачах о пробивании КМ-изделий [6].

### Заключение

Результаты проведенных расчетов показали, что при динамическом нагружении КМ-пластин поперечной нагрузкой взрывного типа стеклопластиковые конструкции нагреваются не более чем на  $1\text{—}4 \text{ }^\circ\text{C}$ , а металлокомпозитные — на  $7\text{—}10 \text{ }^\circ\text{C}$ . Замена плоской ортогональной структуры армирования (см. рис. 1—*a*) на пространственную структуру армирования (см. рис. 1—*б*) при сохранении общего расхода волокон в относительно толстой стеклопластиковой пластине позволяет уменьшить интенсивность деформаций связующего материала более чем вдвое, а также почти вдвое уменьшить и среднее приращение температуры в конструкции при ее динамическом нагружении. Аналогичная замена структур армирования в относительно тонких стеклопластиковых пластинах, наоборот, приводит к увеличению интенсивности деформаций связующего, но позволяет несколько снизить максимальное значение приращения температуры в КМ-конструкциях. Следовательно, с точки зрения снижения влияния теплового воздействия замена традиционных плоскоперекрестных структур армирования на пространственные структуры в стеклопластиковых пластинах разной относительной толщины всегда приводит к положительному эффекту, так как коэффициент теплопроводности стекловолокна в несколько раз больше, чем эпоксисвязующего. Подобный результат ранее отмечали в [17]. Для металлокомпозитных пластин такая замена структур армирования в указанном смысле оказывается неэффективной, так как коэффициенты теплопроводности металлических связующих (алюминиевых, магниевых, титановых), как правило, существенно больше, чем стальных или вольфрамовых армирующих проволок или борных волокон.

При сопоставимых наибольших значениях интенсивности деформаций компонентов композиции относительно тонкие КМ-пластины нагреваются в большей степени, чем относительно толстые.

Для проведения адекватных динамических расчетов КМ-пластин, изгибно деформируемых нагрузкой, вызванной воздушной взрывной волной, можно вполне обоснованно не принимать во внимание изменение температурного поля. Тепловое воздействие следует учитывать, по-видимому, в динамических задачах по пробиванию КМ-преград [6] или при наличии интенсивных источников тепла немеханического происхождения [7].

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ государственной регистрации 121030900260-6).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bannister M.* Challenger for composites into the next millennium — a reinforcement perspective // *Composites*. — 2001. — Part A 32. — P. 901—910.
2. *Mouritz A. P., Gellert E., Burchill P., Challis K.* Review of advanced composite structures for naval ships and submarines // *Compos. Struct.* — 2001. — Vol. 53, No. 1. — P. 21—42.
3. *Soutis C.* Fibre reinforced composites in aircraft construction // *Progress in Aerospace Sci.* — 2005. — Vol. 41, No. 2. — P. 143—151.
4. *Qatu M. S., Sullivan R. W., Wang W.* Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000—2009 // *Compos. Struct.* — 2010. — Vol. 93. — P. 14—31.
5. *Gill S. K., Gupta M., Satsangi P.* Prediction of cutting forces in machining of unidirectional glass-fiber-reinforced plastic composites // *Frontiers Mech. Eng.* — 2013. — Vol. 8, No. 2. — P. 187—200.
6. *Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андриюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: Физматлит, 2014. — 408 с.
7. *Димитриенко Ю. И.* Механика композитных конструкций при высоких температурах. — М.: Физматлит, 2019. — 448 с.
8. *Morinière F. D., Alderliesten R. C., Benrdictus R.* Modelling of impact damage and dynamics in fibre-metal laminates. A review // *Int. J. Impact Eng.* — 2014. — Vol. 67. — P. 27—38.
9. *Vena P., Gastaldi D., Contro R.* Determination of the effective elastic-plastic response of metal-ceramic composites // *Int. J. Plasticity*. — 2008. — Vol. 24. — P. 483—508.
10. *Brassart L., Stainier L., Doghri I., Delannay L.* Homogenization of elasto-(visco) plastic composites based on an incremental variational principle // *Int. J. Plasticity*. — 2012. — Vol. 36. — P. 86—112.
11. *Ахундов В. М.* Инкрементальная каркасная теория сред волокнистого строения при больших упругих и пластических деформациях // *Механика композит. материалов*. — 2015. — Т. 51, № 3. — С. 539—558.

