

МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

MECHANICS
OF COMPOSITE
MATERIALS

2021

4

ЛАТВИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
LATVIAN ACADEMY of SCIENCES

**МЕХАНИКА КОМПОЗИТНЫХ
МАТЕРИАЛОВ**

**MECHANICS
of COMPOSITE MATERIALS**

2021 ● Т. 57 ● 4 ● 609—802

Июль—Август
July—August

<https://doi.org/10.22364/mkm.57.4>

Выходит 6 раз в год с января 1965 г.
Issued since 1965, bimonthly

ЛАТВИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РИГА

ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР *A. K. Chate*
EDITOR-IN-CHIEF *A. K. Chate*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

X. Альтенбах (зам. главного редактора, Германия), *Я. Андерсонс* (зам. главного редактора, Латвия), *А. Анискевич* (Латвия), *Я. Варна* (Швеция), *А. Красников* (Латвия), *О. Старкова* (Латвия), *С. В. Шешенин* (Россия)

EDITORIAL BOARD

H. Altenbach (ass. editor, Germany), *J. Andersons* (ass. editor, Latvia), *A. Aniskevich* (Latvia), *J. Varna* (Sweden), *A. Krasnikovs* (Latvia), *O. Starkova* (Latvia), *S. V. Sheshenin* (Russia)

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

М. Айдогду (Турция), *С. Д. Акбаров* (Турция), *А. Артеиру* (Португалия), *Л. Асп* (Швеция), *Е. Барканов* (Латвия), *В. Беккер* (Германия), *В. Н. Бурлаенко* (Украина), *И. Гузь* (Великобритания), *Нгуен Дин Дык* (Вьетнам), *Г. Кан* (Китай), *В. Карвелли* (Италия), *В. А. Касьянов* (Латвия), *А. Катунин* (Польша), *Сон С. Ким* (Южная Корея), *Е. Конту* (Греция), *Е.-М. Крачун* (Румыния), *А. Кривоцов* (Россия), *В. Кулаков* (Латвия), *Г. Куликов* (Россия), *С. В. Ломов* (Бельгия, Россия), *Ю. Маяк* (Эстония), *Г. Михасёв* (Беларусь), *А. Муц* (Польша), *В. Н. Паймушин* (Россия), *Л. Плачиди* (Италия), *Т. Садовский* (Польша), *С. Б. Сапожников* (Россия), *М. Ди Скьюва* (Италия), *Р. Талрея* (США), *Ю. Токовий* (Украина), *В. Хван* (Южная Корея)

ADVISORY BOARD

M. Aydogdu (Turkey), *S. D. Akbarov* (Turkey), *A. Arteiro* (Portugal), *L. Asp* (Sweden), *E. Barkanov* (Latvia), *W. Becker* (Germany), *V. N. Burlayenko* (Ukraine), *I. Guz'* (United Kingdom), *Nguyen Dinh Duc* (Vietnam), *G. Kang* (China), *V. Carvelli* (Italy), *V. A. Kasyanov* (Latvia), *A. Katunin* (Poland), *Seong S. Kim* (South Korea), *E. Kontou* (Greece), *E. M. Craciun* (Rumania), *A. Krivtsov* (Russia), *V. Kulakov* (Latvia), *G. Kulikov* (Russia), *S. V. Lomov* (Belgium, Russia), *J. Majak* (Estonia), *G. Mikhasev* (Belarus), *A. Muc* (Poland), *V. N. Pajmushin* (Russia), *L. Placidi* (Italy), *T. Sadowski* (Poland), *S. B. Sapozhnikov* (Russia), *M. Di Sciuva* (Italy), *R. Talreja* (USA), *Yu. Tokovyy* (Ukraine), *W. Hwang* (Korea)

ПОЧЕТНАЯ РЕДКОЛЛЕГИЯ

Л. Агаловян (Армения), *А. Богданович* (США), *А. Н. Гузь* (Украина), *А. Дуда* (Германия), *А. Д. Заманов* (Азербайджан), *М. Калнинь* (Латвия), *В. В. Коврига* (Россия), *Р. Д. Максимов* (Латвия), *С. Т. Милейко* (Россия), *Ю. М. Плескачевский* (Беларусь), *В. А. Поляков* (Латвия), *Р. Рикардс* (Латвия), *Н. Щербина* (Украина)

HONORARY BOARD

L. Aghalovyan (Armenia), *A. Bogdanovich* (USA), *A. N. Guz'* (Ukraine), *A. Duda* (Germany), *A. D. Zamanov* (Azerbaijan), *M. Kalniņš* (Latvia), *V. V. Kovriga* (Russia), *R. D. Maksimov* (Latvia), *S. T. Mileiko* (Russia), *Yu. M. Pleskachevskii* (Belarus), *V. A. Polyakov* (Latvia), *R. Rikards* (Latvia), *N. Shcherbina* (Ukraine)

Журнал издается на английском языке Springer Science+Business Media, Inc. (США, ISSN 0191-5665) и аннотируется в следующих изданиях:

The Journal is published in English by Springer Science+Business Media, Inc. (USA, ISSN 0191-5665) and is abstracted or indexed in:

Science Citation Index Expanded (SciSearch), Journal Citation Reports/Science Edition, SCOPUS, INSPEC, Chemical Abstracts Service (CAS), Google Scholar, EBSCO, CSA, Academic OneFile, Academic Search, ChemWeb, CSA, Environmental Sciences, Current Contents/Engineering, Computing and Technology, Earthquake Engineering Abstracts, EI-Compendex, Gale, INIS Atomindex, OCLC, Polymer Library, Reaction Citation Index, Referativnyi Zhurnal (VINITI), SCImago, Summon by ProQuest.

П. А. Белов, С. А. Лурье*

Институт прикладной механики Российской академии наук, Москва, Россия

РАЗВИТИЕ КОНЦЕПЦИИ “РАЗДЕЛЕННОЙ АНИЗОТРОПИИ” В ТЕОРИИ ГРАДИЕНТНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ УПРУГОСТИ

P. A. Belov and S. A. Lurie*

DEVELOPMENT OF THE “SEPARATED ANISOTROPY” CONCEPT IN THE THEORY OF GRADIENT ANISOTROPIC ELASTICITY

Keywords: Gradient anisotropic elasticity, structures of anisotropic tensors of modules, spectrum of boundary conditions

A variation model of the gradient anisotropic elasticity theory is constructed. Its distinctive feature is the fact that the density of potential energy, along with symmetric fourth- and sixth-rank stiffness tensors, also contains a nonsymmetric fifth-rank stiffness tensor. Accordingly, the stresses in it also depend on the curvatures and the couple stresses depend on distortions. The Euler equations are three fourth-order equilibrium equations. The spectrum of boundary-value problems is determined by six pairs of alternative boundary conditions at each nonsingular surface point. At each special point of the surface (belonging to surface edges), in the general case, additional conditions arise for continuity of the displacement vector and the meniscus force vector when crossing the surface through the edge. In order to reduce the number of the physical parameters requiring experimental determination, particular types of the fifth- and sixth-rank stiffness tensors are postulated. Along with the classical tensor of anisotropic moduli, it is proposed to introduce a first-rank stiffness tensor (a vector with a length dimension), with the help of which the fifth-rank tensor is constructed from the classical fourth-rank tensor by means of tensor multiplication. The sixth-rank tensor is constructed as the tensor product of the classical fourth-rank tensor and two first-rank tensors.

*Автор, с которым следует вести переписку: BelovPA@yandex.ru
Corresponding author: BelovPA@yandex.ru

Ключевые слова: анизотропная теория упругости градиентная, структуры анизотропных тензоров модулей, спектр краевых задач

Построена вариационная модель градиентной анизотропной теории упругости. Её существенным отличием является то, что плотность потенциальной энергии в ней содержит наряду с тензорами модулей четвертого и шестого рангов тензор модулей пятого ранга, не обладающего никакой симметрией. Соответственно напряжения в ней зависят и от кривизн, а моментные напряжения — и от дисторсий. Уравнениями Эйлера являются три уравнения равновесия четвертого порядка. Спектр краевых задач определяется шестью парами альтернативных граничных условий в каждой неособенной точке поверхности. В каждой особенной точке поверхности (принадлежащей ребрам поверхности) в общем случае появляются дополнительные условия непрерывности вектора перемещений и вектора менисковых сил при переходе по поверхности через ребро. Для сокращения количества физических параметров, требующих экспериментального определения, постулирован частный вид структур тензоров модулей пятого и шестого рангов. Наряду с классическим тензором анизотропных модулей предложено ввести тензор модулей первого ранга (вектор размерности длины), с помощью которого из классического тензора модулей четвертого ранга тензорным умножением строится тензор пятого ранга. Тензор модулей шестого ранга строится как тензорное произведение классического тензора модулей четвертого ранга с двумя тензорами первого ранга.

Введение

Градиентные модели теории упругости в современном звучании стали предметом исследований ученых с середины прошлого века благодаря трудам Э. Л. Аэро и З. В. Кувшинского [1], Р. А. Тупина [2] и Р. Д. Миндлина [3]. Было установлено [4], что в приложении к мелкодисперсным композитам, начиная с диаметров включений около сотен микрон и меньше, появляются существенные различия в эффективной жесткости композита по сравнению с прогнозом на основании классической теории упругости. Моделирование этого эффекта стало возможным в рамках градиентной изотропной теории [5].

Первоначально предложенная в [2, 3] градиентная теория деформации для изотропных материалов содержит пять дополнительных физических постоянных материала в дополнение к двум константам Ламе классической теории упругости [6]. Идентификация этих дополнительных параметров является непростой проблемой, которую, однако, можно решить, например, с использованием результатов моделирования мето-

дом молекулярной динамики [7] или методов получения эффективных свойств [8], которые в свою очередь находят экспериментальным путем. Вводя специальные предположения для определяющих соотношений высокого порядка, можно уменьшить количество материальных констант градиентных теорий для получения прикладных моделей с тремя [9—11], двумя [2, 12, 13] или с одним дополнительным параметром масштаба [13—15], так что процедура идентификации упрощается. Такие предположения, как правило, очень привлекательны с точки зрения решения краевых задач, однако их справедливость следует проверять на основе строгого теоретического анализа и экспериментально [16].

При исследовании эффективной жесткости композитов, включения в которых были короткими однонаправленными волокнами, были обнаружены эффекты аномального увеличения жесткости композита как функции длины волокон [17, 18]. Моделирование этого эффекта потребовало формулировки прикладной градиентной ортотропной модели [19, 20]. Следующим логическим шагом при моделировании силовых слоистых композитов с несбалансированной структурой является формулировка градиентной анизотропной теории упругости.

В последнее время область применения градиентной упругости была расширена. Прикладные модели градиентной деформации использовались для описания механических свойств анизотропных метаматериалов [21, 22]. Большой интерес представляет привлечение градиентных моделей к моделированию кристаллических материалов, являющихся в большинстве случаев сильно анизотропными, для которых расчеты из первых принципов и динамические модели можно использовать для идентификации градиентных материальных констант [23]. Это приводит к необходимости развития градиентных моделей анизотропных сред.

Такие теории в общей формулировке недавно были проанализированы с помощью классов групп симметрии в [24, 25] и рассмотрены прикладные задачи статики и динамики, например, в [26, 27].

Однако механические свойства градиентной анизотропной теории упругости определяются тремя тензорами: четвертого C_{ijmn} , пятого C_{ijmnl} и шестого C_{ijkml} рангов. В общем случае тензор пятого ранга может содержать 243 неклассических модуля, а тензор шестого ранга — 729 неклассических модулей. Совершенно очевидно, что даже при использовании свойств симметрии, связанных с обратимостью процесса деформирования и парностью касательных напряжений, теория, требующая такого огромного объема экспериментов по определению неклассических модулей, будет обречена на забвение из-за своей практической неприменимости. Поэтому центр тяжести исследований в области теории нанокомпозитов сместился к поискам таких частных моделей, которые бы минимизировали количество неклассических модулей, сохраняя при этом возможность объяснения наиболее существенных масштабных эффектов в нанокompозитах.

По-видимому, первая такая попытка была сделана в [13], где тензор шестого ранга C_{ijkml} постулирован в виде $C_{ijkml} = C_{ijmn}(l^2\delta_{kl})$, тензор C_{ijmn} — классический анизотропный тензор модулей, а характерная длина l — единственный неклассический параметр, определяющий масштабные эффекты.

В градиентных моделях анизотропной упругости существенно увеличено количество дополнительных материальных констант. Таким образом, разработка прикладных упрощенных, но при этом достаточно богатых механическими свойствами градиентных теорий анизотропного тела является важной задачей. Самый известный подход — введение так называемого тензора внутренних масштабов длины, связывающего тензор градиентных модулей шестого порядка с классическим тензором упругости с заданным типом симметрии [28—34]. Такой подход широко использовали для анализа дислокаций в анизотропных кристаллах [34, 35].

Отметим работу [33], где дан достаточно полный обзор существующих на начало 2018 года гипотез упрощения структуры анизотропного тензора модулей шестого ранга и предложена концепция “разделенной анизотропии”, в соответствии с которой тензор C_{ijmn} определял анизотропию упругих свойств, а анизотропный тензор второго ранга L_{kl} (симметричный при перестановке индексов) — анизотропию масштабных эффектов. При этом была постулирована следующая структура тензора шестого ранга: $C_{ijkml} = C_{ijmn}L_{kl}$. Однако из стремления упростить теорию из поля зрения некоторых авторов выпало то обстоятельство, что при любой анизотропии следует изучить и упростить структуру и тензора пятого ранга, которым нет оснований пренебрегать. В результате в данной работе, в развитие концепции “разделенной анизотропии”, предложена следующая структура модулей пятого и шестого рангов: $C_{ijmnl} = C_{ijmn}l_l$ и $C_{ijkml} = C_{ijmn}l_k l_l$, построенная на тензоре первого ранга l_l , определяющем анизотропию характерных длин масштабных эффектов.

Принцип возможных перемещений в приложении к градиентной среде

При исследовании свойств тензоров четвертого, пятого и шестого рангов [29, 30] было установлено следующее: тензор модулей пятого ранга не имеет никакой симметрии; тензор четвертого ранга должен быть симметричным при перестановке первой и второй пары индексов:

$$C_{ijmn} = C_{mnij}; \quad (1)$$

тензор шестого ранга должен быть симметричным при перестановке первой и второй троек индексов:

$$C_{ijkml} = C_{mnljk}. \quad (2)$$

Если тензоры модулей не зависят от дисторсий $R_{m,n}$ и кривизн $R_{m,nl}$, где R_i — вектор перемещений, доказано, что напряжения σ_{ij} и моментные напряжения σ_{ijk} удовлетворяют уравнениям обобщенного закона Гука:

$$\sigma_{ij} = C_{ijmn}R_{m,n} + C_{ijmnl}R_{m,nl}, \quad (3)$$

$$\sigma_{ijk} = C_{mnijk}R_{m,n} + C_{mnljk}R_{m,nl}. \quad (4)$$

Из (3), (4) следует определение плотности потенциальной энергии U_V в градиентной анизотропной теории упругости

$$U_V = \frac{1}{2}(C_{ijmn}R_{m,n}R_{i,j} + 2C_{ijmnl}R_{m,nl}R_{i,j} + C_{ijkmnl}R_{m,nl}R_{i,jk}). \quad (5)$$

Как было отмечено во введении, во всех моделях градиентной анизотропной теории упругости одним из главных достоинств считается обоснованное сокращение количества неклассических модулей, отражающих только существенные механические свойства градиентной среды, определяющие multiscale-эффекты.

Выдвинем две гипотезы о структуре тензоров C_{ijmnl} и C_{ijkmnl} :

$$\begin{cases} C_{ijmnl} = C_{ijmn}l_l, \\ C_{ijkmnl} = C_{ijmn}l_k l_l. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь l_k — тензор первого ранга характерных длин когезионных взаимодействий теории градиентной анизотропной упругости.

Гипотезы (6) устанавливают дополнительные свойства симметрии тензоров C_{ijmnl} и C_{ijkmnl} :

тензор C_{ijmnl} приобретает свойство

$$C_{ijmnl} = C_{mnil}, \quad (7)$$

тензор C_{ijkmnl} —

$$\begin{cases} C_{ijkmnl} = C_{ijlmnk}, \\ C_{ijkmnl} = C_{mknijl}, \end{cases} \quad (8)$$

плотность потенциальной энергии приобретает вид

$$U_V = \frac{1}{2}C_{ijmn}(R_{m,n} + l_l R_{m,nl})(R_{i,j} + l_k R_{i,jk}). \quad (9)$$

Из формул Грина, с учетом (9), вытекают уравнения закона Гука для напряжений

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial U_V}{\partial R_{i,j}} = C_{ijmn} (R_m + l_l R_{m,l})_{,n}, \quad (10)$$

а также уравнения закона Гука для моментных напряжений

$$\sigma_{ijk} = \frac{\partial U_V}{\partial R_{i,jk}} = C_{ijmn} l_k (R_m + l_l R_{m,l})_{,n} = \sigma_{ij} l_k. \quad (11)$$

Введем определение “классических” напряжений τ_{ij}

$$\tau_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{ijk,k} = \sigma_{ij} - l_k \sigma_{ij,k} = C_{ijmn} (R_{m,n} - l_k l_l R_{m,nkl}) \quad (12)$$

и определение “классических” перемещений U_m

$$U_m = R_m - l_k l_l R_{m,kl}. \quad (13)$$

Тогда классические напряжения τ_{ij} будут связаны с классическими дисторсиями $U_{m,n}$ (с градиентом классических перемещений) классическим законом Гука

$$\tau_{ij} = C_{ijmn} U_{m,n}. \quad (14)$$

Кроме того, из (13) полное перемещение R_m можно представить в виде суммы “классических” перемещений U_m и градиентной поправки к нему u_m , которую можно называть векторным полем когезионных перемещений:

$$R_m = U_m + (l_k l_l R_{m,kl}). \quad (15)$$

Из (15) следует определение поля когезионных перемещений

$$u_m = l_k l_l R_{m,kl}. \quad (16)$$

Таким образом, введены два поля перемещений — классических (13) и когезионных (16), выраженные через линейные дифференциальные операторы второго порядка от вектора полных перемещений R_m . В свою очередь вектор полных перемещений является суммой классических и когезионных перемещений.

Вариационная постановка теории градиентной анизотропной упругости

Лагранжиан L теории с учетом (5) приобретает вид

$$L = A - \int_V U_V dV. \quad (17)$$

Здесь $A = \int_V P_i^V R_i dV + \int_F P_i^F R_i dF$ — работа внешних объёмных P_i^V и поверхностных P_i^F сил на перемещениях R_i . Вариационное уравнение вытекает из требования стационарности лагранжиана (17). Вариационное уравнение будем выводить в два этапа. Первый этап — взятие по частям объёмной части потенциальной энергии:

$$\delta L = \int_V (\tau_{ij,j} + P_i^V) \delta R_i dV + \int_F [(P_i^F - \tau_{ij} n_j) \delta R_i - (l_k n_k) \sigma_{ij} \delta R_{i,j}] dF = 0. \quad (18)$$

Здесь n_j — орт нормали к поверхности F . В результате можно утверждать, что получены уравнения равновесия:

в напряжениях

$$\tau_{ij,j} + P_i^V = 0, \quad (19)$$

в перемещениях

$$C_{ijmn}(\dots)_{,nj} [(\dots) - l_k(\dots)_{,k}] [(\dots) + l_l(\dots)_{,l}] R_m + P_i^V = 0. \quad (20)$$

Теорема 1: Систему трех дифференциальных уравнений четвертого порядка в частных производных (20) можно представить в виде распадающейся системы двух векторных уравнений второго порядка относительно векторов классических (13) и когезионных (16) перемещений.

Доказательство:

1. Последовательно действуя в (20) операторами $[(\dots) + l_l(\dots)_{,l}]$ и $[(\dots) - l_k(\dots)_{,k}]$ на вектор перемещений R_m , получим соотношение (13), определяющее вектор классических перемещений U_m через оператор второго порядка над вектором полных перемещений. В результате уравнения равновесия (20) примут вид

$$C_{ijmn} U_{m,nj} + P_i^V = 0. \quad (20a)$$

2. Используя (16), перепишем (15) в виде $R_m = U_m + u_m$ и подставим в (16). Переносим налево часть, зависящую от вторых производных от когезионного перемещения, в результате получим

$$u_m - l_k l_l u_{m,kl} = l_k l_l U_{m,kl}. \quad (20b)$$

Теорема 1 доказана. Отсюда следует, что уравнения равновесия на вектор классических перемещений (20a) всегда отделяются от уравнений когезионных перемещений. Система (20b) определяет систему трех дифференциальных уравнений второго порядка на вектор когезионных перемещений с правыми частями, зависящими от классических перемещений.

Формулировка спектра краевых задач на поверхности тела

Заметим, что поверхностный интеграл в (18) содержит 12 слагаемых, множители которых содержат зависимые вариации. Действительно, из девяти вариаций тензора дисторсии $\delta R_{i,j}$ шесть в силу коммутативности операций варьирования и дифференцирования содержат касательные производные от вариаций перемещений. Будем называть стандартной процедуру формулировки спектра краевых задач, в которой независимыми вариациями на поверхности тела являются δR_i и $\delta(R_{i,q}n_q)$. Сами независимые переменные R_i и $(R_{i,q}n_q)$ на поверхности будем называть стандартными кинематическими переменными на поверхности. В соответствии с этим второй поверхностный интеграл в (18) следует записать в стандартной формулировке, взяв слагаемые с касательными производными от вариаций перемещений по частям:

$$\begin{aligned} & \int_F \sigma_{ijk}n_k \delta R_{i,j} dF = \int_F \sigma_{ij}(l_k n_k) \delta R_{i,q} (\delta_{qj}^* + n_q n_j) dF = \\ & = \int_F \sigma_{ij}(l_k n_k) (\delta R_i)_{,q} \delta_{qj}^* dF + \int_F \sigma_{ij} n_j (l_k n_k) \delta (R_{i,q} n_q) dF = \\ & = \int_F [(\sigma_{ij}(l_k n_k) \delta R_i)_{,q} \delta_{qj}^* - (\sigma_{ij}(l_k n_k))_{,q} \delta_{qj}^* \delta R_i] dF + \\ & + \int_F \sigma_{ij} n_j (l_k n_k) \delta (R_{i,q} n_q) dF = \sum \oint \sigma_{ij} v_j (l_k n_k) \delta R_i ds - \\ & - \int_F (\sigma_{ij}(l_k n_k))_{,q} \delta_{qj}^* \delta R_i dF + \int_F \sigma_{ij} n_j (l_k n_k) \delta (R_{i,q} n_q) dF . \end{aligned}$$

Здесь n_j — орт нормали к поверхности; $\delta_{ij}^* = \delta_{ij} - n_i n_j$ — 2D-тензор Кронекера $\delta_{ij}^* \delta_{ij}^* = 2$; v_j — орт нормали к ребру поверхности, лежащий в касательной плоскости к гладкой поверхности, ограниченной выбранным контуром из ребер.

В результате стандартное вариационное уравнение будет иметь следующую структуру:

$$\begin{aligned} \delta L = & \int_V (\tau_{ij,j} + P_i^V) \delta R_i dV + \\ & + \int_F \{ [P_i^V - \tau_{ij} n_j + (\sigma_{ij}(l_k n_k))_{,q} \delta_{qj}^*] \delta R_i - \sigma_{ij} n_j (l_k n_k) \delta (R_{i,q} n_q) \} dF - \\ & - \sum \oint \sigma_{ij} v_j (l_k n_k) \delta R_i ds = 0 . \end{aligned} \tag{21}$$

Произведения, содержащие множителями вариации стандартных кинематических переменных на поверхности, дают спектр краевых задач

из шести пар альтернативных граничных условий в каждой неособенной точке поверхности.

Назовем классическими граничными условиями три пары альтернативных граничных условий, вытекающих из требования

$$\int_F [P_i^F - \tau_{ij}n_j + (\sigma_{ij}(l_k n_k))_{,q} \delta_{qj}^*] \delta R_i dF = 0; \quad (22)$$

назовем неклассическими граничными условиями три пары альтернативных граничных условий, вытекающих из требования

$$\int_F (l_k n_k) \sigma_{ij} n_j \delta (R_{i,q} n_q) dF = 0. \quad (23)$$

Под альтернативной парой граничных условий будем понимать: ИЛИ требование равенства нулю множителя при вариации стандартной кинематической переменной на поверхности (статическое условие), ИЛИ требование равенства нулю самой вариации (кинематическое условие). Обратим внимание на то, что на каждой гладкой поверхности кусочно-гладкой поверхности F , ограничивающей тело, могут быть заданы различные наборы из шести граничных условий. Будем называть “основными” такие краевые задачи, в которых на всей поверхности задан один и тот же набор граничных условий. При этом, дополнительно, граничные условия сформулированы относительно векторов $[P_i^F - \tau_{ij}n_j + (\sigma_{ij}(l_k n_k))_{,q} \delta_{qj}^*]$ или δR_i для классических граничных условий, а не отдельных их проекций. Аналогично для неклассических граничных условий задаются векторы $\sigma_{ij}n_j$ или $\delta (R_{i,q} n_q)$, а не их отдельные проекции.

Формулировка **первой краевой задачи** — требования равенства нулю статических множителей в классических и неклассических граничных условиях с учетом (14) и (10):

$$\begin{cases} C_{ijmn} U_{m,n} n_j - \{(l_k n_k) [C_{ijmn} (U_{m,n} + l_l U_{m,nl}) + C_{ijmn} (u_{m,n} + l_l u_{m,nl})]\}_{,q} \delta_{qj}^* = P_i^F, \\ (l_k n_k) [C_{ijmn} (U_{m,n} + l_l U_{m,nl}) + C_{ijmn} (u_{m,n} + l_l u_{m,nl})] n_j = 0. \end{cases} \quad (24)$$

Формулировка **второй краевой задачи** — требования равенства нулю статического множителя в классических и вариации стандартных кинематических переменных в неклассических граничных условиях с учетом (14):

$$\begin{cases} C_{ijmn} U_{m,n} n_j - \{(l_k n_k) [C_{ijmn} (U_{m,n} + l_l U_{m,nl}) + C_{ijmn} (u_{m,n} + l_l u_{m,nl})]\}_{,q} \delta_{qj}^* = P_i^F, \\ \delta (U_{i,q} n_q + u_{i,q} n_q) = 0. \end{cases} \quad (25)$$

Формулировка **третьей краевой задачи** — требования равенства нулю вариации стандартных кинематических переменных в классических гра-

нических условиях и статического множителя в неклассических граничных условиях:

$$\begin{cases} \delta(U_m + u_m) = 0, \\ (l_k n_k)[C_{ijmn}(U_{m,n} + l_l U_{m,nl}) + C_{ijmn}(u_{m,n} + l_l u_{m,nl})]n_j = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Формулировка **четвертой краевой задачи** — требования равенства нулю вариаций стандартных кинематических переменных как в классических, так и в неклассических граничных условиях:

$$\begin{cases} \delta(U_m + u_m) = 0, \\ \delta(U_{i,q} n_q + u_{i,q} n_q) = 0. \end{cases} \quad (27)$$

Анализ спектра краевых задач показывает, что для всех основных краевых задач классическими методами уравнений математической физики не удастся разделить решение на классическую краевую задачу и на краевую задачу о когезионном поле.

Формулировка спектра краевых задач на ребрах поверхности тела

Отдельного обсуждения требуют особенные точки поверхности, принадлежащие ребрам на поверхности, где стандартными вариациями кинематических переменных являются только δR_i . Пусть верхним индексом *I* и *II* обозначены две гладкие поверхности *F*, при пересечении которых образуется ребро поверхности. И для простоты $F = F^I \cup F^{II}$. Тогда в соответствии с (21) получим

$$\begin{aligned} \sum \oint \sigma_{ij} v_j (l_k n_k) \delta R_i ds &= \sum \oint \sigma_i^I \delta R_i^I ds - \sum \oint \sigma_i^{II} \delta R_i^{II} ds = \\ &= \sum \oint \{ \sigma_i^I [(\delta R_i^I + \delta R_i^{II})/2 + (\delta R_i^I - \delta R_i^{II})/2] - \\ &\quad - \sigma_i^{II} [(\delta R_i^I + \delta R_i^{II})/2 - (\delta R_i^I - \delta R_i^{II})/2] \} ds = \\ &= \frac{1}{2} \sum \oint [(\sigma_i^I - \sigma_i^{II})(\delta R_i^I + \delta R_i^{II}) + (\sigma_i^I + \sigma_i^{II})(\delta R_i^I - \delta R_i^{II})] ds = 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь дано определение менисковой силы на ребрах поверхности

$$\sigma_i = \sigma_{ij} v_j. \quad (29)$$

Условия (28) определяют две пары векторных альтернативных контурных условий на каждом ребре.

Формулировка **первой задачи на ребрах** поверхности:

$$\begin{cases} (\sigma_i^I - \sigma_i^{II}) = 0, \\ (\sigma_i^I + \sigma_i^{II}) = 0. \end{cases} \quad (28a)$$

Эта краевая задача не допускает менисковых сил на ребрах, так как требует выполнения условий, наложенных только на напряжения $\sigma_i^I = \sigma_i^{II} = 0$, и не обеспечивает непрерывность перемещений при переходе через ребро с одной поверхности на другую.

Формулировка **второй задачи на ребрах** поверхности:

$$\begin{cases} (\sigma_i^I - \sigma_i^{II}) = 0, \\ \delta(R_i^I - R_i^{II}) = 0. \end{cases} \quad (28b)$$

В общем случае (28b) требует заданного скачка перемещений на ребре $R_i^I - R_i^{II} = R_i^e$. Если на ребре задан нулевой скачок перемещений $R_i^e = 0$ (требование непрерывности перемещений), то в совокупности краевая задача (28b) требует непрерывности вектора перемещений и вектора менисковых сил при переходе с одной поверхности на другую через ребро.

Формулировка **третьей задачи на ребрах** поверхности:

$$\begin{cases} \delta(R_i^I + R_i^{II}) = 0, \\ (\sigma_i^I + \sigma_i^{II}) = 0. \end{cases} \quad (28c)$$

Даже если задать среднее перемещение на ребрах нулевым, скачок перемещений не определен и условие (28c) не обеспечивает отсутствие скачка перемещений при переходе через ребро.

Формулировка **четвертой задачи на ребрах** поверхности:

$$\begin{cases} \delta(R_i^I + R_i^{II}) = 0, \\ \delta(R_i^I - R_i^{II}) = 0. \end{cases} \quad (28d)$$

Если на ребре задан нулевой скачок перемещений (требование непрерывности перемещений), то в совокупности краевая задача (28d) требует непрерывности вектора перемещений, причем “среднее” перемещение на ребре $(R_i^I + R_i^{II})$ должно принимать заранее заданное значение.

В результате из четырех краевых задач на ребрах только две соответствуют постановкам реальных задач, а именно, краевые задачи (28b) и (28d).

Формулировка трансверсально-изотропной градиентной модели

Обратим внимание на то, что предложенный здесь подход применим к средам, в которых есть хотя бы одно выделенное направление, чтобы орт этого направления Z_i мог быть тензорным множителем в тензоре пятого ранга. Поэтому простейшую неизотропную модель следует строить с помощью трансверсально-изотропного тензора классических модулей упругости:

$$C_{ijmn} = C^1 \delta_{ij}^* \delta_{mn}^* + C^3 (\delta_{ij}^* Z_m Z_n + \delta_{mn}^* Z_i Z_j) + C^5 Z_i Z_j Z_m Z_n + C^2 (\delta_{im}^* \delta_{jn}^* + \delta_{in}^* \delta_{jm}^*) + C^4 (\delta_{in}^* Z_j Z_m + \delta_{mj}^* Z_n Z_i + \delta_{jn}^* Z_i Z_m + \delta_{mi}^* Z_n Z_j). \quad (29)$$

Рассмотрим частный случай среды с тремя модулями, которую получаем из (29), если положить

$$\begin{aligned} C^1 &= \lambda, \\ C^2 &= \mu, \\ C^3 &= \lambda, \\ C^4 &= G, \\ C^5 &= 2\mu + \lambda. \end{aligned} \quad (30)$$

Тензор классических модулей четвертого ранга в этом случае определяется тремя базисными тензорами и соответственно тремя модулями упругости μ, λ, G и приобретает вид

$$C_{ijmn} = \lambda \delta_{ij}^* \delta_{mn}^* + \mu (\delta_{im}^* \delta_{jn}^* + \delta_{in}^* \delta_{jm}^* + 2Z_i Z_j Z_m Z_n) + G (\delta_{in}^* Z_j Z_m + \delta_{mj}^* Z_n Z_i + \delta_{jn}^* Z_i Z_m + \delta_{mi}^* Z_n Z_j). \quad (31)$$

Уравнения закона Гука для полных напряжений в соответствии с (10) и (31) принимают вид

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_{ij} X_i X_j = 2\mu \varepsilon_{xx} + \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), \\ \sigma_{yy} = \sigma_{ij} Y_i Y_j = 2\mu \varepsilon_{yy} + \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), \\ \sigma_{zz} = \sigma_{ij} n_i n_j = 2\mu \varepsilon_{zz} + \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), \end{cases} \begin{cases} \sigma_{yz} = \sigma_{ij} Y_i Z_j = G \gamma_{yz}, \\ \sigma_{zx} = \sigma_{ij} Z_i X_j = G \gamma_{zx}, \\ \sigma_{xy} = \sigma_{ij} X_i Y_j = \mu \gamma_{xy}. \end{cases} \quad (31a)$$

При этом тензор первого ранга характерных длин масштабных эффектов будет содержать две характерные длины: вдоль выделенного направле-

ния и поперёк. Тензор неклассических модулей первого ранга (характерных длин масштабных эффектов) l_k в любых частных случаях трансверсально-изотропной среды будет иметь одну и ту же структуру и содержать два неклассических параметра:

$$l_k = h_k + lZ_k = he_k + lZ_k, \quad \begin{cases} l = l_a Z_a, \\ h_k = l_a \delta_{ak}^*, \end{cases} \quad \begin{cases} h = l_a l_b \delta_{ab}^*, \\ e_k = h_k / h, \end{cases} \quad \begin{cases} e_k e_k = 1, \\ e_k Z_k = 0. \end{cases} \quad (32)$$

Тензоры неклассических модулей пятого и шестого ранга полностью определяются в соответствии с (6), (31) и (32).

Подставив (31) и (32) в (9), можно получить выражения энергетических инвариантов для среды с любой анизотропией в рамках предложенной концепции. Энергетические инварианты будут определяться структурой тензора упругих модулей, в частности, для предложенной простейшей модели как

$$U_V = \lambda U_1 + \mu U_2 + G U_3, \quad \begin{cases} U_1 = \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{mn} (R_{m,n} + l_l R_{m,nl}) (R_{i,j} + l_k R_{i,jk}), \\ U_2 = \frac{1}{2} (\delta_{im}^* \delta_{jn}^* + \delta_{in}^* \delta_{jm}^* + 2Z_i Z_j Z_m Z_n) (R_{m,n} + l_l R_{m,nl}) (R_{i,j} + l_k R_{i,jk}), \\ U_3 = \frac{1}{2} (\delta_{in}^* Z_j Z_m + \delta_{mj}^* Z_n Z_i + \delta_{jn}^* Z_i Z_m + \delta_{mi}^* Z_n Z_j) (R_{m,n} + l_l R_{m,nl}) (R_{i,j} + l_k R_{i,jk}). \end{cases} \quad (33)$$

В результате простейшая трансверсально-изотропная градиентная теория содержит всего пять независимых физических параметров μ, λ, G, l, h . Причем минимальное количество упругих модулей — три, а характерных длин масштабных эффектов — две.

Формулировка ортотропной градиентной модели — модели среды с кубической симметрией

В работе [36] приведена модель классической теории упругости с кубической симметрией, имеющая вид

$$C_{ijkl} = (3\lambda + 2\mu) J_{ijkl} + G L_{ijkl} + 2\mu M_{ijkl}, \quad (34)$$

где $(3\lambda + 2\mu), G, 2\mu$ — три упругих модуля среды с кубической симметрией; $J_{ijkl}, L_{ijkl}, M_{ijkl}$ — базисные тензоры, определенные через базисные орты декартовой системы X_i, Y_i, Z_i следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta_{ij} &= X_i X_j + Y_i Y_j + Z_i Z_j, \\ J_{ijkl} &= \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}, \\ L_{ijkl} &= \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) - X_i X_j X_k X_l - Y_i Y_j Y_k Y_l - Z_i Z_j Z_k Z_l, \\ M_{ijkl} &= X_i X_j X_k X_l + Y_i Y_j Y_k Y_l + Z_i Z_j Z_k Z_l - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}. \end{aligned} \right. \quad (35)$$

Уравнения закона Гука для полных напряжений —

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_{ij} X_i X_j = 2\mu \varepsilon_{xx} + \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), & \sigma_{yz} &= \sigma_{ij} Y_i Z_j = G\gamma_{yz}, \\ \sigma_{yy} &= \sigma_{ij} Y_i Y_j = 2\mu \varepsilon_{yy} + \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), & \sigma_{zx} &= \sigma_{ij} Z_i X_j = G\gamma_{zx}, \\ \sigma_{zz} &= \sigma_{ij} Z_i Z_j = 2\mu \varepsilon_{zz} + \lambda (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}), & \sigma_{xy} &= \sigma_{ij} X_i Z_j = G\gamma_{xy}. \end{aligned} \right. \quad (36)$$

При этом тензор первого ранга характерных длин масштабных эффектов будет содержать уже три характерные длины, так как при построении тензорного базиса (35) использованы все три орта как множители в тензорном произведении. Тензор неклассических модулей первого ранга (характерных длин масштабных эффектов) l_k в любых частных случаях анизотропной среды (кроме трансверсально-изотропной) будет иметь одну и ту же структуру и содержать три неклассических параметра:

$$l_i = l_x X_i + l_y Y_i + l_z Z_i. \quad (37)$$

Тензоры неклассических модулей пятого и шестого ранга по-прежнему полностью определяются в соответствии с (6), (31) и (32).

Количество энергетических инвариантов в среде с кубической симметрией определяется также, как и в других моделях предложенной концепции, количеством базисных тензоров четвертого ранга в разложении классического тензора модулей упругости четвертого ранга:

$$U_V = \frac{1}{2} C_{ijmn} (R_{m,n} + l_l R_{m,nl}) (R_{i,j} + l_k R_{i,jk}) = (3\lambda + 2\mu)J + GL + 2\mu M, \\ \left\{ \begin{aligned} J &= \frac{1}{2} J_{ijmn} (R_{m,n} + l_l R_{m,nl}) (R_{i,j} + l_k R_{i,jk}), \\ L &= \frac{1}{2} L_{ijmn} (R_{m,n} + l_l R_{m,nl}) (R_{i,j} + l_k R_{i,jk}), \\ M &= \frac{1}{2} M_{ijmn} (R_{m,n} + l_l R_{m,nl}) (R_{i,j} + l_k R_{i,jk}). \end{aligned} \right. \quad (38)$$

В результате простейшая ортотропная градиентная теория (среда с кубической симметрией) содержит всего шесть независимых физических

параметров $\mu, \lambda, G, l_x, l_y, l_z$. При этом минимальное количество упругих модулей — три, как и характерных длин масштабных эффектов.

Выводы

Построена градиентная анизотропная теория упругости с лагранжианом (2), (9) и (17). Её существенным отличием является то, что плотность потенциальной энергии наряду с тензорами модулей четвертого (1) и шестого (2) ранга содержит и тензор модулей пятого ранга (6). Соответственно напряжения в ней зависят не только от дисторсий, но и от кривизн (3), а моментные напряжения — не только от кривизн, но и от дисторсий (4). Для сокращения количества физических параметров, требующих экспериментального определения, предложена модель с максимально упрощенной структурой тензоров модулей пятого и шестого ранга (6), обладающих дополнительными постулированными свойствами (7) и (8). Уравнениями Эйлера являются три уравнения равновесия четвертого порядка (20). Спектр краевых задач определяется шестью парами альтернативных граничных условий в каждой неособенной точке поверхности (24)—(27). Три пары из них, содержащих вариации вектора перемещений, названы “классическими” (22), а остальные — “неклассическими” (23). Спектр краевых задач на ребрах определяется тремя парами альтернативных граничных условий (28).

В работе сознательно не рассматривали особый частный случай вырождения данной модели, связанный с возможностью существования на части поверхности тела нулевого скалярного произведения $(l_k n_k) = 0$, требующего отдельного аккуратного анализа.

В качестве примеров простейших вариантов анизотропных градиентных теорий предложены модели трансверсально-изотропной градиентной среды и ортотропной среды с кубической симметрией. Показано, что в рамках концепции “разделенной анизотропии” в трансверсально-изотропных средах появляются всего две неклассические физические константы — характерные длины масштабных эффектов, а в средах с более высокой степенью анизотропии — три.

С помощью классического анизотропного тензора упругих модулей построены энергетические инварианты, необходимые для определения эффективных свойств нанокомпозитов при энергетическом методе осреднения.

Работа поддержана Российским научным фондом (РНФ) в рамках гранта 20-41-04404, выданного Институтом прикладной механики РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аэро Э. Л., Кувшинский Е. В.* Основные уравнения теории упругости сред с вращательным взаимодействием частиц // ФТТ. — 1960. — Т. 2, Вып. 7. — С. 1399—1409.
2. *Toupin R. A.* Elastic materials with couple-stresses // *Archive of Rational Mech. Analysis.* — 1962. — Vol. 11. — P. 385—414.
3. *Mindlin R. D.* Micro-structure in linear elasticity // *Archive of Rational Mech. Analysis.* — 1964. — No. 1. — P. 51—78.
4. *Miva M.* Influence of the diameters of particals on the modulus of elasticity of reinforced polymers // *Kobunshi Ronbunshu.* — 1978. — Vol. 35, № 2. — P. 125—129.
5. *Образцов И. Ф., Лурье С. А., Белов П. А., Волков-Богородский Д. Б., Яновский Ю. Г., Кочемасова Е. И., Дудченко А. А., Потупчик Е. М., Шумова Н. П.* Основы теории межфазного слоя // *Механика композиц. материалов и конструкций.* — 2004. — Т.10, № 4. — С. 596—612.
6. *Dell'Isola F., Sciarra G., Vidoli S.* Generalized Hooke's law for isotropic second gradient materials // *Proc. Roy. Soc. A: Math., Phys., Eng. Sci.* — 2009. — Vol. 465, No. 2107. — P. 2177—2196.
7. *Gusev A. A., Lurie S. A.* Strain-gradient elasticity for bridging continuum and atomistic estimates of stiffness of binary Lennard-Jones crystals // *Adv. Eng. Mater.* — 2010. — Vol. 12, No. 6. — P. 529—533.
8. *Forest S., Trinh D. K.* Generalized continua and non-homogeneous boundary conditions in homogenisation methods // *ZAMM-J. Appl. Math. Mech.* — 2011. — Vol. 91, No. 2. — P. 90—109.
9. *Pideri C., Seppecher P.* A second gradient material resulting from the homogenization of an heterogeneous linear elastic medium // *Continuum Mech. Thermodyn.* — 1997. — Vol. 9, No. 5. — P. 241—257.
10. *Hutchinson J. W., Fleck N.* Strain gradient plasticity // *Adv. Appl. Mech.* — 1997. — Vol. 33. — P. 295—361.
11. *Lam David C. C., Yang Fan, Chong A. C. M, Wang Jianxun, Tong Pin.* Experiments and theory in strain gradient elasticity // *J. Mech. Phys. Solids.* — 2003. — Vol. 51, No. 8. — P. 1477—1508.
12. *Zhou Shenjie, Li Anqing, Wang Binglei.* A reformulation of constitutive relations in the strain gradient elasticity theory for isotropic materials // *Int. J. Solids Struct.* — 2016. — Vol. 80. — P. 28—37.
13. *Askas H., Aifantis E. C.* Gradient elasticity in statics and dynamics: an overview of formulations, length scale identification procedures, finite element implementations and new results // *Int. J. Solids Struct.* — 2011. — Vol. 48, No. 13. — P. 1962—1990.
14. *Polizzotto C.* A hierarchy of simplified constitutive models within isotropic strain gradient elasticity // *Eur. J. Mech. A/Solids.* — 2017. — Vol. 61, Oct. — P. 92—109.
15. *Gao X.-L. and Park S. K.* Variational formulation of a simplified strain gradient elasticity theory and its application to a pressurized thick-walled cylinder problem // *Int. J. Solids Struct.* — 2007. — Vol. 44, No. 22—23. — P. 7486—7499.
16. *Müller W. H.* The experimental evidence for higher gradient theories // *Mech. Strain Gradient Mater.* — Springer, Cham. — 2020. — P. 1—18.

17. *Odegard G. M., Gates T. S., Wise K. E., Park C., Siochi E. J.* Constitutive modeling of nanotube--reinforced polymer composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2003. — Vol. 63, No. 11. — P. 1671—1687.

18. *Odegard G. M., Frankland S. J. V., Gates T. S.* Effect of nanotube functionalization on the elastic properties of polyethylene nanotube composites // *AIAA J.* — 2005. — Vol. 43. — P. 1828—1835.

19. *Белов П. А., Лурье С. А., Гордеев А. В.* Теория сред с сохраняющимися дислокациями. Градиентная модель нанокомпозита, армированного SWNT // *Материаловедение.* — 2013. — № 5. — С. 35—39

20. *Белов П. А., Зайцев О. В.* Объяснение “Эффекта Одегарда на коротких SWNT” в рамках градиентной теории межфазного слоя // *Материаловедение.* — 2013. — № 7. — С. 44—46.

21. *Barchiesi E., Eugster S. R., Placidi L., Dell’Isola F.* Pantographic beam: A complete second gradient 1D-continuum in plane // *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik.* — 2019. — Vol. 70, No. 5. — P. 135.

22. *Dell’Isola F., Seppacher P., Spagnuolo M., Barchiesi E., Hild F., Lekszycki T., Eugster S. R.* Advances in pantographic structures: design, manufacturing, models, experiments and image analyses // *Continuum Mech. Thermodyn.* — 2019. — Vol. 31, No. 4. — P. 1231—1282.

23. *Maranganti R., Sharma P.* A novel atomistic approach to determine strain-gradient elasticity constants: Tabulation and comparison for various metals, semiconductors, silica, polymers and the (ir) relevance for nanotechnologies // *J. Mech. Phys. Solids.* — 2007. — Vol. 55, No. 9. — P. 1823—1852.

24. *Auffray N., Dirrenberger J., Rosi G.* A complete description of bi-dimensional anisotropic strain-gradient elasticity // *Int. J. Solids Struct.* — 2015. — Vol. 69. — P. 195—206.

25. *Auffray N., Bouchet R., Brechet Y.* Derivation of anisotropic matrix for bi-dimensional strain-gradient elasticity behavior // *Int. J. Solids Struct.* — 2009. — Vol. 46, No. 2. — P. 440—454.

26. *Rosi G., Auffray N.* Anisotropic and dispersive wave propagation within strain-gradient framework // *Wave Motion.* — 2016. — Vol. 63. — P. 120—134.

27. *Yvonnet J., Auffray N., Monchiet V.* Computational second-order homogenization of materials with effective anisotropic strain-gradient behavior // *Int. J. Solids Struct.* — 2020. — Vol. 191. — P. 434—448.

28. *Lazar M., Po G.* The non-singular Green tensor of Mindlin’s anisotropic gradient elasticity with separable weak non-locality // *Phys. Lett. A.* — 2015. — Vol. 379, No. 24—25. — P. 1538—1543.

29. *Mousavi S. M., Reddy J., Romanoff J.* Analysis of anisotropic gradient elastic shear deformable plates // *Acta Mech.* — 2016. — Vol. 227, No. 12. — P. 3639—3656.

30. *Polizzotto C.* Anisotropy in strain gradient elasticity: Simplified models with different forms of internal length and moduli tensors // *Eur. J. Mech.-A/Solids.* — 2018. — Vol. 71. — P. 51—63.

31. *Lazar M., Po G.* Singularity-free dislocation continuum theory for anisotropic crystals // *PAMM.* — 2018. — Vol. 18, No. 1. — P. e201800095.

32. *Lazar M., Agiasofitou E., Po G.* Three-dimensional nonlocal anisotropic elasticity: a generalized continuum theory of Ångström-mechanics // *Acta Mechanica.* — 2020. — Vol. 231, No. 2. — P. 743—781.

33. *Belov P. A., Lurie S. A., Dobryanskiy V. N.* Variational formulation of linear equations of coupled thermohydrodynamics and heat conductivity // *Lobachevskii J. Math.* — 2020. — Vol. 41, No. 10. — P. 1948—1962.

34. *Belov P. A., Lurie S. A., Solyaev U.* Symmetry and applied variational models of the strain gradient anisotropic elasticity with second order tensor multiscale parameter // *Nanosci. Technol.: Int. J.* — 2021. — Vol. 12, Iss. 1. — P. 75—99.

35. *Walpole L. J.* Fourth-rank tensors of the thirty-two crystal classes: multiplication tables // *Proc.R.Soc. Lond. A.* — 1984. — Vol. 391. — P. 149—179.

Поступила в редакцию 21.12.2020

Окончательный вариант поступил 06.04.2021

Received Dec. 21, 2020 (Apr. 6, 2021)

*А. П. Янковский**

*Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,
Новосибирск, Россия*

АНАЛИЗ ТЕПЛООВОГО ОТКЛИКА В АРМИРОВАННЫХ ПЛАСТИНАХ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ВЗРЫВНОГО ТИПА

*А. P. Yankovskii**

ANALYSIS OF THERMAL RESPONSE IN REINFORCED PLATES UNDER A DYNAMIC EXPLOSION-TYPE LOADING

Keywords: flexible plates, reinforcement, Ambartsumyan theory, thermoelastoplastic deformation

The initial-boundary value problem of thermoelastoplastic deformation of flexible reinforced plates is formulated. The possible weak resistance of such structures to transverse shear is taken into account within the framework of Ambartsumyan theory. The geometric nonlinearity is taken into account in the Karman approximation. The temperature across the thickness of the plates is approximated by a square parabola. 2D problem solution formulated is constructed by using an explicit numerical scheme. The dynamic thermoelastoplastic behavior of plane-cross and spatially reinforced fiberglass (GFRP) and metal composite plates bend under an action of air blast waves is studied. It is shown that replacing a plane scheme of reinforcement on a spatial one in GFRP structures allows a more efficient removal of a heat, generated in them by the dissipation of mechanical energy. It is demonstrated that relatively thin composite plates heat up somewhat more than thick ones at the same maximum strain intensity in the binder. The heating level of reinforced structures is insignificant: the temperature increment in GFRP plates is 1-4°C, and metal composite plates is 7-10°C. Therefore, dynamic calculations of composite plates subjected to the actions of such loads as air blast waves can be carried out without taking into account the thermal action in the absence of additional heat sources of nonmechanical origin.

*Автор, с которым следует вести переписку: lab4nemir@rambler.ru
Corresponding author: lab4nemir@rambler.ru

Ключевые слова: пластины гибкие, армирование, теория Амбарцумяна, деформирование термоупругопластическое

Сформулирована связанная начальнo-краевая задача термоупругопластического деформирования гибких армированных пластин. Возможное слабое сопротивление таких конструкций поперечному сдвигу учитывается в рамках теории Амбарцумяна. Геометрическая нелинейность учтена в приближении Кармана. Температура по толщине пластин аппроксимирована квадратной параболой. Решение поставленной двухмерной задачи строится с использованием явной численной схемы. Исследовано динамическое термоупругопластическое поведение плоскоперекрестно и пространственно армированных стеклопластиковых и металлокомпозитных пластин, изгибаемых под действием воздушной взрывной волны. Показано, что замена плоской структуры армирования на пространственную в стеклопластиковых конструкциях позволяет более эффективно отводить из них тепло, порожденное механической диссипацией энергии. Продемонстрировано, что относительно тонкие композитные пластины нагреваются несколько больше, чем относительно толстые, при одинаковых максимальных значениях интенсивности деформаций в связующем. Уровень нагрева армированных конструкций незначителен: для стеклопластиковых пластин приращение температуры составляет 1—4 °С, а для металлокомпозитных конструкций — 7—10 °С. Поэтому динамический расчет композитных пластин при действии нагрузки типа воздушной взрывной волны можно проводить без учета теплового воздействия при отсутствии дополнительных источников тепла немеханического происхождения.

Введение

Тонкостенные элементы конструкций из композитных материалов (КМ) находят широкое применение в инженерных приложениях [1—7]. Часто изделия из КМ испытывают высокоинтенсивное как силовое, так и тепловое нагружение [6, 7], при котором материалы композиции могут деформироваться пластически [4, 8]. Следовательно, моделирование термоупругопластического деформирования КМ-конструкций является актуальной проблемой, находящейся сейчас на стадии становления [4, 8]. Упругопластическое поведение дисперсно-упрочненных КМ моделировали в [9, 10], а волокнистых сред при больших и малых деформациях компонентов композиции — в [11, 12]. Однако известно, что при интенсивном тепловом воздействии, характерном для многих современных

КМ-конструкций [7], материалы композиции изменяют свои механические свойства [13, 14]. Это обстоятельство может существенно сказаться на неупругом поведении армированных тонкостенных элементов при действии нагрузок высокой интенсивности.

В связи с этим в [15] была разработана структурная модель КМ, учитывающая тепловое воздействие на вязкоупругопластическое деформирование компонентов композиции. При этом принимали во внимание связанность температурной и упругопластической задач. В [15] были использованы методы понижения размерности механической и теплофизической составляющих рассматриваемой задачи в случае КМ-пластин и разработан явный численный метод интегрирования сформулированной двухмерной начально-краевой задачи. Однако в силу ограниченности объема работы [15] был рассмотрен только один пример для относительно тонкой стеклопластиковой пластины с традиционным ортогональным плоскоперекрестным армированием. Поэтому результаты этой работы не позволяют судить о температурном отклике в относительно толстых стеклопластиковых пластинах, в стеклопластиковых конструкциях разной относительной толщины с пространственными структурами армирования [16, 17], а тем более в металлокомпозитных пластинах [18] при их динамическом нагружении.

Для понижения размерности в задачах изгиба КМ-пластин, для учета плохого их сопротивления поперечному сдвигу и для описания волновых процессов, возникающих в них при интенсивных кратковременных нагрузках, обычно используют неклассические теории Рейсснера [6, 19] или Амбарцумяна [12, 15, 20] (или, что то же самое, первый и второй варианты теории Тимошенко [21]).

Численные решения физически и геометрически нелинейных задач динамики тонкостенных элементов конструкций, как правило, строят с использованием явных схем [12, 15] или неявных методов Ньюмарка [22].

Настоящая работа посвящена анализу поведения температурных полей в динамически нагружаемых пластинах разной относительной толщины с разными структурами армирования, изготовленных из разных материалов (стеклопластик, металлокомпозит).

Постановка задачи и метод расчета

Рассмотрим изгибное поведение КМ-пластины толщиной $2h$ (рис. 1), с которой связана декартова прямоугольная система координат x_i : плоскость Ox_1x_2 — срединная; ось Ox_3 — поперечная ($|x_3| \leq h$). Конструкция может быть усилена плоскоперекрестно (рис. 1—*a*) или пространственно (рис. 1—*b*) N семействами волокон в произвольных направлениях с плот-

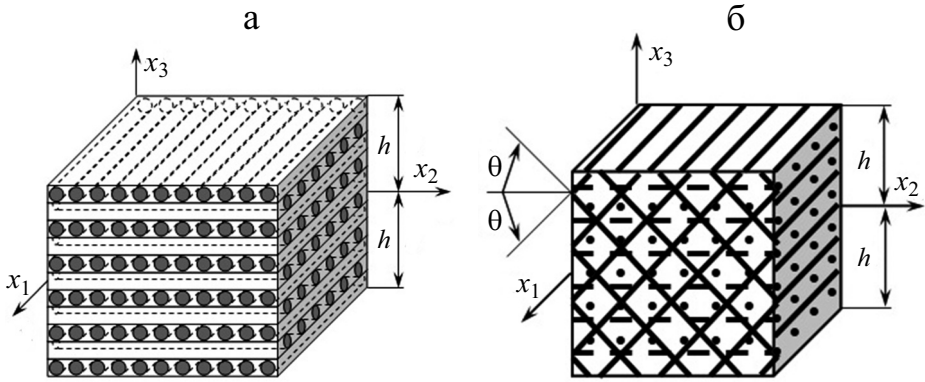


Рис. 1. Элемент КМ-пластины: а — плоское ортогональное армирование; б — пространственное армирование в четырех направлениях.

ностью армирования ω_k , $1 \leq k \leq N$. Структура армирования в направлении оси Ox_3 квазиоднородна.

С каждым k -м семейством волокон свяжем локальную прямоугольную систему координат $x_i^{(k)}$ так, что ось $x_1^{(k)}$ направлена вдоль арматуры и задана двумя углами сферической системы координат θ_k и φ_k (рис. 2). Направляющие косинусы $l_{ij}^{(k)}$ между осями $x_i^{(k)}$ и x_j ($i, j = 1, 2, 3, 1 \leq k \leq N$) определяются соотношениями (44) из [15].

Для моделирования возможного слабого сопротивления гибкой КМ-пластины поперечному сдвигу (например, в случаях плоскоперекрестных структур армирования или в случае пространственной структуры армирования (см. рис. 1—б) при сдвиге в плоскости Ox_1x_3) и волновых процессов,

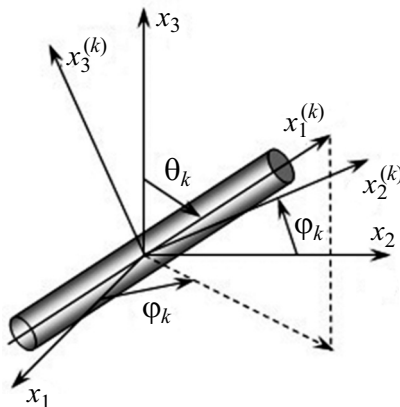


Рис. 2. Локальная система координат, связанная с волокном k -го семейства.

возникающих в ней при динамическом нагружении, используем теорию Амбарцумяна [12, 15, 20, 21], а геометрическую нелинейность задачи учитываем в приближении Кармана.

Согласно результатам исследования [23] в случае структур армирования, изображенных на рис. 1, которые далее и будут рассматриваться, при отсутствии внешних распределенных касательных сил на лицевых поверхностях пластины осредненные деформации композиции и перемещения точек гибкой КМ-пластины в рамках теории Амбарцумяна можно аппроксимировать выражениями (53), (54) из [15].

При термоупругопластическом деформировании компонентов композиции определяющие соотношения, связывающие скорости осредненных напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$ со скоростями осредненных деформаций $\dot{\epsilon}_{ij}$ (здесь точка — производная по времени t) композиции в матричной форме задаются уравнениями (40) из [15]. Так как при динамическом неупругом деформировании КМ-пластины необходимо учитывать связанность механической и теплофизической составляющих рассматриваемой задачи, то кроме указанных определяющих механических соотношений необходимо использовать закон теплопроводности Фурье для КМ. Структурные теплофизические соотношения ранее были получены в [24] и выражены матричными равенствами (50)—(52) из [15].

Для понижения размерности теплофизической составляющей задачи использовали простейший вариант метода дополнительных граничных условий [25] с квадратичной аппроксимацией температуры по толщине КМ-пластины.

Механическую составляющую связанной начально-краевой динамической задачи термоупругопластичности интегрировали с использованием явной схемы типа “крест” [12, 23] (дискретизированные по времени уравнения движения гибкой пластины при этом имеют вид (77) из [15]), а теплофизическую составляющую задачи численно интегрировали по простейшей явной схеме первого порядка по времени [26] (см. дискретизированное по времени двумерное уравнение теплопроводности (79) в [15]). В целом численный метод реализуется так, как это описано в [15].

Обсуждение результатов расчетов

Исследуем термоупругопластическое динамическое поведение изгибаемых пластин толщиной $2h = 2$ см. Область Ω , занимаемая ими в плане, — $|x_1| \leq a/2$, $|x_2| \leq b/2$, $a = 3b$. Кромки конструкций жестко закреплены. До начального момента времени $t_0 = 0$ пластины покоятся при температуре Θ естественного состояния $\Theta^0 = \text{const}$. При $t = t_0$ конструк-

ции нагружаются со стороны нижней ($x_3 = -h$) лицевой поверхности давлением $p(t)$, порожденным воздушной взрывной волной [22]:

$$p(t) = \begin{cases} p_{\max} t / t_{\max}, & 0 \leq t \leq t_{\max}, \\ p_{\max} \exp[-\alpha(t - t_{\max})], & t > t_{\max}, \end{cases} \quad (1)$$

где

$$\alpha = -\ln(0,01) / (t_{\min} - t_{\max}) > 0, \quad t_{\min} \gg t_{\max}; \quad (2)$$

t_{\max} — момент времени t , когда $p(t)$ достигает наибольшего значения p_{\max} ; t_{\min} — момент времени, при превышении которого можно пренебречь величиной $p(t)$ по сравнению с p_{\max} (так, формула (2) справедлива при $p(t_{\min}) = 0,01p_{\max}$). На основании экспериментальных данных [22] в расчетах примем $t_{\max} = 0,1$ мс и $t_{\min} = 2$ мс.

Через лицевые поверхности ($x_3 = \pm h$) осуществляется конвективный теплообмен с окружающей средой в условиях естественной конвекции (с коэффициентами теплоотдачи $\alpha^{(\pm)} = 30$ Вт/(м²·К) [27]) при температуре воздуха $\Theta_{\infty}^{(\pm)}$, равной температуре естественного состояния конструкций: $\Theta_{\infty}^{(\pm)} = \Theta^0 = 20$ °С. На торцевых поверхностях пластин заданы граничные условия I рода, причем температура конструкций поддерживается равной температуре их естественного состояния Θ^0 .

Пластины изготовлены из магниевго сплава МА8 [13] и армированы стальной проволокой марки У8А [18] (металлокомпозиция) или из эпоксисвязывающего [28], усиленного стеклянными волокнами [18] (стеклопластик). Уругоупругое деформирование компонентов композиции при активном нагружении и постоянстве температуры Θ описывается билинейной диаграммой

$$\sigma = \begin{cases} E^{(k)} \varepsilon, & |\varepsilon| \leq \varepsilon_s^{(k)} = \sigma_s^{(k)} / E^{(k)}, \\ \text{sign}(\varepsilon) \sigma_s^{(k)} + E_s^{(k)} (\varepsilon - \text{sign}(\varepsilon) \varepsilon_s^{(k)}), & |\varepsilon| > \varepsilon_s^{(k)}, \quad 0 \leq k \leq N, \end{cases}$$

где σ , ε — осевые напряжение и деформация; $E^{(k)} = E^{(k)}(\Theta)$, $E_s^{(k)} = E_s^{(k)}(\Theta)$ — модули Юнга и линейного упрочнения материала k -го компонента композиции; $\sigma_s^{(k)} = \sigma_s^{(k)}(\Theta)$ — предел текучести того же компонента при фиксированной температуре ($\Theta = \text{const}$). Физико-механические характеристики материалов композиции приведены в таблице, где ρ — плотность материала компонента композиции; ν — его коэффициент Пуассона; λ — коэффициент теплопроводности; α — коэффициент линейного теплового расширения; c — удельная теплоемкость; $\bar{c} = \sqrt{E/\rho}$ — скорость звука; $\bar{a} = 2\lambda / (c\rho)$ — удвоенная температуропроводность, а в скобках указана температура (Θ , °С), при которой определено значение

Физико-механические характеристики материалов композиций [13, 18, 28]

| Характеристика материала | Эпоксидная смола | Стекланные волокна | Магниевый сплав МА8 (Mg) | Стальная про-волока У8А |
|---------------------------------------|--|--|---|---|
| ρ , кг/м ³ | 1210,0 (20) 1208,0 (40) | 2520,0 (20) 2519,6 (80) | 1780,0 (20) 1777,3 (75) | 7800,0 (20) 7791,8 (100) |
| E , ГПа | 2,8 (20) 2,3 (40) | 86,8 (20) 86,3 (80) | 41,0 (20) 38,0 (75) | 210,0 (20) 195,0 (100) |
| ν | 0,33 (20) 0,333 (40) | 0,25 (20) 0,254 (80) | 0,31 (20) 0,313 (75) | 0,3 (20) 0,305 (100) |
| σ_s , МПа | 20 (20) 18 (40) | 4500 (20) 4400 (80) | 162 (20) 133 (100) | 3968 (20) 3971 (200) |
| E_s , ГПа | 1,114 (20) 0,783 (40) | 6,230 (20) 5,168 (80) | 0,7492 (20) 0,4025 (100) | 6,973 (20) 5,014 (200) |
| λ , Вт/(м·К) | 0,243 (20) 0,240 (40) | 0,89 (20) 0,86 (80) | 134,0 (20) 133,6 (100) | 42,7 (20) 41,7 (100) |
| $\alpha \cdot 10^6$, К ⁻¹ | 68,1 (20) 70,3 (40) | 2,5 (20) 2,6 (80) | 23,7 (20) 26,1 (100) | 12,3 (20) 13,2 (100) |
| c , кДж/(кг·К) | 1,54 (20) 1,60 (40) | 0,800 (20) 0,839 (80) | 1,047 (20) 1,051 (100) | 0,485 (20) 0,488 (100) |
| \bar{c} , м/с | 1521 (20) 1380 (40) | 5869 (20) 5852 (80) | 4799 (20) 4624 (75) | 5189 (20) 5003 (100) |
| \bar{a} , м ² /с | $2,60 \cdot 10^{-7}$ (20) $2,48 \cdot 10^{-7}$ (40) | $8,80 \cdot 10^{-7}$ (20) $8,14 \cdot 10^{-7}$ (80) | $1,44 \cdot 10^{-4}$ (20) $1,43 \cdot 10^{-4}$ (100) | $2,26 \cdot 10^{-5}$ (20) $2,19 \cdot 10^{-5}$ (100) |

соответствующей характеристики. Зависимости всех физико-механических характеристик от температуры Θ в расчетах аппроксимировались линейно по данным, представленным в таблице. В отличие от [15] вязкость материалов компонентов композиций в настоящем исследовании не учитывается.

Для проведения расчетов по пространственным переменным x_1 и x_2 введена равномерная сетка $\Delta x_1 = \Delta x_2 = b / 100$, а шаг по времени Δ выбран равным 0,25 мкс. Рассматривали относительно тонкие ($b = 1$ м, $2h / b = 1 / 50$) и относительно толстые ($b = 20$ см, $2h / b = 1 / 10$) КМ-пластины, для которых

$$\Delta x_1 / \Delta = 40 \text{ км/с}, 2h / \Delta = 80 \text{ км/с}, (\Delta x_1)^2 / \Delta = 400 \text{ м}^2/\text{с} \text{ при } b = 1 \text{ м}, \tag{3}$$

$$\Delta x_1 / \Delta = 8 \text{ км/с}, 2h / \Delta = 80 \text{ км/с}, (\Delta x_1)^2 / \Delta = 16 \text{ м}^2/\text{с} \text{ при } b = 20 \text{ см}.$$

Для обеспечения устойчивости явной численной схемы типа “крест” необходимо выполнение условий Куранта: $\Delta x_1 / \Delta \geq \bar{c}$ и $2h / \Delta \geq \bar{c}$ [29], а для устойчивости явной схемы для уравнения теплопроводности необходимо, чтобы $(\Delta x_1)^2 / \Delta \geq \bar{a}$ [26]. Согласно числовым данным, полученным в (3), указанные отношения существенно превосходят соответствующие значения \bar{c} и \bar{a} для компонентов композиций, представленные в таблице.

Следовательно, аналогичные необходимые условия устойчивости обеих явных схем будут с запасом выполняться и для рассматриваемых композиций. Несмотря на то что явная численная схема для уравнения теплопроводности имеет первый порядок точности по Δ [26], малость шага по времени ($\Delta = 0,25$ мкс), гарантирующая устойчивость всей численной схемы в целом, обеспечивает вполне приемлемую для практических приложений точность расчета.

Структуры армирования КМ-пластин однородны: $\theta_k = \text{const}$, $\varphi_k = \text{const}$, $\omega_k = \text{const}$, $1 \leq k \leq N$ (см. рис. 2). Рассматривали две схемы армирования: 1) плоское ортогональное армирование (см. рис. 1—а), когда два ($N = 2$) семейства волокон уложены по направлениям x_1 и x_2 с плотностью армирования $\omega_1 = 0,1$ и $\omega_2 = 0,3$ соответственно; 2) пространственное армирование в четырех ($N = 4$) направлениях (см. рис. 1—б), когда два первых семейства волокон уложены по-прежнему в направлениях x_1 и x_2 , а третье и четвертое — наклонно в плоскости x_2x_3 по направлениям, заданным углами (см. рис. 2): $\theta_3 = \pi/4$, $\theta_4 = 3\pi/4$, $\varphi_3 = \varphi_4 = \pi/2$ (на рис. 1—б угол $\theta = \pi/4$). Во второй структуре плотность армирования такова: $\omega_1 = 0,1$, $\omega_2 = 0,2$, $\omega_3 = \omega_4 = 0,05$. В обеих схемах армирования общий расход волокон одинаков.

На рис. 3 изображены осцилляции максимальных значений температуры Θ КМ-пластин, а на рис. 4 — максимальных значений интенсивности деформаций связующего материала $\varepsilon_*^{(0)}$ соответствующей композиции ($\Theta_m(t) = \max_{\mathbf{r}} \Theta(t, \mathbf{r})$, $\varepsilon_m^{(0)}(t) = \max_{\mathbf{r}} \varepsilon_*^{(0)}(t, \mathbf{r})$, $\mathbf{r} = \{x_1, x_2, x_3\}$, $|x_1| \leq a/2$,

$|x_2| \leq b/2$, $|x_3| \leq h$). На рис. 3—а, 3—б, 4—а, б, г представлены зависимости, полученные для стеклопластиковых пластин, а на рис. 3—в и 4—в — для металлокомпозитных конструкций. Кривые на рис. 3—а, 4—а, г рассчитаны при $b = 1$ м и $p_{\max} = 3$ МПа (см. (1)), на рис. 3—б и 4—б — при $b = 20$ см и $p_{\max} = 7$ МПа; кривые 1 на рис. 3—в и 4—в определены при $b = 1$ м и $p_{\max} = 10$ МПа, а кривые 1' — при $b = 2$ см и $p_{\max} = 38$ МПа. Номера кривых на рис. 3 и 4 соответствуют номерам структур армирования.

Поведение кривых на рис. 3—а свидетельствует о том, что наибольшие значения температуры в стеклопластиковых относительно тонких пластинах достигаются в моменты времени (см. точки А и В), которые много больше времени действия внешней интенсивной кратковременной нагрузки, т.е. много больше значения $t_{\min} = 2$ мс (см. (1) и (2)). Отметим, что максимальное значение температуры в пластине с пространственной структурой армирования (точка В) несколько меньше, чем в конструкции с плоским армированием (точка А). И это при том, что максимальные значения интенсивности деформаций в компонентах композиции со структурой 2 значительно больше, чем в композиции со структурой 1 (см., например, кривые 1 и 2 на рис. 4—а).

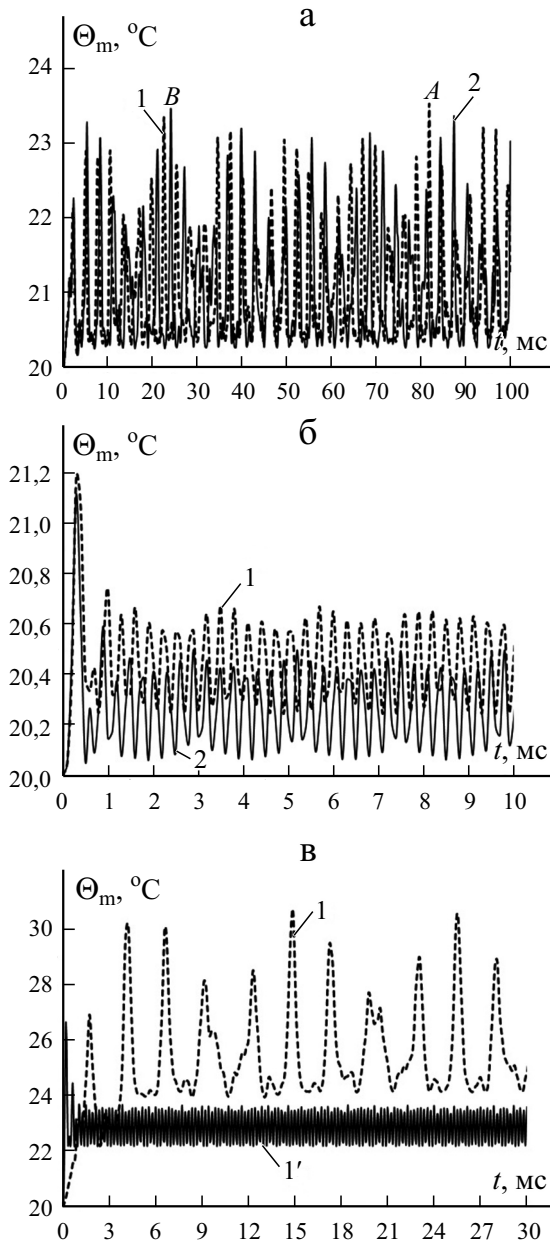


Рис. 3. Зависимость максимального значения температуры Θ_m от времени t в относительно тонких (а) и толстых (б) стеклопластиковых пластинах и в металлокомпозитных конструкциях разной толщины (в). Пояснения в тексте.

Поведение же кривых на рис. 3—б и 4—б свидетельствует о том, что в случае относительно толстых стеклопластиковых пластин зависимости $\Theta_m(t)$ и $\varepsilon_m^{(0)}(t)$ достигают своих максимальных значений на первой

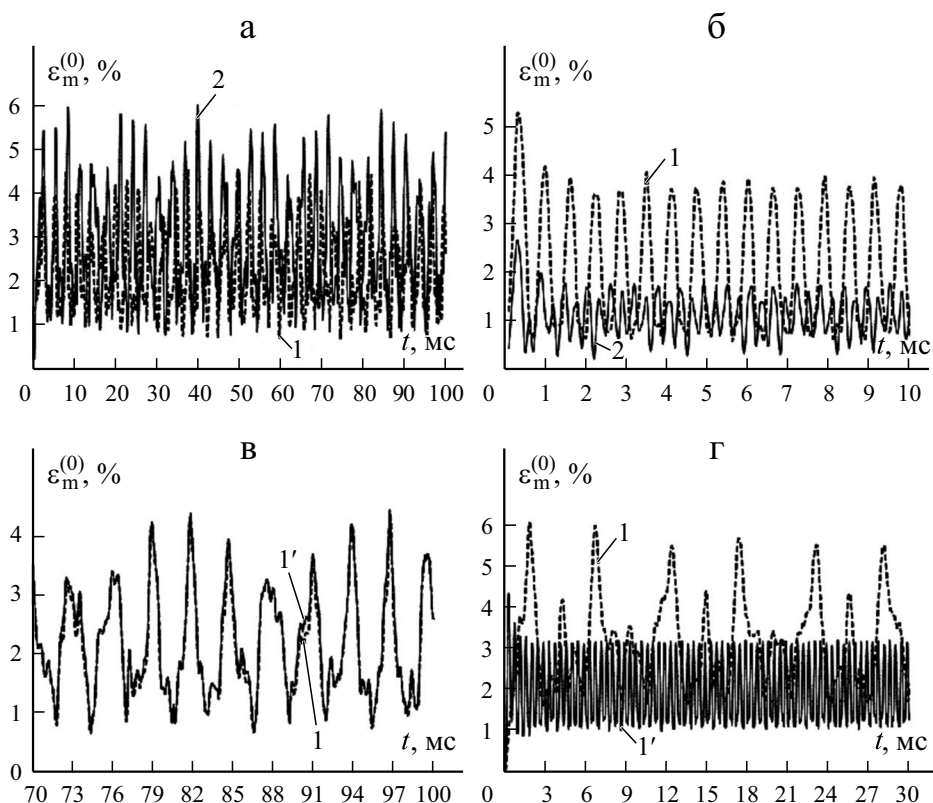


Рис. 4. Зависимость максимального значения интенсивности деформаций $\varepsilon_m^{(0)}$ связующего от времени t в относительно тонких (а, з) и толстых (б) стеклопластиковых пластинах и в металлокомпозитных конструкциях разной толщины (в). Пояснения в тексте.

осцилляции, т.е. в моменты времени, близкие к значению t_{\min} . Кривая 2 на рис. 4—б лежит существенно ниже кривой 1. Аналогично кривая 2 на рис. 3—б при $t \geq 5$ мс также располагается значительно ниже кривой 1. Следовательно, замена структуры армирования 1 на структуру 2 в относительно толстых стеклопластиковых пластинах позволяет существенно (вдвое и более) уменьшить интенсивность деформаций связующего материала, а также приращение температуры конструкции (в среднем тоже примерно в два раза). Однако в случае относительно тонких стеклопластиковых пластин такая замена структур армирования неэффективна, так как приводит к увеличению интенсивности деформаций в связующем (ср. кривые 1 и 2 на рис. 4—а) и лишь к пренебрежимо малому уменьшению максимального значения приращения температуры конструкции (см. точки А и В на рис. 3—а).

Таким образом, для стеклопластиковых пластин любой толщины пространственная структура армирования позволяет более эффективно отводить тепло из конструкции, чем плоскоперекрестная структура. Данный факт отмечен и в [17]. Объясняется это тем, что коэффициент теплопроводности стеклянных волокон, более чем втрое выше, чем эпоксисвязующего (см. таблицу). Поэтому наличие в структуре 2 наклонных волокон, пересекающих лицевые поверхности под углами $\pm\theta$ (см. рис. 1—б), позволяет более эффективно отводить тепло из внутренней области конструкции к ее лицевым поверхностям, на которых происходит конвективный теплообмен с окружающей воздушной средой.

Зависимости $\Theta_m(t)$ и $\varepsilon_m^{(0)}(t)$ металлокомпозитных пластин на рис. 3—в и 4—в качественно аналогичны соответствующим зависимостям для стеклопластиковых конструкций с той же относительной толщиной, только приращение температуры нагрева Mg—У8А-пластин больше, чем стеклопластиковых, и может достигать 10°C (см. кривую 1 на рис. 3—в). Так, для относительно толстых металлокомпозитных пластин наибольшие значения Θ_m и $\varepsilon_m^{(0)}$ по-прежнему достигаются на первой осцилляции (см. кривые 1' на рис. 3—в и 4—в), а в случае относительно тонких конструкций эти значения могут достигаться значительно позже времени прекращения действия внешней нагрузки t_{\min} (см. кривые 1 на рис. 3—в и 4—в). Последнее обстоятельство объясняется тем, что при кратковременном динамическом нагружении в тонких гибких КМ-пластинах возникают сложные волновые процессы высокой интенсивности, взаимодействующие между собой и порождающие всплески деформаций и температуры. Качественно аналогичный результат для упругих гибких КМ-оболочек был получен в [30], где было показано, что наибольший прогиб в тонкой цилиндрической КМ-оболочке при ее интенсивном кратковременном нагружении может возникнуть много позже момента времени прекращения действия внешней нагрузки.

Все упомянутые результаты были получены при учете термочувствительности компонентов композиции. Расчеты, выполненные без учета термочувствительности (т.е. при использовании значений характеристик материалов композиций, указанных в таблице для температуры естественного состояния $\Theta^0 = 20^\circ\text{C}$), приводят к зависимостям $\Theta_m(t)$ и $\varepsilon_m^{(0)}(t)$, которые визуально не отличаются от кривых, изображенных на рис. 3—а—в и 4—а—в. Объясняется это малым приращением температуры при нагреве КМ-пластин (на $1\text{—}10^\circ\text{C}$) при их нагружении воздушной взрывной волной (см. кривые на рис. 3—а—в). Здесь следует отметить, что такой же уровень нагрева образцов из однородных материалов (на $4\text{—}8^\circ\text{C}$) наблюдается и в экспериментах при их ударном нагружении [14].

В связи со столь малым уровнем нагрева КМ-пластин целесообразно сравнить приведенные результаты с результатами расчетов по упругопла-

стической модели [12], т.е. при полном неучете теплового воздействия. Оказалось, что для рассматриваемых композиций результаты расчетов по прогибам (соответствующие зависимости не изображены) практически не различаются, для металлокомпозитных пластин визуально не различаются и зависимости $\varepsilon_m^{(k)}(t)$, $0 \leq k \leq N$ (см. для связующего ($k = 0$) кривые на рис. 4—в). Последнее объясняется тем, что нагрев соответствующих Mg—У8А-конструкций незначителен (см. рис. 3—в), а коэффициенты линейного теплового расширения магниевого связующего и стальной армирующей проволоки различаются всего в два раза (см. таблицу). В случае же стеклопластиковой композиции эти коэффициенты компонентов композиции различаются почти в 30 раз, поэтому, несмотря на малые приращения температур в стеклопластиковых пластинах (см. рис. 3—а и 3—б), расчетные значения интенсивностей деформаций компонентов композиции, определенные с учетом и без учета теплового воздействия, с течением времени начинают заметно различаться. Так, кривая I на рис. 4—г является правым участком кривой I на рис. 4—а; кривая же I' на рис. 4—г рассчитана при тех же условиях, что и кривая I , но без учета теплового воздействия. Видно, что в окрестности момента времени $t = 100$ мс появляется заметное различие в поведении кривых I и I' , однако при этом максимальные значения величин $\varepsilon_m^{(0)}$ практически совпадают.

На рис. 4 не изображены зависимости $\varepsilon_m^{(k)}(t)$ для арматуры k -го семейства ($1 \leq k \leq N$), так как они качественно аналогичны кривым, приведенным на рис. 4 для связующего, но имеют меньшие значения по оси ординат. Так, например, для волокон второго семейства, испытывающих наибольшее деформирование, максимальные значения $\varepsilon_m^{(2)}$ примерно в 1,5 раза меньше, чем для зависимостей, изображенных на рис. 4.

Таким образом, полученные результаты показали, что расчеты динамического изгибного неупругого поведения КМ-пластин при нагрузках, вызванных воздушной взрывной волной, можно проводить без учета теплового воздействия.

Согласно уравнению теплового баланса (см. формулы (57) и (58) в [15]) в рассмотренных случаях единственным источником тепла в композиции пластин является мощность диссипации механической энергии $D = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}$. Для приближенной оценки величины D в качестве характерного значения напряжений можно выбрать предел текучести материала компонента композиции [31], например, арматуры (см. таблицу). Тогда диссипация D в основном будет определяться скоростью интенсивности деформаций. Поведение кривых на рис. 4 в окрестности начального момента времени — до появления первого локального максимума (примерно в течение времени действия внешней нагрузки (1) при учете (2): $0 \leq t \leq 2$ мс) — свидетельствует о том, что средняя скорость интенсивности деформаций в компонентах композиции имеет порядок 10^2 с^{-1} и менее. В работе [32] методом молекулярной динамики рассчитано поведение металлокомпо-

зитной ячейки (медное связующее с молибденовым включением) при высокоскоростном нагружении, при котором скорость деформации равна $1,7 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. В [32] показано, что значительный нагрев композиции (на $100 \text{ }^\circ\text{C}$ и более) при этом наблюдается только при больших деформациях (превосходящих 10 %). В настоящем исследовании деформации компонентов композиции являются малыми – порядка 5 % (см. рис. 4), а скорости деформаций на 7—8 порядков меньше, чем в [32], поэтому-то и нагрев рассмотренных КМ-пластин оказался незначительным (порядка $10 \text{ }^\circ\text{C}$ и менее). Большие уровни деформаций при высоких скоростях деформирования (порядка тех, что рассмотрены в [32]) на практике, по-видимому, встречаются в основном в задачах о пробивании КМ-преград [6]. Следовательно, тепловое воздействие при динамическом нагружении КМ-конструкций целесообразно учитывать лишь при наличии интенсивного внешнего теплового воздействия немеханического происхождения [7] или в задачах о пробивании КМ-изделий [6].

Заключение

Результаты проведенных расчетов показали, что при динамическом нагружении КМ-пластин поперечной нагрузкой взрывного типа стеклопластиковые конструкции нагреваются не более чем на $1\text{—}4 \text{ }^\circ\text{C}$, а металлокомпозитные — на $7\text{—}10 \text{ }^\circ\text{C}$. Замена плоской ортогональной структуры армирования (см. рис. 1—*a*) на пространственную структуру армирования (см. рис. 1—*б*) при сохранении общего расхода волокон в относительно толстой стеклопластиковой пластине позволяет уменьшить интенсивность деформаций связующего материала более чем вдвое, а также почти вдвое уменьшить и среднее приращение температуры в конструкции при ее динамическом нагружении. Аналогичная замена структур армирования в относительно тонких стеклопластиковых пластинах, наоборот, приводит к увеличению интенсивности деформаций связующего, но позволяет несколько снизить максимальное значение приращения температуры в КМ-конструкциях. Следовательно, с точки зрения снижения влияния теплового воздействия замена традиционных плоскоперекрестных структур армирования на пространственные структуры в стеклопластиковых пластинах разной относительной толщины всегда приводит к положительному эффекту, так как коэффициент теплопроводности стекловолокна в несколько раз больше, чем эпоксисвязующего. Подобный результат ранее отмечали в [17]. Для металлокомпозитных пластин такая замена структур армирования в указанном смысле оказывается неэффективной, так как коэффициенты теплопроводности металлических связующих (алюминиевых, магниевых, титановых), как правило, существенно больше, чем стальных или вольфрамовых армирующих проволок или борных волокон.

При сопоставимых наибольших значениях интенсивности деформаций компонентов композиции относительно тонкие КМ-пластины нагреваются в большей степени, чем относительно толстые.

Для проведения адекватных динамических расчетов КМ-пластин, изгибно деформируемых нагрузкой, вызванной воздушной взрывной волной, можно вполне обоснованно не принимать во внимание изменение температурного поля. Тепловое воздействие следует учитывать, по-видимому, в динамических задачах по пробиванию КМ-преград [6] или при наличии интенсивных источников тепла немеханического происхождения [7].

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ государственной регистрации 121030900260-6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bannister M.* Challenger for composites into the next millennium — a reinforcement perspective // *Composites*. — 2001. — Part A 32. — P. 901—910.
2. *Mouritz A. P., Gellert E., Burchill P., Challis K.* Review of advanced composite structures for naval ships and submarines // *Compos. Struct.* — 2001. — Vol. 53, No. 1. — P. 21—42.
3. *Soutis C.* Fibre reinforced composites in aircraft construction // *Progress in Aerospace Sci.* — 2005. — Vol. 41, No. 2. — P. 143—151.
4. *Qatu M. S., Sullivan R. W., Wang W.* Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000—2009 // *Compos. Struct.* — 2010. — Vol. 93. — P. 14—31.
5. *Gill S. K., Gupta M., Satsangi P.* Prediction of cutting forces in machining of unidirectional glass-fiber-reinforced plastic composites // *Frontiers Mech. Eng.* — 2013. — Vol. 8, No. 2. — P. 187—200.
6. *Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андриюшин В. А.* Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: Физматлит, 2014. — 408 с.
7. *Димитриенко Ю. И.* Механика композитных конструкций при высоких температурах. — М.: Физматлит, 2019. — 448 с.
8. *Morinière F. D., Alderliesten R. C., Benrdictus R.* Modelling of impact damage and dynamics in fibre-metal laminates. A review // *Int. J. Impact Eng.* — 2014. — Vol. 67. — P. 27—38.
9. *Vena P., Gastaldi D., Contro R.* Determination of the effective elastic-plastic response of metal-ceramic composites // *Int. J. Plasticity*. — 2008. — Vol. 24. — P. 483—508.
10. *Brassart L., Stainier L., Doghri I., Delannay L.* Homogenization of elasto-(visco) plastic composites based on an incremental variational principle // *Int. J. Plasticity*. — 2012. — Vol. 36. — P. 86—112.
11. *Ахундов В. М.* Инкрементальная каркасная теория сред волокнистого строения при больших упругих и пластических деформациях // *Механика композит. материалов*. — 2015. — Т. 51, № 3. — С. 539—558.

12. Янковский А. П. Упругопластическое деформирование гибких пластин с пространственными структурами армирования // Прикл. механика и техн. физика. — 2018. — Т. 59, № 6. — С. 112—122.
13. Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И., Николаенко Н. А., Синюков А. М. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Под ред. И. И. Гольденבלата. — М.: Машиностроение, 1965. — 567 с.
14. Белл Дж. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел. — В 2-х ч. Ч. II. Конечные деформации. — М.: Наука, 1984. — 432 с.
15. Янковский А. П. Моделирование неізотермического вязкоупругопластического поведения гибких армированных пластин // Вычислит. механика сплошных сред. — 2020. — Т. 13, № 3. — С. 350—370.
16. Тарнопольский Ю. М., Жигун И. Г., Поляков В. А. Пространственно-армированные композиционные материалы: Справочник — М.: Машиностроение, 1987. — 224 с.
17. Шустер Й., Гейдер Д., Шарп К., Глования М. Измерение и моделирование теплопроводности трехмерных тканых композитов // Механика композит. материалов. — 2009. — Т. 45, № 2. — С. 241—254.
18. Композиционные материалы: Справочник / Под ред. Д. М. Карпиноса. — Киев: Наук. думка, 1985. — 592 с.
19. Reissner E. The effect of transverse-shear deformation on the bending of elastic plates // J. Appl. Mech. — 1945. — Vol. 12, No. 2. — P. 69—77.
20. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин. Прочность, устойчивость и колебания. — М.: Наука, 1987. — 360 с.
21. Малмейстер А. К., Тамуж В. П., Тетерс Г. А. Сопротивление жестких полимерных материалов. — Рига: Зинатне, 1972. — 500 с.
22. Houlston R., DesRochers C. G. Nonlinear structural response of ship panels subjected to air blast loading // Comput. Struct. — 1987. — Vol. 26, No. 1/2. — P. 1—15.
23. Янковский А. П. Моделирование упругопластического деформирования гибких пологих оболочек с пространственными структурами армирования // Вычислит. механика сплошных сред. — 2018. — Т. 11, № 3. — С. 335—354.
24. Янковский А. П. Моделирование процессов теплопроводности в пространственно-армированных композитах с произвольной ориентацией волокон // Прикл. физика. — 2011. — № 3. — С. 32—38.
25. Кудинов В. А., Кудинов И. В. Методы решения параболических и гиперболических уравнений теплопроводности / Под ред. Э. М. Карташова. — М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2012. — 280 с.
26. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. — М.: Мир, 1972. — 418 с.
27. Луканин В. Н., Шатров М. Г., Камфер Г. М., Нечаев С. Г., Иванов И. Е., Матюхин Л. М., Морозов К. А. Теплотехника: Учеб. для вузов / Под ред. В. Н. Луканина. — 4-е изд., испр. — М.: Высш. шк., 2003. — 671 с.
28. Справочник по композитным материалам: В 2-х кн. Кн. 1 / Под ред. Дж. Любина; Пер. с англ. А. Б. Геллера, М. М. Гельмонта; Под ред. Б. Э. Геллера. — М.: Машиностроение, 1988. — 448 с.
29. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.

30. *Богданович А. Е.* Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. — Рига: Зинатне, 1987. — 295 с.

31. *Качанов Л. М.* Основы теории пластичности. — М.: Наука, 1969. — 420 с.

32. *Годунов С. К., Киселев С. П., Куликов И. М., Мали В. И.* Моделирование ударно-волновых процессов в упругопластических материалах на различных (атомный, мезо- и термодинамический) структурных уровнях. — М.—Ижевск: Ин-т компьютер. исследований, 2014. — 296 с.

Поступила в редакцию 01.10.2020

Окончательный вариант поступил 30.04.2021

Received Oct. 1, 2020 (Apr. 30, 2021)

*С. Ф. Хванг**, *С. И. Ву*

*Department of Mechanical Engineering, National Yunlin University of Science and Technology,
123 University Road, Sec. 3, Douliu, Yunlin 64002, Taiwan, ROC*

УДАРНОЕ ПОВЕДЕНИЕ И ЭНЕРГОПОГЛОЩЕНИЕ КОМПОЗИТНЫХ ТРУБ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ ИЗ ТКАНИ ИЛИ ПРЕПРЕГОВ УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКОН¹

S. F. Hwang and C. Y. Wu*

IMPACT BEHAVIOR AND ENERGY ABSORPTION OF COMPOSITE TUBES MADE FROM FIBER FABRICS OR PREPREGS

Keywords: impact energy absorption, composite tube, fabric, prepreg, finite-element analysis

The impact behavior and energy absorption of two types of composite tubes, fabricated from carbon fabrics by the resin transfer molding and from carbon prepregs by the lay-up method, were investigated experimentally and numerically. In impact tests, outward-splaying crush caps with different fillet radii were used. Different types of crushing behavior of the tubes were simulated by the finite-element analysis, including a progressive failure function and considering the possibility of delamination. A comparison with experimental results confirmed that the finite-element analysis was able to well predict the crushing behavior of the composite tubes, showing that the specific energy absorption of the prepreg composite tubes was always about 20% lower than that of the braided ones.

Ключевые слова: поглощение энергии удара, труба композитная, ткань, препрег, анализ конечно-элементный

Поведение при ударе и энергопоглощение двух типов композитных труб, изготовленных из тканей углеродных волокон методом литьевого прессования и препрегов углеродных волокон методом укладки, исследовали экспериментально и численно. При

*Автор, с которым следует вести переписку: hwangsf@yuntech.edu.tw
Corresponding author: hwangsf@yuntech.edu.tw

¹Перевод с англ.

испытаниях на удар использовали заглушки с разным радиусом скругления. С помощью анализа методом конечных элементов моделировали разные типы смятия труб, включая функцию прогрессирующего разрушения и возможность расслоения. Сравнение с экспериментальными результатами подтвердило, что анализ методом конечных элементов позволяет хорошо предсказать характеристики смятия композитных труб, демонстрируя, что удельное энергопоглощение композитных труб из препрега всегда примерно на 20% меньше, чем плетеных.

Введение

Композитные трубы — хорошая альтернатива для энергопоглощающих компонентов в передней боковой балке для обеспечения ударопрочности автомобиля в силу их малой массы и высокой энергопоглощающей способности по сравнению с металлическими трубами. Для количественной оценки способности материала поглощать энергию используют его удельное энергопоглощение (УЭП), определяемое как поглощенная энергия, деленная на массу материала. Например, УЭП композитных труб может достигать 60—80 Дж/г в зависимости от их геометрии и конструкции [1, 2], стальных труб — меньше 20 Дж/г [3, 4], алюминиевых — ~ 30 Дж/г [5].

Для оценки ударопрочности композитных труб обычно проводят испытания на осевое сжатие с постоянной скоростью нагружения [6—9], а динамической природе удара автомобиля и авиакатастрофы соответствуют испытания на осевой удар [10—12]. Во избежание хрупкого поведения композитных материалов обычно используют трубы со скошенными торцами [7, 13] или торцевыми заглушками (crush caps) [6], позволяющими уменьшить начальную пиковую нагрузку и инициировать прогрессирующее разрушение. В [14] для оценки УЭП усеченных композитных конусов выполнили испытания на осевое сжатие и удар. В ходе испытания на осевой удар в [15] установили, что УЭП прямоугольных труб меньше, чем их круглых аналогов, а УЭП композитных труб с укладкой $[+\theta / -\theta]$ — минимальное при $\theta = 15^\circ$. В [16] провели квазистатические испытания на осевое смятие для измерения характеристик энергопоглощения круглыми композитными трубами, а также проанализировали влияние ориентации армирующих волокон в слоях. В [17] обсуждали влияние механизмов возникновения разрушения на способность энергопоглощения композитных труб при осевом сжатии. В [18] представлена инновационная заглушка трубы, на 53% повысившая эффективность энергопоглощения плетеных композитных труб по сравнению с традиционной заглушкой.

Для предсказания поведения композитных труб при смятии используют анализ методом конечных элементов (МКЭ), включающий функцию прогрессирующего разрушения в силу сложных механизмов повреждения (разрыв волокон, растрескивание матрицы и расслоение). В [10] для моделирования распространения повреждений, морфологии разрушения и энергопоглощения в трубах из плетеных композитов при осевом ударе

предложили модель, основанную на механике разрушения сплошной среды. В [19] модель прогрессирующего разрушения объединили с контактом связанного типа (tiebreak contact) для моделирования поведения круглых труб из эпоксидных слоистых углепластиков при смятии, имеющих два разных механизма инициирования разрушения. В [20] конечно-элементную модель с функцией прогрессирующего разрушения и расслоениями откалибровали, используя результаты испытаний плоских образцов, и применили для анализа смятия композитных труб, подвергнутых осевым ударным нагрузкам. В [21] предложили явную модель конечных элементов, разработанную для описания бокового разрушения труб из композитов на основе эпоксидной смолы и ткани из льняных волокон с учетом больших деформаций, пластичности и повреждений, и установили, что значения расчетной пиковой нагрузки и поглощенной энергии хорошо согласуются с экспериментальными.

Для изготовления композитных труб используют простой и дешевый метод укладки препрегов [6, 7]. Например, в [22] образцы труб изготовили методом ручной укладки. Однако у этого метода есть два недостатка — большое время изготовления и трудозатраты. Другая возможность — использование литьевого прессования [10, 23] для изготовления труб из тканых композитов. Например, в [24] изготовили круглые композитные трубы из ткани углеродных волокон и полиуретановой смолы методом литьевого прессования. Этот метод отличает короткое время формирования, простая переработка и возможность изготовления изделий сложной формы. В настоящей работе для изготовления композитных труб использовали оба этих метода.

1. Образцы и эксперимент

Композитные трубы изготовили из плетеных тканей углеродных волокон и эпоксидной смолы (называемых плетеными композитными трубами) и препрегов из углеродных волокон и эпоксидной смолы. Внешний диаметр плетеной композитной трубы 28,5 мм, толщина 2 мм, длина 100 мм (рис. 1). Двухосная плетеная углеродная ткань плотностью 600 г/м² изготовлена компанией Sheng Peng Applied Materials Corporation (Тайвань) из углеродного волокна TAIRYFIL TC-36S с 12 000 моноволокон, производимого компанией Formosa Plastics Corporation. Эпоксидное связующее, производимое компанией Everwide Chemical Corporation, состоит из смолы NF621-2 и отвердителя, смешиваемых в массовом соотношении 4:1. Перед инъекцией смолу вакуумировали в течение 40 мин для удаления пузырьков. Слои углеродной ткани укладывали на оправку в форме сплошного вала, помещали в пресс-форму, инжесктировали смолу и прессовали заготовку при давлении 700 фунт/дюйм² и температуре 140 °С в течение одного часа. Угол плетения композитной трубы, измеренный после изготовления, ~45°, массовое содержание волокон ~56%.

Трубы из однонаправленного препрега на основе углеродного волокна TAIRYFIL TC-36P с 3000 моноволокон (компания Formosa Plastics

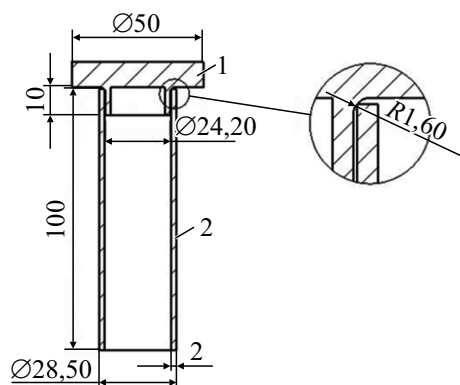


Рис. 1. Схема, размеры (мм) заглушки (1) и композитной трубы (2).

Corporation) и плотностью 150 г/м^2 , пропитанного эпоксидной смолой, изготовили такой же толщины, как и трубы из плетеного композита. Для этого использовали 12 слоев препрега. Каждый слой препрега сворачивали вокруг оправки без нахлеста краев. Для реализации того же угла наклона волокон 45° , как в плетеной композитной трубе, выбрали последовательность укладки слоев в трубе из препрега $[67,5^\circ / 112,5^\circ]_s$ (рис. 2). Для изготовления композитной трубы из препрега использовали двухэтапный цикл отверждения. На первом этапе в течение 30 мин поддерживали температуру 120°C . На втором этапе трубу подвергли воздействию давления 700 фунт/дюйм^2 при температуре 140°C в течение одного часа. Внешний диаметр трубы из препрега $28,5 \text{ мм}$, длина 100 мм , толщина 2 мм . Массовое содержание волокон в композитной трубе из препрега $\sim 60\%$.

Трубы обоих типов изготовили без скоса торцов. Для реализации прогрессирующего разрушения в ходе испытания на удар верхний конец композитной трубы закрывали заглушкой, способной выворачивать

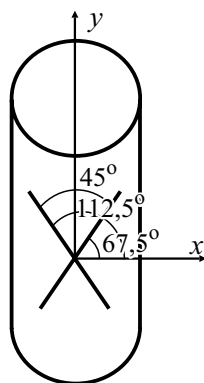


Рис. 2. Угол плетения (45°) и углы укладки ($67,5$ и $112,5^\circ$) слоев препрега с однонаправленными углеродными волокнами в трубах из плетеного композита и препрега соответственно.

поврежденный материал наружу. Нижний конец композитной трубы диаметром 30 мм вставили в стальное основание с соответствующим отверстием. Для обеспечения потенциальной энергии 430 Дж копер массой 22,5 кг сбрасывали с высоты 244,8 мм. Для измерения ускорения и силы удара к копру прикрепили акселерометр. Поглощенную энергию удара рассчитывали по диаграммам ударная нагрузка—перемещение смятия. В каждом случае испытывали по три образца.

2. Конечно-элементный анализ

Для моделирования процесса прогрессирующего разрушения двух типов композитных труб при ударном нагружении использовали программное обеспечение LS-DYNA в явной моде. Конечно-элементные сетки копра, заглушки и композитной трубы представлены на рис. 3. Сетку копра, рассматриваемого как жесткое тело, создали с помощью 8-узловых шестигранных твердотельных конечных элементов размером 5 мм. Для создания сетки заглушки, также рассматриваемой как жесткое тело, использовали оболочечные конечные элементы размером 2×2 мм.

Нижний 30-миллиметровый конец композитных труб обоих типов фиксировали. Сетку композитных труб создали, используя четырехузловые оболочечные конечные элементы размером 1×1 мм. Сетка плетеной трубы образована из 16 000 конечных элементов, а трубы из препрега — 61 054. Для моделирования двух слоев плетеного композита по толщине плетеной трубы использовали два оболочечных элемента. Таким образом, каждый оболочечный элемент представлял один слой плетеного композита. В настоящей работе механические свойства плетеного композита напрямую не определяли. Свойства соответствующих однонаправленных эпоксидных углепластиков определили в соответствии со стандартами ASTM: $E_{11} = 124,4$ ГПа, $E_{22} = 9,63$ ГПа, $G_{12} = 7,81$ ГПа, $\nu_{12} = 0,243$, $X_t = 1288$ МПа, $X_c = 580$ МПа, $Y_t = 58$ МПа, $Y_c = 194$ МПа.

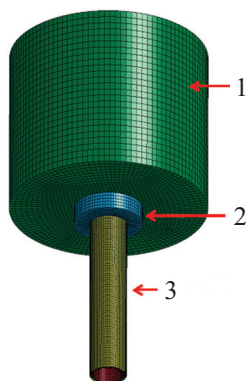


Рис. 3. Конечно-элементные сетка копра (1), заглушки (2) и композитной трубы (3).

В настоящей работе один слой плетеного композитного материала рассматривали как два однонаправленных слоя. Такой способ моделирования плетеного композитного слоя проверен в [25]. Сравнение с результатами испытаний показало, что модуль Юнга и прочность меньше на ~7,6 и 9,8% соответственно. Для каждого однонаправленного композитного слоя необходимо указать направление армирующих волокон, адекватное углу плетения. В расчетах для каждого однонаправленного слоя использовали одну точку и схему полного интегрирования.

В композитной трубе из 12-слойного препрега каждый слой оболочки представлял один слой композитного материала. Для моделирования операции сворачивания каждого слоя препрега место стыка его краев склеили полоской смолы, покрытой сеткой оболочечных конечных элементов размером 1×1 мм и смоделированной как упругий идеально пластический материал с помощью инструмента MAT3 в LS-DYNA. В укладке $[67,5_3^{\circ}/112,5_3^{\circ}]_s$ каждая группа из трех слоев имела одинаковый угол наклона волокон и одно и то же местоположение стыка, а четыре местоположения стыков равномерно распределили по окружности. Механические свойства композитов однонаправленного препрега определили в соответствии со стандартами ASTM: продольный модуль Юнга $E_{11} = 128$ ГПа, поперечный модуль Юнга $E_{22} = 8,50$ ГПа, модуль сдвига $G_{12} = 5,69$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu_{12} = 0,2$, прочность при продольном растяжении $X_t = 1340$ МПа, прочность при продольном сжатии $X_c = 492$ МПа, прочность при поперечном растяжении $Y_t = 40$ МПа, прочность при поперечном сжатии $Y_c = 192$ МПа. Аналогично в расчетах для каждого слоя оболочки использовали одну точку и схему полного интегрирования.

Для описания поведения обоих типов композитных труб выбрали модель материала MAT54 в программном обеспечении LS-DYNA. Для получения функции прогрессирующего разрушения использовали критерий разрушения Чанга—Чанга [26], определяющий разрушение при растяжении в продольном направлении

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_t}\right)^2 + \beta \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 - 1 \geq 0, \quad E_1 = E_2 = G_{12} = \nu_{12} = \nu_{21} = 0, \quad (1)$$

разрушение при сжатии в продольном направлении

$$\left(\frac{\sigma_{11}}{X_c}\right)^2 - 1 \geq 0, \quad E_1 = \nu_{12} = \nu_{21} = 0, \quad (2)$$

разрушение при растяжении в поперечном направлении

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_t}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 - 1 \geq 0, \quad (3)$$

$$E_2 = G_{12} = \nu_{12} = \nu_{21} = 0,$$

разрушение при сжатии в поперечном направлении

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S}\right)^2 + \frac{\sigma_{22}}{Y_c} \left(\frac{Y_c^2}{4S^2} - 1\right) + \left(\frac{\sigma_{12}}{S}\right)^2 - 1 \geq 0, \quad E_2 = G_{12} = \nu_{12} = \nu_{21} = 0. \quad (4)$$

Нижние индексы 1 и 2 в этих соотношениях обозначают продольное и поперечное направления соответственно. Коэффициент β в уравнении (1) задали равным нулю, а влияние сдвигового напряжения на разрушение при растяжении не учитывали. При выполнении соответствующего критерия разрушения некоторые модули Юнга и коэффициенты Пуассона приравнивали к нулю (см. формулы (1)—(4)). Кроме того, после выполнения критерия Чанга—Чанга значение соответствующего напряжения сохраняли постоянным до тех пор, пока не достигали значения разрушающей деформации, предусмотренной в инструменте MAT54. После выполнения в конечном элементе всех четырех критериев разрушения, его исключали из рассмотрения в конечно-элементной модели. Значения разрушающих деформаций в инструменте MAT54 использовали для замедления разрушения конечного элемента, которое нельзя определить экспериментально. После выполнения нескольких пробных попыток с целью реализовать смоделированное поведение разрушения, сопоставимое с экспериментальным, определили значения разрушающих деформаций для плетеной композитной трубы (DFAILT = 0,38, DFAILC = -0,38, DFAILM = 0,37 и DFAILS = 0,32) и трубы из препрега (DFAILT = 0,30, DFAILC = -0,30, DFAILM = 0,25 и DFAILS = 0,22).

Поскольку плетеная композитная труба имела два слоя углеродной ткани, а труба из препрега — 12 слоев, в ходе удара было весьма возможно расслоение между последовательно уложенными слоями. Для учета такой ситуации между двумя последовательными слоями по толщине оболочки использовали условие связанного контакта

$$\left(\frac{|\sigma_n|}{NFLS}\right)^2 + \left(\frac{|\sigma_s|}{SFLS}\right)^2 \geq 1, \quad (5)$$

где NFLS и SFLS — значения прочности при растяжении и сдвиге между слоями соответственно. Для обоих типов композитных материалов выбрали значения NFLS и SFLS, равные 8,8 и 54,0 МПа соответственно, взятые из [24]. При выполнении условия (5) поверхность раздела слоев разделяется, в противном случае останется связанной.

3. Результаты и обсуждение

Для определения ускорения как функции времени в ходе ударного испытания на копре установили акселерометр. На рис. 4 показана такая зависимость для одного образца. На кривой заметны высокий первый пик и низкий второй. Поскольку явного отскока копра не наблюдали, вторым пиком пренебрегли и для расчета поглощенной энергии удара использова-

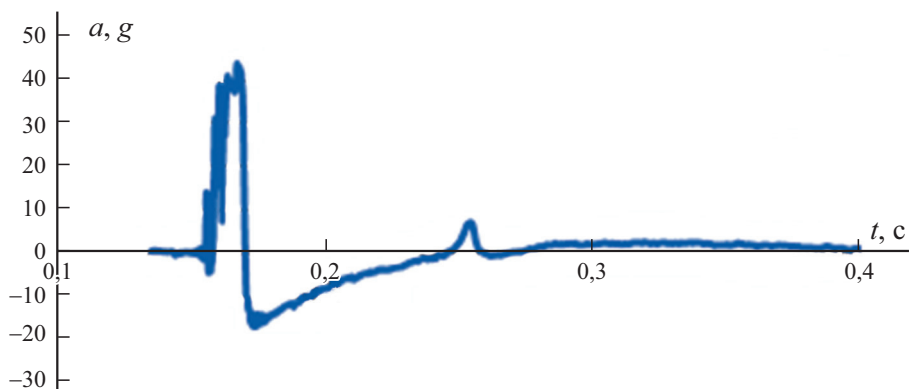


Рис. 4. Зависимость ускорения a (в g) от времени t при ударном испытании.

ли только первый пик. По ускорению и массе копра определили силу удара F . Поглощенную энергию удара E_a вычислили как

$$E_a = \int_0^d F(\delta) d\delta, \quad (6)$$

где δ и d — текущее и конечное значения перемещения смятия соответственно, определяемые путем двойного интегрирования зависимости ускорения от времени. Полученное конечное значение перемещения смятия очень близко к измеренному конечному местоположению копра. Удельное энергопоглощение (УЭП) вычислили, используя значения поглощенной энергии E_a и массы m сминаемого материала. Кроме того, среднюю силу удара F_{avg} определили как отношение E_a / d . Следовательно, эффективность силы смятия (ЭСМ) можно определить как отношение F_{avg} к максимальной силе удара F_{max} . Помимо УЭП большее значение ЭСМ может свидетельствовать о большей ударопрочности композитных труб.

Экспериментальные зависимости силы удара F и перемещения смятия δ труб трех образцов плетеного композита и препрега при двух разных радиусах скругления заглушки показаны на рис. 5 и 6. Для сравнения представлена и расчетная кривая, полученная МКЭ. Некоторые результаты расчета, включая поглощенную энергию удара, УЭП и ЭСМ, приведены в таблице. Многие факторы способны повлиять на результаты моделирования, например, плотность конечно-элементной сетки и значения разрушающих деформаций, задаваемые в MAT54. Эти факторы исследовали и выбрали те, с которыми возможно получить характеристики смятия, совместимые с экспериментальными. Экспериментальные кривые на рис. 5—*a* и 6—*a* для труб с заглушкой радиусом скругления 1,6 мм демонстрируют большую начальную силу удара, отсутствующую у труб с заглушкой радиусом скругления 3,0 мм (см. рис. 5—*б* и 6—*б*). Эти данные свидетельствуют о влиянии радиуса скругления заглушки. Видно, что флуктуации силы удара незначительны. Значение средней силы удара

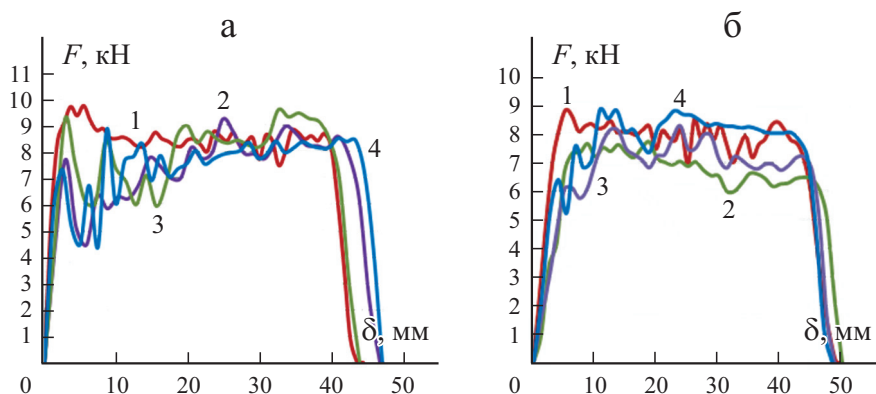


Рис. 5. Зависимость ударная нагрузка—перемещение смятия $F — \delta$ плетеных труб с заглушкой с радиусом скругления 1,6 (а) и 3,0 мм (б): 1 — расчет МКЭ (1); 2, 3, 4 — эксперимент, образцы 1, 2, 3 соответственно.

Результаты ударных испытаний

| Композит | Радиус скругления, мм | Образец | d , мм | Поглощенная энергия, Дж | УЭП, Дж/Г | F_{avg} , кН | F_{max} , кН | ЭСМ |
|----------------|-----------------------|---------|-----------------|-------------------------|----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| Плетеная ткань | 1,6 | 1 | 47,3 | 335,7 | 29,7 | 7,42 | 9,26 | 0,80 |
| | | 2 | 47,9 | 340,9 | 31,2 | 7,88 | 9,59 | 0,82 |
| | | 3 | 46,8 | 349,8 | 30,6 | 7,56 | 8,88 | 0,85 |
| | | Среднее | 47,4 | 342,2 | 30,5 | 7,62 | 9,24 | 0,82 |
| | | МКЭ | 45,9 (-3,2%) | 370,1 (8,2%) | 31,9 (4,6%) | 8,32 (9,2%) | 9,85 (6,6%) | 0,84 (2,4%) |
| | 3,0 | 1 | 50,1 | 339,3 | 27,9 | 6,46 | 8,30 | 0,77 |
| | | 2 | 49,1 | 330,0 | 27,5 | 6,74 | 8,29 | 0,81 |
| | | 3 | 48,7 | 347,8 | 29,2 | 7,43 | 8,27 | 0,89 |
| | | Среднее | 49,3 | 339,0 | 28,2 | 6,81 | 8,29 | 0,78 |
| | | МКЭ | 49,4 (0,2%) | 360,6 (6,4%) | 29,9 (6,0%) | 7,74 (13,7%) | 8,98 (8,3%) | 0,85 (9,0%) |
| Препрег | 1,6 | 1 | 53,8 | 341,7 | 25,0 | 6,48 | 8,13 | 0,76 |
| | | 2 | 53,1 | 327,7 | 24,4 | 6,42 | 7,85 | 0,75 |
| | | 3 | 52,5 | 324,8 | 24,1 | 6,40 | 7,82 | 0,75 |
| | | Среднее | 53,1 | 331,4 | 24,5 | 6,43 | 7,93 | 0,75 |
| | | МКЭ | 51,7 (-2,6%) | 366,8 (10,7%) | 26,9 (9,8%) | 7,41 (15,2%) | 9,20 (16,0%) | 0,80 (6,7%) |
| | 3,0 | 1 | 66,0 | 340,9 | 19,5 | 5,52 | 6,65 | 0,83 |
| | | 2 | 64,1 | 345,9 | 23,0 | 5,39 | 6,72 | 0,79 |
| | | 3 | 64,0 | 328,2 | 22,2 | 5,32 | 6,61 | 0,79 |
| | | Среднее | 64,7 | 338,3 | 21,6 | 5,41 | 6,66 | 0,79 |
| | | МКЭ | 65,4 (1,1%) | 354,6 (4,8%) | 23,0 (6,5%) | 6,41 (18,5%) | 7,78 (16,8%) | 0,82 (3,8%) |

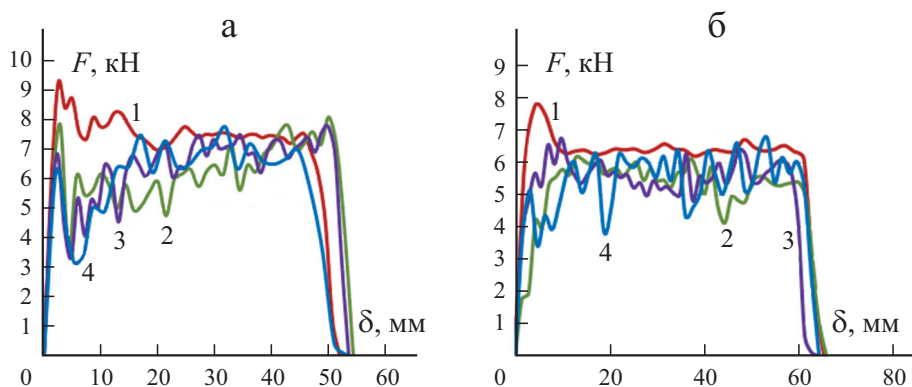


Рис. 6. Зависимость ударная нагрузка—перемещение смятия F — δ труб из препрега. Обозначения те же, что на рис. 5

довольно близко к максимальному, а значение ЭСМ изменяется от 0,75 до 0,82 (см. таблицу).