12. Янковский А. П. Уругоупругое деформирование гибких пластин с пространственными структурами армирования // Прикл. механика и техн. физика. — 2018. — Т. 59, № 6. — С. 112—122.
13. Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И., Николаенко Н. А., Синюков А. М. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Под ред. И. И. Гольденבלата. — М.: Машиностроение, 1965. — 567 с.
14. Белл Дж. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. — В 2-х ч. Ч. II. Конечные деформации. — М.: Наука, 1984. — 432 с.
15. Янковский А. П. Моделирование неізотермического вязкоупругоупругого поведения гибких армированных пластин // Вычислит. механика сплошных сред. — 2020. — Т. 13, № 3. — С. 350—370.
16. Тарнопольский Ю. М., Жигун И. Г., Поляков В. А. Пространственно-армированные композиционные материалы: Справочник — М.: Машиностроение, 1987. — 224 с.
17. Шустер Й., Гейдер Д., Шарп К., Глования М. Измерение и моделирование теплопроводности трехмерных тканых композитов // Механика композит. материалов. — 2009. — Т. 45, № 2. — С. 241—254.
18. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д. М. Карпиноса. — Киев: Наук. думка, 1985. — 592 с.
19. Reissner E. The effect of transverse-shear deformation on the bending of elastic plates // J. Appl. Mech. — 1945. — Vol. 12, No. 2. — P. 69—77.
20. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин. Прочность, устойчивость и колебания. — М.: Наука, 1987. — 360 с.
21. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление жестких полимерных материалов. — Рига: Зинатне, 1972. — 500 с.
22. Houlston R., DesRochers C. G. Nonlinear structural response of ship panels subjected to air blast loading // Comput. Struct. — 1987. — Vol. 26, No. 1/2. — P. 1—15.
23. Янковский А. П. Моделирование уругоупругого деформирования гибких пологих оболочек с пространственными структурами армирования // Вычислит. механика сплошных сред. — 2018. — Т. 11, № 3. — С. 335—354.
24. Янковский А. П. Моделирование процессов теплопроводности в пространственно-армированных композитах с произвольной ориентацией волокон // Прикл. физика. — 2011. — № 3. — С. 32—38.
25. Кудинов В. А., Кудинов И. В. Методы решения параболических и гиперболических уравнений теплопроводности / Под ред. Э. М. Карташова. — М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2012. — 280 с.
26. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. — М.: Мир, 1972. — 418 с.
27. Луканин В. Н., Шатров М. Г., Камфер Г. М., Нечаев С. Г., Иванов И. Е., Матюхин Л. М., Морозов К. А. Теплотехника: Учеб. для вузов / Под ред. В. Н. Луканина. — 4-е изд., испр. — М.: Высш. шк., 2003. — 671 с.
28. Справочник по композитным материалам: В 2-х кн. Кн. 1 / Под ред. Дж. Любина; Пер. с англ. А. Б. Геллера, М. М. Гельмонта; Под ред. Б. Э. Геллера. — М.: Машиностроение, 1988. — 448 с.
29. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.

30. *Богданович А. Е.* Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. — Рига: Зинатне, 1987. — 295 с.

31. *Качанов Л. М.* Основы теории пластичности. — М.: Наука, 1969. — 420 с.

32. *Годунов С. К., Киселев С. П., Куликов И. М., Мали В. И.* Моделирование ударно-волновых процессов в упругопластических материалах на различных (атомный, мезо- и термодинамический) структурных уровнях. — М.—Ижевск: Ин-т компьютер. исследований, 2014. — 296 с.

Поступила в редакцию 01.10.2020

Окончательный вариант поступил 30.04.2021

Received Oct. 1, 2020 (Apr. 30, 2021)

---