Расчетная и экспериментальные кривые ударная нагрузка—перемещение смятия F — δ плетеных композитных труб довольно близки (см. рис. 5). Как следует из данных таблицы, различие между результатами расчета МКЭ и средними экспериментальными значениями конечного перемещения смятия, поглощенной энергии удара, УЭП и максимальной силы менее 8,3%. Только экспериментальные значения средней силы удара отличались на 9,2 и 13,7% от расчетных для обоих радиусов скругления заглушки. Для труб из препрега эти различия 15 и 18,5% соответственно. Однако экспериментальные значения конечного перемещения смятия, поглощенной энергии и УЭП для труб из препрега показали хорошее соответствие с расчетными. Таким образом, анализ МКЭ, выполненный в настоящей работе, надежен и может использоваться для моделирования осевого смятия композитных труб, изготовленных из ткани или препрегов волокон.

Различие двух типов композитных труб очевидно. Композитные трубы из препрега обладают меньшей ударопрочностью. Например, средние экспериментальные значения УЭП композитных труб из препрега с радиусом скругления заглушки 1,6 и 3,0 мм равны 24,5 и 21,6 Дж/г соответственно, а плетеных труб — 30,5 и 28,2 Дж/г соответственно. Таким образом, УЭП труб из препрега на ~20% меньше, чем плетеных труб. Такой результат ожидали, поскольку плетеные композитные трубы обладают идеальной структурой, а трубы из препрега имеют слабое звено — местоположение стыка в каждом слое. Учет этой особенности при расчете МКЭ продемонстрировал разный тип поведения труб при смятии. В настоящей работе местоположения стыков при анализе МКЭ такие же, как и в изготовленных композитных трубах из препрега. Задание в анализе МКЭ иного местоположения стыков приводит к другим результатам. В качестве примера на рис. 7 сопоставлены результаты для трубы из шестислойного препрега с двумя разными вариантами место-

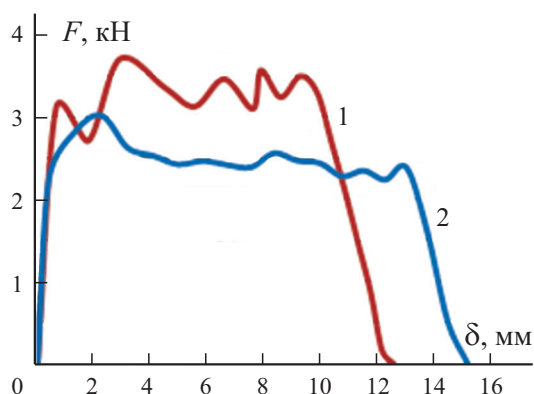


Рис. 7. Зависимость ударная нагрузка—перемещение смятия F — δ труб из препрега с разным местоположением стыка свернутых слоев препрега: случаи 1 (1) и 2 (2).

положения стыков при ударе с энергией 101 Дж и скоростью 3 м/с. В одной трубе (случай 1) равномерное распределение стыков, при котором угол между двумя соседними стыками 60° , в другой трубе (случай 2) — одинаковое местоположение имели стыки слоев с первого по третий и с четвертого по шестой соответственно. Видно, что зависимости ударная нагрузка—перемещение смятия совершенно разные. Значение УЭП равно 28 (случай 1) и 25 Дж/г (случай 2). Таким образом, положение стыков влияет на характеристики смятия труб из препрега. При этом их ударопрочность больше при более равномерном распределении стыков.

Из данных таблицы видно, что радиус скругления заглушки влияет на характеристики смятия трубы, а также что при меньшем значении радиуса скругления конечное перемещение смятия меньше. Это свидетельствует о меньшем количестве поврежденного материала. Кроме того, при меньшем радиусе скругления значения средней и максимальной силы удара больше, что ясно свидетельствует о более высокой УЭП. Это может быть обусловлено более полным повреждением с образованием мелких осколков, происходящим в случае малого радиуса скругления заглушки.

На рис. 8 показана морфология разрушения труб, наблюдаемая в экспериментах и смоделированная МКЭ. Эксперименты показали, что композитная труба из препрега более хрупкая, чем плетеная. Моделирование МКЭ не выявило заметного различия в хрупкости труб из плетеного композита и препрега, за исключением конечного перемещения смятия. Следует отметить образование большего количества осколков разрушенного композита при использовании заглушки с большим радиусом скругления. Из данных рис. 8 видно, что экспериментально наблюдаемое разрушение более хрупкое (с более мелкими осколками), чем смоделированное МКЭ. Расслоение поврежденного материала также наблюдали экспериментально и при моделировании МКЭ. В таблице также приведены значения ЭСМ. Однако характер их изменения не соответствовал тенденции ударопрочности ни в одном из четырех рассмотренных случаев. Например, при одинаковом радиусе скругления заглушки 3,0 мм экспериментальные значения

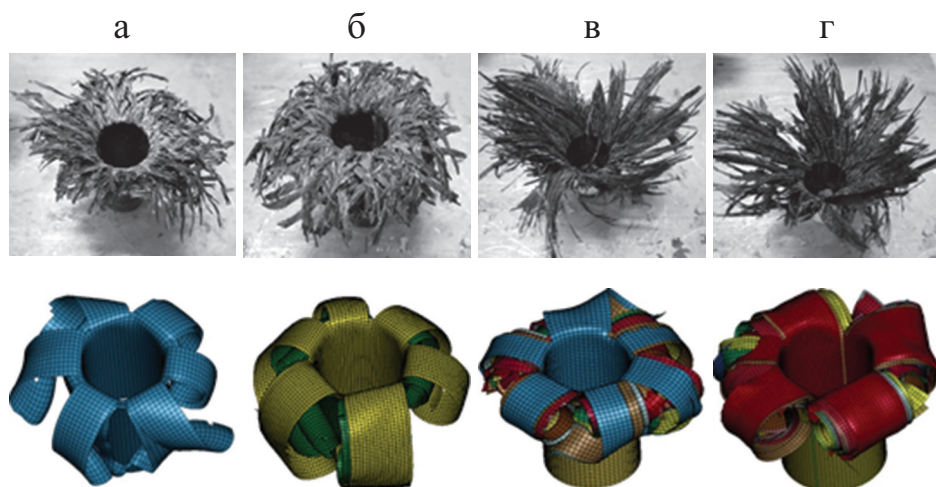


Рис. 8. Сравнение морфологии разрушения, наблюдаемой при испытании и моделировании труб из плетеного композита (а, б) и препрега (в, г) с заглушкой с радиусом скругления 1,6 (а, в) и 3,0 мм (б, г).

ЭСМ труб из плетеного композита и препрега 0,78 и 0,79 соответственно, а экспериментальные значения УЭП уменьшались от 28,2 до 21,6 Дж/г соответственно. Поэтому хотя близкие значения средней и максимальной силы удара желательны для лучшей ударопрочности, не следует использовать величину ЭСМ для ее представления.

Заключение

Экспериментально и численно исследовано смятие двух типов композитных труб с заглушкой при осевом ударе. Один тип композитных труб изготовлен из ткани углеродных волокон методом литьевого прессования, а другой — из препрега углеродных волокон методом укладки. Также учли влияние радиуса скругления заглушки. Поведение труб при смятии моделировали МКЭ, включая функцию прогрессирующего разрушения и возможность расслоения. Сравнение результатов моделирования с экспериментальными показало, что использование МКЭ обеспечивает хорошее предсказание конечного перемещения смятия, УЭП, максимальной силы. Анализ МКЭ позволил выявить разные виды смятия композитных труб. Экспериментальные средние значения УЭП композитных труб из препрега с заглушкой с радиусом скругления 1,6 и 3,0 мм 24,5 и 21,6 Дж/г соответственно, а плетеных труб с такой же заглушкой — 30,5 и 28,2 Дж/г соответственно. Эти результаты свидетельствуют о том, что УЭП труб из препрега на ~20% меньше, чем труб из плетеного композита, что можно объяснить наличием стыков слоев препрега. Результаты МКЭ также показали, что разные местоположения стыков могут обусловить разные виды

смятия. Кроме того, заглушка с малым радиусом скругления приводит к образованию более мелких осколков разрушенного материала при ударе.

Благодарность. Благодарим за финансовую поддержку Министерство науки и технологий Тайваня посредством гранта MOST 106-2221-E-224-021.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bisagni C.* Experimental investigation of the collapse modes and energy absorption characteristics of composite tubes // *Int. J. Crashworthiness.* — 2009. — Vol. 14. — P. 365—378.
2. *Reuter C., Sauerland K. H., and Tröster T.* Experimental and numerical crushing analysis of circular CFRP tubes under axial impact loading // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 154. — P. 33—44.
3. *White M. D., Jones N., and Abramowicz W.* A theoretical analysis for the quasi-static axial crushing of top-hat and double-hat thin-walled sections // *Int. J. Mech. Sci.* — 1999. — Vol. 41. — P. 209—233.
4. *Abramowicz W. and Jones N.* Dynamic progressive buckling of circular and square tubes // *Int. J. Impact Eng.* — 1986. — Vol. 4. — P. 243—270.
5. *Reuter C. and Tröster T.* Crashworthiness and numerical simulation of hybrid aluminium CFRP tubes under axial impact // *Thin Wall Struct.* — 2017. — Vol. 117. — P. 1—9.
6. *Siromani D., Henderson G., Mikita D., Mirarchi L., Park R., Smolko J., Awerbuch J., and Tan T. M.* An experimental study on the effect of failure trigger mechanisms on the energy absorption capability of CFRP tubes under axial compression // *Composites: Part A.* — 2014. — Vol. 64. — P. 25—35.
7. *Huang J. and Wang X.* Numerical and experimental investigations on the axial crushing response of composite tubes // *Compos. Struct.* — 2009. — Vol. 91. — P. 222—228.
8. *McGrefor C. J., Vaxiri R., Poursartip A., and Xiao X.* Simulation of progressive damage development in braided composite tubes under axial compression // *Composites: Part A.* — 2007. — Vol. 38. — P. 2247—2259.
9. *Liu Q., Xing H., Ju Y., Qu Z., and Li Q.* Quasi-static axial crushing and transverse bending of double hat shaped CFRP tubes // *Compos. Struct.* — 2014. — Vol. 117. — P. 1—11.
10. *McGrefor C. J., Vaxiri R., and Xiao X.* Finite element modelling of the progressive crushing of braided composite tubes under axial impact // *Int. J. Impact Eng.* — 2010. — Vol. 37. — P. 662—672.
11. *Hou T., Pearce G. M. K., Prusty B. G., Kelly D. W., and Thomson R. S.* Pressurised composite tubes as variable load energy absorbers // *Compos. Struct.* — 2015. — Vol. 120. — P. 346—357.
12. *Liu Q., Qu Z., Mo Z., Li Q., and Qu D.* Experimental investigation into dynamic axial impact responses of double hat shaped CFRP tubes // *Composites: Part B.* — 2015. — Vol. 79. — P. 494—504.
13. *Ochelski S. and Gotowicki P.* Experimental assessment of energy absorption capability of carbon-epoxy and glass-epoxy composites // *Compos. Struct.* — 2009. — Vol. 87. — P. 215—224.
14. *Boria S., Scattina A., and Belingardi G.* Axial energy absorption of CFRP truncated cones // *Compos. Struct.* — 2015. — Vol. 130. — P. 18—28.
15. *Shokrieh M. M., Tozandehjani H., and Omid M. J.* Effect of fiber orientation and cross section of composite tubes on their energy absorption ability in axial dynamic loading // *Mech. Compos. Mater.* — 2009. — Vol. 45. — P. 567—576.

16. *Mou H. L., Xie J., Su X., and Feng Z. Y.* Crashworthiness experiment and simulation analysis of composite thin-walled circular tubes under axial crushing // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55. — P. 121—134.
17. *Siromani D., Awerbuch J., and Tan T. M.* Finite element modeling of the crushing behavior of thin-walled CFRP tubes under axial compression // *Composites: Part B.* — 2014. — Vol. 64. — P. 50—58.
18. *Tong Y. and Xu Y.* Improvement of crash energy absorption of 2D braided composite tubes through an innovative chamfer external triggers // *Int. J. Impact Eng.* — 2017. — Vol. 111. — P. 11—20.
19. *Siromani D., Awerbuch J., and Tan T. M.* Finite element modeling of the crushing behavior of thin-walled CFRP tubes under axial compression // *Composites: Part B.* — 2014. — Vol. 64. — P. 50—58.
20. *Reuter C., Sauerlan K. H., and Troster T.* Experimental and numerical crushing analysis of circular CFRP tubes under axial impact loading // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 174. — P. 33—44.
21. *Sliseris J., Yan L., and Kasal B.* Numerical simulation and experimental verification of hollow and foam-filled flax-fabric-reinforced epoxy tubular energy absorbers subjected to crushing // *Mech. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 53. — P. 487—496.
22. *Paruka P., Siswanto W. A., Maleque M. A., and Shah M. K. M.* Crashworthy capacity of a hybridized epoxy-glass fiber aluminum columnar tube using repeated axial resistive force // *J. Mech. Sci. Technol.* — 2015. — Vol. 29. — P. 1941—1953.
23. *Xiao X., Botkin M. E., and Johnson N. L.* Axial crush simulation of braided carbon tubes using MAT 58 in LS-DYNA // *Thin Wall. Struct.* — 2009. — Vol. 47. — P. 740—749.
24. *Hwang S. F. and Chang Y. C.* Axial crushing behavior of braided carbon/polyurethane composite tubes // *Appl. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 26. — P. 1281—1297.
25. *Hwang S. F. and Liu H. T.* Prediction of elastic constants of carbon fabric/polyurethane composites // *Solid State Phenom.* — 2017. — Vol. 258. — P. 233—236.
26. *Chang F. K. and Chang K. Y.* A progressive damage model for laminated composites containing stress concentration // *J. Compos. Mater.* — 1987. — Vol. 21. — P. 834—855.

Поступила в редакцию 02.03.2020

Окончательный вариант поступил 23.02.2021

Received March 2, 2020 (Feb. 23, 2021)

Д. Ф. Гарбин^а, М. Л. Тонатто^{б}, С. К. Амику^а*

^а*PPGE3M, Federal University of Rio Grande do Sul (UFRGS), Porto Alegre, RS, Brazil*
^б*Group on Mechanics of Materials and Structures (GMEC) / Federal University of Santa Maria (UFSM-CS), Cachoeira do Sul, RS, Brazil.*

ПОВЕДЕНИЕ САНДВИЧ-ПАНЕЛЕЙ СТЕКЛОПЛАСТИК/ ПОЛИУРЕТАН ПРИ СЖАТИИ И ИЗГИБЕ: ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ¹

D. F. Garbin, M. L. P. Tonatto, and S. C. Amico*

COMPRESSIVE AND FLEXURAL BEHAVIOR OF FIBERGLASS/ POLYURETHANE SANDWICH PANELS: EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY

Keywords: composites, sandwich panels, glass fiber, short fibers, fabric, polyurethane foam

The mechanical properties of sandwich panels with a polyurethane core and fiberglass faces produced by a continuous lamination process have been studied. Tensile, compression, and shear tests were performed on isolated face materials. Using a nonlinear finite-element model, the mechanical behavior of the sandwich panels in flatwise compression, edgewise compression, and bending was simulated, and a good agreement with experiments was found to exist.

Ключевые слова: композиты, сандвич-панели, стекловолокно, волокна короткие, ткань, пенополиуретан

Изучены механические свойства сандвич-панелей с полиуретановой сердцевинной и лицевыми слоями из стеклопластика, изготовленных методом непрерывного ламинирования. Испытания на растяжение, сжатие и сдвиг выполнены на образцах материала лицевых слоев. Результаты моделирования механического поведения сандвич-панелей при сжатии перпендикулярно слоям и по торцам с помощью нелинейного конечно-элементного анализа хорошо согласуются с экспериментальными.

*Автор, с которым следует вести переписку: maikson.tonato@ufsm.br
Corresponding author: maikson.tonato@ufsm.br

¹Перевод с англ.

Введение

Сандвич-панели, состоящие из толстой сердцевины и тонких лицевых слоев (обшивок), применяют для изготовления многих конструкций, включая автофургоны, в которых благодаря хорошим теплоизоляционным свойствам и поддержке контролируемой температуры предотвращается порча скоропортящихся пищевых продуктов [1].

Лицевые слои сэндвича иногда изготавливают из композита на основе стекловолокна [2, 3], широко используя непрерывное ламинирование, позволяющее крупномасштабное производство и обеспечивающее повторяемость и надежность процесса. Сандвич-сердцевину часто изготавливают из полимерного материала, в частности, пенополиуретана, обычно методом литья под давлением в закрытой пресс-форме, в которой снизу и сверху уже размещены лицевые слои. Плотность пены, структура ячеек и ее рост зависят от состава и производственного процесса [4].

Лицевые слои композита определяют большинство физико-механических свойств сэндвич-панели [5]. В [6] проанализировали свойства лицевых слоев, созданных с помощью трехмерного плетения джутовой пряжи, прошитой в осевом направлении кевларовым волокном, и установили, что прочность при сжатии и изгибе в 7,7 и 3,8 раза соответственно больше, чем заготовок композитов без осевой прошивки. В [7] показали, что материал сердцевины также может влиять на нагрузку потери устойчивости сэндвич-панелей, которую можно увеличить на 6%, добавив в полиуретан сердцевины 5% частиц Al_2O_3 .

Сэндвичам посвящено много экспериментальных и численных исследований, но лишь в некоторых анализировали нелинейные эффекты в конструкциях [8]. В [9] моделировали сэндвич-панели с полиуретановой сердцевиной и алюминиевыми лицевыми слоями. Полиуретан моделировали как изотропный упругопластический материал, свойства которого зависят от скорости деформирования и подчиняются степенному закону Купера—Саймондса. В [10] провели численное моделирование сэндвич-панелей с пенополиуретановой сердцевиной, используя для описания ее нелинейного поведения модель сминаемой пены, и установили максимальное различие между численными и экспериментальными результатами 7,5%. Однако данная модель требует большого количества входных параметров.

Поведение сэндвич-панелей на основе пены очень сложное в силу нелинейных эффектов и механизмов повреждения, связанных со статическим и динамическим нагружением [11, 12]. В [13] исследовали механическое поведение пены при индентировании, рассматривая ее как сжимаемое гиперупругое твердое тело. В [14] проанализировали изгиб сэндвич-панелей с пенопластовой сердцевиной, подвергнутых сосредоточенной нагрузке.

В настоящей работе исследовали влияние свойств материала лицевых слоев (с армирующими короткими стекловолокнами и двунаправленной

тканью из стекловолокон) на поведение сандвич-панели с полиуретановой сердцевиной. Для оценки механического отклика панелей на разные нагрузки и надежности разных типов панелей проведено нелинейное численное моделирование методом конечных элементов (МКЭ).

1. Материалы и методы

1.1. Материалы и процесс изготовления. Композиты для лицевых слоев сандвич-панелей изготовили с использованием полиэфирной смолы (стандарт 10.335 от Reichhold) и арматуры из E-стекловолокон (коротких волокон P243 с номинальной погонной массой 775 г/м²) либо двунаправленной [0°/90°] ткани LT0530 с номинальной погонной массой 900 г/м². Схема процесса непрерывного ламинирования для изготовления композитных лицевых слоев/обшивок представлена на рис. 1—а. Вкратце он состоит из следующих шагов. По длинной конвейерной ленте скользят две

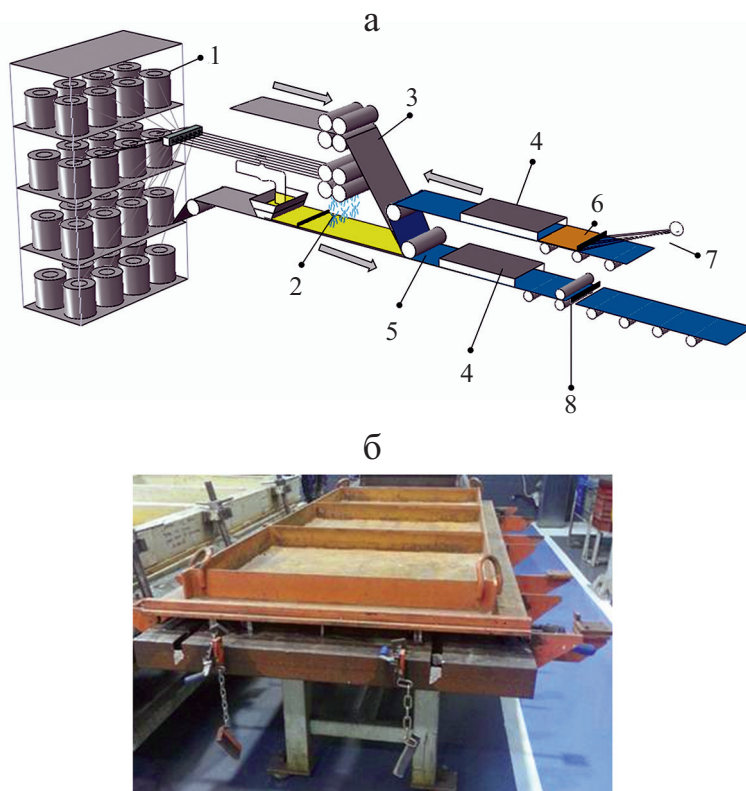


Рис. 1. Процесс непрерывного ламинирования лицевых слоев панелей из композита с короткими волокнами или ткани (а) и изготовление сандвич-панелей методом прессования (б): 1 — ровинг; 2 — рубленый ровинг; 3 — мат или ткань; 4 — печь отверждения; 5 — пленка носителя; 6 — “Doctor blade”; 7 — инжектор гелькоута; 8 — обрезка.

антипригарные пленки, между ними изготавливают композит заданной толщины. Сначала вводят смолу/катализатор, затем в нее вводят арматуру (мат из коротких волокон или ткань), сжимают полуфабрикат между пленками и нагревают до 60 °С, пропуская через печь. После ламинирования и почти полного отверждения композит хранят при температуре 23 °С для полного высвобождения остаточного мономера стирола. Конечная толщина композита 1,9 и 1,2 мм при использовании мата из коротких волокон и ткани соответственно.

Полиуретан вводили с помощью инжекторной машины Transtécnica мощностью 3,4 кВт с воздушным смесителем. Посредством рамы размером 1,0×2,5 м стеклопластиковые лицевые слои помещали в пресс-форму таким образом, чтобы получить полиуретановую сердцевину толщиной 64±1 мм. Раму помещали в основание пресс-формы с механическими ограничениями на концах, гарантирующими желаемую толщину и свойства сердцевины. Полиуретановую смесь (изоцианат : полиол, коэффициент смешивания 1,23:1) впрыскивают в пресс-форму и перерабатывают в ней в течение ~2 ч для минимизации изменения размеров или плотности, устранения неполного заполнения полости, пустот, нерегулярных размеров ячеек и усадки. Общее время отверждения 72 ч, конечная плотность пены 40 кг/м³. На рис. 1—б показано оборудование, используемое для изготовления панелей. После отверждения панели разрезали с помощью циркулярной пилы и отшлифовали для изготовления образцов желаемой формы для разных видов испытаний. Также необходимо отметить, что в изготовленном полиуретане наблюдали небольшие пустоты, наличие которых считают нормальным явлением при данном способе изготовления, но их необходимо контролировать.

1.2. Физические и механические испытания. Оценка свойств лицевых слоев включала физико-механические испытания. Сначала методом выжигания смолы по стандарту ASTM D5630 определили массовое содержание стекловолокон. Для механических испытаний использовали универсальную испытательную машину Instron (модель 3382), оснащенную датчиком нагрузки до 5 кН. Испытания на растяжение выполнили на прямоугольных образцах длиной 175 мм и шириной 25 мм со скоростью деформирования 2 мм/мин по стандарту ASTM D3039. Испытания на сжатие провели по стандарту ASTM D6641 на прямоугольных образцах с накладками длиной 140 и шириной 12 мм со скоростью деформирования 1,3 мм/мин. Испытания на сдвиг в плоскости выполнили по стандарту ASTM D7078 со скоростью деформирования 2 мм/мин. В центре образцы имели двойной V-образный вырез, обработанный до необходимых размеров. В каждом виде испытаний использовали от трех до пяти образцов с каждым типом арматуры.

Механические испытания сэндвич-панелей провели на том же оборудовании. Испытания сердцевины на сжатие выполнили по стандарту ASTM C365, который можно использовать как в случае непрерывной сердцевины (например, пенопластовой), так и прерывистой. Испытывали

готовые сандвич-панели, а не изолированную сердцевину во избежание использования другого нерепрезентативного метода. Образцы размером 50×50 мм испытывали со скоростью деформирования 10 мм/мин. Испытания выполнили для обоих типов сандвичей (с лицевыми слоями из мата коротких волокон и ткани), хотя в этих испытаниях определяют прочность при сжатии и модуль упругости сердцевины. Испытания панелей размером 500×140 мм на сжатие по торцу выполнили по стандарту ASTM C364 со скоростью деформирования 5 мм/мин.

Наконец, для определения свойств сердцевины при сдвиге провели испытания панелей на изгиб по стандарту ASTM C393 со скоростью деформирования 20 мм/мин на образцах длиной 140 мм и шириной 70 мм. Максимальное сдвиговое напряжение сердцевины и максимальное напряжение лицевых слоев вычислили исходя из максимальной нагрузки и геометрических характеристик сандвич-панели.

1.3. Структурный анализ сандвич-панелей. Свойства композитов (лицевых слоев) проанализировали с помощью вычислительной программы MESH-Gcomp [15]. Справочные данные для анализа взяли из экспериментальных испытаний, проведенных производителем. Для расчета модуля упругости E_1 использовали подход Халпина—Цая для композита с короткими волокнами. Расчетное значение модуля упругости сравнили с экспериментальным.

Численное моделирование сандвич-панелей выполнили с помощью МКЭ и коммерческого программного обеспечения Abaqus™/Version 6.14. Использовали трехмерную конечно-элементную модель. Сначала лицевые слои смоделировали, исходя из расчетных значений упругих постоянных, а затем откалибровали с учетом экспериментальных результатов. Композит с короткими стекловолокнами считали квазиизотропным, а с двунаправленной тканью — ортотропным с одинаковыми свойствами в направлениях 0 и 90°.

Контакт между лицевыми слоями и сердцевиной описывали условием связанного контакта. Когезионные конечные элементы не использовали, поскольку разрушение имело место в основном в сердцевине.

На рис. 2—*a—в* показана конечно-элементная сетка, граничные условия и нагрузки при сжатии сердцевины, продольном сжатии (по торцу) и моделировании изгиба соответственно. Для задания граничных условий опирания и индентора использовали контрольные точки (КТ). При моделировании сжатия сердцевины ее верхнюю и нижнюю поверхности (контактирующие с лицевыми слоями) связали с КТ, используя ограничения типа сцепления. На нижней и верхней КТ запретили перемещения и повороты, за исключением максимального приложенного перемещения $\delta = 50$ мм вдоль оси y . При моделировании продольного сжатия лицевые слои в плоскости yz связали с КТ, используя такое же ограничение; максимальное приложенное перемещение $\delta = 2$ мм по оси x .

При моделировании изгиба КТ связали с кромками по оси z . Перемещения в направлении осей y и z и повороты вокруг осей x и y

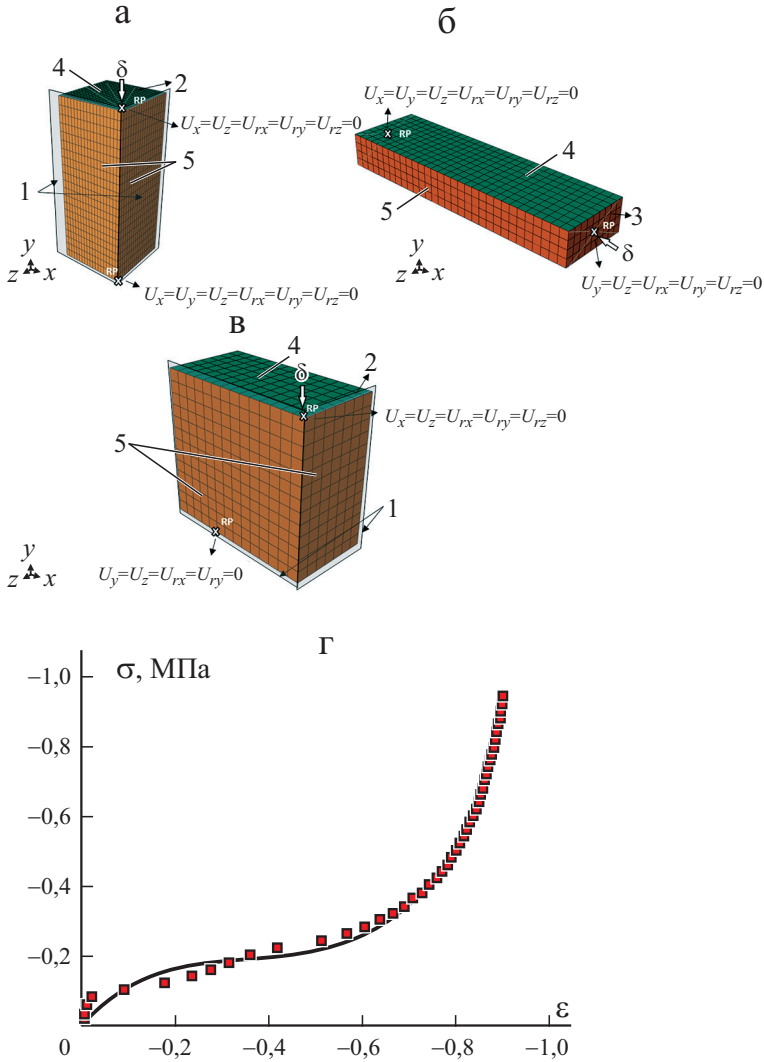


Рис. 2. Конечно-элементные модели с КТ для моделирования сжатия сердцевины (а), продольного (по торцу) сжатия (б) и изгиба (в) сандвич-панели и диаграмма деформирования $\sigma - \epsilon$ сердцевины при сжатии (г): экспериментальные точки (■) и расчет по модели Огдена четвертого порядка (—). 1 — плоскости симметрии; 2 — связанное ограничение; 3 — лицевой слой; 4 — сердцевина.

запретили на нижней и верхней КТ, за исключением максимального приложенного смещения $\delta = 50$ мм по оси y . Результаты сил реакции и перемещений получили на КТ. Пенопласт смоделировали, используя модель гиперупругой пены (*hyperfoam*), реализованную на основе реальной диаграммы деформирования $\sigma - \epsilon$ пенополиуретана, полученной при испытании сердцевины на сжатие (рис. 2—г). Подгонку

экспериментальных данных провели по модели Огдена четвертого порядка [16] (см. рис. 2—2).

Конечно-элементную сетку сердцевины панели создали, используя восьмиузловые линейные элементы C3D8R с редуцированным интегрированием, а лицевых слоев панели — четырехузловые линейные элементы S4R с редуцированным интегрированием. Сходимость решения МКЭ при сжатии исследовали для трех размеров конечного элемента (5, 3 и 1 мм) с общим количеством элементов в модели 5415, 8303 и 23 826 соответственно. Результаты с элементами 1 мм существенно не отличались от результатов с элементами 3 мм. Поэтому для анализа выбрали сетки с элементами размером 3 мм. Такую же процедуру выполнили для других условий нагружения. При моделировании сжатия сердцевины использовали стандартную сетку с элементами 3 мм; всего 8303 элемента и 8800 узловых точек. При моделировании изгиба использовали стандартную сетку с элементами 5 мм; всего 1470 элементов и 1680 узловых точек. При моделировании продольного сжатия использовали стандартную сетку с элементами 8 мм; всего 11 340 элементов и 10 944 узловых точек.

2. Результаты и обсуждение

2.1. Физические и механические свойства лицевых слоев из стеклопластика. В табл. 1 приведены значения физико-механических характеристик композитов лицевых слоев панелей. Объемное содержание волокон V_f композита из двунаправленной ткани больше, чем из мата с короткими волокнами. Непрерывные и ориентированные волокна ткани обусловили лучшие механические свойства лицевых слоев из тканого композита при растяжении (большую прочность и модуль упругости, меньшую предель-

Табл. 1

Физические и механические свойства лицевых слоев сандвич-панелей из стеклопластика

| Свойство | Стеклопластик | |
|--|-----------------------|-------------|
| | с короткими волокнами | тканый |
| Массовое содержание волокон W_p , % | 39 ± 0,6* | 54 ± 1,4 |
| Максимальная растягивающая деформация, % | 1,26 ± 0,09 | 1,15 ± 0,08 |
| Прочность при растяжении, МПа | 100 ± 7,8 | 146 ± 6,2 |
| Модуль упругости продольный, ГПа | 8,0 ± 0,3 | 13 ± 0,5 |
| Максимальная сжимающая деформация, % | 0,83 ± 0,04 | 0,43 ± 0,01 |
| Прочность при сжатии, МПа | 173 ± 8,5 | 150 ± 7,6 |
| Максимальная сдвиговая деформация, % | 1,61 ± 0,04 | 1,83 ± 0,08 |
| Прочность при сдвиге, МПа | 43 ± 4,8 | 34 ± 3,6 |

*Стандартное отклонение.

ную деформацию). Оба композита демонстрируют хрупкое поведение. Значение модуля упругости 7,98 ГПа для композита с короткими волокнами, рассчитанное с помощью программы Mesh-G, очень близко к экспериментальному. Из данных таблицы также видно, что лицевые слои из композита с короткими волокнами имели наибольшую прочность и предельную деформацию при сжатии. Сдвиговая прочность лицевых слоев из ткани на 21% меньше, чем из композита с короткими волокнами, даже несмотря на большее содержание волокон в тканом композите. Это можно объяснить случайной ориентацией коротких волокон во всех направлениях, включая $\pm 45^\circ$, а волокна ткани ориентировали только в направлениях 0 и 90° .

2.2. Сравнение численных и экспериментальных результатов сэндвич-панелей. На рис. 3 показаны диаграммы деформирования при продольном сжатии сэндвич-панелей из композитов с короткими волокнами и тканью. На диаграммах видны три характерные зоны: начальная линейно-упругая; зона, связанная с разрушением ячеек при почти постоянном напряжении; зона повышенной плотности сердцевины, в которой напряжение возрастает экспоненциально. Такое поведение характерно для пенополимеров [17]. Сравнение данных рис. 3—*а* и *б* свидетельствует о том, что материал лицевых слоев не оказывает существенного влияния на поведение сердцевины панели при сжатии. Наблюдаемый разброс экспериментальных данных образцов, особенно в зоне разрушения ячеек сердцевины, связан с изменением морфологии пены. Учитывая эти результаты, можно ожидать аналогичное поведение сердцевины в других видах испытаний. На рис. 3 также представлена геометрия деформированных панелей, соответствующая каждой зоне. Большую деформацию наблю-

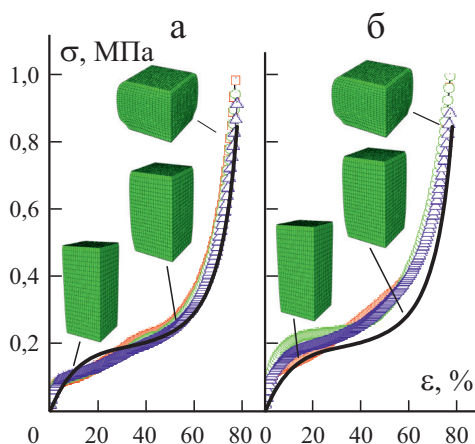


Рис. 3. Диаграммы деформирования при продольном сжатии σ — ε панелей из композита с короткими волокнами (*а*) и из двунаправленной ткани (*б*). Эксперимент: образцы 1 (—□—), 2 (—○—), 3 (—Δ—) и расчет МКЭ (—).

дали в зоне уплотнения сердцевины. Деформированные формы панелей с рассмотренными типами композита лицевых слоев аналогичны.

В силу большого количества параметров, влияющих на механический отклик сандвич-панелей, их компьютерное моделирование является сложным, и разработано лишь несколько моделей, способных точно предсказать такое поведение [18]. Моделирование, представленное в настоящей работе, ориентировано на рассмотрение диаграмм первой и второй зон деформирования сандвич-панелей, соответствующих рабочему диапазону данного материала в автомобильном секторе. На рис. 3 показаны расчетные диаграммы деформирования, согласующиеся с экспериментальными.

Экспериментальные значения максимальной сжимающей нагрузки сандвич-панелей с лицевыми слоями из композитов с короткими волокнами и тканью $10,367 \pm 966$ и $11,851 \pm 2,633$ кН соответственно и расчетные значения $10,933$ и $13,366$ кН хорошо согласуются. Результаты такого анализа больше зависят от свойств лицевых слоев, чем сердцевины. Как правило, такие исследования проводят на панелях, у которых один конец свободен, а другому разрешены произвольные перемещения и вращение [19].

Хотя в используемой модели предположили идеальную адгезию между лицевыми слоями и сердцевиной, с ее помощью также удалось определить максимальную нагрузку потери устойчивости. Потеря сцепления лицевого слоя с сердцевиной при испытании произошла в силу большого различия их модулей упругости, обусловивших увеличение сдвиговых нагрузок на поверхности раздела. Это отрицательно влияет на общие характеристики таких панелей, а проблема требует инженерного решения [20]. В автомобильных применениях сандвич-панели при одинаковых условиях нагружения устанавливают, ограничивая перемещения обоих концов, так что лицевые слои не могут в этой области отделиться от сердцевины, что имеет решающее значение с точки зрения потери сцепления. Испытания на сжатие, которые легко выполнить и получить надежные результаты, можно использовать для оценки адгезии в сандвичах и их общего разрушения [21]. Другие виды разрушения, такие как сдвиг сердцевины, смятие и сдвиг лицевого слоя, в рассмотренных сандвич-панелях не наблюдали [22].

На рис. 4 представлены диаграммы изгибающая нагрузка—прогиб и деформированная геометрия панелей при испытании на трехточечный изгиб, демонстрирующие большой разброс экспериментальных результатов. Как правило, нагрузка возрастала линейно с прогибом до тех пор, пока сердцевина не начинала разрушаться под действием сжатия и особенно касательных напряжений. Поведение панелей с лицевыми слоями из композита с короткими волокнами (см. рис. 4—*a*) и ткани (рис. 4—*b*) аналогичное. По большей части панели продемонстрировали нелинейное поведение в силу сильно нелинейной деформации сердцевины. Поскольку деформации лицевых слоев намного меньше, чем сердцевины, для упрощения численной модели нелинейностью лицевых слоев можно пренебречь [23].

Макроскопическое разрушение сандвич-панелей при изгибе может происходить в силу отделения и разрушения при сжатии верхнего лицевого

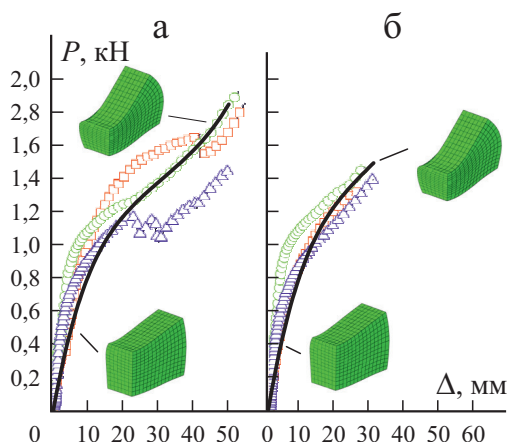


Рис. 4. Диаграммы изгибающая нагрузка—прогиб P — Δ панелей из композита с короткими волокнами (а) и из двунаправленной ткани (б). Эксперимент: образцы 1 (—□—), 2 (—○—), 3 (—△—) и расчет МКЭ (—).

слоя и/или разрушения сердцевины в результате сдвига. В первом случае сдвиговое напряжение превышает адгезионную прочность на поверхности раздела верхнего лицевого слоя и сердцевины. Во втором случае сжимающее напряжение в верхнем лицевом слое превосходит его прочность при сжатии. В третьем случае сдвиговое напряжение в сердцевине превышает ее сдвиговую прочность. В испытаниях на изгиб, проведенных в настоящей работе, наблюдали отделение лицевого слоя, т.е. адгезионное разрушение, которое можно минимизировать, добавив армирующие элементы, соединяющие лицевые слои и сердцевину [24].

Сравнение экспериментальных и численных результатов при изгибе продемонстрировало аналогичную тенденцию, но расчетные значения были меньше. Различия можно объяснить тем, что адгезию между лицевыми слоями и сердцевинной в численной модели предположили идеальной и адекватно соответствующей модели гиперупругой пены в реальных образцах. Можно ожидать, что для более крупных панелей различие будет меньше, поскольку в этом случае прогиб распределится по большей площади и поведение панелей будет ближе к классической балке Эйлера, сводя к минимуму влияние сдвига в сердцевине.

В табл. 2 приведены значения механических свойств сандвич-панелей с двумя типами лицевых слоев. Прочность сердцевины при сжатии у обоих сандвич-панелей почти одинакова. При продольном сжатии прочность панелей из тканого композита на $\sim 14\%$ больше, хотя толщина лицевого слоя из тканого композита и прочность при сжатии были меньше. Это можно объяснить тем, что сопротивление потере устойчивости возрастает с увеличением модуля упругости лицевых слоев [25]. Также видно, что прогиб и максимальная изгибающая нагрузка панели с лицевыми слоями

Табл. 2

Механические свойства сандвич-панелей

| Свойство | Стеклопластик | |
|---|-----------------------|----------------|
| | с короткими волокнами | тканый |
| Прочность при плоскопараллельном сжатии, МПа | 0,954 ± 0,0337* | 0,967 ± 0,0697 |
| Максимальная продольная сжимающая деформация, % | 1,01 ± 0,08 | 1,00 ± 0,09 |
| Прочность при продольном сжатии, МПа | 1,134 ± 0,103 | 1,346 ± 0,998 |
| Максимальный прогиб, мм | 53 ± 2,1 | 28 ± 2,1 |
| Максимальная изгибающая нагрузка, Н | 1742 ± 259,9 | 1398 ± 72,5 |
| Максимальное сдвиговое напряжение, МПа | 0,19 ± 0,03 | 0,15 ± 0,09 |
| Максимальное напряжение в лицевом слое, МПа | 4,97 ± 0,74 | 6,38 ± 0,33 |

*Стандартное отклонение.

из композита с короткими волокнами больше. Таким образом, при изгибе влияние толщины лицевых слоев было решающим при оптимизации характеристик сандвич-панелей. Кроме того, максимальное сдвиговое напряжение в сердцевине у панели с лицевыми слоями, содержащими короткие волокна, на 21% больше, а максимальное напряжение в лицевом слое — на 28% больше, чем панели из тканого композита. Стандартное отклонение свидетельствует об отсутствии значительного различия значений максимального сдвигового напряжения в сердцевине. Однако в отношении максимального напряжения в лицевом слое панели из тканого композита лучше, что может быть обусловлено его большей прочностью при растяжении.

Механические характеристики изученных сандвич-панелей также сравнивали с характеристиками аналогичных конструкций, описанных в литературе. Моды разрушения и общие результаты, полученные в настоящей работе, оказались совместимыми с приведенными в [26], где рассмотрели последние достижения в создании многослойных конструкций на основе пенополиуретана. В [27] исследовали сандвич-панели из двунаправленной [0°/90°] ткани E-стекловолокон (погонная масса 800 г/м², толщина 0,24 мм, массовое содержание волокон 55%) и сердцевины из полиуретана. При трехточечном изгибе максимальное сдвиговое напряжение в сердцевине 0,16 МПа, что является промежуточным значением между полученными в настоящей работе. В [27] также провели испытания при сжатии по торцу и получили значение прочности 8,9 МПа, что в ~ 6,6 раза больше, чем в настоящей работе. Это несоответствие подтверждает преждевременное разрушение в силу потери устойчивости, наблюдаемое у рассмотренных в настоящей работе образцов. В [28] изучали сандвич-панели с лицевыми слоями из композита с рублеными стекловолокнами в полиэфирном связующем и пенополиуретановой сердцевиной и установили, что мак-

симальные значения сдвигового напряжения в сердцевине и лицевом слое при трехточечном изгибе 0,67 и 33 МПа соответственно.

Заключение

В настоящей работе изготовили сандвич-панели с сердцевиной из пенополиуретана и лицевыми слоями из полиэфирных стеклопластиков, хаотически армированных короткими Е-стекловолокнами (случайное армирование) или двунаправленной тканью из стекловолокон. Панели, изготовленные методом непрерывного ламинирования, имели разную толщину и содержание волокон в зависимости от типа армирования. Панели исследовали при плоскопараллельном сжатии, продольном сжатии и изгибе. Физические и механические свойства лицевых слоев определили путем физико-механических испытаний.

Более тонкие лицевые слои из ткани $[0^\circ/90^\circ]$, но с большим содержанием волокон, продемонстрировали большую прочность и модуль упругости при растяжении, но меньшую прочности при сжатии и сдвиге.

Моделирование МКЭ выполнили для воспроизведения механических испытаний, проведенных на сандвич-панелях. Результаты численного моделирования продемонстрировало хорошее согласование с экспериментальными при всех рассмотренных случаях нагружения. Используемая модель гиперупругой пены хорошо согласуется с нелинейными экспериментальными диаграммами деформирования сандвич-панелей при сжатии и изгибе. Полученные результаты также подтверждают важность выполнения независимых испытаний для определения характеристик лицевых слоев и сердцевины панелей для их более надежного численного анализа.

Благодарность. Авторы благодарны С. А. Рэндону за вклад в изготовление и подготовку образцов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Fahrzeugbau H.* Sandwichelemente für den Fahrzeugbau: Aufbau, Fertigung, Montage, Anwendung. — Landsberg/Lech: Verl. Moderne Industrie, 2006.
2. *Agarwal B. D., Broutman L. J., and Chandrashekhara K.* Analysis and Performance of Fiber Composites. — New Delhi: John Wiley & Sons, 2006.
3. ASTM INTERNATIONAL, D3878-16. Standard terminology for composite materials. — West Conshohocken, 2016.
4. *Torreira R. P.* Isolamento Térmico. — São Paulo: Fulton Editora Técnica, 1980.
5. *Djama K., Michel L., Gabor A., and Ferrier E.* Mechanical behaviour of a sandwich panel composed of hybrid skins and novel glass fibre reinforced polymer truss core // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 215. — P. 35—48.
6. *Li Z., Wei X., Gao Z., et al.* Manufacturing and mechanical characterization of polyurethane resin based sandwich composites for three-dimensional fabric reinforcement // *Mater. Today Commun.* — 2020. — Vol. 24. — No. 101046.

7. Khan T., Aydın O. A., Acar V., et al. Experimental investigation of mechanical and modal properties of Al₂O₃ nanoparticle reinforced polyurethane core sandwich structures // Mater. Today Commun. — 2020. — Vol. 24. — No. 101233.
8. Sayahlatifi S., Rahimi G. H., and Bokaei A. The quasi-static behavior of hybrid corrugated composite/balsa core sandwich structures in four-point bending: Experimental study and numerical simulation // Eng. Struct. — 2020. — Vol. 212. — No. 110361.
9. Jamil A., Guana Z. W., Cantwell W. J., et al. Blast response of aluminium/thermo-plastic polyurethane sandwich panels — experimental work and numerical analysis // Int. J. Impact Eng. — 2019. — Vol. 127. — P. 31—40.
10. Abbasi M. and Nia A. A. High-velocity impact behavior of sandwich structures with AL faces and foam cores — Experimental and numerical study // Aerosp. Sci. Technol. — 2020. — Vol. 105. — No. 106039.
11. Bey K., Tadjine K., Khelif R., et al. Mechanical behavior of sandwich composites under three-point bending fatigue // Mech. Compos. Mater. — 2015. — Vol. 50. — P. 747—756.
12. Özen M. Influence of stacking sequence on the impact and postimpact bending behavior of hybrid sandwich composites // Mech. Compos. Mater. — 2017. — Vol. 52. — P. 759—766.
13. Ignatova A. V. and Sapozhnikov S. B. Two-scale modeling of the mechanical behavior of a composite foam // Mech. Compos. Mater. — 2015. — Vol. 51. — P. 655—660.
14. Xie Z., Li Zh. and You J. L. An approximate solution to the plastic response of clamped sandwich beams under concentrated loading // Mech. Compos. Mater. — 2016. — Vol. 52. — P. 359—368.
15. URL: <http://www.ufrgs.br/mechcomp/> (reference date: 20/Oct/2020)
16. URL: <http://130.149.89.49:2080/v2016/index.html> (reference date: 18/Dez/2020)
17. Mohamed M., Anandan S., Huo Z., et al. Manufacturing and characterization of polyurethane based sandwich composite structures // Compos. Struct. — 2015. — Vol. 123. — P. 169—179.
18. Sadighi M. and Hosseini S. A. Finite element simulation and experimental study on mechanical behavior of 3D woven glass fiber composite sandwich panels // Composites: Part B. — 2013. — Vol. 55. — P. 158—166.
19. Correia J. R., Garrido M., Gonilha J. A., et al. GFRP sandwich panels with PU foam and PP honeycomb cores for civil engineering structural applications: effects of introducing strengthening ribs // Int. J. Struct. Integr. — 2012. — Vol. 3, No. 2. — P. 127—147.
20. Vadakke V. and Carlsson L. A. Experimental investigation of compression failure of sandwich specimens with face/core debond // Composites: Part B. — 2004. — Vol. 35, Nos. 6—8. — P. 583—590.
21. Manalo A. C. Behaviour of fibre composite sandwich structures under short and asymmetrical beam shear tests // Compos. Struct. — 2013. — Vol. 99. — P. 339—349.
22. Fleck N. A. and Sridhar I. End compression of sandwich columns // Composites: Part A. — 2002. — Vol. 33, No. 3. — P. 353—359.
23. Mostafa A., Shankar K. and Morozov E. V. Influence of shear keys orientation on the shear performance of composite sandwich panel with PVC foam core: numerical study // Mater. Des. — 2013. — Vol. 51. — P. 1008—1017.
24. Wang L., Liu W., Wan L., et al. Mechanical performance of foam-filled lattice composite panels in four-point bending: experimental investigation and analytical modeling // Composites: Part B. — 2014. — Vol. 67. — P. 270—279.
25. Yeh W. N. and Wu Y. E. Enhancement of buckling characteristics for sandwich structure with fiber reinforced composite skins and core made of aluminum honeycomb and polyurethane foam // Theor. Appl. Fract. Mech. — 1991. — Vol. 15, No. 1. — P. 63—74.

26. Khan T., Acar V., Aydin M. R., et al. A review on recent advances in sandwich structures based on polyurethane foam cores // Polym. Compos. — 2020. — Vol. 41, No. 6. — P. 1—46.

27. Henao A., Carrera M., Miravete A. and Castejón L. Mechanical performance of through-thickness tufted sandwich structures // Compos. Struct. — 2010. — Vol. 92. P. 2052—2059.

28. Abdi B., Azwan S., Abdullah M. R., et al. Flatwise compression and flexural behavior of foam core and polymer pin-reinforced foam core composites and sandwich panels // Int. J. Mech. Sci. — 2014. — Vol. 88. — P. 138—144.

Поступила в редакцию 25.11.2020

Окончательный вариант поступил 02.03.2021

Received Nov. 25, 2020 (March 2, 2021)

С. В. Шешенин^а, М. Э. Гритченко^{а}, П. В. Чистяков^б*

^аМосковский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Россия

^бНаучно-исследовательский институт механики МГУ, Москва, Россия

ОСРЕДНЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ РЕЗИНОКОРДНОГО СЛОЯ ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

S. V. Sheshenin, M. E. Gritchenko, and P. V. Chistyakov*

AVERGING THE VISCOELASTIC PROPERTIES OF A RUBBER-CORD PLY IN A PLANE STRESS STATE

Keywords: linear viscoelasticity, effective relaxation function, relaxation function, generalized Maxwell model, averaging method, rubber-cord composite, cyclic loading, heat release, Laplace—Carson transform

Averaging the viscoelastic properties of rubber-cord composites is of interest from both theoretical and practical points of view. For example, the viscoelasticity of rubber leads to heat release in rolling tires, which affects their rolling resistance and the fuel-efficiency. This work focuses on two interrelated aspects: the experimental determination of viscoelastic parameters of the rubber and rubber-cord and their calculation using the averaging method. Since only rather small strains are considered, the linear viscoelasticity theory is used. Parameters of the generalized Maxwell model are obtained. It is revealed that the relaxation times used in the rubber-cord model can also be employed in the rubber model. It is shown that the averaging procedure allows one to obtain the relaxation function and to calculate the mechanical work under harmonic vibrations with a sufficient accuracy.

Ключевые слова: вязкоупругость линейная, функция релаксации эффективная, функция релаксации, модель Максвелла обобщенная, метод осреднения, композит резинокордный, нагружение циклическое, выделение тепла, преобразование Лапласа—Карсона

*Автор, с которым следует вести переписку: maksim.gritchenko@gmail.com
Corresponding author: maksim.gritchenko@gmail.com

Осреднение вязкоупругих свойств резинокордного композита интересно с теоретической и прикладной точек зрения. Вязкоупругость резины приводит к выделению тепла при качении автомобильной шины, что в свою очередь влияет на сопротивление качению и топливную экономичность. Работа посвящена двум связным аспектам: экспериментальному определению вязкоупругих свойств резины и резинокорда и их вычислению методом осреднения. Рассмотрены достаточно малые деформации, поэтому вязкоупругие свойства аппроксимируются линейной теорией вязкоупругости. Описана реализация осцилляционных экспериментов пластин из резины и двухслойных пластин резинокорда с кордными углами $\pm\varphi$ 45, 60 и 90° при разных значениях средней деформации. Измерены параметры обобщенной модели Максвелла. Обнаружено, что в модели резинокорда можно использовать те же времена релаксации, что и для резины. Показано, что для вычисления выделяемого тепла с хорошей точностью при движении автомобиля в диапазоне от 30 до 135 км/ч достаточно двух или трех членов суммы Прони. Проведен анализ точности определения вязкоупругих свойств резинокорда с использованием методики осреднения. Показано, что осреднение с достаточной точностью позволяет найти и функции релаксации, и работу, переходящую в тепло при гармонических колебаниях.

Введение

Область применения резинокордных материалов в промышленности обширна. Наиболее широко их используют в автомобильной промышленности. Резиновые и резинокордные элементы конструкций при циклическом нагружении выделяют тепло, проявляя тем самым вязкоупругие свойства. Данная работа посвящена определению функций релаксации резины и резинокорда. Поскольку выделение тепла происходит при периодическом изменении напряженно-деформированного состояния (НДС), для определения этих функций целесообразно использовать не статический опыт на релаксацию [1], а эксперименты по циклическому нагружению. Отметим работы [2—4], в которых описаны циклические эксперименты для анализа динамических характеристик полимерных композитов. В работах [5, 6] рассматривали эффекты, связанные с нагревом образцов в процессе осцилляционных опытов. Для наполненной резины в случае циклического нагружения известны эффекты Маллинза и Пэйна. Первый выражен в снижении динамического модуля упругости при последовательных растяжениях. Эффект Пэйна заключается в зависимости модуля накопления от амплитуды приложенной деформации. Оба эффекта были изучены, например, в [7].

В литературе предложено множество типов функции релаксации и проведено их сравнение [8—10]. Хорошо известна методика [11—13], позволяющая определять параметры функции релаксации, заданной в виде

линейной комбинации экспонент [14, 15] (обобщенная модель Максвелла), с помощью гармонического деформирования. В работах [16, 17] она применена для идентификации свойств резины. В данной работе с помощью циклических экспериментов получены параметры функций релаксации не только резины, но и резинокорда. Всего было проведено около 60 испытаний.

Функция релаксации резинокорда может быть получена и методом осреднения [18, 19], исходя из функции релаксации резины. Этот метод применен на основе упруговязкоупругой аналогии [19]. Если к определяющим соотношениям линейной вязкоупругости применить преобразование Лапласа—Карсона [20], то получим уравнения, являющиеся аналогом одномерного закона Гука. Проводя осреднение в пространстве изображений, а затем беря обратное преобразование, получаем выражения для эффективной функции релаксации на основании функции релаксации резины. Эффективную функцию релаксации резинокорда для одноосного напряженного состояния сравнивали с найденной экспериментально. Также провели сравнение теоретического предсказания теряемой за цикл колебания энергии деформации с измеренной при разных частотах гармонических колебаний, показавшее достаточно хорошее совпадение.

Определяющие соотношения

Определяющие соотношения линейной теории вязкоупругости для произвольной анизотропии имеют вид

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t R_{ijkl}(t-\tau) d\varepsilon_{kl}(\tau),$$

где R_{ijkl} — тензор функций релаксации, σ, ε — тензоры напряжений и деформации соответственно.

Будем считать, что в случае резинокорда вязкоупругими свойствами обладает только резина при сдвиговом деформировании, а стальной корд представляет собой линейно-упругий материал, как и резина при объемном деформировании:

$$\mathbf{s}(t) = \int_0^t R_r(t-\tau) d\mathbf{e}(\tau), \quad (1)$$

$$\sigma = K\theta,$$

где \mathbf{s}, \mathbf{e} — девиаторы напряжений и деформаций; σ, θ — среднее гидростатическое напряжение и объемная деформация. Для материала корда будем полагать, что

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c,$$

где σ_c, ε_c — одномерные напряжения и деформация в корде. Рассмотрим обобщенную модель Максвелла [21], в которой функция релаксации

сдвига R_{sh} , входящая в (1), записана в виде

$$R_r = c_{0sh} + \sum_{n=1}^N c_{nsh} \exp\left(-\frac{t}{t_{nsh}}\right).$$

Материальные параметры c_{nsh} подлежат экспериментальному определению. При одноосном напряженно-деформированном состоянии модель имеет вид

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\tau) d\varepsilon(\tau), \quad E = c_0 + \sum_{n=1}^N c_n \exp\left(-\frac{t}{t_n}\right). \quad (2)$$

Итак, согласно (2) функция релаксации представляется в виде суммы $N+1$ члена $E(t) = \sum_{n=0}^N R_n(t)$. Поэтому напряжение и работу напряжений представляем также в виде сумм

$$\sigma(t) = \int_0^t E(t-\tau) d\varepsilon(\tau) = \sum_{n=1}^N \int_0^t R_n(t-\tau) d\varepsilon(\tau),$$

$$A(t) = \int_0^t \sigma(s) d\varepsilon(s) = \sum_{n=0}^N A_n(t), \quad A_n(t) = \int_0^t \int_0^s R_n(t-\tau) d\varepsilon(\tau) d\varepsilon(s).$$

Экспериментальная методика заключается в проведении осцилляционных опытов и измерении теряемой за цикл колебания работы напряжений $A(t)$ в одноосном опыте.

Экспериментальное определение параметров модели Максвелла

Для экспериментального определения функции релаксации резины, входящей в (2), проводили циклическое нагружение образцов резины и резинокорда. Осцилляционный опыт реализует стационарный процесс вида

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_A \cos(\omega t), \quad (3)$$

где ε_0 — средняя деформация; ε_A — амплитуда деформаций; ω — частота колебаний. Будем оценивать точность аппроксимации функции релаксации $R(t)$ в норме, которая есть плотность работы деформации за цикл, соответствующий осциллирующему члену $\varepsilon = \varepsilon_A \cos(\omega t)$ в (3):

$$A(T) = \int_t^{t+T} \sigma(\tau) d\varepsilon(\tau),$$

где $T = \frac{2\pi}{\omega}$; T — период колебаний; ω — круговая частота. Считаем, что напряжения связаны с деформациями соотношением

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t E(t-\tau) d\varepsilon(\tau). \quad (4)$$

Здесь, в отличие от уравнения (2), нижний предел интегрирования равен $-\infty$, поскольку рассматриваем установившийся процесс.

Представим величину $E(t)$ в виде

$$E(t) = R_\infty + \tilde{R}(t), \quad \tilde{R}(t) \rightarrow 0, t \rightarrow \infty.$$

Для дальнейших преобразований удобно рассматривать временную зависимость деформации в комплексном виде с помощью формулы Эйлера

$$\varepsilon = \varepsilon_A [\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)] = \varepsilon_A e^{i\omega t}, \quad (5)$$

где ε_A — амплитуда деформаций; i — комплексная единица; ω — частота колебаний.

Тогда, подставив эти выражения в (4), будем иметь

$$\sigma(t) = R_\infty \varepsilon(t) + \varepsilon_A i \omega \int_{-\infty}^t \tilde{R}(t-\tau) e^{i\omega\tau} d\tau. \quad (6)$$

Преобразуем интеграл $I = \int_{-\infty}^t \tilde{R}(t-\tau) e^{i\omega\tau} d\tau$ с помощью замены $s = t - \tau$.

Подставив величину I в (6), запишем

$$\begin{aligned} \sigma(t) = R_\infty \varepsilon(t) + \varepsilon_A e^{i\omega t} \omega \int_0^{+\infty} \tilde{R}(s) \sin(\omega s) ds + \\ + \varepsilon_A e^{i\omega t} i \omega \int_0^{+\infty} \tilde{R}(s) \cos(\omega s) ds = R(\omega) \varepsilon(t), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$R(\omega) = R' + iR'',$$

$$R' = R_\infty + R^*, \quad R'' = R^{**},$$

$$R^* = \omega \int_0^{+\infty} \tilde{R}(s) \sin(\omega s) ds, \quad R^{**} = \omega \int_0^{+\infty} \tilde{R}(s) \cos(\omega s) ds.$$

Так как в эксперименте задается действительная часть деформации (5) $\varepsilon = \varepsilon_A \cos(\omega t)$, то и в выражении для напряжений оставим только действительную часть. Из (7) получим формулу для осциллирующей части напряжений

$$\sigma(t) = \varepsilon_A [R' \cos(\omega t) - R'' \sin(\omega t)].$$

Обозначим угол механических потерь как $\psi : tg\psi = R'' / R'$. Тогда получим

$$\sigma(t) = |R(\omega)| \varepsilon_A \cos(\omega t + \psi), \quad |R(\omega)| = \sqrt{(R')^2 + (R'')^2}. \quad (8)$$

Согласно (4) и (8) придем к известной формуле для плотности работы деформаций

$$A = \pi R''(\varepsilon_A)^2.$$

Для того, чтобы получить выражение для работы, необходимо определить величину R'' . В случае обобщенной модели Максвелла $\tilde{R}(t) = \sum_{n=1}^N c_n \exp(-\frac{t}{t_n})$ имеем

$$\begin{aligned} R'' &= \omega \int_0^{+\infty} \left[\sum_{n=1}^N c_n \exp(-\frac{s}{t_n}) \right] \cos(\omega s) ds = \\ &= \omega \sum_{n=1}^N c_n \int_0^{+\infty} \exp(-\frac{s}{t_n}) \cos(\omega s) ds = \sum_{n=1}^N c_n \frac{t_n \omega}{(t_n \omega)^2 + 1}. \end{aligned}$$

Таким образом, плотность работы равна

$$A(\omega) = \pi (\varepsilon_A)^2 \sum_{n=1}^N c_n \frac{t_n \omega}{(t_n \omega)^2 + 1}. \quad (9)$$

Вычисляя по экспериментальным данным работу $A(\omega)$ при разных значениях частоты ω , можно получить значения параметров t_n и c_n , приближая экспериментальную зависимость $A(\omega)$ выражением (9).

Методика проведения экспериментов

Эксперименты проводили на образцах резины и двухслойных образцах резинороба с кордным углом $\varphi = 90, 60$ и 45° . Каждый образец представляет собой пластинку $300 \times 80 \times 2$ мм. Объем образца $48\,000$ мм³, общий объем роба в образце $5654,7$ мм³, концентрация роба в образце $11,78\%$, концентрация резины в образце $88,22\%$.

Экспериментальная установка позволяла реализовать заданную среднюю деформацию. Вначале проводили нагружение в течение 10 мин, чтобы процесс установился, затем проводили измерения. Образец испытывали в течение 10 мин при одной из семи частот нагружения: 5, 7,5, 10, 12,5, 15, 17,5, 20 Гц. Отметим, что частота 5 Гц при наружном диаметре шины 60 см соответствует скорости ~ 30 км/ч, а частота 20 Гц — 135 км/ч. По истечении каждой минуты на короткое время включался сбор данных, которые сохранялись для дальнейшей обработки. Таким образом,

для каждой частоты получали 10 наборов данных из нескольких циклов нагружения с разницей 1 мин.

Эксперименты проводили на установке, позволяющей реализовать максимальную амплитуду деформаций 2,5%. Регистрировались следующие параметры: сила, перемещение захвата и температура образца. Осевую силу измеряли с помощью стандартного тензометрического динамометра НИКИМП 1798ДСТУ2-0.1 (Россия). Перемещение захвата регистрировалось датчиком WI/10мм-Т, (НВМ, Германия). Пределы измерения 0—10 мм. Таким образом, в ходе эксперимента получали информацию о деформации образца, равной отношению перемещения захвата к начальной длине. Температуру образца измеряли с помощью термопары типа К (Хромель–Алюмель). Регистрация показаний датчиков осуществлялась тензометрической станцией Spider 8 (НВМ, Германия). Каждый опыт был произведен при поддержании одной и той же температуры 22 °С, до которой образец предварительно разогревали.

Определение параметров функции релаксации

Основные эксперименты проведены при постоянной температуре. В общей сложности проведено восемь наборов экспериментов: для четырех образцов из резины и резинокорда с углом $\varphi = 90, 60$ и 45° , при средней деформации $\varepsilon = 2$ и 4%. На рис. 1 представлены результаты экспериментов для образца резины при $\varepsilon = 2\%$. Зависимость $A(\omega)$ используем при нахождении параметров функции релаксации, для чего ее следует аппроксимировать функцией $A(\omega)$ из (9). Существенным является вопрос о достаточном количестве членов суммы. Ранее с помощью статических опытов [1] было обнаружено, что для вычисления выделяемой энергии достаточно аппроксимации экспериментальной кривой релаксации двумя или тремя членами. Поэтому анализ проведен для этих двух случаев. Чтобы улучшить аппроксимацию, сначала экспериментальные точки аппроксимировали полиномом четвертой степени, а затем формулой (9).

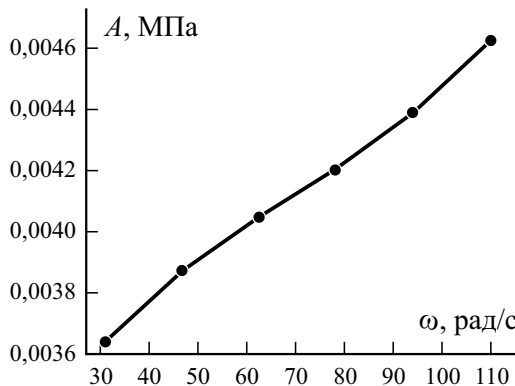


Рис. 1. Зависимость работы A от круговой частоты ω .

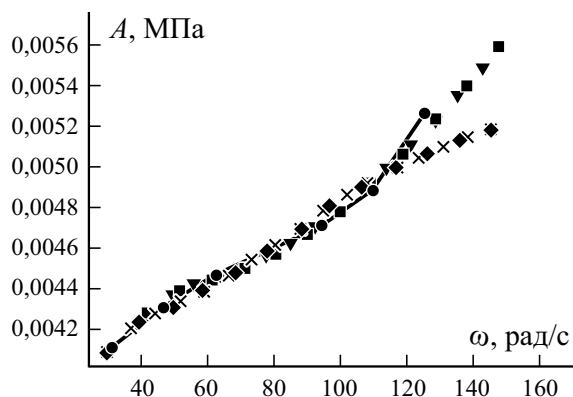


Рис. 2. Аппроксимация экспериментальных точек по формуле (9) с двумя (\blacktriangledown , \blacklozenge) и тремя (\blacksquare , \times) слагаемыми; \blacklozenge , \times — с использованием значений t_n для образцов резины; \bullet — эксперимент.

При определении параметров c_n и t_n функции релаксации для резинокорда возникает вопрос о возможности использования времен релаксации, полученных для резины. Поэтому была проведена аппроксимация величины $A(\omega)$ образца резинокорда по формуле (9) с использованием значений t_n , полученных для резины. Результаты для образца резинокорда при $\varphi = 60^\circ$ и $\varepsilon = 2\%$ приведены на рис. 2. Достаточное совпадение наблюдается до частоты 120 Гц. В таблице приведены значения функции релаксации c_n и t_n . Из данных таблицы видно, что при $N = 3$ фактически находим только два времени релаксации. Подобное наблюдали и в других случаях аппроксимации, что позволяет сделать вывод о том, что в рассмотренном диапазоне частот достаточно проанализировать случай $N = 2$. Однако использование для резинокорда времен релаксации, полученных для резины, приводит к ошибке для частот, превосходящих 120 Гц.

На рис. 3, 4 приведены графики функции релаксации. Отметим хорошее совпадение графиков для случаев $N = 2$ и $N = 3$ (см. рис. 3), а также удовлетворительное совпадение для случаев нахождения параметров t_n из аппроксимации и использования времен релаксации для резины (см. рис. 4).

Параметры функции релаксации

| Случай | t_1 | t_2 | t_3 | c_1 | c_2 | c_3 |
|-------------------------|--------|----------|--------|--------|---------|--------|
| | МПа | | | с | | |
| $N = 2$ | 0,0286 | 0,000526 | - | 16,552 | 142,023 | - |
| $N = 2, t_n$ для резины | 0,0395 | 0,0046 | - | 15,281 | 23,988 | - |
| $N = 3$ | 0286 | 0,00045 | 0,0046 | 16,558 | 80,548 | 83,06 |
| $N = 3, t_n$ для резины | 0,0395 | 0,0045 | 0,0046 | 15,281 | 11,994 | 11,994 |

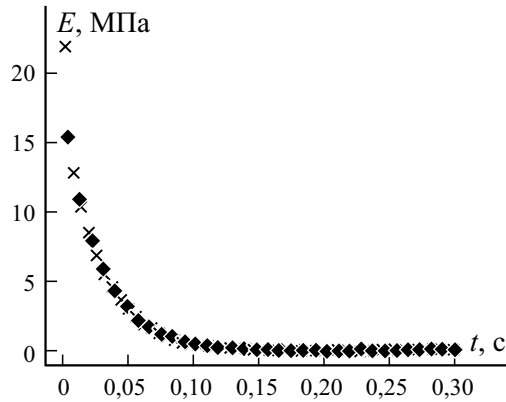


Рис. 3. График полученных функций релаксации E для случаев $N = 2$ (♦) и $N = 3$ (×).

Приближение вязкоупругих свойств резинокорда с использованием метода осреднения

Перепишем еще раз одномерные определяющие соотношения для резины и корда

$$\sigma_r(t) = \int_0^t E_r(t-\tau) d\varepsilon_r(\tau), \quad E_r = c_0 + \sum_{n=1}^N c_n \exp\left(-\frac{t}{t_n}\right),$$

$$\sigma_c(t) = E_c \varepsilon_c(t),$$
(10)

где E_r — функция релаксации резины для одномерного напряженного состояния; E_c — модуль Юнга корда; σ_A, ε_A — одномерные напряжения и деформации корда; σ_r, ε_r — одномерные напряжения и деформации

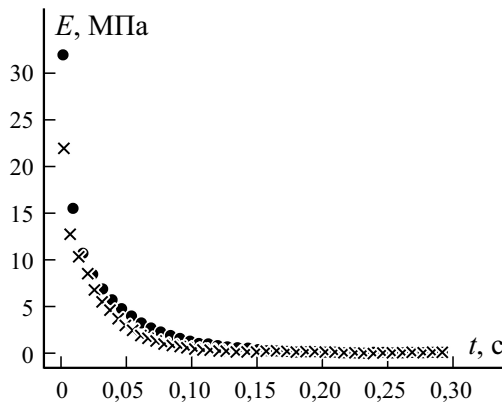


Рис. 4. График полученных функций релаксации E для случаев $N = 3$ (×) и $N = 3, t_n$ резины (●).

резины. Применим к соотношениям (10) преобразование Лапласа—Карсона

$$L_k[f(t)] = \bar{f}(p) = p \int_0^{+\infty} f(t)e^{-pt} dt.$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= \bar{E}_r \bar{\varepsilon}_r, & \bar{\sigma}_c &= \bar{E}_c \bar{\varepsilon}_c, \\ \bar{E}_r(p) &= c_0 + \sum_{n=1}^N \frac{c_n p}{p + \frac{1}{t_n}}, & \bar{E}_c &= E_c. \end{aligned} \quad (11)$$

Соотношения (11) позволяют использовать методику осреднения, описанную в [18], в пространстве изображений так, будто речь идет о линейной упругости, а затем перейти в пространство оригиналов.

Введем в пространстве изображений понятие средних по объему напряжений и деформаций

$$\langle \bar{\sigma}_{ij} \rangle(p) = \frac{1}{V} \int_V \bar{\sigma}_{ij}(x, p) dV, \quad \langle \bar{\varepsilon}_{ij} \rangle(p) = \frac{1}{V} \int_V \bar{\varepsilon}_{ij}(x, p) dV,$$

а также эффективных модулей

$$\langle \bar{\sigma}_{ij} \rangle(p) = \bar{C}_{ijkl}^{eff}(p) \langle \bar{\varepsilon}_{kl} \rangle(p)$$

При этом эквивалентность среды с эффективными модулями и композита, для которого справедливо

$$\bar{\sigma}_{ij}(x, p) = \bar{C}_{ijkl}^{eff}(x, p) \bar{\varepsilon}_{kl}(x, p),$$

понимается в также, как и в теории упругости.

Эффективные модули резинокорда $\bar{C}_{ijkl}^{eff}(p)$ находим в два этапа. Первый этап — расчет эффективных модулей одного слоя как волокнистого композита, второй — осреднение по слоям как слоистого композита.

Схема резинокордного слоя представлена на рис. 5. Система координат LT связана с кордом и повернута относительно оси OX на положительный кордный угол φ . Второй слой корда повернут на угол $-\varphi$.

С учетом модулей корда E_c , резины \bar{E}_r и известных значений объемных концентраций корда и резины в образце эффективные модули резинокордного слоя \bar{E}_L и \bar{E}_T приближенно рассчитываем по правилу смеси и по формуле [22] (называемой иногда формулой Акасака) соответственно:

$$\bar{E}_L = \gamma_c E_c + \gamma_r \bar{E}_r, \quad (12)$$

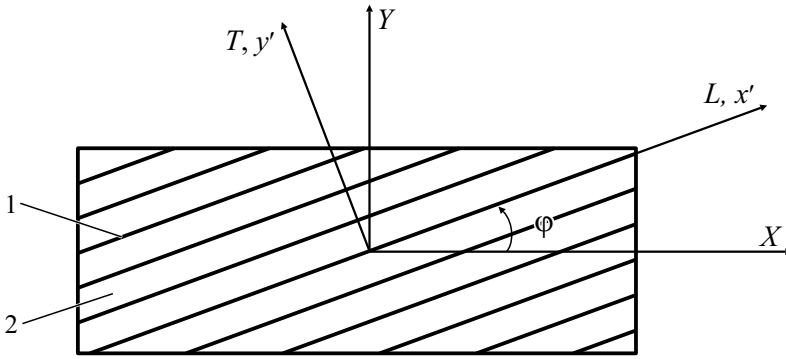


Рис. 5. Слой резинорorda: 1 — корd; 2 — резина.

$$\frac{1}{\bar{E}_T} = \frac{\gamma_c}{E_c} + \frac{\gamma_r}{\bar{E}_r} - \gamma_c \gamma_r \frac{\left(\frac{\bar{\nu}_r}{\bar{E}_r} - \frac{\bar{\nu}_c}{E_c}\right)^2}{\frac{\gamma_c}{\bar{E}_r} + \frac{\gamma_r}{E_c}}. \tag{12}$$

Будем считать, что коэффициент Пуассона $\bar{\nu}_r \approx 0,5$. Тогда, учитывая, что $E_c \gg \text{Re}(\bar{E}_r)$ и $E_c \gg \text{Im}(\bar{E}_r)$, можно упростить формулы (12) и получить выражения для эффективных модулей

$$\bar{E}_L = E_L = \gamma_c E_c, \quad \bar{E}_T = \frac{4 \bar{E}_r}{3 \gamma_r}.$$

Так как резинорcordные образцы представляют собой двухслойную пластину, находящуюся в плосконапряженном состоянии, то аналог закона Гука в пространстве изображений в системе координат $Ox'y'$ с учетом $\bar{\nu}_{LT} = \bar{\nu}_r \approx 0,5$ и $\bar{G}_{LT} = \frac{\bar{E}_T}{4}$ запишем как

$$\begin{bmatrix} \langle \bar{\varepsilon}'_{11} \rangle \\ \langle \bar{\varepsilon}'_{22} \rangle \\ \langle \bar{\gamma}'_{12} \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{1}{2E_L} & 0 \\ -\frac{1}{2E_L} & \frac{1}{\bar{E}_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4}{\bar{E}_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle \bar{\sigma}'_{11} \rangle \\ \langle \bar{\sigma}'_{22} \rangle \\ \langle \bar{\sigma}'_{12} \rangle \end{bmatrix}.$$

Выразив из данного уравнения напряжения через деформации, получаем закон Гука, записанный в системе координат $Ox'y'$. Переходя в систему координат Oxy , находим матрицу жесткостей $[\bar{C}]$, заканчивая на этом первый этап осреднения. Второй этап осреднения для двухслойного композита заключается в осреднении жесткостей при растяжении по слоям и

сводится к вычислению полусумм выражений компонент матрицы $[\bar{C}]$ друг с другом при условии, что кордный угол равен $+\varphi$ для одного слоя и $-\varphi$ — для другого. После вычислений окончательно получаем

$$\bar{E}^{eff} = \frac{E_L(1-3s^2c^2) + \frac{3}{4}\bar{E}_T}{s^4E_L + \bar{E}_T} \bar{E}_T, \quad (13)$$

где \bar{E}^{eff} — эффективная функция релаксации двухслойного образца при одноосном напряженном состоянии; s и c — синус и косинус кордного угла φ . Чтобы вернуться в пространство оригиналов, необходимо выполнить обратное преобразование в следующих предположениях: $E_c \gg \text{Re}(\bar{E}_r)$, $E_c \gg \text{Im}(\bar{E}_r)$, а значит, $E_L \gg \text{Re}(\bar{E}_T)$, $E_L \gg \text{Im}(\bar{E}_T)$. Тогда соотношение (13) упрощаем, и оно принимает вид

$$\bar{E}^{eff} = \frac{(1-3s^2c^2)}{s^4} \bar{E}_T.$$

С учетом линейности преобразования получаем окончательное выражение для эффективной функции релаксации двухслойного резинокорда с кордным углом φ в виде

$$E^{eff}(t) = E_r(t) \frac{4}{3\gamma_r} \frac{(1-3s^2c^2)}{s^4}. \quad (14)$$

Эта формула имеет смысл для кордных углов, больших некоторого предельного значения, поскольку не учитывает зависимость функции релаксации от модуля Юнга корда, которая играет существенную роль при малых углах.

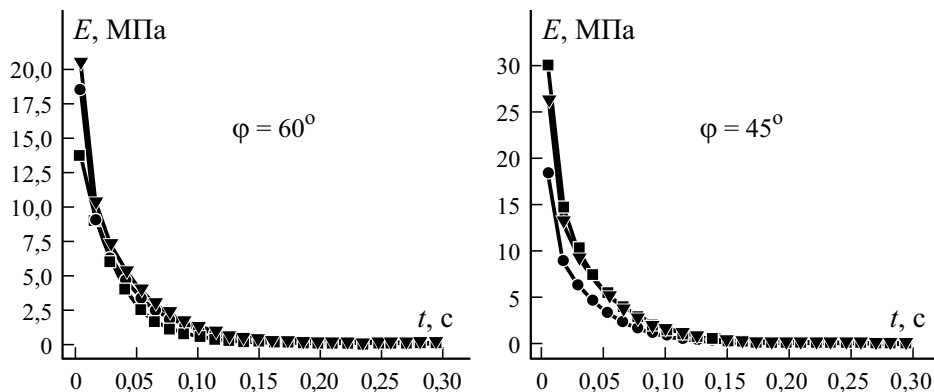


Рис. 6. Приближение функции релаксации E для резинокорда при $\varphi = 60$ и 45° : ● — резина; ■ — резинокорд, эксперимент; ▼ — аппроксимация по формуле (14).

На рис. 6 приведены графики, показывающие точность приближения функций релаксации для резинокорда с углами 60 и 45° формулой (14) для случаев начальной деформации 2%. Видно, что приближение, полученное осреднением, с удовлетворительной точностью совпадает с экспериментальным.

Также можно получить приближение для работы резинокорда, используя в формуле (9) эффективную функцию релаксации (14).

Таким образом, имеем следующую аппроксимацию работы деформации для двухслойного образца резинокорда:

$$A_{rc}(\omega) = A_r(\omega) \frac{4}{3\gamma_r} \frac{(1 - 3s^2 c^2)}{s^4}. \tag{15}$$

Ошибку аппроксимации (15) вычисляли по формуле

$$\text{err} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (A_i - A(\omega_i))^2}}{\sum_{i=1}^N A_i / N} \cdot 100\%,$$

где A_i — работа, определенная из эксперимента при частоте ω_i .

На рис. 7 представлены экспериментальные зависимости работы от частоты для образцов из резины, резинокорда и график аппроксимации работы по формуле (15). Исходя из данных рисунка, можно сделать вывод о приемлемой точности аппроксимации (ошибка 6—20%) для резинокорда 90° и удовлетворительной точности (ошибка 14,5—30%) для резинокорда с углами 60 и 45°.

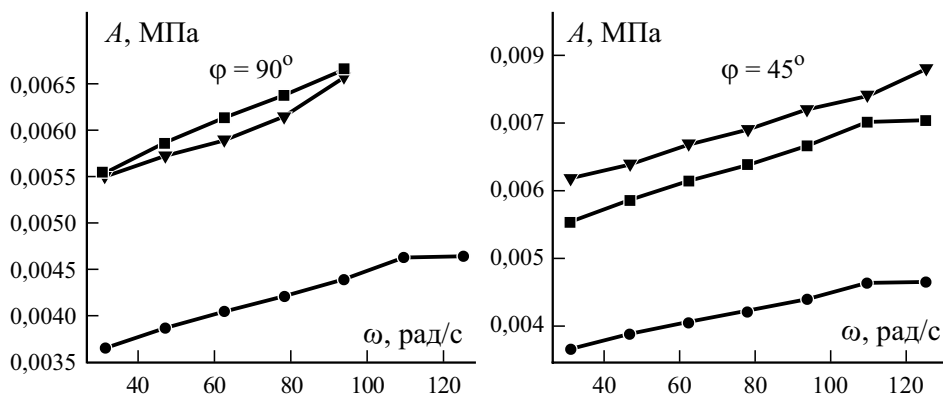


Рис. 7. Аппроксимация работы A для резинокорда при $\phi = 90$ и 45° : ● — резина, ▼ — эксперимент; ■ — аппроксимация по формуле (15).

Заключение

Экспериментально для образцов резины и двухслойных образцов резинокорда были определены параметры функции релаксации, выбранной в форме суммы Прони, содержащей два или три члена суммы. Результаты теоретического и экспериментального исследования показали следующее.

Осцилляционная методика позволила найти достаточно малые времена релаксации вплоть до 10^{-4} с. Для резины в диапазоне частот от 5 до 20 Гц значения времени релаксации, полученные в случае трех членов суммы Прони, совпадают со значениями для случая двух слагаемых. Это верно и для функции релаксации резинокорда при $\varphi = 90, 60$ и 45° . Оценена возможность использования времен релаксации для резины в качестве соответствующих времен для резинокорда. Выявлено, что при этом рассеиваемая работа аппроксимируется с погрешностью меньше 8%. Также оценена возможность нахождения функции релаксации и рассеиваемой энергии для резинокорда методом осреднения. Для резинокорда с $\varphi = 90^\circ$ при средней деформации 2% и амплитудой деформации 1% работа может быть аппроксимирована с точностью 6%, при $\varphi = 60^\circ$ — с точностью 20%, при $\varphi = 45^\circ$ точность составляет 21% при той же средней деформации. Для средней деформации 4% точность составила 14,5 и 14% процентов для углов 90 и 60° соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шешенин С. В., Чистяков П. В., Гритченко М. Э., Закалюкина И. М. Осреднение вязкоупругих свойств резинокордного слоя // Сб. тр. 9-й Всерос. науч. конф. с междунар. участием “Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред им. И. Ф. Образцова и Ю. Г. Яновского, посвященной 30-летию Института прикладной механики РАН”. — М.: — ИПРИМ РАН, 2019. — С. 264—268.
2. Адамов А. А., Матвеев В. П., Труфанов Н. А., Шардаков И. Н. Методы прикладной вязкоупругости. — Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2003. — С. 412.
3. Янкин А. С., Бульбович Р. В., Словиков С. В., Вильдеман В. Э. Методические вопросы экспериментальных исследований вязкоупругих наполненных полимерных композитов при сложных динамических циклических воздействиях // Вестн. ПНИПУ. Механика. — 2013. — №4. — С. 180—192.
4. Ly M., Khan K. A., Muliana A. Modeling self-heating under cyclic loading in fiber-reinforced polymer composites // J. Mater. Eng. Perform. — 2020. — Vol. 29. — doi: 10.1007/s11665-020-04663-7
5. Larin O., Vyazovichenko Y., Barkanov E., Itskov M. Experimental investigation of viscoelastic characteristics of rubber-cord composites considering the process of their self-heating // Strength Mater. — 2018. — Vol. 50. — P. 841—851. — doi: 10.1007/s11223-019-00030-7
6. Schieppati J., Schrittester B., Wondracek A., Robin St., Holzner A., Pinter G. Heat build-up of rubbers during cyclic loading // ECCMR. — 2019. — Nantes, France.

7. *Hadjov K., Aleksandrova V.* Cyclic loading of rubbers — amplitude spectrum and payne effect // *J. Chem. Technol. Metall.* — 2019. — Vol. 52. — P. 415—420.
8. *Xiao R., Sun H., Chen W.* An equivalence between Generalized Maxwell Model and Fractional Zener Model // *Mech. Mater.* — 2016. — Vol. 100. — doi: 10.1016/j.mechmat.2016.06.016
9. *Hodge I.* Classical Relaxation Phenomenology. — 2019. — P. 81—107. — doi: 10.1007/978-3-030-02459-8
10. *Ferrante M., Capponi C.* Comparison of viscoelastic models with a different number of parameters for transient simulations // *J. Hydroinformatics.* — 2017. — Vol. 20, No. 1. — doi: 10.2166/hydro.2017.116
11. *Baumgaertel M., Winter H.* Determination of discrete relaxation and retardation time spectra from dynamic mechanical data // *Rheol. Acta.* — 1989. — Vol. 28, No. 6. — P. 511—519.
12. *Nasdala L., Kaliske M., Becker A., Rothert H.* An efficient viscoelastic formulation for steady-state rolling structures // *Comput. Mech.* — 1998. — Vol. 22, No. 5. — P. 395—403.
13. *Белкин А. Е., Семенов В. К.* Теоретический и экспериментальный анализ контакта массивной шины с беговым барабаном // *Изв. РАН. Механика твердого тела.* — 2016. — № 3. — С. 71—82.
14. *Bódai G., Goda T.* Parameter identification methods for Generalized Maxwell Models: Engineering approach for small-strain viscoelasticity // *Mater. Sci. Forum.* — 2010. — Vol. 659. — P. 379—384. — doi: 10.4028/www.scientific.net/MSF.659.379
15. *Jalocha D., Constantinescu A., Nevière R.* Revisiting the identification of Generalized Maxwell Models from experimental results // *Int. J. Solids Struct.* — 2015. — Vol. 67. — doi: 10.1016/j.ijsolstr.2015.04.018
16. *Basagiannis C., Williams M.* Modified Generalized Maxwell Model for hysteresis behavior of elastomeric dampers // *J. Eng. Mech.* — 2020. — Vol. 146, No. 8. — doi: 10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001801
17. *Fatima I., Shafi N., Anjum H.* Viscoelastic properties of rubber material modelling // *ICAEM.* — 2019. — P. 117—121. — doi: 10.1109/ICAEM.2019.8853764
18. *Bakhvalov N. S., Panasenko G.* Homogenisation: Averaging processes in periodic media (mathematical problems in the mechanics of composite materials) // *Recherche.* — 1989. — Vol. 67.
19. *González O., Otero J., Ramírez-Torres A., Penta R., Lebon F.* On the effective behavior of viscoelastic composites in three dimensions // *Int. J. Eng. Sci.* — 2020. — Vol. 157. — doi: 10.1016/j.ijengsci.2020.103377
20. *Lévesque M., Gilchrist M., Bouleau N., Derrien K., Baptiste D.* Numerical inversion of the Laplace—Carson transform applied to homogenization of randomly reinforced linear viscoelastic media // *Comput. Mech.* — 2007. — Vol. 40, No. 4. — P. 771—789. — doi: 10.1007/s00466-006-0138-6
21. *Kaliske M., Rothert H.* Formulation and implementation of three-dimensional viscoelasticity at small and finite strains // *Comput. Mech.* — 1997. — Vol. 19, No. 3. — P. 228—239. — doi: 10.1007/s004660050171
22. *Vasiliev V. V., Morozov E.* *Advanced Mechanics of Composite Materials.* — 2nd ed. — Elsevier, 2007. — P. 504. — doi: 10.1016/B978-0-08-045372-9.X5000-3
23. *Chen Z., Xie Y., Wang Z., Li Q., Wu X., Zhou S.* A Comparison of fast Fourier transform-based homogenization method to asymptotic homogenization method // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 238. — doi: 10.1016/j.compstruct.2020.111979
24. *Christensen R.* *Theory of Viscoelasticity. An Introduction.* — 2nd ed. — Acad. Press, 1982.

25. *Akhundov V. M., Lunyov V. P.* Calculation and experimental study of a two-way reinforced rubber-cord composite in tension // *Mech. Compos. Mater.* — 2001. — Vol. 37, No. 2. — P. 131—138. — doi: 10.1023/A:1010669502769

26. *Pidaparti R. M. V.* Analysis of cord-rubber composite laminates under combined tension and torsion loading // *Composites: Part B.* — 1997. — Vol. 28, No. 4. — P. 433—438. — doi: 10.1016/S1359-8368(96)00064-9

Поступила в редакцию 11.03.2021
Received March 11, 2021

*Д. С. Бойко , Ю. В. Токовий**

*Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача
НАН Украины, Львов, Украина*

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ
В ПОЛУБЕСКОНЕЧНОМ УПРУГОМ
ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОМ КОМПОЗИТЕ**

*D. S. Boiko and Y. V. Tokovyy**

**DETERMINATION OF THREE-DIMENSIONAL STRESSES
IN A SEMI-INFINITE ELASTIC TRANSVERSELY ISOTROPIC COMPOSITE**

Keywords: transversely isotropic composite, elastic half-space, three-dimensional problem in terms of stresses, explicit solution, boundary effect

A technique is suggested for solving a spatial problem of elasticity theory for a transversely isotropic half-space. The isotropy plane is parallel to the boundary of the half-space where arbitrary local force impacts are given. By using the direct integration method, the original equations of the problem are reduced to the governing integral equations of the second kind for the individual stress tensor components. Explicit solutions of the equations are found in the space of Fourier double-integral transform by the resolvent method. The solution constructed exactly satisfies the original equations and boundary conditions of the problem and ensures its decaying, in accordance with the Saint-Venant principle, away from the loaded segment of the boundary for all the feasible relationships between the elastic moduli of transversely isotropic media.

Ключевые слова: композит трансверсально-изотропный, полупространство упругое, пространственная задача в напряжениях, решение явное, влияние границы

Предложена методика решения пространственной задачи теории упругости для трансверсально-изотропного полупространства,

*Автор, с которым следует вести переписку: tokovyy@gmail.com
Corresponding author: tokovyy@gmail.com

плоскость изотропии которого параллельна границе, где заданы произвольные локальные силовые воздействия. С помощью метода непосредственного интегрирования исходные уравнения задачи сведены к ключевым интегральным уравнениям второго рода для отдельных компонент тензора напряжений, явные решения которых получены в пространстве двойного интегрального преобразования Фурье с использованием метода резольвент. Построенное таким образом решение позволяет точно удовлетворить исходным уравнениям и краевым условиям задачи, а также обеспечить убывание решения в соответствии с принципом Сен-Венана при отдалении от нагруженного участка границы для всевозможных соотношений между упругими модулями трансверсально-изотропных сред.

Введение

Построение аналитических решений задач механики деформируемого твердого тела для элементов конструкций, выполненных с применением упругих композитов, является основой расчёта и оценки их эксплуатационных реологических качеств [1]. Следует отметить, что вследствие анизотропии определенного типа, присущей подавляющему большинству композитных материалов, получение таких решений, особенно в случае общей пространственной формулировки, существенно сложнее, чем в случае изотропных тел [2, 3]. В частности, различие упругих модулей материала в разных пространственных направлениях существенно осложняет изучение локальных эффектов от местных силовых нагрузок границы исследуемых тел, когда искомое решение должно обладать свойством асимптотического убывания, согласующегося с принципом Сен-Венана [4].

Для построения решений с такими свойствами следует располагать полной информацией о типе и кратности собственных чисел ключевых уравнений соответствующих задач механики деформируемого твердого тела. В случае анизотропных материалов эти собственные числа выражаются через коэффициенты ключевых уравнений, определяемые соотношениями между упругими модулями, вследствие чего происходит ветвление зависимостей собственных чисел от коэффициентов уравнения.

Один из простейших типов пространственной анизотропии представляют собой трансверсально-изотропные среды, обладающие так называемой плоскостью изотропии, все направления в которой являются эквивалентными в плане макроскопических свойств материала [3]. Свойства такого типа характерны для некоторых естественных и композитных материалов, в частности, для материалов с кристаллической решеткой, принадлежащей к гексагональной сингонии [3, 5]; для стратифицированных структур, состоящих из большого количества тонких слоев с плоскопараллельными границами [6]; для волокнистых композитов с гексагональным типом укладки волокон [7, 8] и т.п. Упругие свойства материалов такого типа вполне описываются модулями Юнга E и E_z соответственно в пло-

скости изотропии и перпендикулярном к ней направлении, коэффициентами Пуассона ν и ν_z (первый характеризует растяжение—сжатие в перпендикулярном к плоскости изотропии направлении вследствие производимого в ней сжатия—растяжения, второй — наоборот) и модулями сдвига G_z в плоскостях, перпендикулярных к плоскости изотропии (модуль сдвига в последней вычисляется по формуле $G = E / (2 + 2\nu)$).

Несмотря на сравнительно небольшое количество упругих модулей, построение трехмерных асимптотически убывающих решений для неограниченных или полуограниченных трансверсально-изотропных тел представляет сложную проблему математической физики [9]. Прежде всего это связано с тем, что в подавляющем большинстве методы решения задач теории упругости для трансверсально-изотропных тел основаны на подходах, применяемых для анализа упругого поведения изотропных тел (см. обзоры [10—13]), для которых влияние упругих модулей не является столь ощутимым, как в случае анизотропных сред. Существуют также подходы, разработанные сугубо для задач, учитывающих пространственную анизотропию материала. В частности, в работе [14] предложен математический подход к получению общих решений трехмерных задач для трансверсально-изотропных сред, позволяющий выразить поля перемещений в виде линейных комбинаций столбцов оператора, сопряженного с исходным дифференциальным оператором задачи, нормализованных при помощи квазигармонических потенциалов и их производных. Влияние включений и дефектов на статический и динамический отклик в трансверсально-изотропных средах изучали, например, в [15—18] с использованием числовых методов. Случай многослойной трансверсально-изотропной среды исследован в [19]. Следует отметить особый интерес к задачам, в которых рассматриваются трансверсально-изотропные тела с плоскостью изотропии, расположенной под углом к поверхности [20, 21]. Однако вопрос построения универсальных форм решений, отвечающих основополагающим принципам механики, например, в случае изучения локальных эффектов от нагружения границы трансверсально-изотропных тел для произвольных соотношений между упругими модулями, интерес к которому обострился, в частности, в контексте задач Буссинеска в связи с изучением контактного воздействия наноинденторов [22—24], остается открытым.

В [25] был предложен подход к решению пространственной задачи термоупругости для однородного трансверсально-изотропного полупространства, находящегося под воздействием локальных силовых и тепловых нагрузок на его границе, параллельной к плоскости изотропии материала. С использованием метода непосредственного интегрирования [26] исходные уравнения сведены к системе ключевых уравнений для отдельных компонент тензора напряжений. Были получены формы решений, соответствующие различным физически допустимым соотношениям между упругими модулями трансверсально-изотропного материала, обеспечивающие убывание при удалении от нагруженных участков границы. Несмотря на преимущество полученных в явном виде форм решений, использование какого-либо из них для конкретного трансверсально-изотропного матери-

ала требует предварительных исследований собственных чисел ключевых уравнений. С целью устранения такого недостатка в работе [27] предложена методика сведения ключевых уравнений указанной задачи к интегральным уравнениям второго рода [28, 29]. Преимуществом данного подхода является получение универсальной для различных свойств трансверсально-изотропных материалов формы асимптотически убывающего при удалении от нагруженного участка границы решения, построенного в явном виде с использованием метода резольвент [30]. Определенным недостатком, однако, следует признать относительно слабую сходимость к точному решению при использовании в численных расчетах первичных сумм вместо бесконечных рядов, задающих соответствующие резольвентные ядра. Этот факт можно объяснить не совсем удачным выбором фундаментальных решений (соответствуют изотропному материалу), при помощи которых осуществляется сведение ключевых уравнений к интегральным.

В настоящей работе предпринята попытка устранить указанный недостаток работы [27] путем использования для получения интегральных уравнений фундаментальных решений для определенного трансверсально-изотропного материала со свойствами, “близкими” к исследуемым. Таким образом, удаётся обеспечить приемлемую сходимость приближенного решения, построенного с помощью первичных сумм в выражениях резольвентных ядер, к точному.

1. Постановка задачи

Рассмотрим пространственную задачу об упругом равновесии трансверсально-изотропного полупространства $|x| < \infty, |y| < \infty, z \geq 0$, плоскость изотропии которого расположена параллельно к ограничивающей поверхности $z = 0$. Здесь x, y, z — безразмерные декартовы координаты. Компоненты симметричного тензора напряжений $\sigma_{t\ell}$, $\{t, \ell\} = \{x, y, z\}$, будем определять из уравнений равновесия [4]

$$\frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_{t\ell}}{\partial \ell} + \frac{\partial \sigma_{tk}}{\partial k} = 0, \quad \{\ell, t, k\} = \{x, y, z\}, \quad \ell \neq t \neq k, \quad (1)$$

с использованием уравнений сплошности деформаций $\varepsilon_{t\ell}$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_{tt}}{\partial \ell^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{\ell\ell}}{\partial t^2} &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{t\ell}}{\partial t \partial \ell}, \\ 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{tt}}{\partial \ell \partial k} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \varepsilon_{t\ell}}{\partial k} + \frac{\partial \varepsilon_{tk}}{\partial \ell} - \frac{\partial \varepsilon_{\ell k}}{\partial t} \right), \quad \{\ell, t, k\} = \{x, y, z\}, \quad \ell \neq t \neq k, \end{aligned} \quad (2)$$

и физических соотношений [2]

$$\varepsilon_{\ell\ell} = \frac{1}{E} (\sigma_{\ell\ell} - \nu \sigma_{tt}) - \frac{\nu_z}{E_z} \sigma_{zz}, \quad \varepsilon_{\ell z} = \frac{1}{G_z} \sigma_{\ell z}, \quad \{\ell, t\} = \{x, y\}, \quad \ell \neq t, \quad (3)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E_z} \sigma_{zz} - \frac{\nu_z}{E_z} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy}), \quad \varepsilon_{xy} = \frac{1}{G} \sigma_{xy}. \quad (3)$$

Считаем, что на ограничивающую поверхность полупространства действуют нормальные и касательные силовые нагрузки

$$\sigma_{zz}|_{z=0} = -p(x, y), \quad \sigma_{xz}|_{z=0} = q_x(x, y), \quad \sigma_{yz}|_{z=0} = q_y(x, y), \quad (4)$$

где $p(x, y)$, $q_x(x, y)$, $q_y(x, y)$ — заданные функции, убывающие при $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$.

Для однозначного определения деформаций и касательных напряжений воспользуемся интегральным условием сплошности деформаций [25, 27]

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^x \left(\varepsilon_{xz}(\xi, y, 0) - \int_{-\infty}^{\xi} \frac{\partial \varepsilon_{xx}(\xi_1, y, 0)}{\partial z} d\xi_1 \right) d\xi = \\ & = \int_{-\infty}^y \left(\varepsilon_{yz}(x, \eta, 0) - \int_{-\infty}^{\eta} \frac{\partial \varepsilon_{yy}(x, \eta_1, 0)}{\partial z} d\eta_1 \right) d\eta, \end{aligned} \quad (5)$$

полученным с использованием второй группы уравнений (2).

Далее представлена методика построения решения задачи (1)—(5) для трансверсально-изотропного полупространства путем сведения ее к интегральным уравнениям второго рода. При этом имеем в виду, что решения полученных интегральных уравнений, построенные при помощи метода резольвент, должны обладать быстрой сходимостью при использовании приближенных выражений для резольвентного ядра, и убывать с удалением от нагруженных участков границы, т.е. при $z \rightarrow \infty$.

2. Построение решения

2.1. Ключевые уравнения. В работах [25, 27] с использованием метода непосредственного интегрирования [26, 29] уравнения (1)—(4) сведены к системе ключевых уравнений в напряжениях вида

$$\Delta^+ \Delta^- \sigma_{zz} - \mu^+ \mu^- \Delta_{xy} \Delta_1 \sigma_{zz} = 0, \quad (6)$$

$$\Delta^+ \sigma_{zz} = \mu^+ \Delta_{xy} \sigma, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{xy} \sigma_{yy} + \mu_1 \frac{\partial^2 \sigma_{yy}}{\partial z^2} = & \frac{\mu_2 - \mu^+}{\mu^+} \Delta \sigma_{zz} + (1 - \mu_2) \frac{\partial^2 \sigma}{\partial x^2} + \\ & + (\mu_1 - \mu_2) \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\mu_2}{\mu^-} \sigma + (1 - \mu_3) \sigma_{zz} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

$$2 \frac{\partial^2 \sigma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{yy}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{xx}}{\partial x^2}, \quad (9)$$

где

$$\Delta_{xy} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \Delta = \Delta_{xy} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \Delta_1 = (\mu_4 - 1)\Delta_{xy} + 2 \frac{\mu^+ - \mu_2}{\mu_2 \mu^+} \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$\Delta^\pm = \Delta_{xy} \pm (1 \pm \nu) \mu^\pm \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \mu^\pm = \frac{E_z}{\nu_z E \pm E_z},$$

$$\mu_1 = \frac{G_z}{G}, \quad \mu_2 = 2 \frac{G_z}{E}, \quad \mu_3 = 2G_z \frac{1 + \nu_z}{E_z}, \quad \mu_4 = \frac{E}{E_z},$$

а суммарные напряжения определены по формуле

$$\sigma = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}. \quad (10)$$

Еще два уравнения, служащие для нахождения σ_{xz} и σ_{yz} через нормальные напряжения, можно получить из (9) циклической перестановкой индексов и переменных, по которым производится дифференцирование.

С использованием уравнений равновесия (1), краевых условий (4) для касательных напряжений можно получить условие для производной от нормальных напряжений

$$\left. \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y}, \quad (11)$$

являющееся альтернативной формой второго и третьего условий (4) при определении нормальных напряжений σ_{zz} .

С учетом характера убывания заданных функций (4) систему уравнений (6)—(10) с условиями (4), (5), (11) решаем в пространстве двойного интегрального преобразования Фурье [31]

$$\bar{f}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y, z) \exp(-i(xs_x + ys_y)) dx dy, \quad (12)$$

где s_x и s_y — параметры преобразования по x и y соответственно, $i^2 = -1$.

2.2. Решение ключевых уравнений. В пространстве преобразования (12) уравнение (6) и условия (4), (11) приобретают вид

$$\left\langle \frac{d^4}{dz^4} - 2a_1 s^2 \frac{d^2}{dz^2} + a_2 s^4 \right\rangle \bar{\sigma}_{zz} = 0, \quad (13)$$

$$\bar{\sigma}_{zz}(0) = -\bar{p}, \quad \left. \frac{d\bar{\sigma}_{zz}(z)}{dz} \right|_{z=0} = -i(s_x \bar{q}_x + s_y \bar{q}_y). \quad (14)$$

Здесь

$$a_1 = \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{G}{G_z} - \nu_z \frac{E}{E_z} \right), \quad a_2 = \frac{1}{1-\nu^2} \left(1 - \nu_z^2 \frac{E}{E_z} \right) \frac{E}{E_z}, \quad s = s_x^2 + s_y^2.$$

Форма решения уравнения (13), убывающего при $z \rightarrow \infty$, зависит от соотношения между коэффициентами a_1 и a_2 , что представляет определенную сложность для унифицированного анализа напряжений [25].

С целью построения унифицированной для всех возможных соотношений между упругими модулями трансверсально-изотропного материала, выраженных зависимостями коэффициентов a_1 и a_2 , формы решения уравнения (13) преобразуем его к виду

$$\left\langle \frac{d^4}{dz^4} - 2a^2 s^2 \frac{d^2}{dz^2} + a^4 s^4 \right\rangle \bar{\sigma}_{zz} = 2s^2 (a_1 - a^2) \frac{d^2 \bar{\sigma}_{zz}}{dz^2}, \quad (15)$$

где $a = \sqrt[4]{a_2}$, полагая, что $a_2 > 0$. В случае $a_2 < 0$ решение строится аналогично. Решение уравнения (15) относительно его левой части, убывающее в бесконечно удаленных точках, имеет вид

$$\bar{\sigma}_{zz} = (A + zB) \exp(-a|s|z) - 2b|s| \int_0^{+\infty} \bar{\sigma}_{zz}(\zeta) \left(1 - a|s||z - \zeta| \right) \exp(-a|s||z - \zeta|) d\zeta, \quad b = \frac{a_1 - a^2}{4a}. \quad (16)$$

После определения постоянных интегрирования A и B при помощи подстановки выражения (16) в условия (14) приходим к интегральному уравнению второго рода для напряжений $\bar{\sigma}_{zz}$

$$\bar{\sigma}_{zz} = -\left((1 + a|s|z) \bar{p} + i(s_x \bar{q}_x + s_y \bar{q}_y) z \right) \exp(-a|s|z) + \int_0^{+\infty} \bar{\sigma}_{zz}(\zeta) \mathcal{K}_z(z, \zeta) d\zeta, \quad (17)$$

где

$$\mathcal{K}_z(z, \zeta) = b|s| \left[\left((1 + 2a|s|z)(3 - 2a|s|\zeta) - 1 \right) \exp(-a|s|(z + \zeta)) + 2(a|s||z - \zeta| - 1) \exp(-a|s||z - \zeta|) \right].$$

Решение уравнения (17) построим при помощи метода резольвентного ядра [30], вследствие чего получим выражения для $\bar{\sigma}_{zz}$ в виде явной зависимости от силовых нагрузок на границе:

$$\bar{\sigma}_{zz} = -\bar{p} f_z^p(z) - i(s_x \bar{q}_x + s_y \bar{q}_y) f_z^q(z). \quad (18)$$

Здесь

$$f_z^p(z) = (1 + a|s|z) \exp(-a|s|z) + \int_0^{+\infty} (1 + a|s|\zeta) \exp(-a|s|\zeta) \mathcal{R}_z(z, \zeta) d\zeta,$$

$$f_z^q(z) = z \exp(-a |s| z) + \int_0^{+\infty} \zeta \exp(-a |s| \zeta) \mathcal{R}_z(z, \zeta) d\zeta,$$

а резольвентное ядро $\mathcal{R}_z(z, \zeta)$ определено как

$$\mathcal{R}_z(z, \zeta) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathcal{K}_{m+1}^z(z, \zeta), \tag{19}$$

где

$$\mathcal{K}_1^z(z, \zeta) = \mathcal{K}_z(z, \zeta), \quad \mathcal{K}_{m+1}^z(z, \zeta) = \int_0^{+\infty} \mathcal{K}_1^z(z, \xi) \mathcal{K}_m^z(\xi, \zeta) d\xi, \quad m = 1, 2, \dots$$

Выражение для суммарных напряжений (10) нетрудно найти по нормальным напряжениям (18) при помощи уравнения (7), принимающего в пространстве преобразования (12) следующий вид:

$$\bar{\sigma} = \left(1 + \nu_z \frac{E}{E_z} \right) \bar{\sigma}_{zz} - \frac{1 + \nu}{s^2} \frac{d^2 \bar{\sigma}_{zz}}{dz^2}. \tag{20}$$

С учетом (13) и (20) уравнение (8) в пространстве преобразования (12) можно представить как

$$\left\langle \frac{d^2}{dz^2} - (s\kappa)^2 \right\rangle \bar{\sigma}_{yy} = \frac{d_1}{s^2} \frac{d^2 \bar{\sigma}_{zz}}{dz^2} + d_2 \bar{\sigma}_{zz}, \tag{21}$$

где

$$d_1 = \frac{E}{2} \left(\frac{s^2}{1 - \nu} \left(\frac{\nu_z E}{G E_z} - \frac{1}{G_z} \right) + \frac{s_x^2}{G_z} + 2 \frac{\nu_z}{E_z} s_y^2 \right),$$

$$d_2 = \frac{E}{E_z} \left(\left(1 - \nu_z^2 \frac{E}{E_z} \right) \frac{s_y^2 + \nu s_x^2}{1 - \nu^2} - s_x^2 \nu_z \frac{G}{G_z} \right), \quad \kappa^2 = \frac{G}{G_z}.$$

Решение уравнения (21) находим в форме, аналогичной (18), выразив явную зависимость напряжений $\bar{\sigma}_{yy}$ от нагружающих факторов:

$$\bar{\sigma}_{yy} = C \exp(-\kappa |s| z) - \bar{p} \varphi_y^p(z) - i(s_x \bar{q}_x + s_y \bar{q}_y) \varphi_y^q(z). \tag{22}$$

Здесь

$$\varphi_y^\eta(z) = \frac{d_1}{s^2} f_z^\eta(z) - \frac{\kappa^2 d_1 + d_2}{2\kappa s} \int_0^{+\infty} f_z^\eta(\zeta) \exp(-\kappa |s| |z - \zeta|) d\zeta, \quad \eta = \{p, q\}.$$

Для определения произвольной постоянной в выражении (22) воспользуемся условием (5), принимающим с учетом (3) и (10) в пространстве интегрального преобразования (12) вид

$$\left. \frac{d\bar{\sigma}_{yy}}{dz} \right|_{z=0} - \frac{s_y^2 + \nu s_x^2}{s^2 (1 + \nu)} \left. \frac{d\bar{\sigma}}{dz} \right|_{z=0} = i(s_x q^+ \bar{q}_x + s_x q^- \bar{q}_x), \tag{23}$$

где

$$q^+ = \left(s_x^2 \frac{E}{G_z} + s_y^2 + \nu s_x^2 + (s_y^2 - s_x^2) \nu_z \frac{E}{E_z} \right) \frac{1}{s^2(1+\nu)},$$

$$q^- = \left(-s_y^2 \frac{E}{G_z} + s_y^2 + \nu s_x^2 + (s_y^2 - s_x^2) \nu_z \frac{E}{E_z} \right) \frac{1}{s^2(1+\nu)}.$$

Подставив выражения (20) и (22) в условие (23), найдем постоянную C , вследствие чего решение (22) запишем в виде

$$\bar{\sigma}_{yy} = -\bar{p}f_y^p(z) - is_x \bar{q}_x f_y^{q^-}(z) - is_y \bar{q}_y f_y^{q^+}(z), \quad (24)$$

где

$$f_y^p(z) = \varphi_y^p(z) - p_* \exp(-|s|z), \quad f_y^{q^\pm}(z) = \varphi_y^q(z) - q_*^\pm \exp(-|s|z),$$

$$p_* = \frac{1}{|s|} \left(\frac{s_y^2 + \nu s_x^2}{s^2(1+\nu)} \left(\left(1 + \nu_z \frac{E}{E_z} \right) f_z^p(0) - \frac{1+\nu}{s^2} \frac{d^2 f_z^p}{dz^2} \Big|_{z=0} \right) - \frac{d\varphi_y^p}{dz} \Big|_{z=0} \right),$$

$$q_*^\pm = \frac{1}{|s|} \left(\frac{s_y^2 + \nu s_x^2}{s^2(1+\nu)} \left(\left(1 + \nu_z \frac{E}{E_z} \right) f_z^q(0) - \frac{1+\nu}{s^2} \frac{d^2 f_z^q}{dz^2} \Big|_{z=0} \right) - \frac{d\varphi_y^q}{dz} \Big|_{z=0} - q^\pm \right).$$

Найдя выражения (18) и (24) для нормальных напряжений $\bar{\sigma}_{zz}$ и $\bar{\sigma}_{yy}$ соответственно, используем формулы (20) и (10) для нахождения $\bar{\sigma}_{xx}$, откуда

$$\bar{\sigma}_{xx} = \nu_z \frac{E}{E_z} \bar{\sigma}_{zz} - \frac{1+\nu}{s^2} \frac{d^2 \bar{\sigma}_{zz}}{dz^2} - \bar{\sigma}_{yy}$$

и, следовательно,

$$\bar{\sigma}_{xx} = -\bar{p}f_x^p(z) - is_x \bar{q}_x f_x^{q^-}(z) - is_y \bar{q}_y f_x^{q^+}(z). \quad (25)$$

Здесь

$$f_x^p(z) = \nu_z \frac{E}{E_z} f_z^p(z) - \frac{1+\nu}{s^2} \frac{d^2 f_z^p}{dz^2}(z) - f_y^p(z),$$

$$f_x^{q^\pm}(z) = \nu_z \frac{E}{E_z} f_z^q(z) - \frac{1+\nu}{s^2} \frac{d^2 f_z^q}{dz^2}(z) - f_y^{q^\pm}(z).$$

Для нахождения касательных напряжений используем уравнение (9) и еще два уравнения, полученные из него циклической перестановкой

индексов, которые в пространстве интегрального преобразования (12) с учетом условий (4) для касательных напряжений приобретают вид

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{xy} &= -\frac{1}{2s_x s_y} \left(s_x^2 \bar{\sigma}_{xx} + s_y^2 \bar{\sigma}_{yy} + \frac{d^2 \bar{\sigma}_{zz}}{dz^2} \right), \\ \bar{\sigma}_{yz} &= \frac{\bar{q}_y}{2} + \frac{i}{4s_y} \int_0^{+\infty} \left(s_x^2 \bar{\sigma}_{xx}(\zeta) - s_y^2 \bar{\sigma}_{yy}(\zeta) + \frac{d^2 \bar{\sigma}_{zz}(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta, \\ \bar{\sigma}_{xz} &= \frac{\bar{q}_x}{2} + \frac{i}{4s_x} \int_0^{+\infty} \left(s_y^2 \bar{\sigma}_{yy}(\zeta) - s_x^2 \bar{\sigma}_{xx}(\zeta) + \frac{d^2 \bar{\sigma}_{zz}(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (26)$$

С использованием выражений (18), (24) и (25) касательные напряжения (26) представим в виде

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{xy} &= -\bar{p} f_{xy}^p(z) - i \left(s_x \bar{q}_x f_{xy}^{q-}(z) + s_y \bar{q}_y f_{xy}^{q+}(z) \right), \\ \bar{\sigma}_{\eta z} &= -\bar{p} f_{\eta z}^p(z) - i \left(s_x \bar{q}_x f_{\eta z}^{q-}(z) + s_y \bar{q}_y f_{\eta z}^{q+}(z) \right), \quad \eta = \{x, y\}. \end{aligned} \quad (27)$$

Выражения для составляющих (27) приведены в Приложении 1.

Найденные компоненты тензора напряжений (18), (24), (25) и (27) можно воспроизвести в физической области при помощи обратного преобразования Фурье [31]

$$f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{f}(z) \exp(i(xs_x + ys_y)) ds_x ds_y.$$

Для практических вычислений полученных напряжений бесконечные ряды в выражении (19) для резольвенты можно заменить [30] конечной начальной суммой

$$\mathcal{R}_z(z, \zeta) \approx \mathcal{R}_z^N(z, \zeta) = \sum_{k=0}^N \mathcal{K}_{k+1}^z(z, \zeta), \quad (28)$$

где N — натуральное число, определяемое из численного эксперимента или с помощью аналитической методики [32].

Заметим, что приближенное решение уравнения (13), полученное в виде (18), где бесконечный ряд в выражении для резольвенты (19) заменен начальной суммой (28), точно удовлетворяет краевым условиям (14) при любом значении N . Эффективность же построенного таким образом приближенного решения определяется точностью удовлетворения уравнения (13) при наименьшем количестве слагаемых в правой части выражения (28), т.е., числом N . При этом значение $N=0$ соответствует случаю $\mathcal{R}_z(z, \zeta) \approx \mathcal{R}_z^0(z, \zeta) = \mathcal{K}_1^z(z, \zeta)$, т.е. резольвента приближенно равна исходному ядру интегрального уравнения (17).

Табл. 1

Упругие свойства трансверсально-изотропных материалов [25]

| Композитный материал | E , ГПа | E_z , ГПа | ν | ν_z | G , ГПа | G_z , ГПа |
|--------------------------------|-----------|-------------|-------|---------|-----------|-------------|
| Углеродно-волоконистый (a) | 15 | 232 | 0,49 | 0,28 | 5,03 | 24 |
| Керамический PZT-4 (b) | 81,28 | 64,53 | 0,33 | 0,34 | 30,56 | 25,6 |
| 60%-Волоконный (c) | 9,95 | 141,1 | 0,5 | 0,27 | 3,32 | 6 |
| Гексагональный цинк (z) | 13,56 | 5,04 | 0,21 | 0,17 | 5,6 | 3,85 |

3. Примеры численной реализации

С целью верификации эффективности построенного решения рассмотрим пример расчета напряженного состояния в полупространстве, вызванного нормальным силовым воздействием, описанным условиями (4), где

$$p(x, y) = p_0 \exp(-x^2 - y^2), \quad q_x = q_y = 0,$$

а p_0 — константа в размерности напряжений. Расчеты осуществим для четырех типов материалов (табл. 1) при использовании приближенного выражения (28) резольвенты вместо бесконечного ряда (19). Сравним по-

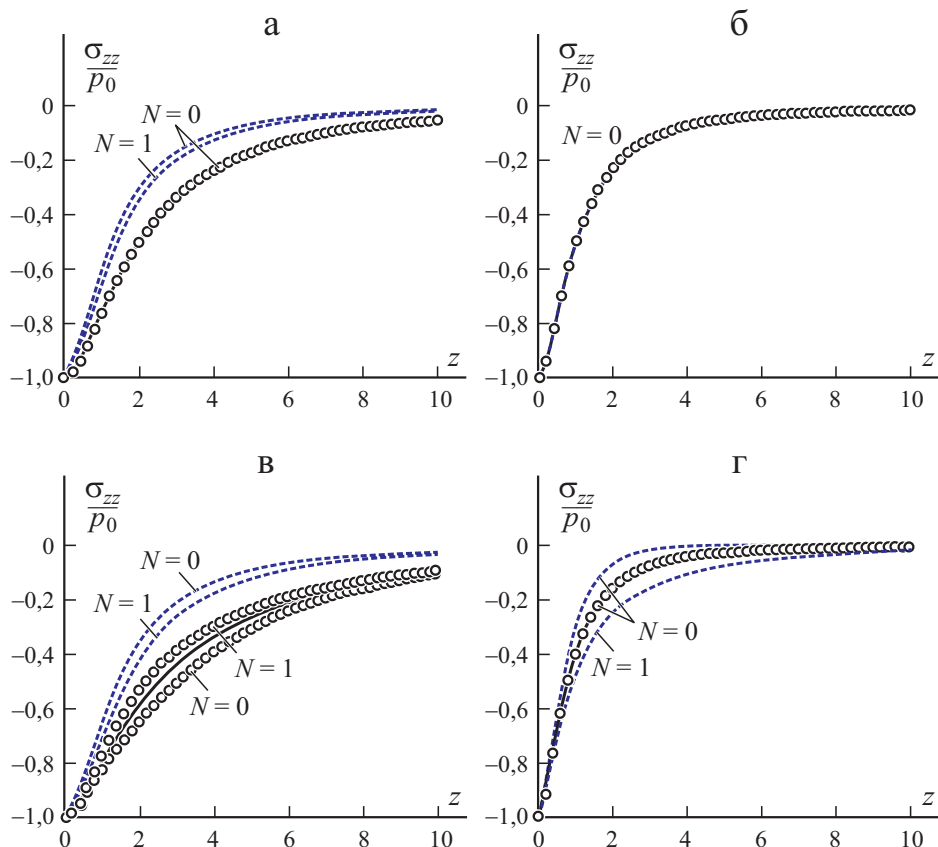
Табл. 2

Относительная погрешность приближенного решения [27] (вверху) и построенного в данной работе (внизу) для σ_{zz} при разных значениях N и $x = y = 0$ (%)

| z | $N = 0$ | $N = 1$ | $N = 2$ | $N = 0$ | $N = 1$ | $N = 2$ |
|-----|------------------------|----------------------|--------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | Углеродно-волоконистый | | | 60%-Волоконный | | |
| 2,0 | 39,286 | 30,911 | 24,816 | 38,899 | 27,697 | 20,570 |
| | 0,283 | 0,026 | 0,003 | 11,307 | 8,586 | 7,389 |
| 4,0 | 55,110 | 46,898 | 40,259 | 59,664 | 47,876 | 38,898 |
| | 0,511 | 0,041 | 0,003 | 17,182 | 10,859 | 8,120 |
| 6,0 | 60,716 | 52,998 | 46,564 | 68,059 | 57,356 | 48,619 |
| | 0,485 | 0,029 | 0,002 | 15,255 | 7,213 | 4,213 |
| 8,0 | 63,218 | 55,791 | 49,522 | 72,099 | 62,211 | 53,884 |
| | 0,395 | 0,018 | 0,001 | 12,116 | 4,252 | 1,901 |
| | Керамический PZT-4 | | | Гексагональный цинк | | |
| 2,0 | 0,811 | 0,126 | 0,029 | 55,117 | 62,237 | 74,673 |
| | 0,010 | $4,34 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-10}$ | 0,398 | 0,023 | 0,001 |
| 4,0 | 1,118 | 0,195 | 0,046 | 95,385 | 128,613 | 177,824 |
| | 0,009 | $2,74 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-10}$ | 0,261 | 0,007 | $2,15 \cdot 10^{-4}$ |
| 6,0 | 1,213 | 0,218 | 0,053 | 111,252 | 159,492 | 232,904 |
| | 0,006 | $1 \cdot 10^{-10}$ | $1 \cdot 10^{-10}$ | 0,150 | 0,002 | $1 \cdot 10^{-10}$ |
| 8,0 | 1,251 | 0,227 | 0,056 | 118,284 | 174,114 | 260,584 |
| | 0,003 | $2,74 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-10}$ | 0,093 | $8,17 \cdot 10^{-4}$ | $1 \cdot 10^{-10}$ |

лученные результаты с точными решениями [25], форма которых различна для разных материалов (см. табл. 1) и с приближенным решением [27], приведенным в Приложении 2.

На основе результатов расчетов можно заключить, что построенные решения точно удовлетворяют краевым условиям по нормальным и касательным напряжениям (последнее, в частности, следует из данных рисунка судя по тому, что кривые “выходят” на границу полупространства $z = 0$ параллельно оси Oz) и с отдалением от границы убывают, причем скорость убывания зависит от свойств конкретного материала. Также видно, что с увеличением параметра N приближенные решения (18) и (П2-1) стремятся к точному, причем для керамического композита PZT-4 (см. рис. б) наблюдаем практическое совпадение всех трех решений уже при $N = 0$. Для остальных рассмотренных случаев построенное решение (18) с учетом формулы (27) стремится к точному гораздо быстрее, чем приближенное решение из работы [27], и практически совпадает с точным при $N = 1$ (см. рис. а, г). Для 60%-волоконного материала (см. рис. в) достижение инже-



Распределение безразмерных напряжений σ_{zz} / p_0 , рассчитанных по формулам (П2-1) (---) и (18) (○) при $N = 0, 1$, по точным формулам [25] (—), в зависимости от величины z при $x = y = 0$ для разных материалов (а—г по табл. 1).

нерной точности требует $N = 2$. Подробнее отклонение приближенных решений от точного проиллюстрировано в табл. 2, демонстрирующей относительную погрешность приближенных решений в некоторых точках полупространства.

Заключение

Разработана методика построения универсальной формы решения пространственной задачи теории упругости для трансверсально-изотропного полупространства, граница которого подвергается локальному силовому воздействию. Методом прямого интегрирования решение задачи свели к системе ключевых уравнений, последовательное решение которых в пространстве интегрального преобразования Фурье позволяет найти компоненты тензора напряжений по определяющим напряжениям, нормальным к границе полупространства. Для самих же определяющих напряжений получено интегральное уравнение второго рода, решение которого найдено в форме явной зависимости от приложенных нормальных и касательных силовых нагрузок, универсальной относительно различных соотношений между упругими модулями материала и обеспечивающей убывание решения с отдалением от границы. На примере конкретных материалов продемонстрирована эффективность построенного решения.

Работа выполнена в рамках проекта № 0120U100499 при поддержке бюджетной программы Украины КПКВК 6541230 “Поддержка развития приоритетных направлений научных исследований”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Немировский Ю. В., Резников В. С.* Прочность элементов конструкций из композитных материалов. — Новосибирск: Наука, Сибир. отд-ние, 1986. — 166 с.
2. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. — М.: Наука, 1977. — 417 с.
3. *Черных К. Ф.* Введение в анизотропную упругость. — М.: Наука, 1988. — 192 с.
4. *Тимошенко С. П., Гудьер Дж.* Теория упругости. — М.: Наука, 1975. — 576 с.
5. *Rand O., Rovenski V.* Analytical methods in anisotropic elasticity (with symbolic computational tools). — Boston; Basil; Berlin: Birkhäuser, 2005. — 454 p.
6. *Liu G. R., Tani J., Watanabe K., Ohyoshi T.* Lamb wave propagation in anisotropic laminates // *J. Appl. Mech.* — 1990. — Vol. 57, No. 4. — P. 923—929.
7. *Spencer A. J. M.* Deformations of fibre-reinforced materials. — Oxford: Clarendon Press, 1972. — 128 p.
8. *Christensen R. M., Zywicz E.* A three-dimensional constitutive theory for fiber composite laminated media // *J. Appl. Mech.* — 1990. Vol. — 57, No. 4. — P. 948—955.
9. *Ding H., Chen W., Zhang L.* Elasticity of transversely isotropic materials. — Dordrecht: Springer, 2006. — 435 p.
10. *Chen W. Q., Zhu J., Li X. Y.* General solutions for elasticity of transversely isotropic materials with thermal and other effects: A review // *J. Therm. Stresses.* — 2019. — Vol. 42, No. 1. — P. 90—106.

11. *Tokovyy Y.* Direct integration of three-dimensional thermoelasticity equations for a transversely isotropic layer // *J. Therm. Stresses.* — 2019. — Vol. 42, No. 1. — P. 49—64.
12. *Tokovyy Y., Ma C. C.* Three-dimensional elastic analysis of transversely-isotropic composites // *J. Mech.* — 2017. — Vol. 33, No. 6. — P. 821—830.
13. *Wang M. Z., Xu B. X., Gao C. F.* Recent general solutions in linear elasticity and their applications // *Appl. Mech. Rev.* — 2008. — Vol. 61, No. 3. — 030803—030801-20.
14. *Marmo F., Sessa S., Vaiana N., Grigorio D. D., Rosati L.* Complete solutions of three-dimensional problems in transversely isotropic media // *Continuum Mech. Thermodyn.* — 2020. — Vol. 32. — P. 775—802.
15. *Zhao L., Wang Q. J., Wang Z., Zhang M., Zhang X., Li P.* An efficient method for the elastic field in a transversely isotropic full space due to arbitrary inclusions // *Int. J. Solids Struct.* — 2020. — Vol. 203. — P. 177—196.
16. *Kryvyi O., Morozov Yu.* Thermally active interphase inclusion in a smooth contact conditions with transversely isotropic half-spaces // *Frattura ed Integrità Strutturale.* — 2020. — Vol. 52. — P. 32—50.
17. *Xiao S., Yue Z. Q.* Axisymmetric BEM analysis of one-layered transversely isotropic halfspace with cavity subject to external loads // *Eng. Analysis Bound. Elements.* — 2020. — Vol. 121. — P. 91—103.
18. *Pasternak I., Sulym H., Ilchuk N.* Boundary element analysis of 3D shell-like rigid electrically conducting inclusions in anisotropic thermomagnetoelastic solids // *ZAMM.* — 2019. — Vol. 99, No. 7. — e201800319.
19. *Ai Z. Y., Yang J. J., Li H. T.* General solutions of transversely isotropic multilayered media subjected to rectangular time-harmonic or moving loads // *Appl. Math. Modelling.* — 2019. — Vol. 75. — P. 865—891.
20. *Sebastianiuk P., Perkowski D. M., Kulchytsky-Zhyhailo R.* On contact problem for the microperiodic composite half-plane with slant layering // *Int. J. Mech. Sci.* — 2020. — Vol. 182. — 105734.
21. *Sebastianiuk P., Perkowski D. M., Kulchytsky-Zhyhailo R.* On stress analysis of load for microperiodic composite half-plane with slant lamination // *Meccanica.* — 2019. — Vol. 54. — P. 573—593.
22. *Shen J. J.* Axisymmetric Boussinesq problem of a transversely isotropic half space with surface effects // *Math. Mech. Solids.* — 2019. — Vol. 24, No. 5. — P. 1425-1437.
23. *Gao, X, Hao, F, Fang, D.* Boussinesq problem with the surface effect and its application to contact mechanics at the nanoscale // *Int. J. Solids Struct.* — 2013. — Vol. 50, No. 16. — P. 2620—2630.
24. *Головин Ю. И.* Наноиндентирование и его возможности. — М.: Машиностроение, 2009. — 312 с.
25. *Tokovyy Yu., Boiko D., Gao C.* Three-dimensional thermal-stress analysis of semi-infinite transversely isotropic composites // *Trans. Nanjing Univ. Aeronautics Astronautics.* — 2021. — Vol. 38, No. 1. — P. 18—28.
26. *Tokovyy Yu. V.* Direct integration method / Ed. R. B. Hetnarski // *Encyclopedia of Thermal stresses.* — Dordrecht: Springer, 2014. — Vol. 2. — P. 951—960.
27. *Токовий Ю. В., Бойко Д. С.* Интегральные уравнения трехмерных задач теории упругости для однородного трансверсально-изотропного полупространства // *Прикл. проблемы механики и математики.* — 2020. — Вып 18. — С. 83—92.
28. *Tokovyy Yu. V., Kalynyak B. M., Ma C. C.* Nonhomogeneous solids: integral equations approach / Ed. R. B. Hetnarski // *Encyclopedia of Therm. Stresses.* — Dordrecht: Springer, 2014. — Vol. 7. — P. 3350—3356.
29. *Kalynyak B. M., Tokovyy Yu. V., Yasynskyy A. V.* Direct and inverse problems of thermomechanics concerning the optimization and identification of the thermal stressed state of deformed solids // *J. Math. Sci.* — 2019. — Vol. 236, No. 1. — P. 21—34.

30. *Верлань А. Ф., Сизиков В. С.* Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. — Киев: Наук. думка, 1986. — 544 с.

31. *Князев П. Н.* Интегральные преобразования. — Минск: Высшэйшая школа, 1969. — 200 с.

32. *Токова Л. П., Ясинский А. В.* Приближенное решение одномерной задачи теории упругости для неоднородного сплошного цилиндра // Математ. методы и физ.-мех. поля. — 2015. — Т. 59, № 4. — С. 107—112.

Поступила в редакцию 09.03.2021

Окончательный вариант поступил 28.05.2021

Received March 9, 2021 (May 28, 2021)

Приложение 1

$$f_{xy}^p(z) = -\frac{s_x}{2s_y} f_x^p(z) - \frac{s_y}{2s_x} f_y^p(z) - \frac{1}{2s_x s_y} \frac{d^2 f_z^p(z)}{dz^2},$$

$$f_{xy}^{q\pm}(z) = -\frac{s_x}{2s_y} f_x^{q\pm}(z) - \frac{s_y}{2s_x} f_y^{q\pm}(z) - \frac{1}{2s_x s_y} \frac{d^2 f_z^q(z)}{dz^2},$$

$$f_{yz}^p(z) = \frac{i}{4s_y} \int_0^{+\infty} \left(s_x^2 f_x^p(\zeta) - s_y^2 f_y^p(\zeta) + \frac{d^2 f_z^p(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta,$$

$$f_{yz}^{q-}(z) = \frac{i}{4s_y} \int_0^{+\infty} \left(s_x^2 f_x^{q-}(\zeta) - s_y^2 f_y^{q-}(\zeta) + \frac{d^2 f_z^q(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta,$$

$$f_{yz}^{q+}(z) = \frac{i}{4s_y} \int_0^{+\infty} \left(s_x^2 f_x^{q+}(\zeta) - s_y^2 f_y^{q+}(\zeta) + \frac{d^2 f_z^q(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta + \frac{i}{2s_y},$$

$$f_{xz}^p(z) = \frac{i}{4s_x} \int_0^{+\infty} \left(s_y^2 f_y^p(\zeta) - s_x^2 f_x^p(\zeta) + \frac{d^2 f_z^p(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta,$$

$$f_{xz}^{q-}(z) = \frac{i}{4s_x} \int_0^{+\infty} \left(s_y^2 f_y^{q-}(\zeta) - s_x^2 f_x^{q-}(\zeta) + \frac{d^2 f_z^q(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta + \frac{i}{2s_x},$$

$$f_{xz}^{q+}(z) = \frac{i}{4s_x} \int_0^{+\infty} \left(s_y^2 f_y^{q+}(\zeta) - s_x^2 f_x^{q+}(\zeta) + \frac{d^2 f_z^q(\zeta)}{d\zeta^2} \right) \operatorname{sgn}(z - \zeta) d\zeta.$$

Приложение 2

Приближенное решение уравнения (13), полученное в работе [27]:

$$\bar{\sigma}_{zz}(z) = -\bar{p}\tilde{f}_z^P(z) - i(s_x\bar{q}_x + s_y\bar{q}_y)\tilde{f}_z^q(z). \quad (\text{П2-1})$$

Здесь

$$\tilde{f}_z^P(z) = (1+|s|z)\exp(-|s|z) + \int_0^{+\infty} (1+|s|\zeta)\exp(-|s|\zeta)\tilde{\mathcal{R}}_z(z,\zeta)d\zeta,$$

$$\tilde{f}_z^q(z) = z\exp(-|s|z) + \int_0^{+\infty} \zeta\exp(-|s|\zeta)\tilde{\mathcal{R}}_z(z,\zeta)d\zeta,$$

$$\tilde{\mathcal{R}}_z(z,\zeta) = \sum_{m=0}^{\infty} \tilde{\mathcal{K}}_{m+1}^z(z,\zeta),$$

$$\tilde{\mathcal{K}}_1^z(z,\zeta) = \tilde{\mathcal{K}}_z(z,\zeta), \quad \tilde{\mathcal{K}}_{m+1}^z(z,\zeta) = \int_0^{+\infty} \tilde{\mathcal{K}}_1^z(z,\xi)\tilde{\mathcal{K}}_m^z(\xi,\zeta)d\xi, \quad m=1,2,\dots,$$

$$\tilde{\mathcal{K}}_z(z,\zeta) = \frac{|s|}{4} \left((|s|a_2^*z - (1+2|s|z)(a_1^* + |s|a_2^*\zeta))\exp(-|s|(z+\zeta)) + \right.$$

$$\left. + (a_1^* + |s|a_2^*|z-\zeta|)\exp(-|s||z-\zeta|) \right).$$

$$a_1^* = 3 - \frac{2}{1-\nu} \left(\left(\frac{1}{G_z} + \frac{1}{E_z} \right) G - \nu_z \left(1 + \nu_z \frac{G}{E_z} \right) \frac{E}{E_z} \right),$$

$$a_2^* = -1 + \frac{2}{1-\nu} \left(\left(\frac{1}{G_z} - \frac{1}{E_z} \right) G - \nu_z \left(1 - \nu_z \frac{G}{E_z} \right) \frac{E}{E_z} \right).$$

А. О. Сердюк^а, Д. О. Сердюк^{а}, Г. В. Федотенков^{а,б}*

*^аМосковский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Россия*

^бНИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ КОМПОЗИТНОЙ ПЛАСТИНЫ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ

A. O. Serdyuk, D. O. Serdyuk, G. V. Fedotenkov*

STRESS-STRAIN STATE OF A COMPOSITE PLATE UNDER THE ACTION OF A TRANSIENT MOVABLE LOAD

Keywords: transient dynamics, anisotropic material, Green's function, composite plate

The transient stress-strain state and normal displacements in a thin elastic unrestricted composite plate of constant thickness under an unsteady pressure, in particular, with a movable “load spot,” is investigated for the problem of a tangential impact on the plate. The approach to solving the problem is based on Green’s function method and the superposition principle, according to which the desired solution is related to the load by means of an integral operator of convolution type in spatial variables and time. The kernel of this operator is Green’s function, which is a transient fundamental solution to the function of normal deflections of the plate from the action of a single concentrated normal force momentum applied to some point on its surface. To find the Green’s function, the integral Laplace transform in time and a two-dimensional integral Fourier transform in coordinates are used. The original integral Laplace transform was found analytically, but for the inverse two-dimensional integral Fourier transform, a numerical method for integrating rapidly oscillating functions was used. The fundamental solution obtained made it possible to represent the sought-for function of transient normal displacements in the form of a triple convolution of Green’s function

*Автор, с которым следует вести переписку: d.serduk55@gmail.com
Corresponding author: d.serduk55@gmail.com

with the function of transient pressure distributed over a rectangular area with a time-varying amplitude and impact boundaries. To calculate the convolutions integrals, the numerical method of rectangles is used. Employing the function of normal displacements, the transient stress-strain state of a composite unbounded Kirchhoff plate is found and investigated. In this case, reduced engineering constants are used, which are calculated from the generalized stiffness of the laminated material. As an example, the space-time dependences of the transient deflection are constructed and distributions of stresses and strains in the upper layers of a polymer composite plate with a symmetric reinforcement scheme with respect to the median plane under the influence of a time-varying pressure distributed over a movable rectangular load spot are obtained.

Ключевые слова: динамика нестационарная, материал анизотропный, функция Грина, пластина композитная

Проведено исследование нестационарного напряжённо-деформированного состояния и нормальных перемещений в тонкой упругой неограниченной композитной пластине постоянной толщины при нестационарном воздействии давления, в частности, с подвижным “пятном нагрузки”, которое можно рассматривать как модель задачи удара по касательной к пластине. Подход к решению основан на методе функции Грина и принципе суперпозиции, согласно которому искомое решение связано с нагрузкой посредством интегрального оператора типа свёртки по пространственным переменным и по времени. Ядром этого оператора является функция Грина, представляющая собой нестационарное фундаментальное решение для функции нормальных прогибов пластины от действия приложенного в некоторой точке её поверхности импульса единичной сосредоточенной нормальной силы. Для нахождения функции Грина применяются интегральное преобразование Лапласа по времени и двухмерное интегральное преобразование Фурье по координатам. Оригинал интегрального преобразования Лапласа найден аналитически, а для обращения двухмерного интегрального преобразования Фурье использован численный метод интегрирования быстро осциллирующих функций. Полученное фундаментальное решение позволило представить искомую функцию нестационарных нормальных перемещений в виде тройной свёртки функции Грина с функцией нестационарного распределённого по прямоугольной площадке давления с переменными во времени амплитудой и границами воздействия. Для вычисления интегралов свёрток использован численный метод прямоугольников. С помощью функции нормальных перемещений найдено и исследовано нестационарное напряжённо-деформированное состояние ком-

позитной неограниченной пластины Кирхгофа. При этом использованы приведённые технические постоянные, вычисленные через обобщённые жёсткости слоистого материала. В качестве примера построены пространственно-временные зависимости нестационарного прогиба, а также распределение напряжений и деформаций в верхних слоях полимерной композитной пластины с симметричной относительно срединной плоскости схемой армирования при воздействии изменяющегося во времени давления, распределённого по подвижному пятну нагрузки прямоугольной формы.

Введение

Полимерные композитные пластины представляют широкий класс конструктивных элементов аэрокосмической техники. Исследование напряжённо-деформированного состояния композитных пластин при статических и ударных нагрузках является неотъемлемым этапом проектирования новых перспективных элементов конструкций, что обуславливает актуальность разработки уточнённых аналитических, численных и экспериментальных методик и подходов. Новые аналитические модели деформирования и анализ динамических реакций пластин из волокнистых композитов при резонансных колебаниях представлены в работах [1, 2]. В работе [3] описана модель двухмерного изопараметрического конечного элемента, основанная на теории сдвигового деформирования третьего порядка, применительно к расчёту пластин из слоистых композитов. В [4] представлен подход к диагностике объёмного напряжённого состояния в композитных конструкциях с помощью пьезоэлектролюминесцентного оптоволоконного датчика.

Исследование поведения конструкций при нестационарных динамических воздействиях имеет дополнительные сложности по сравнению со статическими и стационарными задачами, связанные с существенной неоднородностью напряжённо-деформированного состояния по координатам и времени. В [5] построено аналитическое решение задачи о распространении нестационарных волн в изотропной неограниченной пластине Кирхгофа. Получено фундаментальное решение. Представлены пространственно-временные зависимости функции Грина для перемещения.

В работе [6] рассмотрены два подхода к построению нестационарной динамической задачи для кольцевой пластины Тимошенко переменной толщины. Первый основан на аппроксимации тела вращения набором кольцевых пластин Тимошенко постоянной толщины и решении нестационарной динамической задачи для полученной кольцевой пластины Тимошенко кусочно-переменной толщины с помощью разложений в ряды по собственным формам. В рамках второго подхода автором на основе

энергетического метода выведена система дифференциальных уравнений, которая решена численно.

В [7] аналитическими методами получены решения нестационарных задач для изотропных прямоугольных и круглых пластин типа Тимошенко при наиболее общих граничных условиях для широкого класса динамических нагрузок. Автор предложил оригинальный подход, который позволяет получать в замкнутой форме решения нестационарных задач динамики пластин и оболочек вращения ступенчато-переменной толщины с конечной сдвиговой жёсткостью. Приведено дифференциальное уравнение, все компоненты разложения которого определяются на основе интегрирования уравнений для линейного осциллятора и решения краевой задачи Штурма—Лиувилля.

Задача о воздействии на тонкую неограниченную ортотропную пластину локальной динамической нагрузки, распределённой по круговой области, рассмотрена в [8]. Построено фундаментальное решение, приведены численные результаты прогиба точки пластины, соответствующей центру площадки нагружения.

В работах [9—22] эффективно использован метод функций Грина применительно к решению различных нестационарных задач теории упругости и теории оболочек. В [9, 10, 13—16] исследованы нестационарные контактные задачи для тонких цилиндрических, сферических оболочек и упругого полупространства. Работы [11, 12, 17] посвящены исследованию нестационарных колебаний оболочек с упругим и акустическим заполнителями. Исследована нестационарная динамика анизотропных цилиндрических оболочек [18, 19]. Рассмотрен случай нестационарного воздействия жёсткого индентора на упругую полуплоскость [20, 21]. В [22] построены поверхностные нестационарные функции для упругого полупространства.

В [23—26] рассмотрены задачи о статическом и динамическом деформировании композитных, в частности трехслойных [23—25], пластин под воздействием разной нагрузки, а также колебания круглых композитных пластин на упругом основании [26]. В работе [27] исследованы собственные колебания композитной цилиндрической оболочки с упругим заполнителем.

Применение функций Грина к решению различных задач механики анизотропных тел и композитных оболочек в сочетании с оригинальными способами численного обращения интегрального преобразования Лапласа на основе методов граничных элементов продемонстрировано в [28—33].

Вопросы, связанные с исследованием нестационарного напряжённо-деформированного состояния пластин, обладающих анизотропией, на данный момент являются наименее изученными по сравнению с аналогич-

ными исследованиями для изотропных пластин. В данной работе разработан подход к исследованию напряжённо-деформированного состояния тонкой неограниченной композитной пластины постоянной толщины под воздействием давления, равномерно распределённого по прямоугольной подвижной площадке, с переменной во времени амплитудой.

Цель исследования — нахождение нестационарных функций напряжений, деформаций и перемещений, а также изучение закономерностей неоднородного напряжённо-деформированного состояния композитной пластины под действием нестационарной нагрузки, область приложения которой изменяется во времени.

Постановка задачи

Рассмотрим тонкую композитную пластину постоянной толщины h (рис. 1) с симметричной относительно срединной плоскости пластины укладкой однонаправленных волокнистых слоев [34]. При численном моделировании предположим, что плотность ρ по всему объёму композитной пластины постоянна. Движение пластины рассматриваем относительно декартовой системы координат $Ox_1x_2x_3$. Плоскость Ox_1x_2 совпадает со срединной плоскостью пластины. Армированный слой [34] композитной пластины характеризуется следующими упругими постоянными: E_1, E_2 — модули упругости первого рода, G_{12} — модуль упругости второго рода, μ_{12}, μ_{21} — коэффициенты Пуассона, где нижние индексы “1” и “2” соответствуют координатным осям x_1 и x_2 , при этом направление оси x_1 совпадает с направлением волокон, ось x_3 ортогональна плоскости армирования.

Для описания движения пластины из волокнистого композита принята модель пластины Кирхгофа [5], срединная плоскость которой Ox_1x_2 совпадает с единственной плоскостью симметрии материала. Упругие

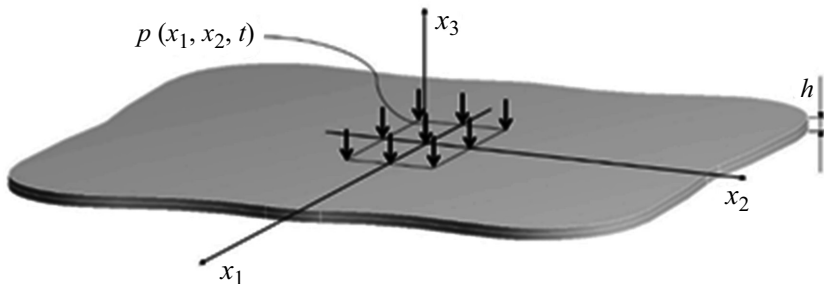


Рис. 1. Схема пластины.

свойства пластины характеризуются шестью независимыми упругими постоянными C^{1111} , C^{1122} , C^{1112} , C^{2222} , C^{2212} , C^{1212} — компонентами тензора упругих свойств материала в главных осях, для вычисления которых используется их связь с обобщёнными жёсткостями слоистого материала [34].

В начальный момент времени к невозмущённой пластине прикладывается нестационарное нормальное давление $p(x_1, x_2, t)$. Уравнение движения композитной пластины в перемещениях имеет вид

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -D(w) + \frac{1}{\rho h} p(x_1, x_2, t), \quad (1)$$

$$D(w) = A_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + A_2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} + A_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + A_4 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^3 \partial x_2} + A_5 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1 \partial x_2^3}.$$

где

$$A_1 = \frac{Ic_{11}}{\rho h}, A_2 = \frac{Ic_{22}}{\rho h}, A_3 = \frac{2I(c_{12} + 2A_{66})}{\rho h}, A_4 = \frac{4Ic_{16}}{\rho h}, A_5 = \frac{4Ic_{26}}{\rho h},$$

$$c_{11} = C^{1111}, c_{12} = C^{1122}, c_{16} = C^{1112},$$

$$c_{22} = C^{2222}, c_{26} = C^{2212}, c_{66} = C^{1212}, I = h^3 / 12.$$

Уравнение (1) совместно с начальными условиями

$$w|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

образует начальную задачу. В соотношениях (1), (2) t — время, w — нормальный прогиб, ρ — плотность материала.

Нестационарное напряжённо-деформированное состояние

Решение начальной задачи (1), (2) может быть построено с применением функции Грина $G(x_1, x_2, t)$ [21, 22]

$$w(x_1, x_2, t) = G(x_1, x_2, t) *** p(x_1, x_2, t), \quad (3)$$

где символ “***” означает операцию свёртки по пространственным координатам x_1, x_2 и времени t .

Построим функцию Грина для прогиба пластины $G(x_1, x_2, t)$ как решение задачи

$$\frac{\partial^2 G(x_1, x_2, t)}{\partial t^2} = -R(G) + \frac{1}{\rho h} \delta(x_1, x_2) \delta(t),$$

$$R(G) = A_1 \frac{\partial^4 G}{\partial x_1^4} + A_2 \frac{\partial^4 G}{\partial x_2^4} + A_3 \frac{\partial^4 G}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + A_4 \frac{\partial^4 G}{\partial x_1^3 \partial x_2} + A_5 \frac{\partial^4 G}{\partial x_1 \partial x_2^3}, \quad (4)$$

$$G(x_1, x_2, t)|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial G(x_1, x_2, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0,$$

где $\delta(\bullet)$ — дельта-функция Дирака.

Для решения задачи (4) используем интегральные преобразования Лапласа по времени t и двухмерное преобразование Фурье по пространственным координатам x_1 и x_2 . С учётом свойств интегральных преобразований дельта-функции [5] получим алгебраическое уравнение относительно изображения функции Грина в пространстве преобразований Фурье и Лапласа. Обратное интегральное преобразование Лапласа построено аналитически с применением таблиц [35], а обратное интегральное преобразование Фурье выполнено численно с помощью метода интегрирования быстро осциллирующих функций [36]. Оригинал функции Грина имеет вид

$$G(x_1, x_2, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-Q}^Q \int_{-Q}^Q G^F(q_1, q_2, t) e^{i(q_1 x_1 + q_2 x_2)} dq_1 dq_2 =$$

$$= \frac{1}{4\pi^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\Delta}{2} \left\{ e^{i \frac{q_{1k+1} x_1 + q_{1k} x_1}{2}} \left[D_1 S(q_{1k}, x_2, t) + D_2 S(q_{1k+1}, x_2, t) \right] \right\}, \quad (5)$$

$$S(q_1, x_2, t) = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\Delta}{2} \left\{ e^{i \frac{q_{2k+1} x_2 + q_{2k} x_2}{2}} \left[D_1 G^F(q_1, q_{2k}, t) + D_2 G^F(q_1, q_{2k+1}, t) \right] \right\},$$

где G^F — изображение по Фурье функции Грина

$$G^F(q_1, q_2, t) = \frac{1}{\rho h} \frac{\sin(t\sqrt{P(q_1, q_2)})}{\sqrt{P(q_1, q_2)}},$$

$$P(q_1, q_2) = q_1^3 (A_1 q_1 + A_4 q_2) + q_2^3 (A_2 q_2 + A_5 q_1) + A_3 q_1^2 q_2^2.$$

В соотношениях (5)

$$\Delta = \frac{2Q}{N}, \quad m = \frac{\Delta}{2}, \quad D_{1,2} = \frac{\sin m}{m} \pm \frac{m \cos m - \sin m}{m^2} i,$$

$$q_{2_k} = -Q + k\Delta, \quad q_{2_{k+1}} = -Q + (k+1)\Delta, \quad k = 0 \dots N-1,$$

$$q_{1_k} = -Q + k\Delta, \quad q_{1_{k+1}} = -Q + (k+1)\Delta, \quad k = 0 \dots N-1,$$

верхний индекс “ F ” у функции означает её двухмерное преобразование Фурье по координатам x_1, x_2 ; q_1, q_2 — параметры этого преобразования; Q — “достаточно большое” положительное число.

При воздействии на пластину нестационарного распределённого по прямоугольной площадке давления с переменными во времени амплитудой и границами воздействия выражение для $p(x_1, x_2, t)$ из (3) примет вид

$$p(x_1, x_2, t) = P(t)H(t) \left[H(x_1 + f_1(t)) - H(x_1 - f_2(t)) \right] \times$$

$$\times \left[H(x_2 + g_1(t)) - H(x_2 - g_2(t)) \right], \quad (6)$$

$$f_1(t) = \frac{a}{2} + V_1 t, \quad f_2(t) = \frac{a}{2} - V_1 t, \quad g_1(t) = \frac{b}{2} + V_2 t, \quad g_2(t) = \frac{b}{2} - V_2 t,$$

где $H(\bullet)$ — функция Хэвисайда; $P(t)$ — закон изменения амплитуды давления; $f_i(t), g_i(t)$ ($i=1,2$) — законы перемещения границ области воздействия; a, b — размеры прямоугольной площадки давления; V_1, V_2 — скорости движения границ по осям x_1, x_2 соответственно.

Выбор нагрузки в виде (6) обусловлен практически важными задачами, в которых “пятно нагрузки” (область её приложения) изменяется во времени (например, в случае нестационарных контактных задач с подвижными границами).

Интегралы свёрток в (3) с учётом (6) примут вид

$$w(x_1, x_2, t) = G(x_1, x_2, t) *** p(x_1, x_2, t) =$$

$$= \int_0^t p(\tau) d\tau \int_{-f_2(t)}^{f_1(t)} d\xi \int_{-g_2(t)}^{g_1(t)} G(x_1 - \xi, x_2 - \zeta, t - \tau) d\zeta. \quad (7)$$

В результате применения метода прямоугольников для взятия интегралов (7) получим приближенное выражение для нормального прогиба пластины

$$w(x_1, x_2, t) \approx \frac{a}{p} \frac{b}{m} \frac{t}{n} \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^m \sum_{k=1}^n G_{ijk}(x_1, x_2, t) P\left(\frac{t}{n} - k\right), \quad (8)$$

$$G_{ijk}(x_1, x_2, t) = G \left(x_1 - \frac{a}{p}i + \frac{a}{2} + f \left(\frac{t}{n}k \right), x_2 - \frac{b}{m}j + \frac{b}{2} + g \left(\frac{t}{n}k \right), t - \frac{t}{n}k \right). \quad (8)$$

Нестационарные функции для нормальных σ_{11} , σ_{22} и касательного τ_{12} напряжений в пластине

$$\sigma_{11} = \frac{12M_{11}}{h^3}x_3, \quad \sigma_{22} = \frac{12M_{22}}{h^3}x_3, \quad \tau_{12} = \frac{12M_{12}}{h^3}x_3, \quad -\frac{h}{2} \leq x_3 \leq \frac{h}{2} \quad (9)$$

связаны с прогибом соотношениями [37]

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(x_1, x_2, t) &= -x_3 \left(c_{11} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_1^2} + 2c_{16} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_1 \partial x_2} + c_{12} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_2^2} \right), \\ \sigma_{22}(x_1, x_2, t) &= -x_3 \left(c_{21} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_1^2} + 2c_{26} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_1 \partial x_2} + c_{22} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_2^2} \right), \quad (10) \\ \tau_{12}(x_1, x_2, t) &= -x_3 \left(c_{16} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_1^2} + 2c_{66} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_1 \partial x_2} + c_{26} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2, t)}{\partial x_2^2} \right). \end{aligned}$$

При выводе формул (10) использованы физические и кинематические соотношения для анизотропной пластины Кирхгофа, в частности, для компонент тензора моментов [1]

$$M_{11} = I(c_{11}\kappa_{11} + 2c_{16}\kappa_{12} + c_{12}\kappa_{22}), \quad M_{22} = I(c_{21}\kappa_{11} + 2c_{26}\kappa_{12} + c_{22}\kappa_{22}),$$

$$M_{12} = M_{21} = I(c_{16}\kappa_{11} + 2c_{66}\kappa_{12} + c_{26}\kappa_{22})$$

и тензора изменения кривизны

$$\kappa_{11} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2}, \quad \kappa_{22} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2}, \quad \kappa_{12} = \kappa_{21} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}.$$

Обратный закон Гука с учетом рассматриваемого случая анизотропии имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}(x_1, x_2, t) &= d_{11}\sigma_{11}(x_1, x_2, t) + d_{12}\sigma_{22}(x_1, x_2, t) + d_{16}\tau_{12}(x_1, x_2, t), \\ \varepsilon_{22}(x_1, x_2, t) &= d_{12}\sigma_{11}(x_1, x_2, t) + d_{22}\sigma_{22}(x_1, x_2, t) + d_{26}\tau_{12}(x_1, x_2, t), \quad (11) \\ \gamma_{12}(x_1, x_2, t) &= d_{16}\sigma_{11}(x_1, x_2, t) + d_{26}\sigma_{22}(x_1, x_2, t) + d_{66}\tau_{12}(x_1, x_2, t), \end{aligned}$$

где d_{ij} — упругие податливости.

Соотношения (8), (10) и (11) позволяют исследовать нестационарное напряжённо-деформированное состояние неограниченной тонкой упругой композитной пластины под воздействием распределённого по прямоугольной площадке давления с переменными во времени амплитудой и границами. Они справедливы как для анизотропных, так и для ортотропных, трансверсально-изотропных или изотропных пластин при соответствующих значениях упругих постоянных материала.

Пример расчётов

В качестве примера исследуем напряжённо-деформированное состояние полимерной композитной пластины толщиной $h = 8$ мм, плотностью $\rho = 1500$ кг/м³ с симметричной относительно срединной плоскости схемой армирования и приведёнными для пакета техническими постоянными (модули упругости 1-го и 2-го рода, Па): $E_1 = 8,029 \cdot 10^{10}$, $E_2 = 3,226 \cdot 10^{10}$, $E_3 = 8,43 \cdot 10^9$, $G_{12} = 1,656 \cdot 10^{10}$, $G_{23} = 1,656 \cdot 10^{10}$, $G_{31} = 1,656 \cdot 10^{10}$, $\mu_{12} = 0,176$, $\mu_{23} = 0,176$, $\mu_{13} = 0,176$.

Значения упругих постоянных c_{ij} (Па) и упругих податливостей d_{ij} (Па⁻¹) следующие: $c_{11} = 8,168 \cdot 10^{10}$, $c_{12} = 6,091 \cdot 10^9$, $c_{16} = 0$, $c_{22} = 3,298 \cdot 10^{10}$, $c_{26} = 0$, $c_{66} = 1,656 \cdot 10^{10}$, $d_{11} = 1,245 \cdot 10^{-11}$, $d_{12} = -2,192 \cdot 10^{-12}$, $d_{16} = 0$, $d_{22} = 3,1 \cdot 10^{-11}$, $d_{26} = 0$, $d_{66} = 6,039 \cdot 10^{-11}$.

На пластину воздействует нестационарная нагрузка $p(x_1, x_2, t)$ вида (6), где

$$P(t) = -90\,000 \sin(90t) e^{-90t}, \quad f(t) \equiv 0, \quad g(t) = -30t,$$

$$a = 0,01 \text{ м}, \quad b = 0,02 \text{ м},$$

имитирующая удар по касательной к пластине.

При расчётах в соотношениях (5) и (8) принимали $Q = 10$, $N = 125$, $p = 20$, $m = 20$, $n = 10$. Выбор значений параметров обусловлен анализом сходимости по норме Чебышёва:

$$\begin{aligned} & \|G_1(0, x_2, 0, 01) - G_2(0, x_2, 0, 01)\| = \\ & = \max_{-3 \leq x_2 \leq 3} |G_1(0, x_2, 0, 01) - G_2(0, x_2, 0, 01)| = 0,321 \cdot 10^{-4}, \end{aligned}$$

где функция Грина $G_1(0, x_2, 0, 01)$ построена при $Q = 102$, $N = 1275$, а функция $G_2(0, x_2, 0, 01)$ — при $Q = 10$, $N = 125$;

$$\|w_1(0, x_2, 0, 01) - w_2(0, x_2, 0, 01)\| =$$

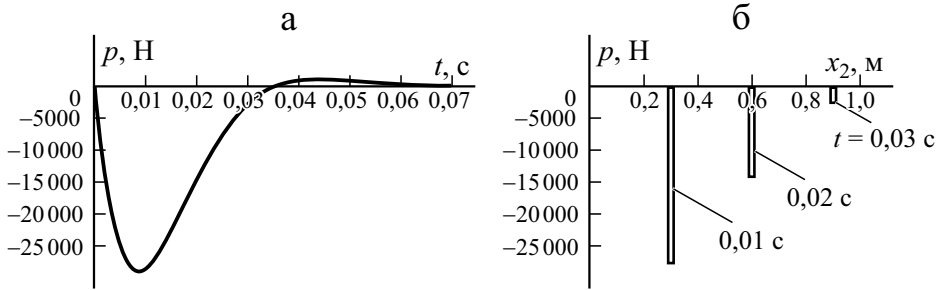


Рис. 2. Нестационарная нагрузка.

$$= \max_{-3 \leq x_2 \leq 3} |w_1(0, x_2, 0, 01) - w_2(0, x_2, 0, 01)| = 1,037 \cdot 10^{-6},$$

где функция прогиба $w_1(0, x_2, 0, 01)$ построена при $p = 20, m = 20, n = 10, Q = 10, N = 125$, а функция $w_2(0, x_2, 0, 01)$ — при $p = 15, m = 15, n = 10, Q = 10, N = 125$.

На рис. 2 представлена зависимость амплитуды нагрузки от времени и от координаты в фиксированные моменты времени соответственно, а на рис. 3 — прогиб пластины в момент времени 0,01 с и прогибы пластины в плоскости Ox_2x_3 в моменты времени 0,01, 0,02 и 0,03 с.

Из данных рис. 3—б видно, что смещение давления вдоль оси x_2 приводит к смещению максимального прогиба пластины вдоль оси x_2 . При этом локальные максимумы прогиба за нагрузкой (отрицательное направление оси x_2) гораздо меньше, чем перед нагрузкой (положительное направление оси x_2). На рис. 2—б и рис. 3—б заметно запаздывание прогиба пластины по отношению к действующей нагрузке как по вели-

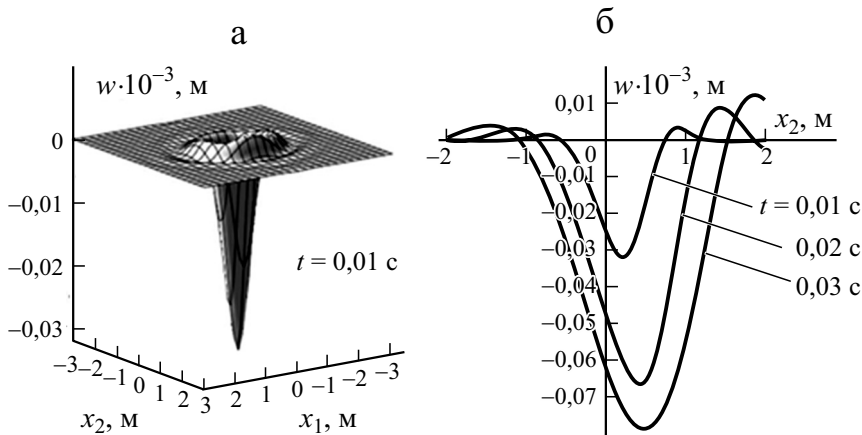


Рис. 3. Нестационарный прогиб пластины.

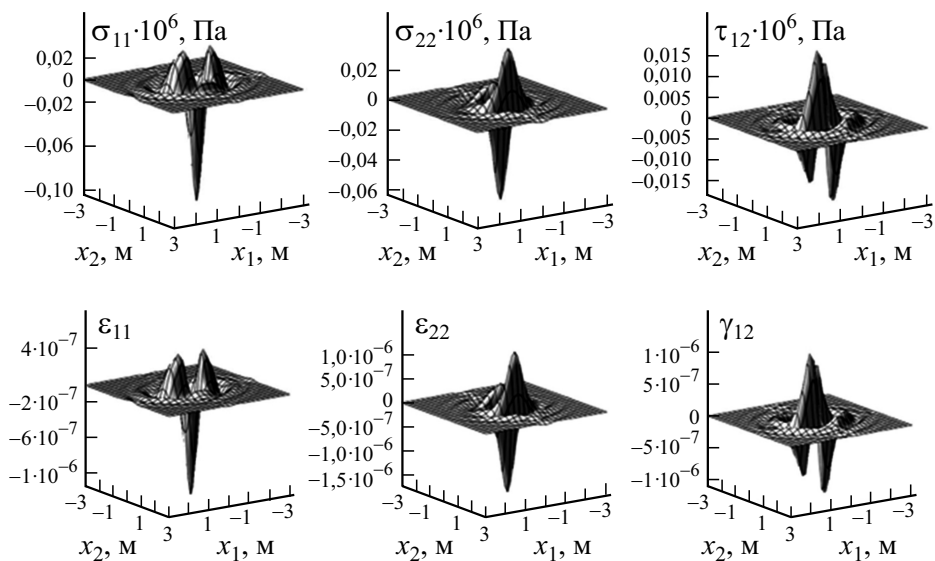


Рис. 4. Распределение напряжений и деформаций в верхних волокнах пластины при $t = 0,01$ с.

чине максимального прогиба, так и по его координате, что обусловлено влиянием сил инерции.

На рис. 4 представлены пространственные распределения напряжений σ_{11} , σ_{22} , τ_{12} и деформаций ϵ_{11} , ϵ_{22} , γ_{12} в верхних волокнах композитной пластины в момент времени 0,01 с. Данные рисунка иллюстрируют существенную неоднородность напряжённого и деформированного состояния по координатам, которая характеризуется двумя плоскостями симметрии, что согласуется с моделью ортотропной среды.

Выводы

В работе получены новые численно-аналитические решения динамической задачи теории упругости для анизотропной композитной пластины при воздействии на неё нестационарной подвижной нагрузки, в частности, с подвижным “пятном нагрузки”, моделирующим задачу удара по касательной к пластине с использованием новых фундаментальных решений для динамических функций Грина. С применением функции Грина построены пространственно-временные зависимости нормальных перемещений и исследовано нестационарное напряжённо-деформированное состояние анизотропной композитной неограниченной пластины Кирхгофа.

Представленный в работе подход демонстрирует возможности для выработки инженерных рекомендаций при решении прикладных задач, связанных с исследованием нестационарных перемещений, а также для анализа напряжённо-деформированного состояния композитных пластин.

Новизна работы заключается в нахождении новой функции Грина для анизотропной композитной пластины, а также в получении нового решения нестационарной задачи о воздействии на пластину распределенного давления с изменяющимся во времени “пятном нагрузки”. Кроме того, применение найденной функции Грина возможно при решении широкого круга нестационарных задач для анизотропных пластин, например нестационарных контактных и обратных задач, а также исследования напряжённо-деформированного состояния анизотропных пластин конечных размеров, например, с применением метода компенсирующих нагрузок [38].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-19-00217).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Paimushin V. N., Kayumov R. A., and Kholmogorov S. A.* Deformation features and models of $[\pm 45]_{2s}$ cross-ply fiber-reinforced plastics under tension // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 2. — P. 205—224.
2. *Paimushin V. N., Firsov V. A., and Shishkin V. M.* Modeling the dynamic response of a carbon-fiber-reinforced plate at resonant vibrations considering the internal friction in the material and the external aerodynamic damping // *Mech. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 53, No. 4. — P. 609—630.
3. *Belkaid K.* Development of a 2D isoparametric finite-element model based on Reddy’s third-order theory for the bending behavior analysis of composite laminated plates // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 2. — P. 345—366.
4. *Pan’kov A. A.* A piezoelectroluminescent fiber-optical sensor for diagnostics of the 3D stress state in composite structures // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 2. — P. 233—248.
5. *Гориков А. Г., Медведский А. Л., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В.* Волны в сплошных средах: Учеб. пособие.: Для вузов. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 472 с.
6. *Морачев К. С.* Нестационарная динамика кольцевой пластины Тимошенко переменной толщины // *Вестн. Самар. гос. техн. ун-та.* — 2007. — Т. 15, № 2. — С. 162—164.
7. *Дьяченко Ю. Г.* Нестационарная задача динамики пластин переменного сечения в уточненной постановке: Автореф. дис ... канд. физ.-мат. наук. — Саратов, ГОУ ВПО “СГУ”, — 2008. — С. 19.
8. *Шевченко В. П., Ветров О. С.* Динамика ортотропной пластины под действием локальных внезапно приложенных нагрузок // *Тр. ИПММ НАН Украины.* — 2011. — Т. 22. — С. 207—215.

9. *Mikhailova E. Yu., Fedotenkov G. V.* Nonstationary axisymmetric problem of the impact of a spherical shell on an elastic half-space (initial stage of interaction) // *Mech. Solids*. — 2011. — Vol. 46, No. 2. — P. 239—247. DOI: 10.3103/S0025654411020129
10. *Tarlakovskii D. V., Fedotenkov G. V.* Two-dimensional nonstationary contact of elastic cylindrical or spherical shells // *J. Machinery Manufacture and Reliability*. — 2014. — Vol. 43, No. 2. — P. 145—152. DOI: 10.3103/S1052618814010178
11. *Tarlakovskii D. V., Fedotenkov G. V.* Nonstationary 3D motion of an elastic spherical shell // *Mech. Solids*. — 2015. — Vol. 50, No. 2, — P. 208—217. DOI: 10.3103/S0025654415020107
12. *Vestyak A. V., Igumnov L. A., Tarlavovskii D. V., Fedotenkov G. V.* The influence of non-stationary pressure on a thin spherical shell with an elastic filler // *Comput. Continuum Mech*. — 2016. — Vol. 9, No. 4. — C. 443—452. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.4.37
13. *Fedotenkov G. V., Mikhailova E. Y., Kuznetsova E. L., Rabinskiy L. N.* Modeling the unsteady contact of spherical shell made with applying the additive technologies with the perfectly rigid stamp // *Int. J. Pure and Appl. Math*. — 2016. — Vol. 111, No. 2. — P. 331—342.
14. *Mikhailova E. Y., Tarlavovskii D. V., Fedotenkov G. V.* Transient contact problem for spherical shell and elastic half-space // *Shell Structures: Theory and Applications*. — 2017. — Vol. 4. — P. 301—304. DOI: 10.1201/9781315166605-67
15. *Mikhailova E. Y., Tarlavovskii D. V., Fedotenkov G. V.* The impact of liquid filled concentric spherical shells with a rigid wall // *Shell Structures: Theory and Applications*. — 2017. — Vol. 4. — P. 305—308. DOI: 10.1201/9781315166605-68
16. *Mikhailova E. Y., Tarlavovskii D. V., Fedotenkov G. V.* Transient contact problem for liquid filled concentric spherical shells and a rigid barrier // *Proc. First Int. Conf. Theoretical, Appl. and Experimental Mech*. — 2019. — P. 385—386. DOI: 10.1007/978-3-319-91989-8_92
17. *Kalinchuk V. V., Mitin A. Y., Fedotenkov G. V.* Three-dimensional non-stationary motion of timoshenko-type circular cylindrical shell // *Lobachevskii J. Math*. — 2019. — Vol. 40, No. 3. — P. 311—320. <https://doi.org/10.1134/S1995080219030107>
18. *Lokteva N. A., Serdyuk D. O., Skopintsev P. D.* Non-stationary influence function for an unbounded anisotropic Kirchoff-Love shell // *J. Appl. Eng. Sci*. — 2020. — Vol. 18, No. 4. — P. 737—744. DOI: 10.5937/jaes0-28205
19. *Локтева Н. А., Сердюк Д. О., Скопинцев П. Д., Федотенков Г. В.* Нестационарное напряженно-деформированное состояние композитной цилиндрической оболочки // *Механика композиц. материалов и конструкций*. — 2020. — Т. 26, № 4. — С. 544—559. DOI: 10.33113/mkmm.ras.2020.26.04.544_559.08
20. *Okonechnikov A. S., Tarlavovski D. V., Ul'yashina A. N., Fedotenkov G. V.* Transient reaction of an elastic half-plane on a source of a concentrated boundary disturbance // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng*. — 2016. — Vol. 158, No. 1. — P. 012073, doi:10.1088/1757-899X/158/1/012073
21. *Okonechnikov A. S., Tarlavovsky D. V., Fedotenkov G. V.* transient interaction of rigid indenter with elastic half-plane with adhesive force // *Lobachevskii J. Math*. — 2019. — Vol. 40, No. 4. — P. 489—498. DOI: 10.1134/S1995080219030132

22. *Kuznetsova E. L., Tarlakovski D. V., Hoa N. N., Starovoytov E. I.* Surface transient functions for elastic half space // *Appl. Math. Sci.* — 2016. — Vol. 10, No. 22. — P. 057—1067. DOI: 10.12988/ams.2016.6132

23. *Starovoitov E. I., Leonenko D. V.* Deformation of an elastoplastic three-layer circular plate in a temperature field // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 4. — P. 503—512. DOI: 10.1007/s11029-019-09829-6

24. *Ryazantseva M. Y., Starovoitov E. I.* Static and dynamic models of bending for elastic sandwich plates // *Structural Integrity.* — 2019. — Vol. 8. — P. 294—297. DOI: 10.1007/978-3-030-21894-2_54

25. *Starovoitov E. I., Leonenko D. V., Tarlakovskii D. V.* Thermoelastic deformation of a circular sandwich plate by local loads // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 3. — P. 299—312. DOI: 10.1007/s11029-018-9740-x

26. *Starovoitov E. I., Leonenko D. V.* Vibrations of circular composite plates on an elastic foundation under the action of local loads // *Mech. Compos. Mater.* — 2016. — Vol. 52, No. 5. — P. 665—672. DOI: 10.1007/s11029-016-9615-y

27. *Starovoitov E. I., Leonenko D. V., Rabinskiy L. N.* Natural vibrations of a composite cylindrical shell with an elastic filler // *Composites: Mech., Comput., Appl.* — 2016. — Vol. 7, No. 2. — P. 119—133. DOI: 10.1615/CompMechComputApplIntJ.v7.i2.30

28. *Markov I. P., Igumnov L. A.* BEM modeling of a 3D homogeneous anisotropic elastic half space under dynamic load // *IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng.* — 2019. — Vol. 510, No. 1. — P. 012011. DOI: 10.1088/1757-899X/510/1/012011

29. *Abrosimov N. A., Elesin A. V., Igumnov L. A.* Numerical simulation of the process of loss of stability of composite cylindrical shells under combined quasi-static and dynamic actions // *Mech. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 55, No. 1. — P. 41—52. DOI: 10.1007/s11029-019-09790-4

30. *Ipatov A. A., Igumnov L. A., Litvinchuk S. Y., Lyubimov A. K.* Modification of numerical inversion of laplace transform in solving problems of poroviscoelasticity via BEM // *Lobachevskii J. Math.* — 2019. — Vol. 40, No. 3. — P. 304—310. DOI: 0.1134/S1995080219030090

31. *Igumnov L. A., Markov I. P., Boev A. V.* A static boundary element analysis of 3D anisotropic elastic problems // *Mater. Phys. Mech.* — 2019. — Vol. 42, No. 4. — P. 461—469. DOI: 10.18720/MPM.4242019_11

32. *Igumnov L. A., Tarlakovskii D. V., Zemskov A. V.* Bulk Green's functions in one-dimensional unsteady problems of elastic diffusion // *Mater. Phys. Mech.* — 2019. — Vol. 42, No. 2. — P. 191—197. DOI: 10.18720/MPM.4222019_5

33. *Abrosimov N. A., Igumnov L. A., Aizikovich S. M., Elesin A. V.* Computer modeling of nonlinear deformation and loss of stability of composite shell structures under a combined effect of quasi-static and pulsed loads // *Adv. Struct. Mater.* — 2019. — Vol. 110. — P. 5—32. DOI: 10.1007/978-3-030-17747-8_2

34. *Васильев В. В.* Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.

35. *Дёч Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразований. — М.: Наука, 1971. — 288 с.

36. *Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.* Численные методы. — М.: Наука, 1975. — 630 с.

37. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. — М.: ОГИЗ, 1947. — 356 с.

38. *Венцель Э. С., Джан-Темиров К. Е., Трофимов А. М., Негольша Е. В.* Метод компенсирующих нагрузок в задачах теории тонких пластинок и оболочек. — Харьков, 1992. — 92 с.

Поступила в редакцию 02.11.2020

Окончательный вариант поступил 05.05.2021

Received Nov. 2, 2020 (May 5, 2021)

*Г. Демирджан**, *М. Киса*, *М. Озен*, *А. Аджикгоз*

Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Harran University, Sanliurfa, Turkey

ПОВЕДЕНИЕ ЭПОКСИДНЫХ НАНОКОМПОЗИТОВ, АРМИРОВАННЫХ СТЕКЛОВОЛОКНАМИ, ПРИ КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ ВДАВЛИВАНИИ¹

*G. Demircan**, *M. Kisa*, *M. Ozen*, and *A. Acikgoz*

QUASI-STATIC PENETRATION BEHAVIOR OF GLASS-FIBER- REINFORCED EPOXY NANOCOMPOSITES

Keywords: quasi-static penetration, Charpy impact test, nano-composite, glass fibers, epoxy

The effect of Al_2O_3 and B_4C nanoparticles on the quasi-static penetration test (QSPT) and Charpy impact test of glass-fiber-reinforced polymer composite plates has been studied with the aim to clear up whether there is a correlation between results of these two tests. Punch shear tests on the plates were carried. The data for the absorbed energy obtained from the Charpy impact test was feasible to predict whether fiber reinforced polymer nanocomposites will give positive results in the QSPT or ballistic tests. The predominant damage mechanisms were delamination and fiber break during the QSPT. Addition of 1 wt.% Al_2O_3 nanoparticles to the composite increased its punch shear strength by 8.97%, but the addition of B_4C nanoparticles raised its hardness. It was also found that neither Al_2O_3 nor B_4C increased the amount of absorbed energy.

Ключевые слова: вдавливание квазистатическое, испытание на удар по Шарпи, наноккомпозит, стекловолокна, смола эпоксидная

Влияние наночастиц Al_2O_3 и B_4C при испытаниях на квазистатическое вдавливание и удар по Шарпи пластин из стеклопластика изучили с целью выявления корреляции между результатами этих видов испытаний. Провели испытания пластин на сдвиг

*Автор, с которым следует вести переписку: gdemircan@harran.edu.tr
Corresponding author: gdemircan@harran.edu.tr

¹Перевод с англ.

пуансоном. Данные о поглощенной энергии, полученные в ходе испытания на удар по Шарпи, позволили предсказать, дадут ли испытания на квазистатическое вдавливание или баллистические испытания волокнисто-армированных полимерных наноккомпозитов позитивные результаты. Преобладающие механизмы повреждения в ходе испытания на квазистатическое вдавливание — расслоение и разрыв волокон. Введение в композит 1% по массе наночастиц Al_2O_3 повысило его прочность на срез пуансоном на 8,97%, а введение наночастиц V_4C повысило его твердость. Также установили, что наличие наночастиц Al_2O_3 и V_4C не увеличивает количество поглощенной энергии.

Введение

Благодаря высокой способности рассеивать энергию и высокой удельной прочности [1, 2] волокнисто-армированные композиты широко используют во многих отраслях промышленности. В зависимости от области применения эти композиты подвержены разным видам ударных нагрузок. Многие исследователи проводили эксперименты по изучению их повреждения и ударных свойств [3—10]. Для этой цели часто используют квазистатические испытания, в которых инерционные эффекты незначительны и ими можно пренебречь.

В случае баллистических ударных нагрузок силы инерции нельзя игнорировать [11, 12]. Баллистическое поведение композитных материалов зависит от таких факторов, как скорость удара, размер цели, свойства снаряда, граничные условия и др. [13]. В литературе обсуждают возможность оценки поведения композита при баллистическом ударе с помощью испытания на квазистатический сдвиг пуансоном (КСИП) (quasi-static punch shear test) [14—17]. В [18] методом “мокрой” укладки изготовили эпоксидные слоистые композиты из ткани E-стекловолокон полотняного плетения с укладкой $[0^\circ/90^\circ]_{10}$ и исследовали их баллистические и квазистатические характеристики при сдвиге пуансоном, используя модель статического вдавливания для моделирования динамического удара. Предложенная модель оказалась пригодной для определения баллистических пределов при учете высокоскоростных упругих свойств цели. В [19] изучали квазистатические и баллистические свойства композитов, изготовленных из слоев ткани эпоксидного препрега T-300/934. Установили, что основные механизмы локализованного повреждения — разрыв волокон, расслоение, распространение трещин, увеличение размера отверстий и трение. Согласование расчетных и экспериментальных значений конечных скоростей оказалось вполне приемлемым в случае самых тонких и самых толстых пластин, но было значительно хуже для пластин средней толщины при высокой скорости удара. В [20] получили аналитические решения для вдавливания, деформирования и перфорации композитных пластин и сэндвич-панелей в ходе испытаний на квазистатический сдвиг пуансоном

и пробивание снарядам. Модели поведения при ударе классифицировали в соответствии с тремя основными факторами: (i) продолжительностью контакта нагрузки, (ii) временем прохождения сквозь толщину и (iii) временем бокового прохождения. Эти модели определяли реакцию на удар, при которой время нагружения превышало время бокового прохождения.

Испытание на удар по Шарпи — это эксперимент с высокой скоростью деформирования для определения количества энергии, поглощаемой материалом в ходе его разрушения [21]. Это недорогое испытание позволяет легко и быстро получить экспериментальные результаты, и его широко используют при исследовании свойств полимерных волокнисто-армированных композитов [22—25]. Поведение разных волокнисто-армированных композитов при ударе по Шарпи вызывает интерес многих исследователей. В [26] изучали влияние геометрии образца, распределения длин волокон и температуры на ударную вязкость по Шарпи полипропиленовых стеклопластиков. Установили, что максимальная нагрузка и ударная вязкость возрастали с увеличением длины стекловолокна и размера образца. Однако при повышении температуры наблюдали их уменьшение. В [27] изготовили эпоксидные композиты, армированные необработанными и обработанными волокнами мальвы, и исследовали их ударные свойства по Шарпи. Композит с 30% по объему необработанных волокон мальвы продемонстрировал наилучшие результаты с точки зрения энергии удара по Шарпи. Таким образом, сделали вывод о том, что обработка натуральных волокон нецелесообразна для эпоксидных композитов. Также установили, что разрушение композита имеет преимущественно хрупкий характер.

В научной литературе основное внимание уделено испытаниям на удар по Шарпи и квазистатический сдвиг пуансоном волокнисто-армированных композитов. Выполнено мало исследований стеклопластиков, армированных наночастицами. Хотя в [28—30] изучали поведение волокнисто-армированных композитов при ударе по Шарпи, а в [31, 32] — при квазистатическом сдвиге пуансоном, работ, в которых оба типа поведения исследовали одновременно, найти не удалось.

Основная цель настоящей работы — оценить результаты испытаний на ударную вязкость по Шарпи и КСИП эпоксидных стеклопластиков, армированных наночастицами. Попытки предсказать поведение при баллистическом ударе по результатам КСИП в литературе известны. В нашем исследовании выявлена линейная зависимость между результатами удара по Шарпи и КСИП и подтверждено, что испытания на удар по Шарпи могут дать предварительную информацию о результатах КСИП и испытании на баллистический удар.

В настоящей работе использовали наночастицы карбида бора B_4C и оксида алюминия Al_2O_3 . Композитные пластины изготовили методом вакуумного литьевого прессования. Исследовали процесс повреждения, механизм разрушения, способность поглощения энергии и твердость нанокompозитов.

Табл. 1

Свойства смолы и отвердителя

| Свойство | Смола L285 | Отвердитель H287 |
|--------------------------------------|-------------|------------------|
| Плотность, г/см ³ | 1,18—1,23 | 0,93—0,96 |
| Вязкость, мПа | 600—900 | 80—120 |
| Молекулярный вес смолы, г/эквивалент | 155—170 | — |
| Аминовое число, мг КОН/г | — | 450—500 |
| Коэффициент преломления | 1,525—1,530 | 1,495—1,499 |

1. Эксперимент

1.1. Изготовление нанокompозита. В качестве матрицы использовали эпоксидную смолу MGS L285 и отвердитель H287 в стехиометрическом соотношении 100:40. Технические свойства смолы и отвердителя приведены в табл. 1.

16-слойные композитные пластины изготовили из стеклоткани с массой на единицу площади 200 г/м². Технические свойства наночастиц Al₂O₃ и B₄C приведены в табл. 2.

Для равномерного распределения наночастиц в эпоксидной смоле использовали метод ультразвукового двойного смешения (УДС) [33, 34]. В эпоксидную смолу добавили три фракции наночастиц Al₂O₃ и B₄C (1, 2 и 3% по массе). Затем смолу поместили в контейнер, пригодный для использования в ледяной бане во избежание чрезмерного повышения температуры, обусловленного ультразвуковыми волнами. Смолу в ледяной ванне сначала поместили в магнитную мешалку и погрузили в нее ультразвуковой зонд для выполнения УДС, схема которого представлена на рис. 1. Магнитная мешалка работала со скоростью 400 об/мин, а ультразвуковая — со 100% амплитудой 2 с с включенным импульсным режимом и 3 с — с выключенным. После 2 ч перемешивания приготовленную смесь поместили в камеру вакуумной дегазации для удаления пузырьков воздуха. Вакуумная дегазация смолы с наночастицами Al₂O₃ потребовала

Табл. 2

Свойства наночастиц Al₂O₃ и B₄C

| Характеристика | Al ₂ O ₃ | B ₄ C |
|---|--------------------------------|------------------|
| Чистота | 99,5+ | 99,5+ |
| Цвет | Белый | Черный |
| Средний размер частиц, нм | 78 | 40—60 |
| Удельная площадь поверхности, м ² /г | 20 | 55 |
| Морфология | Почти сферическая | Гексагональная |

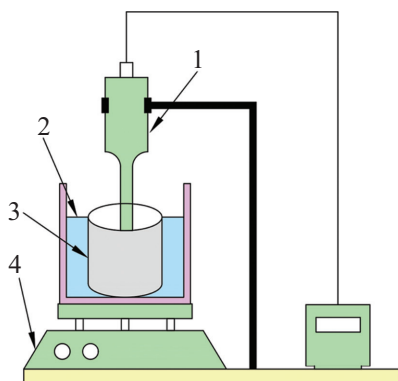


Рис. 1. Метод ультразвукового двойного смешивания: 1 — ультразвуковой гомогенизатор; 2 — ледяная баня; 3 — смола; 4 — магнитная мешалка.

~ 10—12 мин, а смолы с наночастицами V_4C — ~ 90 мин. Различие обусловлено морфологической структурой наночастиц. Пузырьки воздуха могли легко выходить сквозь совокупность почти сферических наночастиц Al_2O_3 , но с трудом сквозь наночастицы V_4C гексагональной формы. В дегазированную смесь добавили требуемое количество отвердителя и методом вакуумного литьевого прессования изготовили пластины из 16-слойного наностеклопластика. Пластины отверждали в течение 15 ч при температуре $80\text{ }^\circ\text{C}$, а затем вырезали из них образцы размером 200×200 мм по стандарту ASTM 6264 [35] для испытаний на квазистатическое вдавливание и размером 80×10 мм для испытания на удар по Шарпи (см. рис. 2).

1.2. Испытания на квазистатический сдвиг пуансоном провели на машине Shimadzu AGX Plus с контролируемым устройством для испытания на растяжение и датчиком нагрузки до 100 кН. Установка (рис. 3) включала опорную плиту 200×200 мм толщиной 50,8 мм с круглым отверстием в центре, накладную плиту 200×200 мм толщиной 12,7 мм с



Рис. 2. Образцы нанокomпозитов после испытаний.

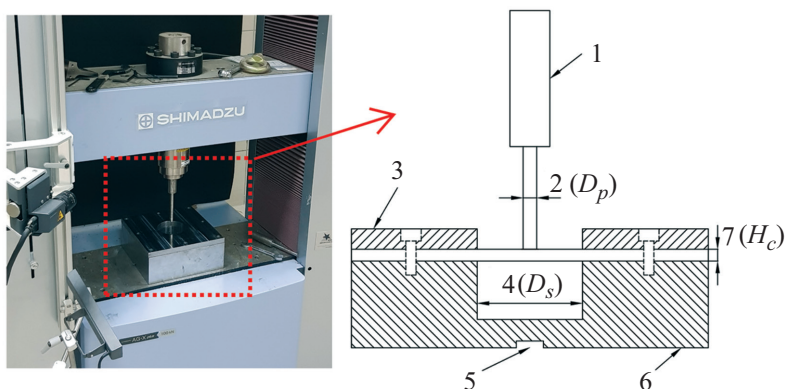


Рис. 3. Установка для испытания на квазистатический сдвиг пуансоном: 1 — пуансон; 2 — диаметр пуансона D_p ; 3 — накладная плита; 4 — пролет между опорами D_s ; 5 — юстированное отверстие; 6 — опорная плита; 7 — толщина пластины H_c .

круглым отверстием, таким же, как в опорной плите, и цилиндрической головки пуансона диаметром 9 мм с плоским наконечником. Отношение пролета между опорами D_s к диаметру пуансона D_p равно 8 ($SPR = D_s / D_p = 8$). Перемещение пуансона было постоянным и равным 12 мм, скорость перемещения траверсы 2,54 мм/мин [36, 37]. КСИП выполняли четыре раза для каждого параметра.

Определяли зависимость между усилием вдавливания P и перемещением пуансона Δ . Поглощенную энергию определяли, вычисляя площадь под графиком усилие—перемещение $P-\Delta$. Прочность на срез PSS вокруг головки пуансона вычисляли по формуле [44]

$$PSS = \frac{P_{\max}}{\pi D_p H_c}, \quad (1)$$

где P_{\max} — максимальное усилие вдавливания; D_p — диаметр головки пуансона; H_c — толщина пластины.

1.3. Испытание на удар по Шарпи — это стандартизованная процедура, позволяющая определить, сколько энергии материал поглощает при разрушении. В силу легкости и удобства его широко применяют в промышленности [38].

Испытание проводили по стандарту ISO 179-1 [39] с использованием ударной машины КТ-CR и образцов без надреза с длиной пролета 62 мм. Масса молота 21,9 кг, центральная длина 0,752 м. Испытания провели при комнатной температуре пять раз для каждого параметра. Значение поглощенной энергии считывали с монитора машины для испытаний на удар. Основная цель — определение взаимосвязи между значениями поглощенной энергии в испытаниях на удар по Шарпи и квазистатическом сдвиге пуансоном.

1.4. Испытание на твердость. Твердость материала определяют как его сопротивление локальному деформированию [40]. Существуют разные виды испытаний на твердость, различающиеся формой и материалом индентора, а также величиной прикладываемой нагрузки. В настоящей работе испытание на твердость провели с использованием машины AOB Lab Digital Rockwell. Испытание квадратного образца со стороной 25 мм выполнили по стандарту ASTM D785 при нагрузке 100 кгс использованием стального шара диаметром 6,35 мм. Твердость определили, прикладывая нагрузку в течение 10 с и используя шкалу Роквелла. Среднее значение определили по отпечаткам, снятым с матовой поверхности образца.

2. Результаты и обсуждение

2.1. Результаты испытаний на квазистатический сдвиг пуансоном. КСИП выполнили на образцах эпоксидных стеклопластиков, содержащих наночастицы Al_2O_3 и B_4C . Такую экспериментальную методику также использовали, например, в [41, 42]. В настоящей работе $SPR = 8$, а перемещение пуансона ограничили значением $\Delta = 12$ мм. Изучили влияние типа и массового содержания наночастиц на механизм повреждения и поглощенную энергию. Полученные результаты представлены в табл. 3, а изменения поглощенной энергии E_a и прочности на срез PSS иллюстрируют данные рис. 4 и 5 соответственно.

Исследование энергии, поглощенной наноккомпозитами, не выявило положительного эффекта от введения наночастиц. Согласно экспериментальным кривым усилие—перемещение $P—\Delta$ с увеличением содержания наночастиц B_4C поглощенная энергия уменьшалась. Карбид бора B_4C — один из самых твердых материалов, используемый в качестве абразива. Поэтому жесткость наноккомпозита, содержащего наночастицы B_4C , возросла; он стал хрупче с меньшей площадью под графиком усилие— пере-

Табл. 3

Результаты КСИП

| Композит | P_{max} , кН | H_c , мм | PSS , МПа | E_a , Дж |
|-----------------------|----------------|------------|-------------|------------|
| Без наночастиц | 6,06 | 2,8 | 76,58 | 22,69 |
| 1% по массе Al_2O_3 | 5,66 | 2,4 | 83,45 | 16,81 |
| 2% по массе Al_2O_3 | 5,71 | 2,6 | 77,71 | 18,54 |
| 3% по массе Al_2O_3 | 5,34 | 2,8 | 67,49 | 19,01 |
| 1% по массе B_4C | 5,74 | 2,5 | 81,25 | 19,35 |
| 2% по массе B_4C | 5,53 | 2,5 | 78,27 | 17,88 |
| 3% по массе B_4C | 5,41 | 2,5 | 76,43 | 17,19 |

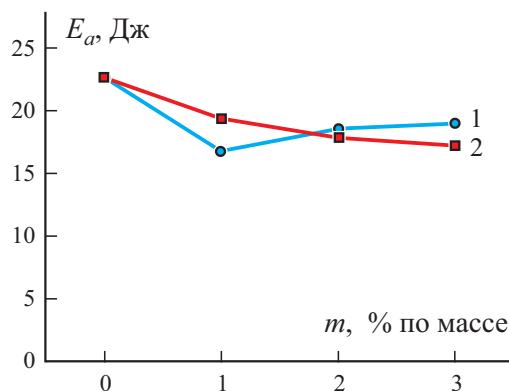


Рис. 4. Зависимость поглощенной энергии E_a от массового содержания m наночастиц Al_2O_3 (1) и B_4C (2).

мещение. Жесткость композита, содержащего 1% по массе наночастиц Al_2O_3 , уменьшалась, а содержащего 3% по массе возросла, но не достигла таковой у композита без наночастиц Al_2O_3 . Известно, что наночастицы Al_2O_3 улучшают межповерхностное сцепление волокон и матрицы в волокнисто-армированных полимерных композитах и улучшают их механические свойства [43].

Введение 1% по массе наночастиц Al_2O_3 или B_4C увеличивало прочность композитов на срез на 8,97 и 6,09% соответственно. Дальнейшее увеличение содержания наночастиц уменьшало ее и при содержании наночастиц 3% по массе достигало минимального значения. Линейной зависимости между прочностью на срез пуансоном и количеством энергии, поглощенной при увеличении содержания наночастиц, не наблюдали. В [44] также исследовали квазистатическое сопротивление гибридных

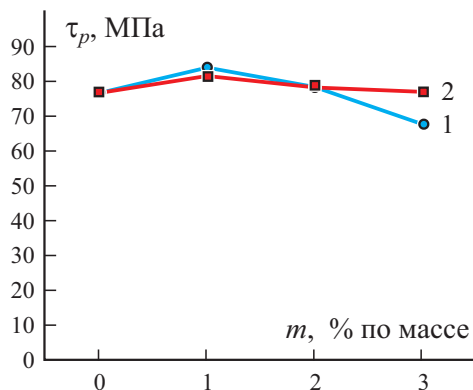


Рис. 5. Зависимость прочности на срез пуансоном τ_p от массового содержания m наночастиц Al_2O_3 (1) и B_4C (2).

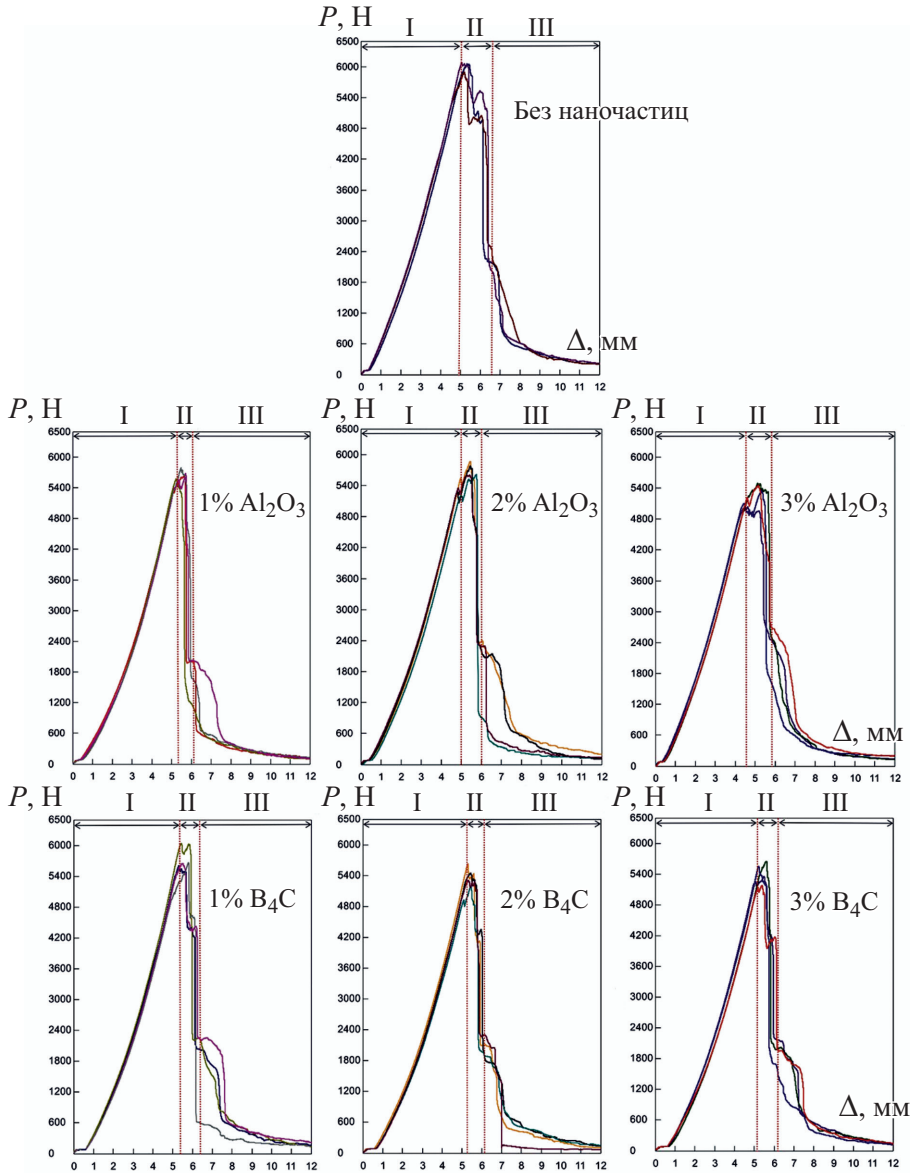


Рис. 6. Зависимости усилие пуансона—перемещение P — Δ при разном массовом содержании m наночастиц Al_2O_3 и B_4C . Пояснения в тексте.

волокнисто-армированных композитов вдавливаю и не смогли установить четкой корреляции между их прочностью на срез пуансоном и количеством поглощенной энергии. Это обусловлено тем, что прочность на срез пуансоном связана с максимальным усилием, которое может выдержать нанокompозит, а поглощенная энергия — с площадью под кривой усилие—перемещение. При этом максимальное усилие, выдерживаемое

нанокompозитом, может уменьшиться в силу механических связей, а количество поглощенной энергии может возрасти в силу повышенной ударной вязкости.

Экспериментальные кривые усилие вдавливания пуансона—перемещение $P—\Delta$ нанокompозитов представлены на рис. 6. Процесс вдавливания включал три этапа. На первом (I), называемом упругой областью, усилие линейно возрастало до определенного значения. На втором (II), называемом областью повреждения, произошло критическое разрушение волокон, обусловившее явление “выбивания пробки”. На этом упругая область закончилась и начался процесс внутреннего разрушения. Затем при резком падении нагрузки произошел переход к третьей стадии (III), называемой областью трения. Перфорация закончилась, и усилие, обусловленное трением между головкой пуансона и композитной пластиной, оставалось постоянным вплоть до достижения максимального перемещения. Такой ход событий аналогичен описанному в [31], где эпоксидные волокнисто-армированные стеклопластики с наночастицами кремнезема подвергли испытаниям на растяжение, изгиб, баллистическое и квазистатическое вдавливание. Квазистатические испытания с цилиндрической стальной головкой диаметром 10 мм провели со скоростью 2 мм/мин. На полученных кривых усилие—перемещение наблюдали три области: упругую, разрушения и трения.

Как видно из данных рис. 6, введение наночастиц Al_2O_3 и V_4C также уменьшило область повреждения и, как результат, уменьшило площадь под графиком и количество поглощенной энергии. Максимальное усилие в случае композита без наночастиц было больше, т.е. добавление наночастиц не увеличило максимальную нагрузку в испытаниях на квазистатический сдвиг пуансоном эпоксидных наностеклопластиков. Однако при содержании 1% по массе наночастиц наблюдали увеличение прочности на срез пуансоном, что обусловлено учетом толщины пластин нанокompозита при вычислении прочности на срез. Следует отметить, что толщина пластин в настоящей работе не была постоянной.

Механизмы повреждения в КСИП регистрировали, фотографируя лицевую и заднюю поверхности пластин (рис. 7). В ходе трехэтапного испытания на квазистатический сдвиг пуансоном наблюдали следующие повреждения: расслоение, выбивание пробки, разрыв и расщепление волокон, вспучивание. При этом на лицевой поверхности наблюдали преимущественно расслоение и выбивание пробки, а на задней поверхности — разрыв и расщепление волокон, вспучивание. Поскольку на лицевой поверхности пластин нанокompозита преобладали силы сжатия, расслоения там были больше, чем на задней поверхности. Преобладание растягивающих усилий на задней поверхности обусловило растяжение волокон, их разрыв, расщепление и вспучивание. Кроме того, начало разрушения волокон и выбивание пробки также было обусловлено нормальными напряжениями в силу изгибающего момента, поскольку в наших испытаниях $SPR = 8$. В [44] при изучении гибридных композитов

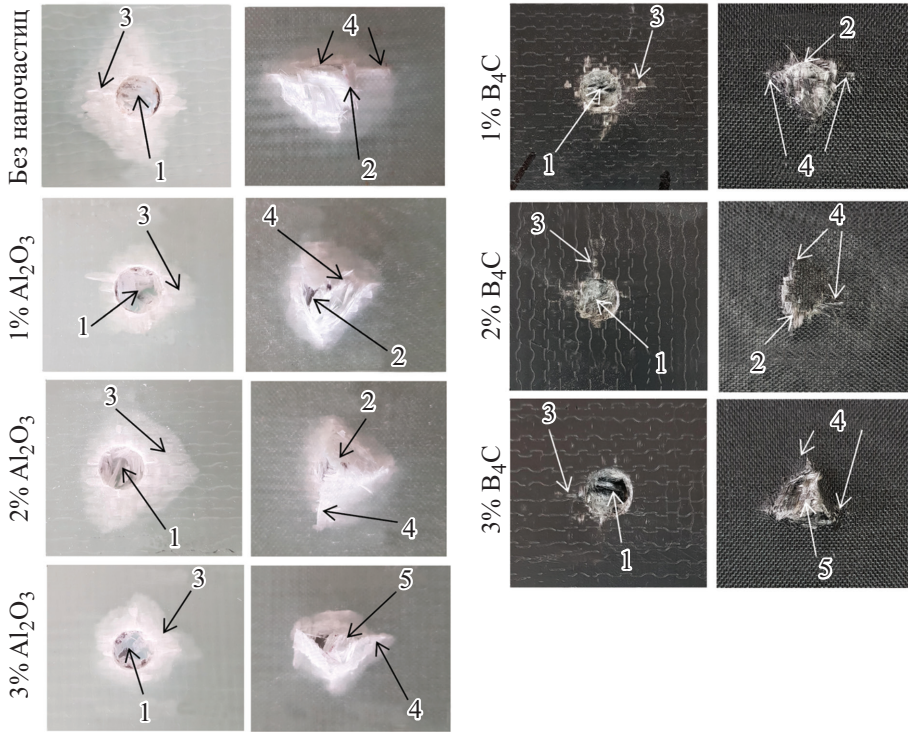


Рис. 7. Изображения лицевой и задней поверхностей пластин из композитов с разным массовым содержанием наночастиц Al_2O_3 и B_4C после КСИП: 1 — выдавливание пробки; 2 — разрыв волокон; 3 — расслоение; 4 — расщепление волокон; 5 — вспучивание.

использовали два значения — $SPR = 2$ и 5 и установили, что начало разрушения и выбивание пробки при $SPR = 2$ вызвано напряжениями сжатия и поперечного сдвига, а разрушение растяжением при $SPR = 5$ — изгибом.

Табл. 4

Энергия E_a , поглощенная в испытаниях на удар по Шарпи и КСИП

| Композит | E_a , Дж (Шарпи) | Уменьшение, % | E_a , Дж (КСИП) | Уменьшение, % |
|-----------------------|--------------------|---------------|-------------------|---------------|
| Без наночастиц | 5,52 | — | 22,69 | — |
| 1% по массе Al_2O_3 | 4,98 | 9,78 | 16,81 | 25,91 |
| 2% по массе Al_2O_3 | 5,29 | 4,17 | 18,54 | 18,29 |
| 3% по массе Al_2O_3 | 5,41 | 1,99 | 19,01 | 16,22 |
| 1% по массе B_4C | 4,47 | 19,02 | 19,35 | 14,72 |
| 2% по массе B_4C | 4,21 | 23,9 | 17,88 | 21,20 |
| 3% по массе B_4C | 3,98 | 27,9 | 17,19 | 24,24 |

С увеличением значения SPR влияние изгиба возрастало и соответственно изменялся механизм начального разрушения и выбивания пробки.

При оценке влияния наночастиц в рассматриваемых эпоксидных стеклопластиках стало очевидно, что увеличение содержания наночастиц не вызывает каких-либо значительных изменений в механизме их повреждения. Однако раздельная оценка влияния каждого типа наночастиц выявила некоторые различия. При добавлении наночастиц Al_2O_3 расслоение между слоями и разрыв волокон были очень похожи на таковые в композите без наночастиц, а при добавлении наночастиц B_4C площадь расслоения между слоями и разрыв волокон значительно уменьшились. Это можно объяснить тем, что наночастицы B_4C тверже наночастиц Al_2O_3 [45]. В результате твердость нанокомпозита с B_4C больше, а материал с большей твердостью хрупче и легче ломается и повреждается [46].

2.2. Результаты испытаний на удар по Шарпи. Исследовано влияние добавления наночастиц Al_2O_3 и B_4C на поглощенную энергию при испытаниях на удар по Шарпи эпоксидных стеклопластиков, и результаты сопоставлены с полученными при квазистатическом сдвиге пуансоном (табл. 4, рис. 8).

Как видно из данных рис. 8, изменение поглощенной энергии в испытаниях на удар по Шарпи и КСИП аналогичны при введении обоих типов наночастиц. Эти результаты свидетельствуют о том, что испытание на удар по Шарпи можно использовать для предсказания, дадут ли баллистические испытания и КСИП волокнисто-армированных нанокомпозитов позитивные результаты. Поскольку испытание на удар по Шарпи дает быстрые результаты, оно более практично.

Из данных рис. 8—*а* видно, что наименьшее и наибольшее значения поглощенной энергии получены при содержании 1 и 3% по массе нано-

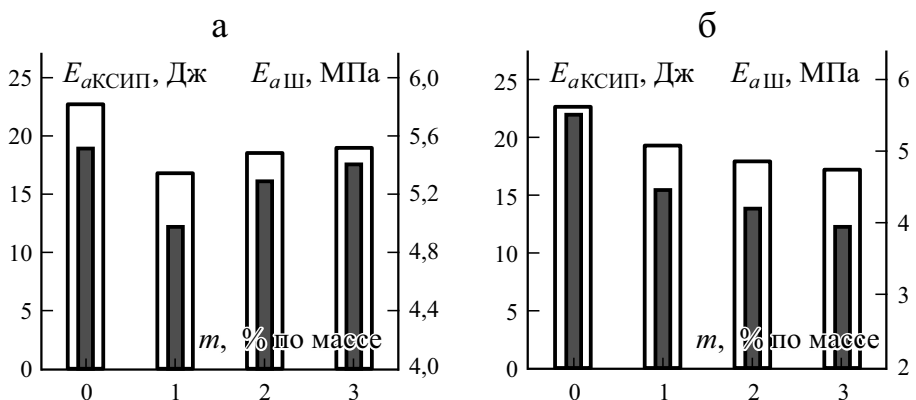


Рис. 8. Сравнение энергии E_a , поглощенной нанокомпозитами с разным массовым содержанием наночастиц Al_2O_3 (а) и B_4C (б), в испытаниях на удар по Шарпи (■) и КСИП (□).

Табл 5

Твердость нанокомпозитов по Роквеллу (HRC)

| Композит | HRC | Увеличение, % |
|-----------------------|--------|---------------|
| Без наночастиц | 100,77 | — |
| 1% по массе Al_2O_3 | 101,04 | 0,27 |
| 2% по массе Al_2O_3 | 102,31 | 1,52 |
| 3% по массе Al_2O_3 | 102,78 | 1,99 |
| 1% по массе B_4C | 102,16 | 1,41 |
| 2% по массе B_4C | 102,51 | 1,76 |
| 3% по массе B_4C | 103,08 | 2,34 |

частиц Al_2O_3 . Однако величину энергии, поглощенной композитом без наночастиц, не удалось превзойти путем увеличения содержания наночастиц больше 3% по массе в силу их агломерации [47]. Согласно данным табл. 4 уменьшение энергии, поглощенной в случае КСИП, больше, чем при ударе по Шарпи. Так, при введении 1% по массе наночастиц Al_2O_3 наблюдали уменьшение поглощенной энергии в испытании на удар по Шарпи на 9,78%, а КСИП — на 25,91%.

Согласно данным рис. 8—б при введении наночастиц B_4C до 3% по массе поглощенная энергия уменьшалась при обоих видах испытаний. В испытании на удар по Шарпи наблюдали максимальное уменьшение поглощенной энергии при введении 1% по массе наночастиц Al_2O_3 (на 9,78%) и 3% по массе наночастиц B_4C (на 27,9%).

2.3. Результаты испытаний на твердость. Твердость вычисляли по шкале Роквелла; результаты представлены в табл. 5 и на рис. 9.

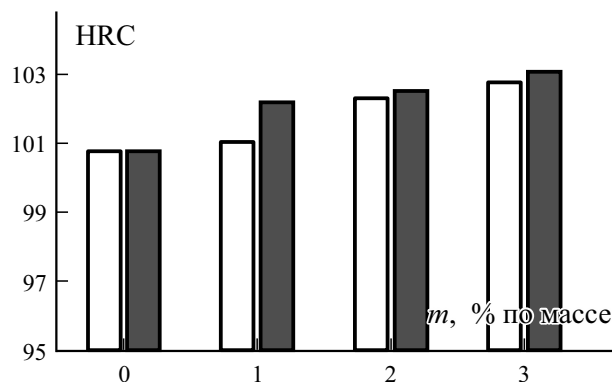


Рис. 9. Сравнение твердости нанокомпозитов по Роквеллу (HRC) от от массового содержания наночастиц Al_2O_3 (□) и B_4C (■).

Из гистограммы видно, что твердость при введении в композит обоих типов наночастиц возрастала по мере увеличения их содержания. Наибольшее увеличение твердости в образцах с 3% по массе наночастиц составило 1,99% при введении Al_2O_3 и 2,23% — при введении B_4C . Введение B_4C в большей степени повысило твердость нанокompозита. В [48] также показали, что введение в эпоксидные стеклопластики наночастиц Al_2O_3 повышает их твердость по Шору с увеличением массового содержания наночастиц.

Если твердость используемых наночастиц высока, то твердость нанокompозитов возрастет с увеличением их содержания [49]. При этом чем выше твердость композитного материала, тем больше его сопротивление абразивному износу [50].

Заключение

В настоящей работе изготовили эпоксидные стеклопластики, армированные наночастицами Al_2O_3 и B_4C , и исследовали их поведение при испытаниях на удар по Шарпи и квазистатический сдвиг пуансоном. Основные результаты исследования можно резюмировать следующим образом.

- Данные по энергии, поглощенной при ударе Шарпи и КСИП, аналогичны. Это означает, что испытание на удар по Шарпи пригодно для предсказания того, могут ли результаты испытаний КСИП и баллистического удара быть позитивными.
- Максимальное увеличение прочности наностеклопластика на срез наблюдали при добавлении 1% по массе частиц Al_2O_3 (на 8,97%) и 1% по массе частиц B_4C (на 6,09%)
- Добавление наночастиц Al_2O_3 и B_4C не дало положительных результатов с точки зрения энергии, поглощенной эпоксидными наностеклопластиками.
- Анализ кривых усилие вдавливания пуансона—перемещение показал, что добавление наночастиц уменьшило область повреждения нанокompозитов и, как результат, уменьшило количество поглощенной энергии в силу увеличения жесткости и уменьшения вязкости разрушения композита.
- Расслоение, выбивание пробки, разрыв и расщепление волокон, вспучивание и начало разрушения волокон происходили в силу действия нормальных напряжений, обусловленных изгибающим моментом.
- Введение наночастиц B_4C увеличило твердость композитов в большей степени, чем добавление наночастиц Al_2O_3 . Введение наночастиц B_4C значительно увеличило хрупкость композитов и уменьшило расслоение между слоями и область повреждения волокон.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Özen M., Demircan G., Kisa M., and Ilik Z.* Investigation of usability of waste textile fabrics in composites // *Emerg. Mater. Res.* — 2020. — Vol. 9, No. 1. — P. 1—6.
2. *Rajak D. K., Pagar D. D., Menezes P. L., and Linul E.* Fiber-reinforced polymer composites: Manufacturing, properties, and applications // *Polymers.* — 2019. — Vol. 11, No. 10. — P. 1667.
3. *Shishevan F. A., Akbulut H., and Mohtadi-Bonab M. A.* Low velocity impact behavior of basalt fiber-reinforced polymer composites // *J. Mater. Eng. Perform.* — 2017. — Vol. 26, No. 6. — P. 2890—2900.
4. *Lai W. L., Saeedipour H., and Goh K. L.* Mechanical properties of low-velocity impact damaged carbon fibre reinforced polymer laminates: Effects of drilling holes for resin-injection repair // *Compos. Struct.* — 2020. — Vol. 235. — P. 111806.
5. *Liu J., Liu H., Kaboglu C., Kong X., Ding Y., Chai H., Blackman B. R. K., Kinloch A. J., and Dear J. P.* The impact performance of woven-fabric thermoplastic and thermoset composites subjected to high-velocity soft- and hard-impact loading // *Appl. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 26, Nos. 5—6. — P. 1389—1410.
6. *Shimamoto A., Kubota R., and Takayama K.* High-velocity impact characteristic of carbon fiber reinforced plastic composite at low temperature // *J. Strain Anal. Eng. Des.* — 2012. — Vol. 47, No. 7. — P. 471—479.
7. *Domun N., Kaboglu C., Paton K. R., Dear J. P., Liu J., Blackman B. R. K., Liaghat G., and Hadavinia H.* Ballistic impact behaviour of glass fibre reinforced polymer composite with 1D/2D nanomodified epoxy matrices // *Composites: Part B.* — 2019. — Vol. 167. — P. 497—506.
8. *Naveen J., Jawaid M., Zainudin E. S., Sultan M. T. H., and Yahaya R.* Evaluation of ballistic performance of hybrid kevlar®/cocos nucifera sheath reinforced epoxy composites // *J. Text. Inst.* — 2019. — Vol. 110, No. 8. — P. 1179—1189.
9. *Li Y., Zhang W., Yang Z., Zhang J., and Tao S.* Low-velocity impact damage characterization of carbon fiber reinforced polymer (CFRP) using infrared thermography // *Infrared Phys. Technol.* — 2016. — Vol. 76. — P. 91—102.
10. *Margem J. I., Margem F. M., Margem M. R., Gomes V. A., and Monteiro S. N.* Charpy impact tests in epoxy matrix composites reinforced with malva fibers // *Proc. The Minerals, Metals & Materials Society (eds) TMS 2014: 143rd Annual Meeting & Exhibition, 2014.* — P. 425—432.
11. *Wagner P.* The dynamics of impact on composite structures // *Key Eng. Mater.* — 1997. — Vol. 141. — P. 671—694.
12. *Abteu M. A., Boussu F., Bruniaux P., Loghin C., and Cristian I.* Ballistic impact mechanisms. A review on textiles and fibre-reinforced composites impact responses // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 223. — P. 110966.
13. *Shahkarami A., Cepus E., Vaziri R. V., and Poursartip A.* Material Responses to Ballistic Impact, Lightweight Ballistic Composites. — N. Y.: Woodhead Publishing, USA, 2006. — P. 72—100.
14. *Sun C. T. and Potti S. V.* A simple model to predict residual velocities of thick composite laminates subjected to high velocity impact // *Int. J. Impact Eng.* — 1996. — Vol. 18, No. 3. — P. 339—353.
15. *Gama B. A. and Gillespie J. W.* Punch shear based penetration model of ballistic impact of thick-section composites // *Compos. Struct.* — 2008. — Vol. 86, No. 4. — P. 356—369.

16. *Jordan J. B., Naito C. J., and Haque B. Z.* Quasi-static, low-velocity impact and ballistic impact behavior of plain weave E-glass/Phenolic Composites // *J. Compos. Mater.* — 2014. — Vol. 48, No. 20. — P. 2505—2516.
17. *Gu B. and Ding X.* A refined quasi-microstructure model for finite element analysis of three-dimensional braided composites under ballistic penetration // *J. Compos. Mater.* — 2005. — Vol. 39, No. 8. — P. 685—710.
18. *Jenq S. T., Jing H. S., and Chung C.* Predicting the ballistic limit for plain woven glass/epoxy composite laminate // *Int. J. Impact Eng.* — 1994. — Vol. 15, No. 4. — P. 451—464.
19. *Goldsmith W., Dharan C. K. H., and Chang H.* Quasi-static and ballistic perforation of carbon fiber laminates // *Int. J. Solids Struct.* — 1995. — Vol. 32, No. 1. — P. 89—103.
20. *Lin C. and Fatt M. S. H.* Perforation of composite plates and sandwich panels under quasi-static and projectile loading // *J. Compos. Mater.* — 2006— Vol. 40, No. 20. — P. 1801—1840.
21. *Nagai M. and Miyairi H.* The study on Charpy impact testing method of CFRP // *Adv. Compos. Mater.* — 1994. — Vol. 3, No. 3. — P. 177—190.
22. *Simeoli G., Sorrentino L., Touchard F., Mellier D., Oliviero M., and Russo P.* Comparison of falling dart and charpy impacts performances of compatibilized and not compatibilized polypropylene/woven glass fibres composites // *Composites: Part B.* — 2019. — Vol. 165. — P. 102—108.
23. *Pereira A. C., Monteiro S. N., de Assis F. S., Margem F. M., da Luz F. S., and Braga F. de O.* Charpy impact tenacity of epoxy matrix composites reinforced with aligned jute fibers // *J. Mater. Res. Technol.* — 2017. — Vol. 6, No. 4. — P. 312—316.
24. *Glória G. O., Margem F. M., Ribeiro C. G. D., de Moraes Y. M., da Cruz R. B., Silva F. de A., and Monteiro S. N.* Charpy impact tests of epoxy composites reinforced with giant bamboo fibers // *Mater. Res.* — 2015. — Vol. 18. — P. 178—184.
25. *Andrew J. J., Srinivasan S. M., Arockiarajan A., and Dhakal H. N.* Parameters influencing the impact response of fiber-reinforced polymer matrix composite materials: A critical review // *Compos. Struct.* — 2019. — Vol. 224. — P. 111007.
26. *Rahman N. A., Hassan A., Yahya R., and Lafia-Araga R. A.* Impact properties of glass-fiber/polypropylene composites: The influence of fiber loading, specimen geometry and test temperature // *Fibers Polym.* — 2013. — Vol. 14, No. 11. — P. 1877—1885.
27. *Nascimento L. F. C., Monteiro S. N., Louro L. H. L., da Luz F. S., dos Santos J. L., Braga F. D. O., and Marçal R. L. S. B.* Charpy impact test of epoxy composites reinforced with untreated and mercerized mallow fibers // *J. Mater. Res. Technol.* — 2018. — Vol. 7, No. 4. — P. 520—527.
28. *Safi S., Zadhoush A., and Ahmadi M.* Flexural and Charpy impact behaviour of epoxy/glass fabric treated by nano-SiO₂ and silane blend // *Plast. Rubber Compos.* — 2017. — Vol. 46, No. 7. — P. 314—321.
29. *Mohanty A. and Srivastava V. K.* Effect of alumina nanoparticles on the enhancement of impact and flexural properties of the short glass/carbon fiber reinforced epoxy based composites // *Fibers Polym.* — 2015. — Vol. 16, No. 1. — P. 188—195.
30. *Bozkurt Ö. Y., Özbek Ö., and Abdo A. R.* The effects of nanosilica on Charpy impact behavior of glass/epoxy fiber reinforced composite laminates // *Period. Eng. Nat. Sci.* — 2017. — Vol. 5, No. 3. — P. 322—327.
31. *Afrouzian A., Aleni H. M., Liaghat G., and Ahmadi H.* Effect of nano-particles on the tensile, flexural and perforation properties of the glass/epoxy composites // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2017. — Vol. 36, No. 12. — P. 900—916.

32. *Pol M. H. and Liaghat G. H.* Studies on the mechanical properties of composites reinforced with nanoparticles // *Polym. Compos.* — 2017. — Vol. 38, No. 1. — P. 205—212.
33. *Halder S., Ghosh P. K., Goyat M. S., and Ray S.* Ultrasonic dual mode mixing and its effect on tensile properties of SiO₂-epoxy nanocomposite // *J. Adhes. Sci. Technol.* — 2013. — Vol. 27, No. 2. — P. 111—124.
34. *Ghosh P. K., Kumar K., and Chaudhary N.* Influence of ultrasonic dual mixing on thermal and tensile properties of MWCNTs-epoxy composite // *Composites: Part B.* — 2015. — Vol. 77. — P. 139—144.
35. ASTM D6264 / D6264M-17, Standard Test Method for Measuring the Damage Resistance of a Fiber-Reinforced Polymer-Matrix Composite to a Concentrated Quasi-Static Indentation Force, ASTM Int., West Conshohocken, PA, 2017, www.astm.org
36. *Yahaya R., Sapuan S. M., Jawaid M., Leman Z., and Zainudin E. S.* Quasi-static penetration and ballistic properties of kenaf-aramid hybrid composites // *Mater. Des.* — 2014. — Vol. 63. — P. 775—782.
37. *Sun Y., Burgueño R., Wang W., and Lee I.* Modeling and simulation of the quasi-static compressive behavior of Al/Cu hybrid open-cell foams // *Int. J. Solids Struct.* — 2015. — Vol. 54. — P. 135—146.
38. *Rossoll A., Berdin C., Forget P., Prioul C., and Marini B.* Mechanical aspects of the Charpy impact test // *Nucl. Eng. Des.* — 1999. — Vol. 188, No. 2. — P. 217—229.
39. EN ISO 179-1, *Plastics—Determination of Charpy impact properties, Part 1: Non-instrumented impact test*, 2010.
40. *Mansor M. R., Mustafa Z., Fadzullah S. H. S. M., Omar G., Salim M. A., and Akop M. Z.* Recent advances in polyethylene-based biocomposites // *Natural Fibre Reinforced Vinyl Ester and Vinyl Polymer Composites.* — N. Y.: Woodhead Publishing, 2018. — P. 71—96.
41. *Xiao J. R., Gama B. A., and Gillespie J. W.* Progressive damage and delamination in plain weave S-2 glass/SC-15 composites under quasi-static punch-shear loading // *Compos. Struct.* — 2007. — Vol. 78, No. 2. — P. 182—196.
42. *Fernandes A. J. G., de Amorim Jr. W. F., Filho W. B., Guedes I. P., Silva A. L., and Porto W. L.* Behavior of fiberglass polymer composites under ballistic impact and quasi-static punch shear tests // *Mater. Sci. Forum.* — 2016. — Vol. 881. — P. 300—306.
43. *Fathy A., Shaker A., Hamid M. A., and Megahed A. A.* The effects of nano-silica/nano-alumina on fatigue behavior of glass fiber-reinforced epoxy composites // *J. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 51. — P. 1667—1679.
44. *Bulut M., Erklığ A., and Yeter E.* Hybridization effects on quasi-static penetration resistance in fiber reinforced hybrid composite laminates // *Composites: Part B.* — 2016. — Vol. 98. — P. 9—22.
45. *Öksüz K. E. and Şahin Y.* Microstructure and hardness characteristics of Al₂O₃-B₄C particle-reinforced Cu matrix composites // *Acta Phys. Pol., A.* — 2016. — Vol. 129, No. 4. — P. 650—652.
46. *Rosato D. and Rosato D.* Design Parameter, *Plastics Engineered Product Design.* — N. Y.: Elsevier, USA, 2003. — P. 161—197.
47. *Demircan G., Kisa M., Ozen M., and Aktas B.* Surface-modified alumina nanoparticles-filled aramid fiber-reinforced epoxy nanocomposites: Preparation and mechanical properties // *Iran. Polym. J.* — 2020. — Vol. 29, No. 3. — P. 253—264.
48. *Abdul-Hussein A. B., Hashim F. A., and Kadhim T. R.* Effect of nano powder on mechanical and physical properties of glass fiber reinforced epoxy composite // *Al-Khwarizmi Eng. J.* — 2016. — Vol. 12, No. 3. — P. 72—79.

49. *Megahed A. A., Agwa M. A., and Megahed M.* Improvement of hardness and wear resistance of glass fiber-reinforced epoxy composites by the incorporation of silica/carbon hybrid nanofillers // *Polym. Plast. Technol. Eng.* — 2018. — Vol. 57, No. 4. — P. 251—259.

50. *Agarwal G., Patnaik A., and Sharma R. K.* Thermo-mechanical properties and abrasive wear behavior of silicon carbide filled woven glass fiber composites // *Silicon.* — 2014. — Vol. 6, No. 3. — P. 155—168.

Поступила в редакцию 25.09.2020

Окончательный вариант поступил 29.12.2020

Received Sept. 25, 2020 (Dec. 29, 2020)

Г. С. Подыман^{а}, Я. Г. Двойнос^а, В. А. Новик^б*

*^аНациональный технический университет Украины “Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского”, Киев, Украина
^бООО “Механика”, Киев, Украина*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГОМОГЕНИЗАЦИИ ПОЛИЭТИЛЕНОВЫХ КОМПОЗИЦИЙ В ОДНОШНЕКОВОМ ЭКСТРУДЕРЕ С ПЕРЕМЕШИВАЮЩИМ ЭЛЕМЕНТОМ МЭДДОКА¹

H. S. Podyman^{}, Ya. H. Dvoinos, and V. A. Novik*

MODELING THE HOMOGENIZATION PROCESS OF POLYETHYLENE COMPOSITIONS IN A SINGLE-SCREW EXTRUDER WITH A MADDOCK MIXING ELEMENT

Keywords: extruder screw, Maddock mixing element, polyethylene composition, mathematical model

The work aims to generalize the existing theoretical studies into the influence of geometrical dimensions of the Maddock element installed on the extruder screw on the mixing quality of polyethylene composition with a silicone rubber in order, to establish the theoretical laws of the process and to verify them experimentally. A mathematical model of the flow of polymer melts in the working gaps of a single-screw extruder with a Maddock mixing element is formulated. Numerical and simulation experiments were carried out, a technological scheme for producing a composition for an antifriction layer of protective tubes of fiber optic communication cables is proposed, and samples of the new composition were obtained.

Ключевые слова: шнек экструдера, элемент Мэддока перемешивающий, композиция полиэтилена, модель математическая

Цель работы — обобщение имеющихся результатов теоретических исследований влияния геометрических размеров элемента Мэддока, установленного на шнек экструдера, на качество

*Автор, с которым следует вести переписку: podiman_g_s@ukr.net
Corresponding author: podiman_g_s@ukr.net

¹Перевод с англ.

перемешивания полиэтиленовой композиции с силиконовым каучуком, установление теоретических закономерностей процесса и их экспериментальная проверка. Сформулированы граничные условия для математической модели течения расплава полимера в рабочих зазорах одношнекового экструдера с перемешивающим элементом Мэддока. Проведены численные и имитационные эксперименты, предложена технологическая схема получения композиции для антифрикционного слоя защитных труб волоконно-оптических кабелей связи и получены образцы новой композиции.

Введение

Композиция полиэтилена с силиконовым каучуком имеет низкий коэффициент трения, делающий ее пригодной для изготовления антифрикционного слоя защитных трубок для волоконно-оптических кабелей связи. В соответствии с требованиями [1] к монтажу и испытанию систем трубопроводов в земле (включая трубы и трубопроводную арматуру) для защиты и прокладки изолированных проводов и/или кабелей в системах связи и с монтажными требованиями (“натягивание” (“tightening”) или “длина хода” (“stoke”) [2] коэффициент трения внутренней поверхности защитной трубки и внешней оболочки кабеля должен быть меньше 0,1. Такой коэффициент трения позволяет прокладывать оптические кабели легкой конструкции инжекторным методом на расстояние до 2000 м. Для обеспечения допустимых значений коэффициента трения на Украине применяют и такие известные современные технологии, как прокладка (продувка) пневмокабелей с помощью смазочных материалов Plumettaz CJL 1032 (Швейцария) [3] и Prelube-5000 (США) (0,4—0,5 дм³/км) [4], использование двухслойных труб с внутренним слоем, изготовленным путем экструзии полиэтиленовых концентратов с первичными амидами жирных кислот (добавка D10-1061 Combo [5]) или смеси полиэтилен—силиконовый каучук (Dow Corning MB25-035 [6]). Включение силиконового каучука в композицию полиэтилена стабилизирует ее характеристики, поскольку высокомолекулярный силиконовый каучук не растворяется в полиэтилене и соответственно не проникает в стенку трубки, а коэффициент трения меньше подвержен влиянию температуры.

Традиционное оборудование для изготовления композиции полиэтилен—силикон — экструдер с двумя шнеками, вращающимися в противоположных направлениях [7]. Для повышения однородности и дисперсности получаемой композиции необходима значительная модернизация их производства с использованием одношнекового экструдера. Возможности смешивания с помощью простых шнеков ограничены, и для интенсификации процессов смешивания и диспергирования используют разные перемешивающие элементы [8, 9], среди которых наиболее известны перемешивающие шнеки Мэддока, Drew и CRD.

В [10] методами математического моделирования исследовали влияние геометрических параметров блочного смесителя на характеристики (па-

раметры режима) процесса экструзии, такие как перепад давления и диссипация энергии. Распределительное перемешивание в каналах элемента оценивали по времени обработки и сдвиговому напряжению. Результаты исследования могут служить рекомендациями по проектированию и оптимизации геометрии перемешивающих элементов.

В [11, 12] провели численное моделирование течения полимерных расплавов (неньютоновских жидкостей) в канале перемешивающего элемента Мэддока [12] и барьерного шнека [11], по конструкции аналогичного элементу Мэддока. Рассмотрен процесс течения в набегающем и пригоночном зазорах. С помощью программы ANSYS Polyflow реконструирована постановка граничных условий и реологических параметров расплава в широком диапазоне температур и скоростей сдвига. Авторы использовали современные компьютерные технологии и протестировали серию имитационных экспериментов для разных условий с целью получения конкретных решений.

Цель настоящей работы — разработка методики расчета параметров перемешивания и перегрева композиций полиэтилена с силиконовым каучуком при заданных параметрах и геометрических размерах элемента Мэддока в ходе одношнекового экструдирования; проверка адекватности метода натуральных экспериментов; оценка влияния определяющих размеров перемешивающего элемента Мэддока на качество перемешивания, перегрев расплава и перепад давления; предоставление рекомендаций по проектированию элемента Мэддока. Толщину рабочих зазоров и их длину выбрали в качестве определяющих геометрических параметров элемента.

1. Математическая модель течения композиций расплавов в рабочих зазорах элемента Мэддока

Конструкция шнека с элементом Мэддока и геометрические параметры элемента показаны на рис. 1. Элемент Мэддока имеет шесть входных и шесть выходных каналов. Он расположен после зоны плавления и дозирования, а расплав поступает во входные зазоры элемента под давлением.

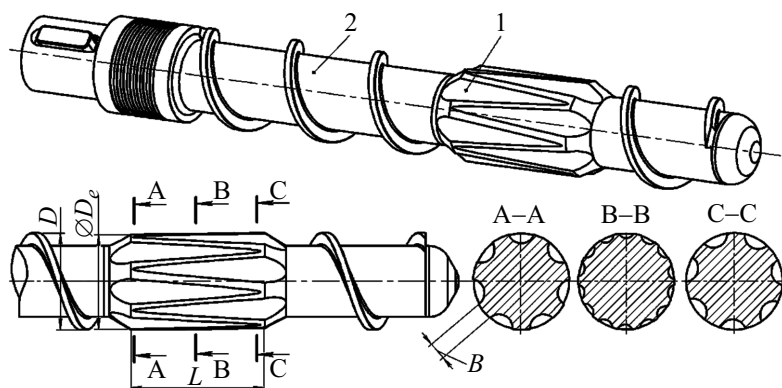


Рис. 1. Шнек (1) с элементом Мэддока (2); L — длина элемента; D — диаметр цилиндров одношнекового экструдера; D_e — диаметр выступающих поверхностей элемента Мэддока; B — ширина зазора между каналами элемента Мэддока.

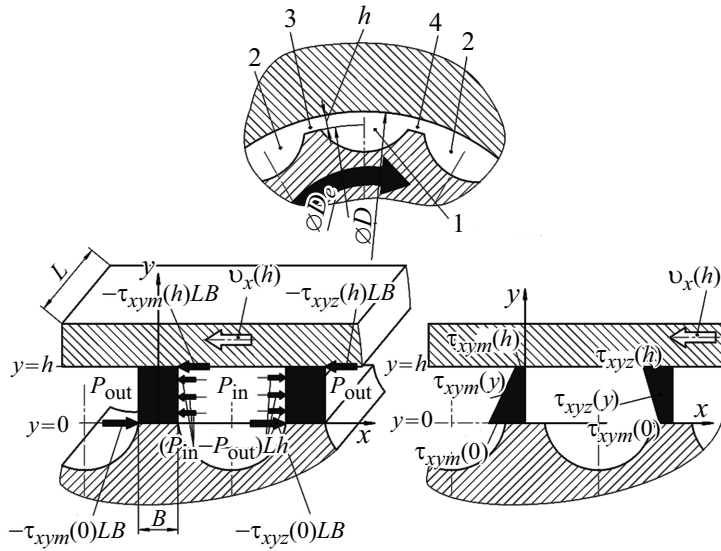


Рис. 2. Параметры геометрии и режима элемента Мэддока в плоскопараллельной модели: 1 и 2 — входной и выходной каналы (низкого давления) соответственно; 3 и 4 — набегающий и убегающий зазоры соответственно.

Поскольку высота зазора $h = (-D_e)/2$ мала (по сравнению с диаметром цилиндра D), использовали плоскопараллельную модель течения расплава в зазорах элемента с неподвижным элементом Мэддока ($v_x(0) = 0$) и верхней стенкой, движущейся вдоль оси x с постоянной линейной скоростью $v_x(h) = \pi Df$, где f — скорость шнека экструдера (рис. 2).

При использовании плоскопараллельной модели для исследования течения расплава через элемент Мэддока предположили следующее:

— ширина зазора B постоянна вдоль каналов, а длина каждого радиального зазора равна длине L элемента Мэддока;

— гидравлическое сопротивление в каналах элемента Мэддока незначительно по сравнению с гидравлическим сопротивлением в рабочих зазорах и не учитывается;

— течение расплава в рабочих зазорах происходит только в тангенциальном направлении (по координате x , см. рис. 2), а силы инерции намного меньше сил вязкого трения и не учитываются;

— реологические свойства композиции расплава полиэтилена с силиконовым каучуком не зависят от эффективного размера включений дисперсной фазы;

— реологическое поведение расплава можно описать степенным законом Оствальда—де Ваэля

$$\tau_{xy} = K \left| \frac{dv_x}{dy} \right|^{n-1} \frac{dv_x}{dy},$$

где τ_{xy} — касательное напряжение; K — коэффициент консистенции расплава композиции;

— скольжение расплава по стенкам рабочих зазоров отсутствует.

При изучении течения расплава через зазоры элемента Мэддока использовали следующие обозначения: зазор с поверхностью элемента Мэддока относительно подвижной в направлении входного канала (с более высоким давлением) назван набегающим (incident) и обозначен нижним индексом m , а радиальный зазор с относительным перемещением элемента Мэддока против направления входного канала назван пригоночным (coinciding) и обозначен нижним индексом z .

В набегающем зазоре для элемента расплава шириной B , длиной L и высотой h уравнение баланса действующих сил запишем в виде [13]

$$-\tau_{xym}(0)BL - (P_{in} - P_{out})Lh + \tau_{xym}(h)BL = 0, \quad (1)$$

где $\Delta P = (P_{in} - P_{out})$ — перепад давления между напорным и безнапорным каналами (гидравлическое сопротивление элемента); $\tau_{xym}(h)$ и $\tau_{xym}(0)$ и $\tau_{xym}(y)$ — касательные напряжения, действующие в элементе расплава в зазорах в непосредственной близости от верхней (подвижной) и нижней (неподвижной) стенок канала соответственно и на высоте y от нижней (неподвижной) стенки канала.

Ответ на увеличение зазора —

$$\begin{aligned} &-\tau_{xyz}(0)BL + (P_{in} - P_{out})Lh + \tau_{xyz}(h)BL = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow &-\tau_{xyz}(h) = -\tau_{xyz}(0) + \Delta P \frac{h}{B}, \quad \tau_{xyz}(y) = \tau_{xyz}(0) - \frac{\Delta P}{B}y. \end{aligned} \quad (2)$$

Используя реологическое соотношение Оствальда—де Ваэля, скорость сдвига (градиент расхода) для набегающего и пригоночного зазоров запишем как

$$\frac{dv_{xm}(y)}{dy} = \frac{1}{K} \left| \tau_{xym}(0) + \Delta P \frac{y}{B} \right|^{\frac{1}{n}-1} \left(\tau_{xym}(0) + \Delta P \frac{y}{B} \right), \quad (3)$$

$$\frac{dv_{xz}(y)}{dy} = \frac{1}{K} \left| \tau_{xyz}(0) - \Delta P \frac{y}{B} \right|^{\frac{1}{n}-1} \left(\tau_{xyz}(0) - \Delta P \frac{y}{B} \right), \quad (4)$$

$$v_{xm}(y) = \int_{y=0}^{y=y} \left[\frac{1}{K} \left| \tau_{xym}(0) + \Delta P \frac{y}{B} \right|^{\frac{1}{n}-1} \left(\tau_{xym}(0) + \Delta P \frac{y}{B} \right) \right] dy, \quad (5)$$

$$v_{xz}(y) = \int_{y=0}^{y=y} \left[\frac{1}{K} \left| \tau_{xyz}(0) - \Delta P \frac{y}{B} \right|^{\frac{1}{n}-1} \left(\tau_{xyz}(0) - \Delta P \frac{y}{B} \right) \right] dy. \quad (6)$$

Пределные условия для скорости течения расплава в зазорах на нижней и верхней стенках имеют вид

$$v_{xm}(0) = v_{xz}(0) = 0, \quad v_{xm}(h) = v_{xz}(h) = -\pi Df. \quad (7)$$

Объемные скорости потока в рабочих зазорах вычисляем как

$$Q_m = L \int_{y=0}^{y=h} v_{xm}(y) dy = L \int_{y=0}^{y=h} \left[\int_{y=0}^{y=y} \left(\frac{1}{K} \left| \tau_{xym}(0) + \Delta P \frac{y}{B} \right|^{\frac{1}{n}-1} \left(\tau_{xym}(0) + \Delta P \frac{y}{B} \right) \right) dy \right] dy,$$

$$Q_z = L \int_{y=0}^{y=h} v_{xz}(y) dy = L \int_{y=0}^{y=h} \left[\int_{y=0}^{y=y} \left(\frac{1}{K} \left| \tau_{xyz}(0) - \Delta P \frac{y}{B} \right|^{\frac{1}{n}-1} \left(\tau_{xyz}(0) - \Delta P \frac{y}{B} \right) \right) dy \right] dy.$$

Сумма левых частей этих интегральных уравнений определяется известным значением производительности экструдера из уравнения (5):

$$Q_m + Q_z = \frac{G}{z_{in} \rho}, \quad (8)$$

где G — производительность экструдера; ρ — плотность расплава.

Уравнения (5)—(8) содержат три неизвестных параметра: $\tau_{xym}(0)$, $\tau_{xyz}(0)$, ΔP . Система закрытая и имеет уникальное решение.

Среднюю скорость сдвига в рабочих зазорах для определения кажущейся вязкости расплава можно определить с помощью уравнения

$$\gamma_{ave} = \frac{1}{h} \int_0^h \sqrt{\gamma_{xym}^2(y) + \gamma_{xyz}^2(y)} dy, \quad (9)$$

где $\gamma_{xym}(y) = dv_{xm}(y)/dy$ — скорость сдвига в набегающем зазоре элемента Мэддока; $\gamma_{xyz}(y) = dv_{xz}(y)/dy$ — скорость сдвига в пригоночном зазоре элемента Мэддока.

Среднее время обработки расплава в зазорах элемента Мэддока равно

$$t_{ave} = \frac{LBh\rho z_{in}}{G}. \quad (10)$$

Накопленная деформация, характеризующая качество перемешивания, равна

$$\Gamma = \gamma_{ave} t_{ave}. \quad (11)$$

Средний размер r включений дисперсной фазы после элемента Мэддока [8] (рис. 3) равен

$$r = \frac{r_0}{\Gamma} q \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{или} \quad \frac{r}{r_0} = \frac{q}{\Gamma} \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (12)$$

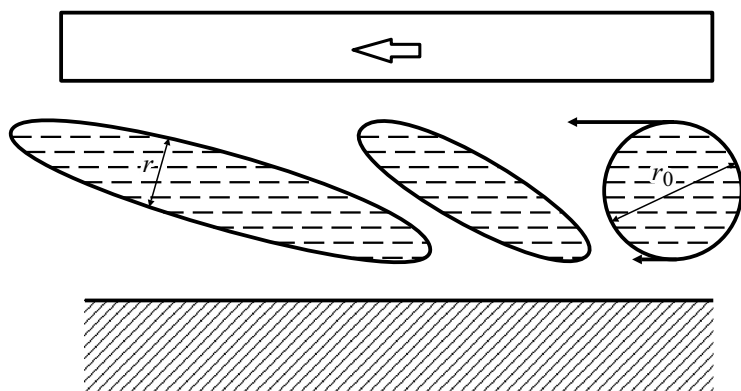


Рис. 3. Уменьшение эффективного размера включений дисперсной фазы при ламинарном течении расплава полимерной композиции в рабочих зазорах перемешивающего элемента.

где μ_1 и μ_2 — вязкость диспергирующей и диспергируемой среды соответственно; q — объемная концентрация диспергируемой фазы; r/r_0 — безразмерный параметр, характеризующий кратность уменьшения размера включений диспергируемой фазы после элемента Мэддока.

Полученные результаты изотермического моделирования течения неньютоновской жидкости использовали для оценки перегрева расплава в рабочих зазорах элемента Мэддока.

Мощность, рассеиваемая в зазорах, равна

$$Q_{\text{diss}} = BLz_k \int_{y=0}^{y=h} (\tau_{xyn}(y)\gamma_{xyn}(y) + \tau_{xyz}(y)\gamma_{xyz}(y)) dy. \quad (13)$$

Перегрев расплава после прохождения смесительного элемента выразим как

$$\Delta T_{\text{diss}} = \frac{Q_{\text{diss}}}{GC_p}, \quad (14)$$

где C_p — удельная теплоемкость композиции.

2. Результаты моделирования течения композиции расплава в рабочих зазорах элемента Мэддока

Для промышленного производства защитных трубок с внутренним антифрикционным слоем для оптических кабелей выбрали следующую композицию: 95% Basell Lupolen® 5231 ПЭВП (полиэтилен высокой плотности) + 2,5% КР-SKTV марки В (высокомолекулярный силиконовый каучук с молекулярной массой 570—700 тыс. единиц) [14] (государственное предприятие Запорожский КРЕМНИПОЛИМЕР) + 2,5% ЦКТН (низкомолекулярный силиконовый каучук) марки Б [14]. Размер агломератов КР-SKTV на входе $r_0 = 5$ —10 мм. Эту композицию получили на линии гранулирования методом одношнековой экструзии [15]. Качество композиции

было недостаточным для промышленного использования, поэтому выполнили повторные операции грануляция и лабораторные исследования коэффициента трения для системы ПЭВП. Образцы, полученные трехкратной обработкой в одношнековом экструдере без перемешивающего элемента Мэддока, были удовлетворительными, поэтому выбрали промышленную схему с двукратным гранулированием в одношнековых экструдерах. Первый экструдер не имел перемешивающего элемента, а второй имел элемент Мэддока, что позволило получить на выходе композицию с агломератами КР-SKTV среднего размера $r = 0,05$ мм.

После многократных измерений в широком диапазоне изменения скорости сдвига с использованием соотношения Оствальда—де Ваэля

$$\tau_{xy} = K |\dot{\gamma}_{xy}|^{n-1} \dot{\gamma}_{xy}$$

установили, что коэффициент консистенции расплава композиции $K = 2,92 \cdot 10^3$ и $n = 0,8567$. Реологические параметры K и n исследовали на капиллярном вискозиметре с диаметром сопла 0,0012 м и длиной 0,008 м при температуре 180 °С в диапазоне $\dot{\gamma} = 1—5$ с⁻¹. Обработку результатов измерений провели по уточненной методике [16].

На основе соотношений (1)—(11) разработали алгоритм и программу расчета в программном обеспечении МАТНСАД. Численные эксперименты выполнили при разной глубине зазора ($h = 0,5—2$ мм с шагом 0,5 мм) и разной длине элементов ($L = 50—200$ мм с шагом 50 мм). Результаты экспериментов представлены на рис. 4.

Максимальное гидравлическое сопротивление элемента Мэддока при обработке композиции 3 МПа, а перегрев расплава не превышал 5 °С. Накопленная деформация Γ в численных экспериментах проиллюстрирована на рис. 5.

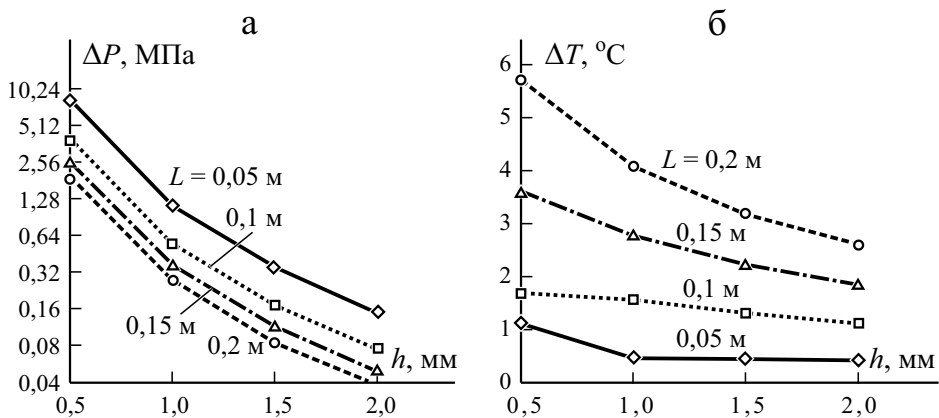


Рис. 4. Зависимость гидравлического сопротивления ΔP элемента Мэддока (а) и перегрев ΔT композиции расплава (б) от высоты рабочего зазора h и длины L элемента Мэддока.

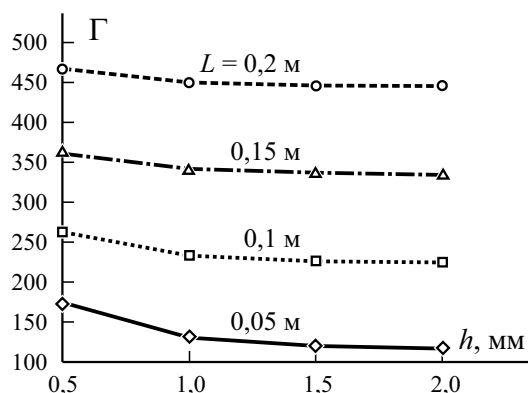


Рис. 5. Расчетная зависимость накопленной деформация Γ (качество смешивания) от высоты h рабочего зазора и длины L элемента Мэддока.

3. Экспериментальная проверка математической модели течения композиции расплава в рабочих зазорах элемента Мэддока

Для натурального эксперимента выбрали экструдер с диаметром цилиндра $D = 63$ мм и длиной шнека $33D$. В зоне загрузки шнек имеет глубину 8 мм (объем поворотной полости $V_1 = 85 \text{ см}^3$) и длину $15D$. На цилиндре также находилась гофрированная гильза зоны загрузки длиной $7D$ (440 мм). Длина зоны сжатия и плавления $12D$, объем полости змеевика $V_2 = 47 \text{ см}^3$ (рис. 6). Степень сжатия в зоне расплава $k = \frac{V_1}{V_2} = \frac{85}{47} = 1,8$.

Зона дозирования содержала элемент Мэддока длиной = 100 мм с шестью входными и шестью выходными каналами ($z_{\text{in}} = z_{\text{out}} = 6$). Диаметр элемента $D_e = 61$ мм ($h = 1$ мм), средняя ширина выступов $B = 5$ мм.

Композиция получена после предварительной обработки на гранулято-ре без перемешивающего элемента, размер гранул $r_0 = 1$.

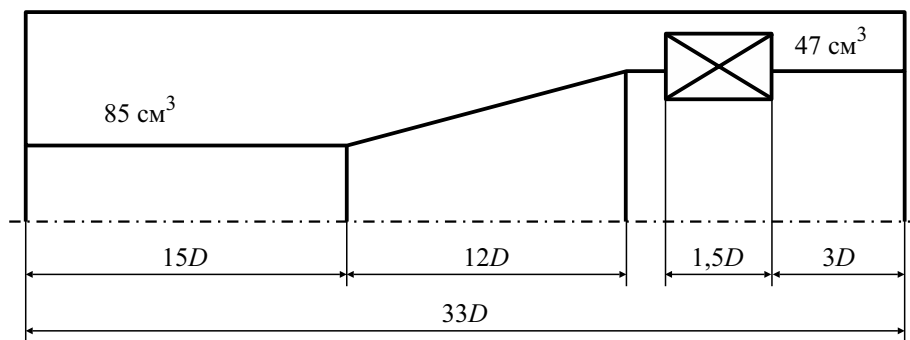


Рис. 6. Конструкция шнека экспериментальной установки с перемешивающим элементом Мэддока.

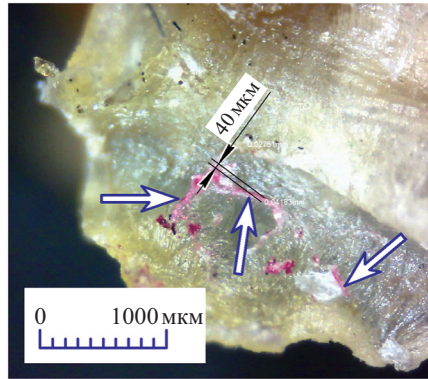


Рис. 7. Микрофотография гранулированной композиции полиэтилена с силиконовым каучуком.

Производительность экструдера (как функция скорости вращения шнека) оставалась линейной вплоть до $f = 80$ об/мин и равной $G = 85$ кг/ч. Температура плавления 180 °С. Микрофотография полученной композиции представлена на рис. 7. Экспериментально установлено, что при однократном экструдировании композиции $r_0 = 1$ мм, $r = 4 \cdot 10^{-5}$ м.

Рассеивание мощности в рабочих зазорах перемешивающего элемента $Q_{\text{diss}} = 101$ Вт, расчетный перегрев расплава в зазорах $\Delta T_{\text{diss}} = 1,58$ °С, $\Delta P = 0,5454$ МПа.

Промежуточные результаты численного эксперимента в натуральных условиях представлены на рис. 8.

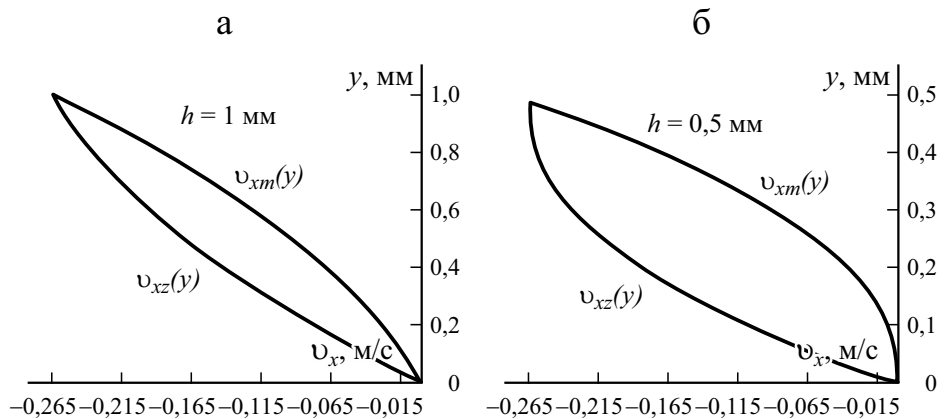


Рис. 8. Скорость потока расплава композиции по высоте канала в набегающем и пригонном зазорах перемешивающего элемента при разной высоте h рабочего зазора элемента Мэддока.

4. Анализ результатов исследования

1. Предложенная математическая модель процесса гомогенизации композиции полиэтилена с силиконовым каучуком в одношнековом экструдере с элементом Мэддока позволила вычислить конечное значение r и температуру плавления.

2. Для увеличения накопленной деформации в объеме обрабатываемой композиции наиболее эффективным способом является увеличение длины каналов элемента Мэддока и придание ему спиральной структуры.

3. При расчете элемента Мэддока для обработки композиций с низким коэффициентом трения характеристики давления экструдера следует проверить экспериментально.

4. Для промышленного производства антифрикционных композиций методом одношнековой экструзии целесообразно использование каскадной схемы с охлаждением композиции между экструдерами для предотвращения ее перегрева.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. DSTU EN 61386-24:2015 “Conduit systems for electrical installations.” Part 24, Additional conditions for underground conduit systems (EN 61386-24:2010, IDT). [На укр. яз.].

2. HBN V.2.2-34620942-002:2015 Linijno-kabelni sporudy telekomunikacij. Proektuvannja <http://interiorfor.com/galuzevi-budivelni-normy/gbn-v-2-2-34620942-002-2015/> (дата обращения: 11.08.2020)

3. Cable Jet Jetting Lube (CJL). <https://cablelaying.com.au/wp-content/uploads/2017/02/MSDS-Plumett-Cablejetting-Lube.pdf> (дата обращения: 10.11.2018)

4. Cable Blowing Lubricants for Air-Assisted Installation of Fiber Cable. URL: <https://www.polywater.com/wp-content/uploads/pdf/prelube.pdf> (дата обращения: 11.08.2020)

5. Additive low slip. <http://www.deeplast.com/products/slip-master-batch.pdf> (дата обращения: 11.08.2020)

6. Silicone-based additives that optimize injection molding, extrusion and film production. <https://www.dupont.com/products/PROCESSINGENHANCEMENTWITH-SiADDITIVES.html> (дата обращения: 11.08.2020)

7. STS Mc twin extruder screw designed for masterbatch production. www.coperion.com/en/news-media/newsroom/2016/sts-twin-screw-extruder-for-masterbatch/ (дата обращения: 11.08.2020)

8. Ким В. С., Скачков В. В. Диспергирование и смешение в процессах производства и переработки пластмасс. — М.: Химия, 1988. — 240 с.

9. Раувендаль К. Экструзия полимеров. — 4-е изд. / Под ред. А. Малкина. — СПб.: Профессия, 2008. — 768 с.

10. Marschik Ch., Osswald T. A., Wolfgang R., Albrecht H., Scrabala O., and Miethlinger Jü. Numerical analysis of mixing in block-head mixing screws // *Polymer Eng. Sci.* — 2019. — Vol. 59, No. 2. — P. E88—E104. doi: 10.1002/pen.24968

11. Park S.-Y. and Luy M.-Y. Simulation of non-isothermal non-Newtonian flow behavior of PP for various injection molding screws and comparison with experimental results // *Macromolecular Res.* — 2018. — Vol. 26, No. 8. — P. 744—754.

12. *Wilczyński K. J., Lewandowski A., Nastaj A., Wilczyński K.* A global model for starve-fed nonconventional single-screw extrusion of thermoplastics // *Adv. Polym. Technol.* — 2017. — No. 36. — P. 23—35.

13. *Dvoinos Ya. H., Nazarchuk V. V., and Khotinetsky M. I.* Calculation of non-Newtonian fluid flow in a channel of annular-cross section // *Visnyk NTUU “KPI” Chem. Eng., Ecology, and Resource Conservation.* — 2015. — Vol. 14, No. 1. — P. 47—51.

14. Silicone Caoutchoucs. URL: <http://silic.com.ua/index.php?Lev=silicone-rubbers> (дата обращения: 11.08.2020)

15. *Radchenko L. B. and Sivetsky V. I.* Fundamentals of Modelling and Construction of Extruder Screws. Manual. — Kyiv: Publ. House Polytechnica, 2002 [на укр. яз.].

16. *Dvoinos Ya. H., Sokolsky A. L., and Ivitsky I. I.* Refined methodology for processing experimental data of capillary viscosimetry // *Visnyk NTUU “KPI” Chem. Eng., Ecology and Resource Conservation.* — 2015. — Vol. 14, No. 1. — P. 51—54.

Поступила в редакцию 22.01.2020

Окончательный вариант поступил 21.01.2021

Received Jan. 22, 2020 (Jan. 21, 2021)

С. И. Вольфсон, А. Д. Хасанова, Ю. М. Казаков, А. Д. Хусаинов, И. В. Баранец*
Казанский национальный исследовательский технологический университет, Россия

СТРУКТУРА И СВОЙСТВА МАСЛОБЕНЗОСТОЙКИХ ТЕРМОПЛАСТИЧНЫХ ВУЛКАНИЗАТОВ, СОДЕРЖАЩИХ МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УГЛЕРОД

S. I. Vol'fson, A. D. Khasanova, Yu. M. Kazakov, A. D. Khusainov, and I. V. Baranets*

STRUCTURE AND PROPERTIES OF OIL-AND-PETROL-RESISTANT THERMOPLASTIC VULCANIZATES CONTAINING A MODIFIED TECHNICAL CARBON

Keywords: thermoplastic vulcanizate, nitrile butadiene rubber, ABS plastic, modified carbon black, morphological characteristics

Thermoplastic vulcanizates based on an ABS-plastic and a nitrile butadiene rubber blend filled with fluorinated carbon were considered and their stress–strain properties, resistance to aggressive liquids and thermal-oxidative aging was investigated. Fillers of PKF-MS, PKF-2V and FUP-NK-S grades were used as the modified carbon black. It was found that they increased the stress–strain properties of vulcanizates noticeably. To determine their morphological characteristics, an analytical complex based on a Leica DM-2500 research optical microscope, a high-resolution Leica DFC-420 color digital camera, and a specialized computer station were used. It is concluded that the grade and content of the modified filler are the main factors determining the final morphology and physicomechanical characteristics of the thermoplastic vulcanizate considered.

Ключевые слова: вулканизат термопластичный, каучук бутадиен-нитрильный, АБС-пластик, углерод технический модифицированный, характеристики морфологические

Представлены результаты исследования влияния фторсодержащего технического углерода на упругопрочностные характе-

*Автор, с которым следует вести переписку: alsu_danilovna@mail.ru
Corresponding author: alsu_danilovna@mail.ru

ристки, стойкость к жидким агрессивным средам и на термоокислительное старение термопластичных вулканизатов, полученных на основе полимерной смеси АБС-пластика с сополимером бутадиена и акрилонитрила. В качестве модифицированного технического углерода использовали наполнители марок ПКФ-МС, ПКФ-2В и ФУП-НК-С, различающиеся способом производства, элементным составом и размером частиц. Дозировка модифицированных углеродных наполнителей варьировалась от 0,7 до 7 мас. ч. на 100 мас. ч. каучука. Установлено, что использование в термопластичных вулканизатах модифицированных углеродных наполнителей ПКФ-МС, ПКФ-2В и ФУП-НК-С в дозировке 3, 5 и 0,7 мас. ч. соответственно приводит к повышению деформационно-прочностных и эксплуатационных характеристик. Для определения морфологических характеристик использовали аналитический комплекс на базе исследовательского оптического микроскопа Leica DM-2500, цветной цифровой камеры высокого разрешения марки Leica DFC-420 и специализированной компьютерной станции. Установлено, что наполнители различаются по размеру частиц и агрегатов. Показано, что марка и содержание модифицированного наполнителя являются определяющими факторами для конечной морфологии термопластичного вулканизата и его физико-механических и эксплуатационных характеристик.

Введение

В последние годы в ряду многокомпонентных полимерных систем широкое развитие получили материалы, относящие к классу термопластичных эластомеров (ТПЭ) [1]. Структура термопластичных эластомеров включает две микроскопические фазы, одна из которых обладает низким модулем упругости и легко деформируется, а вторая — более жесткая, вследствие чего выступает в роли связей между упругоэластичными зонами. Жесткая фаза обуславливает возможность полимера переходить в вязкотекучее состояние, что позволяет осуществлять переработку ТПЭ в результате нагрева выше температуры плавления жесткой фазы на 20—30 °С [2].

Свойства ТПЭ могут быть изменены за счет химического превращения одного из компонентов, что влияет на механизм смешения полимеров. При реакционном смешении расширяются возможности регулирования параметров фазовой структуры многокомпонентных полимерных материалов [3, 4]. Среди процессов реакционного смешения наиболее перспективным для промышленного применения является “динамическая” вулканизация, которая позволяет получить уникальную морфологию смеси, в которой частицы вулканизированного эластомера диспергированы в непрерывной термопластичной матрице [1—3]. Образующиеся при “динамической” вулканизации ТПЭ называются термопластичными вулканизатами (ТПВ).

Динамическая вулканизация была впервые описана А. М. Гесслером [5], а затем разработана В. К. Фишером [6], А. Кораном и Р. Пателем [7], а также С. Абду-Сабетом [8]. С помощью динамической вулканизации можно создавать ТПВ на основе смеси гибкоцепных и жесткоцепных полимеров с насыщенными [9, 10] и ненасыщенными [11—15] каучуками. Полученные материалы демонстрируют высокие физико-механические свойства и могут многократно перерабатываться и повторно использоваться [16—19].

Наибольшее распространение получили ТПВ, производимые на основе смеси полиэтилена или полипропилена с олефиновыми или диеновыми каучуками. Однако такие ТПВ обладают низкой стойкостью к углеводородам, что в значительной степени сужает область их применения. Проблему низкой маслобензостойкости можно решить заменой неполярного каучука, входящего в их состав, на полярный. В силу доступности и хорошей стойкости к неполярным жидким углеводородам как нельзя лучше для этого подходит такой полярный полимер, как бутадиен-нитрильный каучук (БНКС). Известна информация по получению ТПВ на основе смеси БНКС, где в качестве термопластичной фазы используется полипропилен или полиэтилен [20—22], но нет данных об использовании в качестве термопластичной фазы АБС-пластика, обладающего не только высокими деформационно-прочностными характеристиками, но еще и стойкостью к смазочным материалам, продуктам нефтепереработки, растворам неорганических солей, кислот и щелочи.

Известно, что для придания полимерным композитным материалам таких свойств, как прочность, твердость, усталостная выносливость, теплостойкость, а также для облегчения переработки и удешевления применяются различные наполнители. Содержание наполнителя в разных композициях варьируется и может достигать более 200 мас. ч. на 100 мас. ч. полимера. Однако в случае ТПВ любой природы введение более 10 мас. ч. наполнителя приводит к резкому падению упругопрочностных характеристик. Поэтому в настоящий момент для улучшения свойств ТПВ применяют химическую модификацию поверхности наполнителя, изменяющую его свойства. На сегодняшний день существует множество исследований влияния модификации поверхности частиц технического углерода, например, олигомерами с набором реакционноспособных групп, обработки длинноцепочечными ненасыщенными жирными кислотами в присутствии дикумил пероксида, прививки винильных мономеров с высокой скоростью, модификации азотсодержащими или кислородосодержащими функциональными группами с подвижным атомом водорода и т.д. [23, 24], но нет исследований влияния модификации технического углерода со фторсодержащими соединениями.

В этой связи цель настоящей работы — исследование влияния модифицированного фторсодержащими соединениями технического углерода (МТУ) на структуру и свойства маслобензостойких термопластичных вулканизатов, получаемых на основе смеси АБС-пластика с сополимером бутадиена и акрилонитрила.

1. Экспериментальная часть

Исследовали композиции на основе бутадиен-нитрильного каучука (БНКС-28) (АО Красноярский завод СК) и АБС-пластик марки 0646 (Нижекамскнефтехим) в соотношении 70/30. Вулканизацию проводили алкилфенолоформальдегидной смолой (АФФС) марки SP-1045.

Оценивали влияние технического углерода марки П-234 и модифицированного технического углерода, предоставленных компанией ООО “ПКФ Альянс”, на свойства термопластичных вулканизатов. В качестве углеродных модифицированных наполнителей использовали

- ПКФ-МС — фторированный углерод CF_x , где $x = 0,9—1,0$; в его составе есть фуллерены C_{60} , C_{70} в количестве не более 0,1 % по массе;
- ПКФ-2В — фторированный углерод CF_x , где $x = 0,7—0,9$;
- ФУП-НК-С — фторированный углерод CF_x , где $x = 0,9—1,1$.

Для приготовления ТПВ использовали двухстадийный метод смешивания. На первой стадии в Plasti-corder® Lab Station Brabender были приготовлены резиновые смеси при начальной температуре смешения 70 °С и частоте вращения ротора 60 об/мин на основе бутадиен-нитрильного каучука, вулканизирующей системы, наполнителя и других ингредиентов. Интервал дозировок наполнителей 0,7—7 мас. ч.; время смешения 8 мин.

На второй стадии в резиновую смесь вводили АБС-пластик и смешивали при частоте вращения роторов 90 об/мин и начальной температуре смесительной камеры 170 °С. Во время смешения производилась запись изменения крутящего момента и температуры в зависимости от времени смешения. Вследствие диссипативного разогрева при смешении композиций температура к концу процесса достигала 185—195 °С. Далее полученную смесь вакуумировали при 100 °С в течение 2 ч, а затем экструдировали в экструзионной приставке с щелевой головкой шириной 5 см и толщиной 1 мм в температурном интервале 180—210 °С. Из полученных лент вырубали стандартные образцы для физико-механических испытаний.

Разрушающее напряжение при растяжении f_t , относительное удлинение при разрыве ε_{rel} и относительное остаточное удлинение ε_t определяли на разрывной машине марки Zwick / Roell Z 2.5 по ISO 37—2013 при скорости перемещения зажимов разрывной машины 500 мм/мин; сопротивление раздиру T_s определяли на разрывной машине марки Zwick / Roell Z 2.5 согласно ISO 34—79; твердость по Шору А определяли согласно ISO 7619-1—2009; эластичность по отскоку определяли по ISO 4662:2017 на приборе типа Шоба.

Устойчивость ТПВ к воздействию агрессивных сред оценивали в соответствии с ISO 1817—2009, а термическое старение проводили по ускоренной методике в соответствии с ISO 188—2013. Коэффициент сохранения свойств рассчитывали по формуле

$$K = f'_t \varepsilon'_{rel} T'_s / (f_t \varepsilon_{rel} T_s)$$

где f_t , ε_{rel} , T_s и f'_t , ε'_{rel} , T'_s — прочность при разрыве, относительное удлинение при разрыве и сопротивление раздиру образцов ТПВ до и после воздействия агрессивных сред соответственно.

За результат испытания принимали среднеарифметическое значение показателя трех испытанных образцов.

Исследования термической стабильности образцов проводили методом термогравиметрического анализа (ТГА) на термоанализаторе Q-500 TA в динамическом режиме в соответствии с ISO 11358-1—2014.

Условия проведения ТГА: температурный интервал от 24 до 350 °С; скорость нагрева 3 °С/мин.

Для определения морфологических характеристик использовали аналитический комплекс: исследовательский оптический микроскоп Leica DM-2500, цветную цифровую камеру высокого разрешения марки Leica DFC-420 и специализированную компьютерную станцию. Тонкие слои и срезы образцов, помещенные между предметным и покровным стеклами, исследовали в естественном и поляризованном свете, в режиме “живое видео”, на просвет, в диапазоне длин волн от 200 до 1200 нм (включающих ближний ультрафиолетовый, видимый и ближний инфракрасный диапазон излучений). Срезы (не менее 10 срезов для каждого образца из разных мест материала) получены с помощью ультрамикротомы марки Leica CM 1510S. С целью получения максимально полной информации применяли следующие режимы микроскопического контрастирования: светлое поле, фазовый контраст, скрещенные николи, дифференциально-интерференционный контраст [25]. Захват, архивирование и количественную обработку изображений осуществляли с помощью программного обеспечения Leica Application Suite.

2. Результаты исследований

2.1. Физико-механические и эксплуатационные свойства ТПВ.

Результаты оценки некоторых физико-механических свойств термопластичного вулканизата с использованием различного технического углерода, полученного при соотношении полимерных компонентов АБС-пластик/БНКС =30/70, представлены на рис. 1. Как видно из данных рисунка, введение 3, 5 и 0.7 мас. ч. наполнителей ПКФ-МС, ПКФ-2В и ФУП-НК-С соответственно приводит к увеличению прочности при разрыве на 14—17 %, относительного удлинения при разрыве — на 15—30 %, сопротивления раздиру — на 19—60 % по сравнению с образцом без наполнителя. Снижение прочностных характеристик при введении большего количества наполнителя связано, по-видимому, с тем, что при экструзии материала появлялись поры, что может быть обусловлено образованием летучих соединений под действием температуры и механических напряжений. Как и следовало ожидать, добавление технического углерода марки П-234 приводит к снижению упругопрочностных свойств ТПВ (см. рис. 1), в связи с чем дальнейшее исследование ТПВ с добавлением технического углерода П-234 не проводили.

В процессе эксплуатации изделия из полимерных конструкционных материалов подвергаются воздействию окружающей среды в зависимости от условий работы (термоокисления и агрессивной среды), что приводит к старению полимерного материала, негативно влияющему на свойства изделий.

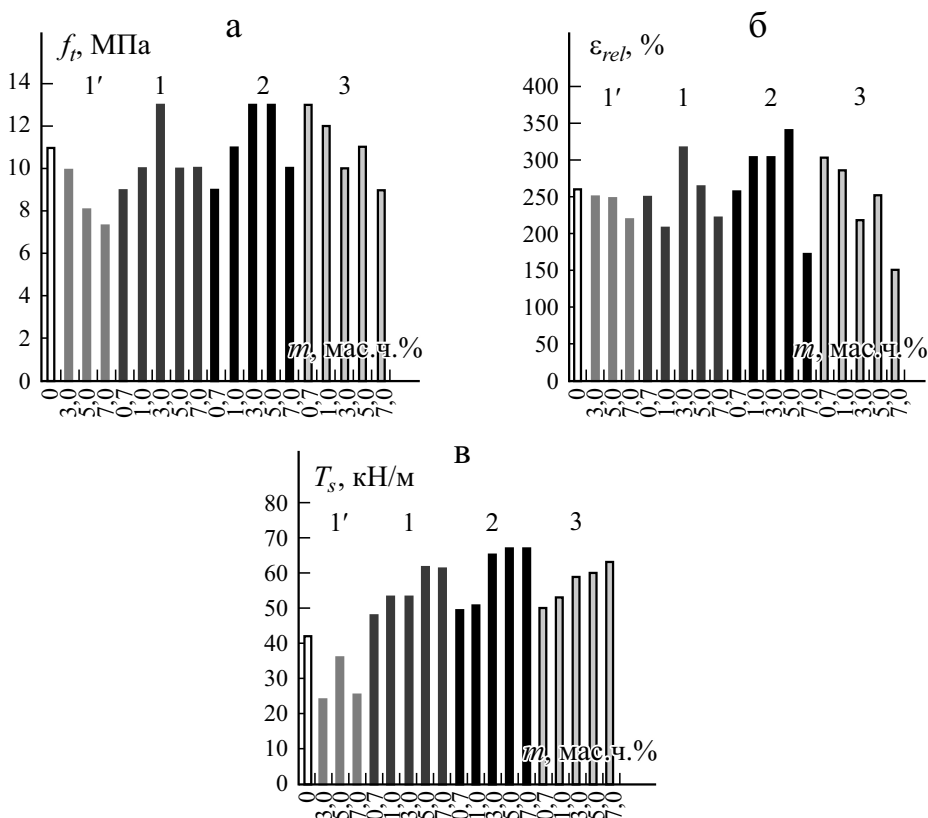


Рис. 1. Влияние технического углерода П-234 (1') и модифицированного технического углерода ПКФ-МС (1), ПКФ-2В (2) и ФУП-НК-С (3) на упругопрочностные свойства ТПВ f_t (а); ϵ_{rel} (б); T_s (в) в зависимости от массового содержания наполнителя m . □ — без наполнителя.

Значения коэффициента сохранения K деформационно-прочностных свойств композитов после воздействия стандартного масла СЖР-1, моторного масла, гидравлического масла при $T = 23$ и 120 °С и бензина при $T = 23$ °С в течение 72 ч приведены в табл. 1.

Согласно результатам, приведенным в табл. 1, наблюдается приемлемый уровень сохранения свойств ТПВ после воздействия бензина и масел при разных температурах. Лучшие результаты имеют ТПВ с оптимальным содержанием модифицированного технического углерода: ПКФ-МС — 3 мас. ч., ПКФ-2В — 5 мас. ч., ФУП-НК-С — 0,7 мас. ч.

Была оценена устойчивость полученных образцов к термоокислительному старению. Изменение основных показателей после термоокислительного старения при $T = 70$ и 120 °С в течение 72 ч проиллюстрировано на рис. 2. Данные рисунка свидетельствуют о высоком уровне устойчивости термопластичного вулканизата к старению при

Табл. 1

Деформационно-прочностные свойства ТПВ после воздействия жидких агрессивных сред

| Наполнитель | m , мас. ч. | Коэффициент сохранения K , усл. ед. | | | | | |
|-------------------------|------------------|---------------------------------------|-------------|---------------------|-------------|-------------|-------------|
| | | f_t | | ε_{rel} | | T_s | |
| | | 23°C | 120 °C | 23°C | 120 °C | 23°C | 120 °C |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Гидравлическое масло | | | | | | | |
| Незаполненный | | 0,80 | 0,63 | 0,71 | 0,61 | 0,92 | 0,74 |
| ПКФ-МС | 0,7 | 0,78 | 0,56 | 0,72 | 0,63 | 1,08 | 0,79 |
| | 1,0 | 0,90 | 0,70 | 1,20 | 0,69 | 1,06 | 0,81 |
| | 3,0 | 1,10 | 1,00 | 1,35 | 1,00 | 1,09 | 0,85 |
| | 5,0 | 1,00 | 0,62 | 1,28 | 0,76 | 0,94 | 0,77 |
| | 7,0 | 1,00 | 0,60 | 0,88 | 0,57 | 1,02 | 0,69 |
| ПКФ-2В | 0,7 | 0,85 | 0,62 | 0,66 | 0,48 | 1,03 | 0,84 |
| | 1,0 | 1,09 | 0,73 | 0,92 | 0,75 | 1,08 | 0,82 |
| | 3,0 | 1,08 | 0,69 | 1,02 | 0,88 | 1,06 | 0,80 |
| | 5,0 | 1,33 | 0,89 | 1,12 | 1,04 | 1,14 | 0,85 |
| | 7,0 | 1,00 | 0,60 | 0,94 | 0,51 | 0,96 | 0,72 |
| ФУП-НК-С | 0,7 | 1,11 | 0,91 | 1,25 | 0,75 | 1,06 | 0,82 |
| | 1,0 | 1,00 | 0,70 | 1,24 | 0,62 | 1,06 | 0,81 |
| | 3,0 | 1,00 | 0,75 | 1,00 | 0,62 | 1,00 | 0,73 |
| | 5,0 | 1,00 | 0,78 | 0,99 | 0,74 | 1,05 | 0,75 |
| | 7,0 | 0,75 | 0,54 | 0,92 | 0,55 | 1,03 | 0,75 |
| Стандартное масло СЖР-1 | | | | | | | |
| Незаполненный | | 0,71 | 0,64 | 0,73 | 0,7 | 0,95 | 0,88 |
| ПКФ-МС | 0,7 | 0,77 | 0,77 | 0,78 | 0,7 | 1,11 | 0,94 |
| | 1,0 | 1,00 | 0,80 | 0,96 | 0,7 | 1,17 | 0,91 |
| | 3,0 | 1,11 | 0,89 | 1,11 | 0,7 | 1,17 | 0,92 |
| | 5,0 | 1,10 | 0,90 | 1,00 | 0,5 | 0,98 | 0,94 |
| | 7,0 | 0,80 | 0,70 | 0,84 | 0,6 | 0,93 | 0,82 |
| ПКФ-2В | 0,7 | 1,00 | 0,55 | 0,85 | 0,5 | 0,97 | 0,94 |
| | 1,0 | 1,09 | 0,62 | 0,95 | 0,3 | 1,04 | 0,96 |
| | 3,0 | 1,10 | 0,77 | 1,13 | 0,4 | 1,00 | 0,91 |
| | 5,0 | 1,22 | 1,11 | 1,34 | 0,9 | 1,06 | 0,93 |
| | 7,0 | 1,00 | 0,70 | 0,99 | 0,5 | 0,90 | 0,72 |
| ФУП-НК-С | 0,7 | 1,22 | 0,89 | 1,38 | 0,7 | 1,10 | 0,92 |
| | 1,0 | 1,00 | 0,70 | 1,04 | 0,5 | 1,02 | 0,87 |
| | 3,0 | 0,67 | 0,75 | 0,53 | 0,5 | 0,86 | 0,81 |
| | 5,0 | 0,82 | 0,73 | 0,75 | 0,4 | 0,82 | 0,78 |
| | 7,0 | 0,92 | 0,77 | 0,61 | 0,8 | 0,84 | 0,78 |

Окончание табл. 1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Моторное масло Shell supper glade 0w40 | | | | | | | |
| Ненаполненный | | 0,75 | 0,73 | 0,88 | 0,81 | 1,07 | 0,93 |
| ПКФ-МС | 0,7 | 0,78 | 0,78 | 0,86 | 0,74 | 1,06 | 0,98 |
| | 1,0 | 0,85 | 0,90 | 0,96 | 0,83 | 1,11 | 1,00 |
| | 3,0 | 0,95 | 1,00 | 1,17 | 0,85 | 1,17 | 0,96 |
| | 5,0 | 0,85 | 0,85 | 1,07 | 0,77 | 1,00 | 0,94 |
| | 7,0 | 0,9 | 0,90 | 1,00 | 0,71 | 1,07 | 0,92 |
| ПКФ-2В | 0,7 | 0,85 | 0,64 | 0,78 | 0,95 | 1,22 | 0,94 |
| | 1,0 | 0,91 | 0,85 | 0,81 | 0,97 | 1,08 | 0,96 |
| | 3,0 | 0,92 | 0,85 | 1,07 | 1,04 | 1,00 | 0,95 |
| | 5,0 | 1,11 | 1,01 | 1,21 | 1,02 | 1,18 | 0,94 |
| | 7,0 | 1,10 | 0,80 | 1,02 | 0,78 | 0,93 | 0,88 |
| ФУП-НК-С | 0,7 | 1,11 | 0,92 | 1,46 | 1,03 | 1,12 | 1,04 |
| | 1,0 | 1,00 | 0,90 | 1,09 | 1,00 | 1,06 | 0,94 |
| | 3,0 | 0,75 | 0,77 | 0,88 | 0,76 | 0,98 | 0,92 |
| | 5,0 | 1,09 | 0,73 | 1,15 | 0,69 | 1,03 | 0,93 |
| | 7,0 | 0,92 | 0,78 | 0,93 | 0,72 | 0,95 | 0,83 |
| Бензин АИ-92 | | | | | | | |
| Ненаполненный | | 0,55 | | 0,74 | | 0,5 | |
| ПКФ-МС | 0,7 | 0,67 | | 0,77 | | 0,52 | |
| | 1,0 | 0,50 | | 0,85 | | 0,62 | |
| | 3,0 | 0,90 | | 0,93 | | 0,68 | |
| | 5,0 | 0,77 | | 0,54 | | 0,68 | |
| | 7,0 | 0,50 | | 0,26 | | 0,66 | |
| ПКФ-2В | 0,7 | 0,54 | | 0,60 | | 0,67 | |
| | 1,0 | 0,55 | | 0,83 | | 0,71 | |
| | 3,0 | 0,80 | | 0,91 | | 0,72 | |
| | 5,0 | 0,89 | | 1,10 | | 0,78 | |
| | 7,0 | 0,62 | | 0,74 | | 0,61 | |
| ФУП-НК-С | 0,7 | 0,70 | | 0,97 | | 0,66 | |
| | 1,0 | 0,62 | | 0,96 | | 0,64 | |
| | 3,0 | 0,58 | | 0,75 | | 0,66 | |
| | 5,0 | 0,45 | | 0,65 | | 0,60 | |
| | 7,0 | 0,67 | | 0,73 | | 0,51 | |

оптимальном содержании модифицированного технического углерода: ПКФ-МС — 3 мас. ч., ПКФ-2В — 5 мас. ч., ФУП-НК-С — 0,7 мас. ч.

Введение модифицированного технического углерода также предполагало улучшение термических свойств полимерных композитов, что и подтвердили результаты термогравиметрического анализа композиций,

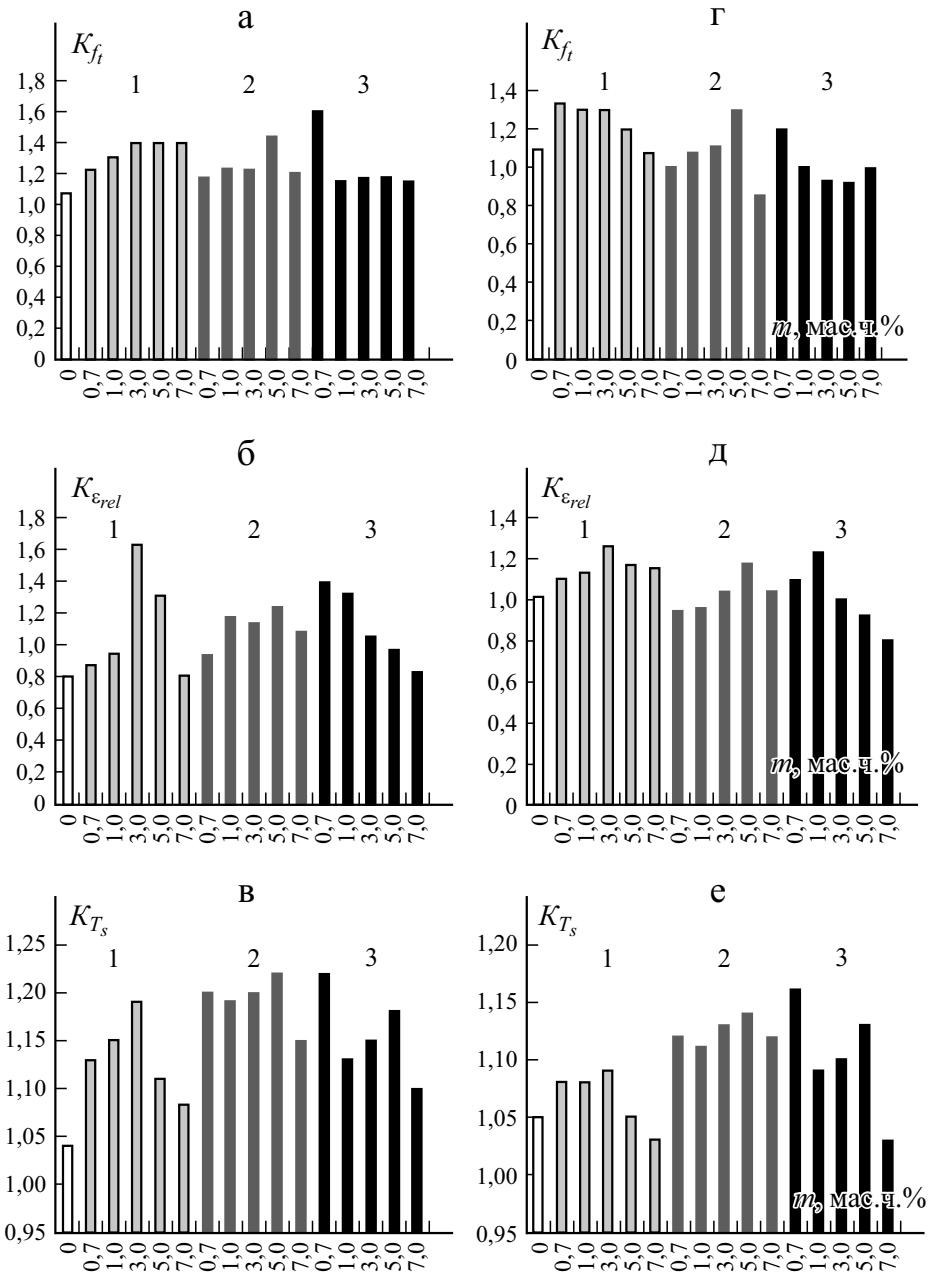


Рис. 2. Влияние наполнителей ПКФ-МС (1), ПКФ-2В (2) и ФУП-НК-С (3) на свойства ТПВ после термоокислительного старения при $T = 70$ (а–в) и 120°C (г–е).

K — коэффициент сохранения. □ — без наполнителя.

позволяющего зафиксировать температуры, при которых происходит уменьшение массы образцов на 5, 10 и 50 % (табл. 2).

Табл. 2

Результаты ТГА для образцов ТПВ, содержащих МТУ

| Наполнитель | m , мас. ч. | Температура, при которой происходит уменьшение массы образца, °С | | |
|---------------|---------------|--|---------|---------|
| | | на 5 % | на 10 % | на 50 % |
| Ненаполненный | | 320 | 356 | 415 |
| ПКФ-МС | 0,7 | 320 | 360 | 420 |
| | 1,0 | 329 | 372 | 422 |
| | 3,0 | 346 | 381 | 431 |
| | 5,0 | 344 | 376 | 428 |
| | 7,0 | 340 | 370 | 420 |
| ПКФ-2В | 0,7 | 322 | 364 | 415 |
| | 1,0 | 323 | 369 | 420 |
| | 3,0 | 330 | 376 | 420 |
| | 5,0 | 338 | 388 | 431 |
| | 7,0 | 330 | 382 | 430 |
| ФУП-НК-С | 0,7 | 350 | 375 | 425 |
| | 1,0 | 355 | 379 | 436 |
| | 3,0 | 357 | 386 | 440 |
| | 5,0 | 362 | 374 | 425 |
| | 7,0 | 356 | 370 | 418 |

Введение МТУ в ТПВ в оптимальном количестве позволяет повысить температуру начала деструкции на 24, 18 и 30 °С соответственно для ТПВ с ПКФ-МС, ПКФ-2В и ФУП-НК-С

Таким образом, установлено, что использование в ТПВ наполнителей ПКФ-МС, ПКФ-2В и ФУП-НК-С с содержанием 3, 5 и 0,7 мас. ч. соответственно приводит к повышению упругопрочностных свойств, термостойкости и стойкости к жидким агрессивным средам. При этом, если сравнивать наполнители между собой, то можно заметить что наилучшими эксплуатационными свойствами обладает ТПВ с содержанием МТУ ПКФ-2В 5 мас. ч. Для объяснения полученных данных представлялось необходимым изучить морфологию синтезированных ТПВ, поскольку физико-механические свойства существенным образом зависят от их морфологии.

2.2. Морфология исходных полимеров. На рис. 3—*a* приведена типичная микрофотография, отражающая характерную надмолекулярную организацию макромолекул образца бутадиен-нитрильного каучука в виде чередующихся флуктуаций оптической плотности с диффузными границами и диаметром от 400 до 900 нм. Учитывая особенности поглощения света в ультрафиолете и видимой области [26], можно предположить, что сферические диффузные кластеры с меньшей оптической плотностью обусловлены взаимодействием нитрильных групп макромолекул бутадиен-нитрильного каучука.

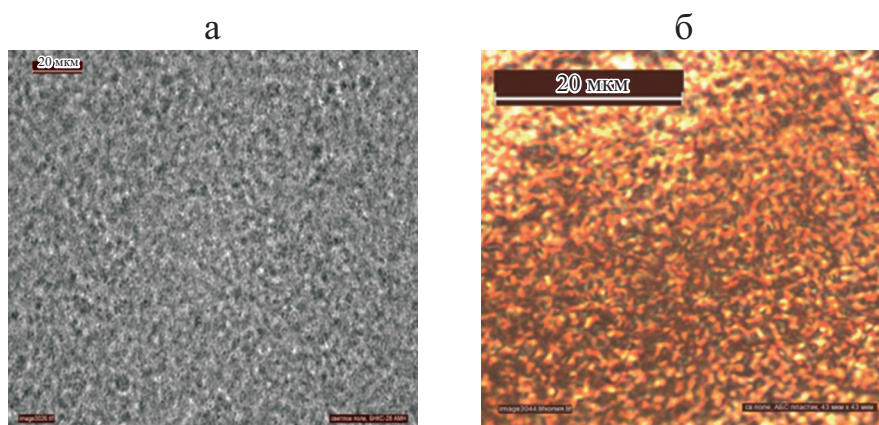


Рис. 3. Микрофотографии бутадиен-нитрильного каучука марки БНКС-28АМН (а) и АБС-пластика (б), полученные в режиме “светлое поле”.

Надмолекулярная организация АБС-пластика — ударопрочного термопластичного материала, содержащего акрилонитрил, бутадиен и стирол, — имеет доменный характер (рис. 3—б). Исследование срезов АБС-пластика в режиме “светлое поле” указывает на локальное варьирование концентрационного сополимерного состава АБС-пластика. Диаметр “зеленых” кластеров (обогащенных предположительно акрилонитрилом) варьируется от 200 до 400 нм. Весь материал АБС-пластика состоит из кластеров, обладающих двулучепреломлением, что указывает на упорядоченное расположение сегментов макромолекул внутри каждого кластера. Интенсивность двулучепреломления (и, следовательно, степень упорядоченности макромолекул, расположенных в сферических кластерах) варьируется от кластера к кластеру. Подобная структурная организация, вероятно, является следствием группирования однородных по химическому составу сегментов макромолекул при формировании АБС-пластика.

2.3. Морфология наполнителей. На рис. 4 представлены типичные микрофотографии частиц порошков фторированных углеродных наполнителей ПКФ-МС, ПКФ-2В, ФУП-НК-С. Установлено, что форма частиц близка к сферической либо эллиптической. Исследование наполнителей в поляризованном свете позволило обнаружить дисперсионное окрашивание оболочек на поверхности частиц, агрегатов, агломератов порошков, указывающее на различия в химической природе [26].

Наполнители различаются по:

- полидисперсности частиц порошка — диапазон размеров 0,4—1,76 мкм (ПКФ-МС), 0,3—0,7 мкм (ПКФ-2В), 0,4—1,0 мкм (ФУП-НК-С);
- агрегативности — максимальный размер агрегатов ПКФ-МС — 4,2 мкм, ПКФ-2В — 3,9 мкм, ФУП-НК-С — 8,2 мкм;
- толщине дисперсионно окрашенных оболочек (возникших, вероятно, в результате фторирования углеродных наполнителей) вокруг частиц, агрегатов, агломератов: диапазон толщин оболочек ПКФ-МС 90—210 нм,

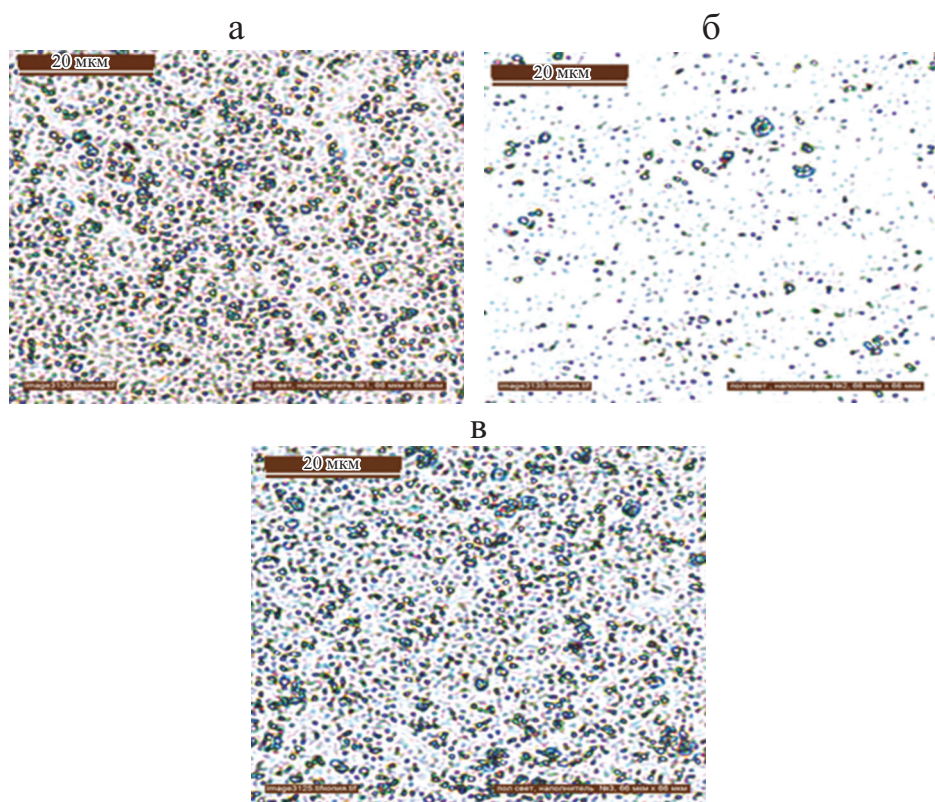


Рис. 4. Микрофотографии частиц наполнителей ПКФ-МС (а); ПКФ-2В (б); ФУП-НК-С (в), полученные в поляризованном свете.

ПКФ-2В — 90—260 нм, ФУП-НК-С — 70—240 нм. Необходимо отметить, что варьирование толщины оболочки нередко наблюдается вдоль границы одной и той же частицы порошка (см. рис.4).

Таким образом, можно сделать вывод о том, что наполнитель ПКФ-2В обладает минимальной полидисперсностью частиц и долей агрегатов по сравнению с другими наполнителями, что, скорее всего, и способствует более высоким эксплуатационным свойствам ТПВ.

2.4. Морфология термопластичного вулканизата. Надмолекулярная структура контрольного термопластичного вулканизата (не содержащего наполнителей) представлена на рис. 5—а. Установлен высокий уровень диспергирования компонентов термопластичного вулканизата: диаметр “зеленых” кластеров варьируется от 190 до 510 нм, что близко размеру подобных структур в исходном АБС-пластике. Вулканизат не обладает двулучепреломлением — в ходе исследования в режиме “скрещенные николи” сигнала не обнаружили (“черный экран”). При этом имеют место области без резких границ раздела с повышенной плотностью упаковки надмолекулярных структур термопластичного вулканизата. Размеры таких зон варьируются от 3,3 до 13,7 мкм.

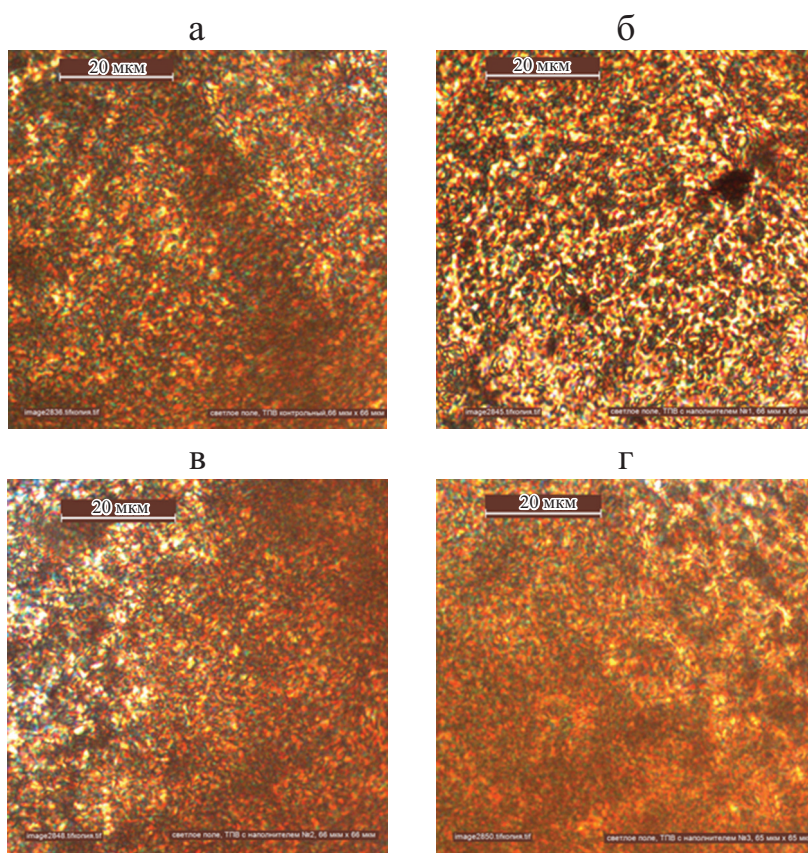


Рис. 5. Микрофотографии термопластичных вулканизатов, полученные в режиме “светлое поле”, без наполнителя (а) и при $t = 3$ мас. ч. ПКФ-МС (б); 5 мас. ч. ПКФ-2В (в); 0,7 мас. ч. ФУП-НК-С (г).

Исследование срезов термопластичного вулканизата с наполнителем ПКФ-МС показало, что данный наполнитель недостаточно хорошо диспергируется в объеме материала. Обнаружены области, обогащенные наполнителем, с размерами от 3 до 12 мкм. Полидисперсность термопластичного вулканизата существенно не изменилась. Диаметр “зеленых” кластеров варьируется от 320 до 580 нм. Типичная микрофотография термопластичного вулканизата, содержащая 3 мас. ч. наполнителя ПКФ-МС представлена на рис. 5—б.

Введение в рецептуру термопластичного вулканизата 5 мас. ч. наполнителя ПКФ-2В сопровождается повышением однородности надмолекулярной организации вулканизата. Обнаружен рост диффузности границ надмолекулярных структур при сохранении их дисперсности: диаметр “зеленых” кластеров варьируется от 340 до 530 нм. Размер областей локального повышения плотности упаковки надмолекулярных структур термопластичного вулканизата данного состава колеблется от 2,0 до 6,8 мкм (рис. 5—в), что меньше, чем в контрольном образце.

Распределение 0,7 мас. ч. наполнителя ФУП-НК-С в термопластичном вулканизате более равномерно, чем наполнителя ПКФ-МС: размер областей, обогащенных наполнителем, варьируется от 1,0 до 1,5 мкм. При этом зоны с более плотным расположением надмолекулярных структур термопластичных вулканизатов имеют размеры от 1,3 до 8,0 мкм. Диаметр “зеленых” кластеров варьируется от 170 до 510 нм [27].

Выводы

Таким образом, в ходе исследований было выявлено, что

— использование в ТПВ 3, 5 и 0,7 мас. ч. модифицированных фтор-содержащих углеродных наполнителей ПКФ-МС, ПКФ-2В и ФУП-НК-С соответственно приводит к повышению физико-механических и эксплуатационных свойств термопластичных вулканизатов, полученных на основе АБС-пластика и бутадиен-нитрильного каучука;

— диффузные надмолекулярные структуры исходного каучука практически не вносят дополнительной гетерогенности при формировании надмолекулярной организации термопластичного вулканизата;

— развитая микрофазовая структура АБС-пластика сохраняется при формировании надмолекулярной структуры термопластичного вулканизата;

— наполнители различаются как по дисперсности, так и по степени фторирования углеродных частиц, что проявляется в уровне их адсорбционной активности;

— влияние вида и содержания наполнителя является определяющим для конечной морфологии и свойств термопластичного вулканизата.

Измерения проведены на приборах ЦКП “Нанотехнологии и наноматериалы”.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, требующего раскрытия в данной статье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марк Дж., Эрман Б., Эйрич Ф. Каучук и резина. Наука и технология. — Долгопрудный: Изд. Дом “Интеллект”, 2011. — 768 с.
2. Вольфсон С. И. Динамически вулканизованные термоэластопласты: получение, переработка, свойства. — М.: Наука, 2004. — 173 с.
3. Прут Э. В., Зеленский А. Н. Химическая модификация и смешение полимеров в экструдере-реакторе // Успехи химии. — 2001. — Т. 70, № 1. — С. 72—87.
4. Платэ Н. А., Литманович А. Д., Кудрявцев Я. В. Макромолекулярные реакции в расплавах и смесях полимеров: теория и эксперимент. — М.: Наука, 2008. — 380 с.
5. Пат. 3037954 США. C08L21/00. Process for preparing a vulcanized blend of crystalline polypropylene and chlorinated butyl rubber / A. M. Gessler, J. W. Haslett. — Заявитель и патентообладатель — Exxon Mobil Research and Engineering Co. — Заявлено 15.12.1958; Опубл. 05.06.1962. — 3 с.

6. Пат. 3758643 США. IPC: C08f29/12, C08f37/18. Thermoplastic blend of partially cured monoolefin copolymer rubber and polyolefin plastic / W. K. Fischer. — Заявитель и патентообладатель — Uniroyal Inc. New York. — Заявлено 20.01.1971; Оpubл. 11.09.1973. — 3 с.

7. *Coran A. Y., Patel R.* Nitrile Rubber polyolefin blends with technological compatibility // Rubber Chem. Technol. — 1983. — Vol. 56, No. 5. — P. 1044—1060.

8. *Abdou-Sabet S., Paydak R.C., Rader C.P.* Dynamically vulcanized thermoplastic elastomers // Rubber Chem. Technol. — 1996. — Vol. 69. — P. 476—494..

9. Пат. 2012120253 РФ. Марка гидрированного вулканизата для улучшения высокотемпературных свойств / Т. Л. М. Фрага, Г. Э. Алонсо. — Заявитель и патентообладатель — Динасол Эластомерос, С.А. — Заявлено 16.10.2009; Оpubл. 27.11.2013, Бюл. N 23. 3 с.

10. Пат. 8648145 США. C08L77/00. Thermoplastic elastomer vulcanizate and process for preparing same / N. Garois, P. Sonntag, S. Hong, Gr. Martin, D. Galpin. — Заявитель и патентообладатель — Hutchinson SA. — Заявлено 11.02.2014; Оpubл. 11.02.2014.

11. Пат. 9006332 США. C08L23/10. Weatherable and flame-resistant thermoplastic vulcanizates and methods for making them / I. R. H. Kerstetter, K. D. Caton, E. J. Blok, E. R. Uhl. — Заявитель и патентообладатель — ExxonMobil Chemical Patents Inc. — Заявлено 08.03.2012; Оpubл. 14.04.2015. — 3 с.

12. Пат. 8076416 США. C08L23 / 10. Thermoplastic vulcanizates and their use / M. D. Ellul. — Заявитель и патентообладатель — ExxonMobil Chemical Patents Inc. — Заявлено 04.02.2005; Оpubл. 13.12.2011. — 3 с.

13. Пат. 7579408 США. C08L23/06. Thermoplastic vulcanizate comprising interpolymers of ethylene/ α -olefins / K. L. Walton, Y. W. Cheung, M. M. Hughes, G.L. Rath. — Заявитель и патентообладатель — Dow Global Technologies LLC. — Заявлено 15.03.2006; Оpubл. 25.08.2009. — 3 с.

14. Пат. 20130102721 США. C08L47/00. Thermoplastic vulcanizate composition / M. D. Ellul, P. S. Ravishankar, J. C. Paul, E. Mc Daniel. — Заявитель и патентообладатель — ExxonMobil Chemical Patents Inc. — Заявлено 13.04.2013; Оpubл. 15.05.2012.

15. Пат. 7935763 США. A01N25/10. Thermoplastic vulcanizate compositions having improved extrusion performance and methods of formation thereof / O. Chung, T.O. Eugene, R. Uhl. — Заявитель и патентообладатель — ExxonMobil Chemical Patents Inc. — Заявлено 11.10.2006; Оpubл. 05.03.2011.

16. *Вольфсон С. И., Никифоров А. А.* Использование цинк-алюминиевых слоистых двойных гидроксидов в качестве нанонаполнителей динамически вулканизованных термоэластопластов // Журн. прикл. химии. — 2020. — Т. 93, № 8. — С. 1145—1149.

17. *Нигматуллина А. И., Вольфсон С. И., Охотина Н. А., Крылова С. В.* Оценка совместимости наночастиц органоглины с компонентами динамических термоэластопластов на основе полипропилена и бутадиен-нитрильных каучуков // Вестн. Казан. технолог. ун-та. — 2009. — № 6. — С. 204—207.

18. *Коновалова Т. В., Юловская В. Д., Серенко О. А.* Влияние природы каучука на свойства динамических термоэластопластов // Вестн. МИТХТ им. М. В. Ломоносова. — 2010. — Т. 5, № 5. — С. 97—101.

19. *Карпов А. Г., Заикин А. Е., Бикмуллин Р. С.* Влияние привитого сополимера на межфазное взаимодействие в смеси полипропилен—нитрильный каучук // Вестн. Казан. технолог. ун-та. — 2008. — №4. — С. 72—76.

20. *Мединцева Т. И., Купцов С. А., Сергеев А. И., Прут Э. В.* Влияние состава вулканизирующей системы на структуру и свойства динамически вулканизованных смесей изотактического полипропилена и этиленпропиленового эластомера // Высокмолекуляр. соединения. — 2006. — Т. 48, № 9. — С. 1616—1627.

21. Карпов А. Г., Заикин А. Е., Бикмуллин Р. С. Получение сополимера на основе функционализированных полипропилена и нитрильного каучука в процессе их смешения // Вестн. Казан. технолог. ун-та. — 2008. — Т. 11, № 5. — С. 124—129.

22. Панфилова О. А. Структура и свойства термопластичных вулканизатов на основе полипропилена и комбинации изопренового и бутадиен-нитрильного каучуков: Дис ... канд. техн. наук. — Казань, 2017. — 123 с.

23. Набиуллин Р. Р. Получение маслостойких термоэластопластов на основе бутадиен-нитрильных каучуков и полиолефинов методом динамической вулканизации: Дис ... канд. техн. наук. — Казань, 2000. — 137 с.

24. Сагдеева Э. Г. Получение динамических термоэластопластов на основе бутадиен-нитрильных каучуков и олиолефинов с использованием модифицированного технического углерода: Дис ... канд. техн. наук. — Казань, 2003. — 134 с.

25. Пантелеев В. Г., Егорова О. В., Клыкова Е. И. Компьютерная микроскопия. — М.: Техносфера, 2005. — 303 с.

26. Преч Э., Бюльманн Ф., Афвольтер К. Определение строения органических соединений. Таблицы спектральных данных. — М.: Мир; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 438 с.

27. Аблеев Р. И., Баранец И. В., Курлянд С. К. Методы идентификации структурно-морфологической и фазовой организации в трехкомпонентных полимерных системах // VI Всерос. Каргинская конф. “Полимеры-2014”. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 2014. — С. 663.

Поступила в редакцию 22.12.2020

Окончательный вариант поступил 10.03.2021

Received Dec. 22, 2020 (March 10, 2021)

А. Абиди^{а}, С. Бен Салем^{а,б}, А. Безази^в, Х. Бумедири^в*

*^аLaboratory of Applied Mechanics and Engineering (LR-MAI), National School of Engineers of
Tunis (ENIT), Tunis El Manar University, Tunisia*

^бPreparatory Institute of Engineering Mrezka Nabeul (IPEIN), Carthage University, Tunisia

*^вLaboratoire de Mécanique Appliquée des Nouveaux Matériaux (LMANM), Université 8 Mai
1945, Guelma, Algeria*

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ФРЕЗЕРОВАНИЯ И РЕЗКИ ГИДРОАБРАЗИВНОЙ СТРУЕЙ НА ПОВЕДЕНИЕ ЭПОКСИДНЫХ СЛОИСТЫХ УГЛЕПЛАСТИКОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ¹

A. Abidi, S. Ben Salem, A. Bezazi, and H. Boumediri*

A COMPARATIVE STUDY ON THE EFFECT OF MILLING AND ABRASIVE WATER JET CUTTING TECHNOLOGIES ON THE TENSILE BEHAVIOR OF COMPOSITE CARBON/EPOXY LAMINATES

Keywords: CFRP, high-speed milling, abrasive water jet, tension, cutting process.

Tensile tests of composite materials based on carbonfiber reinforced plastics (CFRPs) have been performed to benchmark the impact of action of an abrasive water jet (AWJ) and high-speed milling (HSM) on the stiffness and strength of CFRP laminates. CFRP specimens were tested according to the ASTM D3039 and ASTM D5766. The drilled specimens exhibited a linear behavior up to failure, but their stress–strain relation was pronouncedly nonlinear, with higher tensile strains than nondrilled ones. Results showed that ultimate the stress–strain relation and Young’s modulus were affected by the machining process. The stress and strain limits for samples prepared using the AWJ method were higher than for those machined by HSM, but the opposite effect was observed for Young’s modulus.

Ключевые слова: углепластик волокнисто-армированный, измельчение высокоскоростное, струя суспензии водоабразивной, растяжение, процесс резки

*Автор, с которым следует вести переписку: adel.abidi@enit.utm.tn
Corresponding author: adel.abidi@enit.utm.tn

¹Перевод с англ.

Испытания на растяжение волокнисто-армированных углепластиков (CFRP) выполнили для оценки влияния гидроабразивной струи (ГАС) и высокоскоростного фрезерования (ВСФ) на жесткость и прочность слоистых углепластиков. Образцы углепластика испытывали по стандартам ASTM D3039 и ASTM D5766. Просверленные образцы продемонстрировали линейное поведение вплоть до разрушения, но зависимость между напряжением и деформацией этих образцов была явно нелинейной с более высокими деформациями при растяжении, чем образцов без сверления. Результаты показали, что окончательная зависимость между напряжением и деформацией и модуль Юнга зависят от способа механической обработки. Предельные значения напряжения и деформации образцов, изготовленных с помощью ГАС, больше, чем вырезанных с помощью ВСФ; для модуля Юнга наблюдали противоположный эффект.

Введение

Композитные материалы становятся неотъемлемой частью аэрокосмических конструкций. Для повышения безопасности и прочности изделий требования к летной годности требуют применения механической обработки высочайшего качества и отличных механических характеристик. Однако эти высокие требования необходимо сбалансировать с минимизацией и оптимизацией производственных затрат. Композитные изделия для сборных конструкций требуют разной механической обработки, например, резки и просверливания при их соединении. Общая тенденция в процессах производства композитов — выявление методов, обеспечивающих высочайшее качество и наиболее быструю обработку при резке композитных конструкций. Технологию гидроабразивной струи (ГАС) и процесс высокоскоростного фрезерования (ВСФ) считают одними из самых современных методов механической обработки в силу скорости резки, точности, обработки сложных форм, низких осевых нагрузок и меньших контактных температур [1, 2]. Однако большое разнообразие слоистых композитов усложняют задачу их механической обработки. Удаление материала при резке также обуславливает разные виды повреждения: расслоение, трещины в матрице и перерезанные волокна [3, 4]. Кроме того, шероховатость поверхности — еще один важный фактор для оценки качества механической обработки слоистых композитов, зависящий от способа обработки, условий резки и геометрии инструмента [5, 6]. Дефекты, возникающие при обработке, влияют на механические характеристики композитных панелей [7].

В [8] сравнили влияние на прочность и качество слоистых углепластиков традиционной механической обработки и резки с помощью ГАС

и установили, что лучшее качество поверхности отверстия повышает свойства образцов с отверстием при растяжении. Прочность образцов слоистых композитов, просверленных с помощью ГАС, была немного больше, чем изготовленных с помощью традиционной механической обработки. Некоторые авторы [9—12] экспериментально исследовали влияние ориентации волокон на прочность углепластиков, подвергнутых квазистатическим и усталостным испытаниям на растяжение. Установили, что усталостная и статическая прочности при внеосевом растяжении меньше, чем при осевом растяжении, и уменьшались с увеличением угла внеосоосности, что сопровождалось нелинейным поведением. В [13] исследовали моды разрушения образцов с отверстием при растяжении. В [14, 15] экспериментально изучали влияние концентрации напряжений на прочность при растяжении образцов с отверстием из тканых композитов с саржевым переплетением 2×2 . Установили, что концентрация напряжений обусловила максимальное растягивающее напряжение на кромке отверстия, которое уменьшалось к свободному краю на нагруженной стороне. Все образцы продемонстрировали хрупкое разрушение в сечении отверстия с ограниченным разрушением в моде расслоения. Наибольший вклад в прочность композита при растяжении внесли слои, ориентированные под углом 0° (т.е. в направлении растяжения). Это подтверждает повышение прочности пластин с открытым отверстием [16, 17]. В [18] показано, что при длительной эксплуатации и усталостном нагружении прочность при растяжении слоистых углепластиков в основном зависит от концентрации напряжений вокруг отверстия. В [19] провели эмпирическое исследование высокоскоростного фрезерования эпоксидных слоистых углепластиков с разными параметрами и установили, что угол ориентации волокон и параметры резки существенно влияют на усилие резки, механизм разрушения материала и предельное напряжение в углепластиках. Разрушающее напряжение и усилие резки изучали на образцах с армирующими волокнами, ориентированными под углом 0 , 45 , 135 и 90° по отношению к направлению растяжения. Максимальный уровень разрушения наблюдали при ориентации волокон под углом 90° , а минимальный — при 135° . В [20—22] продемонстрировали, что такие параметры ГАС, как скорость подачи, размер частиц абразива и давление водяной струи, оказывают большое влияние на обрабатываемую поверхность углепластиков. Для изучения прочности при растяжении тканых эпоксидных углепластиков с разной укладкой слоев в [10] выполнили большое количество экспериментов. Диаграммы деформирования в направлении 0 и 90° были линейными вплоть до разрушения. При внеосевом нагружении наблюдали нелинейное поведение, которое согласуется с прочностью при растяжении однонаправленных композитов при внеосевом нагружении [11]. В [7] экспериментально исследовали влияние качества резки на поведение при растяжении слоистых углепластиков с

отверстием, вырезанных с помощью ГАС. Установили, что на прочность слоистого композита существенно влияет качество поверхности отверстий и моды разрушения при растяжении, в частности, сильное расслоение с расщеплением и разрывом волокон. В [23, 24] результаты статических испытаний на растяжение образцов из углепластика, вырезанных с помощью ГАС, показали, что на прочность влияет качество механической обработки. В [25] провели экспериментальное исследование влияния традиционного сверления и механической обработки с помощью ГАС на характеристики статического растяжения тканых эпоксидных слоистых углепластиков с отверстием. Установили, что способ механической обработки не влияет на их статическую прочность при растяжении. Прочность при растяжении образцов с отверстием оказалась больше, чем образцов без отверстий [16, 26], что можно объяснить распределением остаточных напряжений резки на поверхности отверстия. В [27] исследовали влияние криогенной обработки углепластиков на их свойства при растяжении и установили, что использование криогенной жидкости в качестве смазки в ходе резки образцов повысило прочность углепластиков при растяжении.

Исследований, посвященных тканым углепластикам, немного. Поэтому в настоящей работе основное внимание уделили экспериментальному изучению влияния способов обработки ГАС и ВСФ на прочность при растяжении тканых углепластиков с саржевым переплетением 2×2 , определенную в квазистатических испытаниях. Образцы изготовили в соответствии со стандартами ASTM D3039 и ASTM D5766 [28, 29]. Оба способа резки проанализированы путем сравнения значений модуля Юнга и предельных напряжений и деформаций разных образцов.

1. Эксперимент

1.1. Материал и режущий инструмент. Углепластик изготовлен на основе ткани из углеродных волокон с саржевым переплетением 2×2 и эпоксидной смолы; их основные характеристики представлены в табл. 1. 8-слойные композиты с укладкой $[\pm 45^\circ/0^\circ/90^\circ/\pm 45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ с объемным содержанием углеродных волокон 65% изготовили методом ручной укладки с помощью вакуумного насоса. Отверждение провели при комнатной температуре и давлении 1 бар. Размер готовых композитных пластин $500 \times 500 \times 4,5$ мм. Для резки образцов для испытаний на растяжение использовали твердосплавную торцевую фрезу без покрытия с одной режущей кромкой с углом спирали 25° и диаметром 4 мм (рис. 1).

1.2. Вырезка образцов для испытаний на растяжение. В соответствии со стандартами ASTM D3039 (без отверстия) и ASTM D5766 (с отверстием 8 мм) из композитных пластин вырезали образцы длиной 250 мм и шириной 25 мм. Четыре типа образцов с углом несоосности $\theta = 0, 30, 45$ и 90° подвергли механической обработке ГАС и ВСФ (рис. 2).

Табл. 1

Свойства составляющих, использованных для изготовления слоистых эпоксидных углепластиков

| Углеткань | | Смола | |
|---|-------------------------|---------------------------------|-------------------|
| Тип плетения | Саржа 2x2 | Смола | Эпоксидная ЕС 152 |
| Масса на единицу площади | 600 г/м ² | Отвердитель | W152 HR |
| Массовое содержание волокон | Основа 50%; Уток 50% | Доля отвердителя на 100 г смолы | 30 г |
| Прядь | 12К HR угле-волокон | Изгибная прочность | 120—130 МПа |
| Толщина ткани | 0,62 мм | Максимальная деформация | 4,5—6,5 % |
| Прочность углеволокна при растяжении | 4200 МПа | Изгибный модуль упругости | 3,6—4 ГПа |
| Модуль упругости углеволокна при растяжении | 240 ГПа | Прочность при растяжении | 67—75 МПа |
| Плотность углеволокна | 1.78 г/см ³ | Прочность при сжатии | 88—98 МПа |

Наилучшие параметры ВСФ (скорость перемещения $V = 2000$ мм/мин, массовый расход абразива $Q = 400$ г/мин и расстояние отрыва $S = 2$ мм) определили путем предварительных испытаний [30]. С помощью ГАС образцы изготовили на трехосном режущем станке MECANUMERIC PRO 4020 с ЧПУ, работающем с гидравлическим насосом высокого давления

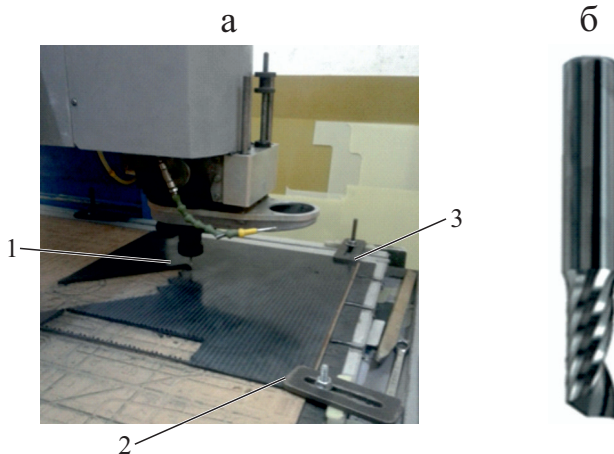


Рис. 1. Вырезка образцов с помощью ВСФ (а) и режущий инструмент — твердосплавная торцевая фреза (б): 1 — шпиндель; 2 — захват; 3 — пластина из углепластика.

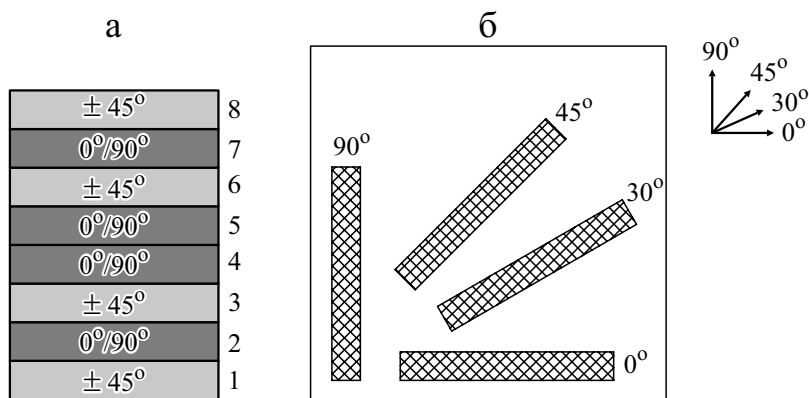


Рис. 2. Конфигурация образцов: последовательность укладки (а) и углы вырезки θ образца (б).

для обеспечения максимального давления водяной струи 350 МПа, потока абразива до 1 кг/мин и максимальной скорости подачи 30 000 мм/мин. Оптимальные параметры резки с помощью ГАС, необходимые для обеспечения хорошего качества шероховатости обработанной поверхности и определенные путем предварительных испытаний, следующие: частота вращения шпинделя $N = 10\,000$ об/мин, скорость подачи $F = 600$ мм/мин, диаметр инструмента $d = 4$ мм. Образцы, изготовленные с помощью ГАС и ВСФ, имели одинаковую конфигурацию.

1.3. Испытание на растяжение. Эксперименты провели при комнатной температуре на современной гидравлической машине Walter & Bay, оснащенной датчиком нагрузки до 100 кН со скоростью перемещения 1 мм/мин. Для обработки результатов экспериментов использовали профессиональную вычислительную программу Dion-7 версии 2.5. Для каждого типа образцов провели не менее трех испытаний. По полученным результатам определили модуль Юнга E , предельную деформацию ε^u и разрушающее напряжение σ^u . Деформацию измеряли двумя тензометрами с измерительной базой 25 мм, размещенными в поперечном и продольном направлениях на средней длине от места окончательного разрушения.

2. Экспериментальные результаты и обсуждение

2.1. Гидроабразивная обработка. 2.1.1. Соотношение между напряжением и деформацией при гидроабразивной обработке. Диаграммы деформирования $\sigma - \varepsilon$, рассчитанные по экспериментальным зависимостям сила—перемещение для образцов, изготовленных с помощью ГАС, представлены на рис. 3 для всех углов вырезки θ . Кривые практически линей-

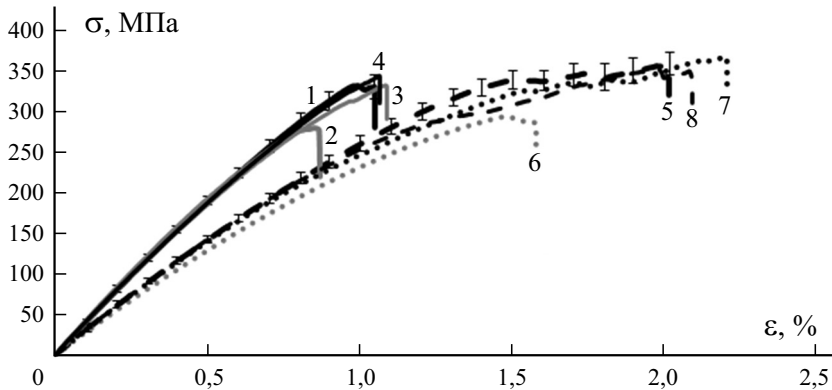


Рис. 3. Диаграммы деформирования σ — ε при растяжении образцов с отверстием (1—4) и без него (5—8), вырезанные с помощью ГАС под углом $\theta = 0$ (1, 5); 30 (2, 6); 45 (3, 7); 90° (4, 8).

ны и совпадают для всех образцов с отверстием вплоть до разрушения. Эти результаты свидетельствуют о квазиизотропном поведении слоистых композитов, обусловленном симметричной укладкой слоев в направлении $\pm 45^\circ$ и $0/90^\circ$, что подтверждают результаты предыдущих исследований таких тканых композитов [14]. Вырезка в направлении 0 , 45 и 90° не повлияла на прочность при растяжении в силу равномерности распределения волокон в направлениях утка и основы слоев. Минимальное разрушающее напряжение 294 МПа при предельной деформации $0,85\%$ наблюдали при вырезке образцов под углом 30° . У образцов с другими углами вырезки разрушающая деформация $\sim 1,1\%$ при прочности ~ 350 МПа. Эти данные согласуются с аналогичными результатами предыдущих исследований [10]. Механическая обработка с помощью ГАС обеспечила большую прочность слоистых композитов благодаря гладкой поверхности с минимальным количеством дефектов расслоения и уменьшенной шероховатостью краев образцов, что также наблюдали в [31]. Максимальное разрушающее напряжение образцов без отверстия при растяжении в направлении $\theta = 0$, 45 и 90° равно ~ 350 МПа, что аналогично таковому образцов с открытым отверстием. Диаграммы деформирования были линейными вплоть до деформации $1,2\%$ при напряжении 250 МПа. Аналогичные результаты для образцов с отверстием и без него получены в [32].

2.1.2. Мода разрушения при резке ГАС. Поверхность разрушения образцов, вырезанных с помощью ГАС по стандарту ASTM D3039, ориентирована в направлении внеосевого нагружения (в частности, при $\theta = 30^\circ$) в ограниченной области (рис. 4).

При растяжении между слоями и матрицей возникало и распространялось расслоение. Разрушение, наблюдаемое на нижней и верхней поверхностях образцов без отверстий, не было хрупким, поскольку поперечные

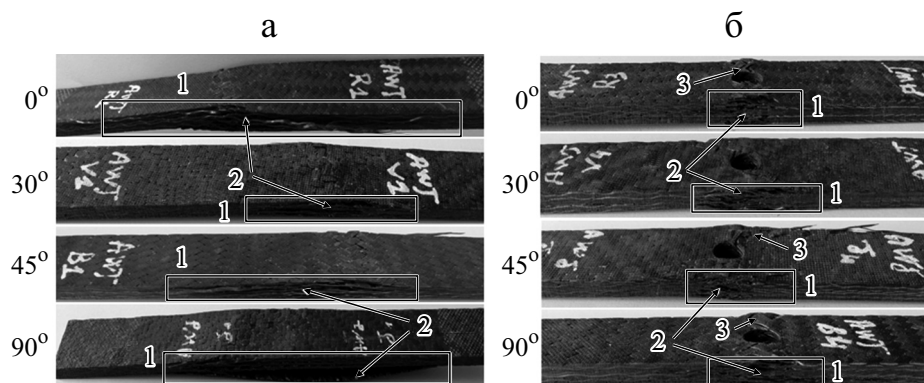


Рис. 4. Моды разрушения при растяжении образцов без отверстия (а) и с отверстием (б), вырезанных с помощью ГАС: 1 — зона повреждения; 2 — расслоение; 3 — разрушение.

трещины в плоскости, создаваемые напряжением межслойного сдвига, распространялись вдоль волокон как в продольном, так и в поперечном направлениях. Их распространение ограничивали пересечения волокон утка и основы, возникавшие перед окончательным разрывом волокон на поверхностях образцов с разной ориентацией слоев, что также наблюдали в [33, 34]. Расслоение внутри слоистого композита распространялось по длине образца. Этот тип разрушения зависит от ориентации слоев и наличия отверстий, обуславливающих уменьшение прочности слоистого композита.

Разрушение и расслоение в образцах с отверстием (стандарт ASTM-D5766) наблюдали в ограниченной области вокруг отверстия, где

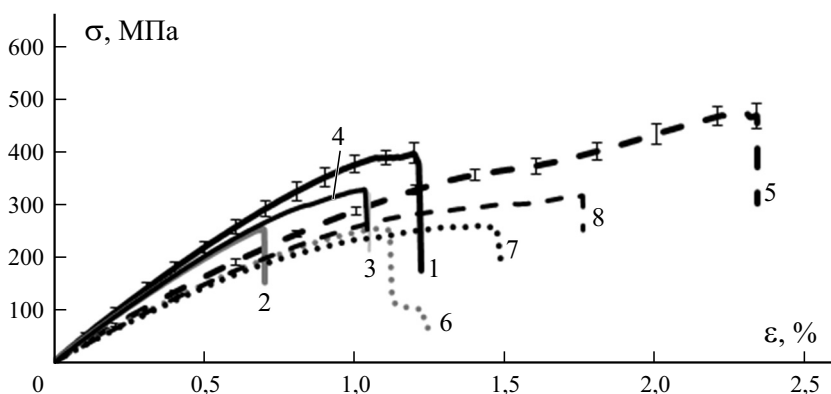


Рис. 5. Диаграммы деформирования σ — ε при растяжении образцов с отверстием (1—4) и без него (5—8), вырезанных с помощью ВСФ под углом $\theta = 0$ (1, 5); 30 (2, 6); 45 (3, 7), 90° (4, 8).

в ходе нагружения имели место наибольшие напряжения. В этом случае прочность слоистого композита обеспечивали все слои, независимо от их ориентации. Разрушение произошло вокруг отверстий и перпендикулярно направлению нагружения 0 и 90° (см. рис. 4). Эти результаты также согласуются с описанными в [35—38].

2.2. Высокоскоростное фрезерование (ВСФ). 2.2.1. *Диаграммы деформирования образцов, вырезанных с помощью ВСФ*, приведены на рис 5. Максимальное предельное напряжение $\sigma = 465$ МПа продемонстрировали образцы без отверстия, вырезанные в направлении $\theta = 0^\circ$, а максимальное напряжение образцов с отверстием — ~ 400 МПа. Диаграммы деформирования образцов без отверстия нелинейны, начиная с деформации 1,2%, что также наблюдали в [10]. Наименьшее предельное напряжение ~ 250 МПа имели образцы, вырезанные под углом 30° . Меньшую предельную деформацию образцов с отверстием можно объяснить высокой концентрацией остаточных напряжений на поверхности отверстия [16, 23].

Максимальная деформация образцов без отверстия, вырезанных под углом 0° , равна 2,3%. Этой деформации сопротивлялись слои композита, ориентированные под углом $\pm 45^\circ$. Разрушение произошло в смоле и слоях, ориентированных под углом 0 и 90° , что обусловлено уменьшением жесткости композита, начиная с деформации 1,2%.

2.2.2. *Моды разрушения образцов, вырезанных с помощью ВСФ*, показаны на рис. 6. Перед окончательным разрушением образцы подверглись расслоению. Поверхности разрушения свидетельствуют о хрупкости материала с ограниченными зонами пластического повреждения. Зоны повреждения образцов без отверстия распространялись на большие расстояния. Наиболее отчетливо это наблюдали для образцов, ориентированных под углом 0 и 90° , продемонстрировавших внезапный и преждевременный разрыв слоев. Зоны разрушения образцов, вырезанных под углом $\theta = 30$

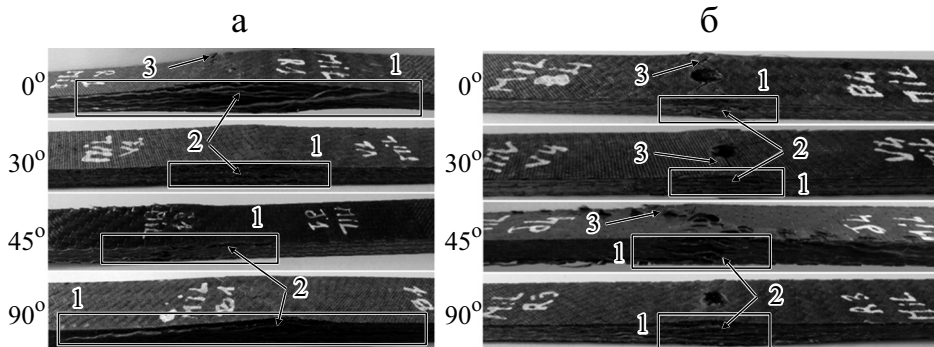


Рис. 6. Моды разрушения при растяжении образцов без отверстия (а) и с отверстием (б), вырезанных с помощью ВСФ: 1 — зона повреждения; 2 — расслоение; 3 — разрушение.

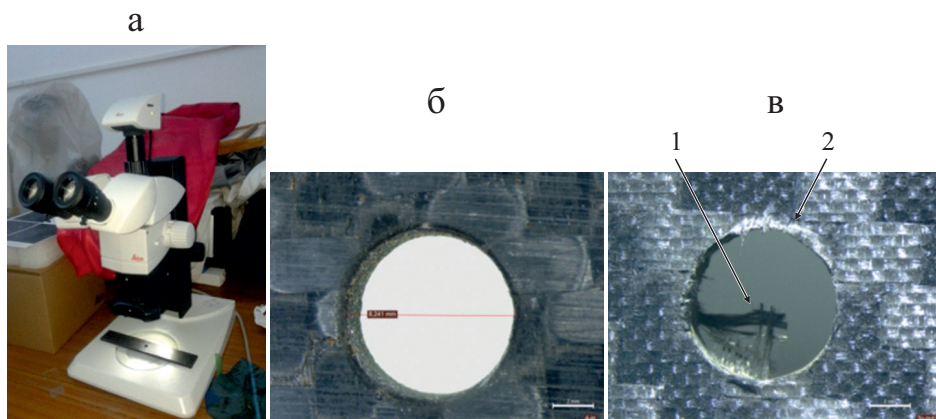


Рис. 7. Измерение округлости и степени расслоения на краях отверстия образцов: микроскоп Leica (а); образец вырезан с помощью ГАС (б) и ВСФ (в): 1 — непрерывные волокна; 2 — расслоение.

и 45° , расположены в середине образцов, что можно объяснить высокой плотностью волокон в направлении растяжения, а также большей жесткостью при растяжении и меньшей деформацией.

Моды разрушения образцов с отверстиями (см. рис. 6) продемонстрировали разрушение слоистых композитов вокруг отверстия. Наблюдали разрушение матрицы и разрыв волокна с расслоением между слоями, а также разрушение слоев в поперечном направлении. Процесс разрушения образцов продолжался до разрыва всех волокон и матрицы. Моды разрушения в каждом направлении видны на наружной поверхности композитов. Разрушение произошло в поперечном и продольном слоях. В образцах, вырезанных под углом 45° , наблюдали разрывы и расщепление волокон вдоль направления внеосевого нагружения, отмеченные в [39, 40]. Разрушение слоев, ориентированных под углом $\theta = 0$ и 90° , распространялось перпендикулярно направлению нагружения, что согласуется с результатами [41]. С точки зрения долговечности конструкций мода разрушения — важный показатель оценки качества изготовления слоистых композитов.

2.3. Сравнение способов обработки ВСФ и ГАС. Для выбора лучшего способа механической обработки с разными параметрами и технологией очень важно проанализировать качество обработки и оценить степень расслоения, являющегося дефектом при механической обработке композитных материалов. Степень расслоения измеряли с помощью цифрового микроскопа Leica M80 и установили, что кромки образцов, обработанных ВСФ, выше, чем при использовании ГАС (рис. 7). Качество образцов, вырезанных с помощью ГАС, также лучше, чем изготовленных с помощью ВСФ, имевших непрерывные волокна на поверхности отверстия и расслоения на внешней стороне слоистых композитов. Технология ГАС

обеспечила высокое качество и гладкие кромки с хорошей округлостью отверстий и меньшим количеством дефектов расслоения.

Для выбора лучшего способа резки слоистых углепластиков также сравнили влияние качества обработки ГАС и ВСФ на механические свойства композитов, определенные при испытаниях на статическое растяжение. Результаты обобщены в табл. 2 и на рис. 8.

Полученные значения прочности при растяжении σ^u образцов с отверстиями и без них свидетельствуют о том, что резка способом ГАС

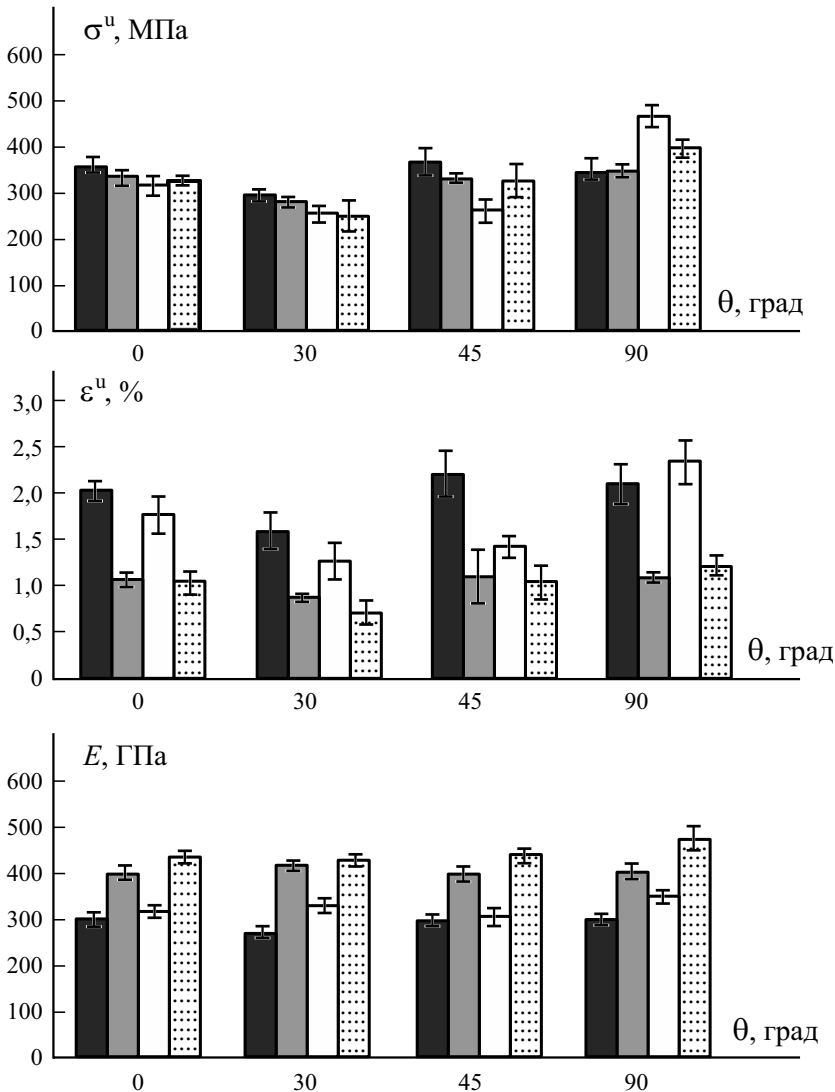


Рис. 8. Диаграммы разрушающего напряжения σ^u , предельной деформации ϵ^u и модуля Юнга E образцов углепластика с отверстием (■, ▨) и без него (■, □), вырезанных с помощью ГАС (■, ▨) и ВСФ (□, ▨) под углом θ .

Табл. 2

Механические свойства образцов без отверстия и с отверстием

| θ° | Вырезка с помощью ГАС | | | Вырезка с помощью ВСФ | | |
|----------------|-----------------------|---------------------|-------------|-----------------------|---------------------|-------------|
| | σ^u , МПа | ε^u , % | E , ГПа | σ^u , МПа | ε^u , % | E , ГПа |
| Без отверстия | | | | | | |
| 0 | 358,59 ±14,82 | 2,02 ±0,10 | 30,08 ±1,48 | 314,42 ±21,80 | 1,76 ±0,20 | 31,86 ±1,27 |
| 30 | 294,07 ±11,98 | 1,58 ±0,20 | 27,21 ±1,20 | 253,70 ±17,01 | 1,26 ±0,21 | 32,75 ±1,57 |
| 45 | 366,54 ±28,86 | 2,21 ±0,25 | 29,65 ±1,17 | 260,16 ±24,06 | 1,42 ±0,11 | 30,64 ±1,83 |
| 90 | 350,73 ±21,04 | 2,09 ±0,21 | 30,05 ±1,30 | 466,02 ±23,34 | 2,34 ±0,23 | 34,81 ±1,46 |
| С отверстием | | | | | | |
| 0 | 331,10 ±15,11 | 1,05 ±0,07 | 39,99 ±1,34 | 325,19 ±9,46 | 1,03 ±0,12 | 43,50 ±1,17 |
| 30 | 279,10 ±12,25 | 0,86 ±0,03 | 41,70 ±1,12 | 249,45 ±33,81 | 0,70 ±0,13 | 42,75 ±1,16 |
| 45 | 330,85 ±10,32 | 1,08 ±0,29 | 39,85 ±1,50 | 325,96 ±34,45 | 1,03 ±0,18 | 43,89 ±1,31 |
| 90 | 346,76 ±12,86 | 1,09 ±0,04 | 40,29 ±1,78 | 394,55 ±19,56 | 1,20 ±0,10 | 47,56 ±2,47 |

обеспечила лучшие результаты, чем ВСФ, почти для всех образцов, за исключением вырезанных под углом 90° .

Наименьшей прочностью при растяжении обладали образцы, ориентированные под углом 30° . Наименьшую и наибольшую предельную деформацию ε^u продемонстрировали образцы с отверстиями, вырезанные ВСФ под углом 30° , и без отверстий, вырезанные ВСФ под углом 90° . Образцы, вырезанные ГАС, обладали меньшей предельной деформацией ε^u . Меньшая предельная деформация обеспечила увеличение прочности при растяжении благодаря приложенным нагрузкам, сосредоточенным на ограниченном участке вокруг отверстия, обусловившим внезапное разрушение. Образцы, вырезанные с помощью ВСФ под углом 90° , имели наибольший модуль Юнга.

Заключение

Цель выполненной экспериментальной работы — оценка влияния механической обработки гидроабразивной струей и высокоскоростным фрезерованием на механическую прочность слоистых эпоксидных углепластиков. Основные выводы работы следующие.

- В силу равномерности распределения волокон в направлениях утка и основы укладка слоев в тканом углепластике не имела существенного влияния на прочность при растяжении. Прочность при растяжении образцов слоистых углепластиков без отверстия зависела от угла их вырезки.

- Диаграммы деформирования при растяжении образцов с открытым отверстием практически линейны. Значения предельной деформации изменялись от 0,6 до 1,2%. Значение разрушающего напряжения (~ 350 МПа)

образцов без отверстия аналогично таковым образцов с отверстием, вырезанных под углом 0, 45 и 90°. Кроме того, разрушение образцов без отверстия было нехрупким, а диаграммы деформирования нелинейны, начиная с $\sigma = 250$ МПа при $\varepsilon = 1,2\%$.

- Вырезка с помощью ГАС обеспечила высококачественную обработанную поверхность с меньшим количеством дефектов, чем с помощью ВСФ. Значения модуля Юнга, предельной деформации и разрушающего напряжения образцов, вырезанных с помощью ГАС, выше, чем изготовленных с помощью ВСФ.

- Моды разрушения образцов, изготовленных обоими способами, коррелировали с сопротивлением слоистых композитов нагружению растяжением. Разрушение образцов с отверстием происходило в поперечном сечении отверстия перпендикулярно направлению растяжения, а в образцах без отверстия сопровождалось межслойными расслоениями на больших участках. Остаточное напряжение, возникающее на поверхности отверстия, способно уменьшить прочность композита и, как следствие, долговечность композитных соединений.

Благодарность. Авторы благодарны за финансовую поддержку Национальной школе инженеров Туниса (ENIT), Тунисскому университету Эль-Манар в сотрудничестве с лабораторией прикладной механики и современных материалов (LMANM) Университета Гельмы 8 мая (Алжир) и компании ЕКМ Ben-Arous (Тунис) за их вклад в работу. Авторы благодарны за помощь профессору Фабрицио Скарпа из университета Бристоля (Великобритания).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Haddad M., Zitoune R., Bougherara H., Eyma F., and Castanie B.* Study of trimming damages of CFRP structures in function of the machining processes and their impact on the mechanical behavior // *Composites: Part B.* — 2014. — Vol. 57. — P. 136–43.
2. *Boulaheem K., Ben Salem S., and Bessrour J.* Prediction model of ultimate tensile strength and investigation on microstructural characterization of friction stir welded AA2024-T3 // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2018. — Vol. 95. — P. 1473–1486.
3. *Sheikh Ahmad J.* *Machining of Polymer Composites.* — Springer, 2009.
4. *Pereszlai C. and Geier N.* Comparative analysis of wobble milling, helical milling and conventional drilling of CFRPs // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2020. — Vol. 106. — P. 3913–3930.
5. *Geier N., Davim J. P., and Szalay T.* Advanced cutting tools and technologies for drilling carbon fibre reinforced polymer (CFRP) composites: A review // *Composites: Part A.* — 2019. — Vol. 125. — P. 105552.
6. *Geier N. and Pereszlai C.* Analysis of characteristics of surface roughness of machined CFRP composites // *Periodica Polytechnica Mech. Eng.* — 2020. — Vol. 64. — P. 67–80.

7. *Li M., Huang M., Yang X., Li S., and Wei K.* Experimental study on hole quality and its impact on tensile behavior following pure and abrasive water jet cutting of plain woven CFRP laminates // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2018. — Vol. 99. — P. 2481—2490.

8. *Saleem M., Toubal L., Zitoune R., and Bougherara H.* Investigating the effect of machining processes on the mechanical behavior of composite plates with circular holes // *Composites: Part A.* — 2013. — Vol. 55. — P. 169—177.

9. *Sadeghian P., Rahai A. R., and Ehsani M. R.* Effect of fiber orientation on nonlinear behavior of CFRP Composites // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2009. — Vol. 8. — P. 2261—2272.

10. *Kawai M. and Taniguchi T.* Off-axis fatigue behavior of plain weave carbon/epoxy fabric laminates at room and high temperatures and its mechanical modeling // *Composites: Part A.* — 2006. — Vol. 37. — P. 243—256.

11. *Kawai M., Yajima S., Hachinohe A., and Takano Y.* Off-axis fatigue behavior of unidirectional carbon fiber-reinforced composites at room and high temperatures // *J. Compos. Mater.* — 2001. — Vol. 35. — P. 545—576.

12. *Geier N., Szalay T., and Takács M.* Analysis of thrust force and characteristics of uncut fibres at non-conventional oriented drilling of unidirectional carbon fibre-reinforced plastic (UD-CFRP) composite laminates // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2019. — Vol. 100. — P. 3139—3154.

13. *Zhou S., Sun Yi., Chen B., and Tay T. E.* Material orthotropy effects on progressive damage analysis of open-hole composite laminates under tension // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2017. — Vol. 36. — P. 1473—1486.

14. *Ozaslan E., Yetgin A., and Acar B.* Stress concentration and strength prediction of 2×2 twill weave fabric composite with a circular hole // *J. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 53 — P. 463—474.

15. *Suknyov S. V.* Estimation of the tensile strength reduction of a composite laminate with a hole // *Mech. Compos. Mater.* — 2000. — Vol. 36, No. 6. — P. 439—444.

16. *Xiao M., Yongbo Z., Zhihua W., and Huimin F.* Tensile failure analysis and residual strength prediction of CFRP laminates with open hole // *Composites: Part B.* — 2017. — Vol. 126. — P. 49—59.

17. *Wisnom M. R.* Notch Sensitivity of Composites. — Elsevier, 2018.

18. *Lee Y. S., Ben G., and Lee S. H.* Effect of the Hole on the Tensile Fatigue Properties of CFRP Laminates // *Adv. Compos. Mater.* — 2009. — Vol. 18. — P. 43—59.

19. *Zhang L., Wang S., Qiao W., Li Z., Wang N., Zhang J., and Wang T.* High-speed milling of CFRP composites: a progressive damage model of cutting force // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* — 2020. — Vol. 106. — P. 1005—1015.

20. *Ramulu M., Hwang I., and Isvilanonda V.* Quality issues associated with abrasive water jet cutting and drilling of advanced composites // *Am. Water Jet Technology Assoc. Conf. and Expo, Houston, US, 2009.* —P. 18—20.

21. *Azmir M. A. and Ahsan A. K.* Investigation on glass/epoxy composite surfaces machined by abrasive water jet machining // *J. Mater. Process. Technol.* — 2008. — Vol. 198. — P. 122—128.

22. *Haddad M., Zitoune R., Eyma F., and Castanie B.* Influence of machining process and machining induced surface roughness on mechanical properties of continuous fiber composites // *Exp. Mech.* — 2015. — Vol. 55. — P. 519—528.

23. *Hejjaji A., Zitoune R., Crouzeix L., Le Roux S., and Collombet F.* Surface and machining induced damage characterization of abrasive water jet milled carbon/epoxy composite specimens and their impact on tensile behavior // *Wear*.— 2017. — Vol. 376. — P. 1356–1364.

24. *Montesano J., Bougherara H., and Fawaz Z.* Influence of drilling and abrasive water jet induced damage on the performance of carbon fabric/epoxy plates with holes // *Compos. Struct.* — 2017. — Vol. 163. — P. 257–266.

25. *Mhalla M. M. and Bouraoui C.* Experimental, analytical, and finite element study of stress concentration factors for composite materials // *J. Compos. Mater.* — 2016. — Vol. 51. — P. 1583—1594.

26. *Russo A. and Zuccarello B.* An accurate method to predict the stress concentration in composite laminates with a circular hole under tensile loading // *Mech. Compos. Mater.* — 2007. — Vol. 43. — P. 359—376.

27. *Morkavuk S., Köklü Uğ., Bağcı M., and Gemi L.* Cryogenic machining of carbon fiber reinforced plastic (CFRP) composites and the effects of cryogenic treatment on tensile properties: A comparative study // *Composites: Part B*. — 2018. — Vol. 147. — P. 1—11.

28. ASTM D5766. Standard test method for open hole tensile strength of polymer matrix composite laminates. Annual book of ASTM standards, 15.03, 2002.

29. ASTM D 3039/D 3039M-00. Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials. American Society for Testing and Materials (ASTM), West Conshohocken, PA, USA, 2017.

30. *Abidi A. and Ben Salem S.* Investigation of delamination factor in high speed milling on carbon fiber reinforced plastics // *Proc. Int. Conf. Des. Model. Mech. Systems*, 2020. — P. 363—374.

31. *Abidi A., Ben Salem S., Yaltese M. A.* Experimental and analysis in abrasive water jet cutting of carbon fiber reinforced plastics // *Conférence: 24ème Congrès Français de Mécanique*, Brest, 26 au 30 Août, 2019.

32. *Wu M. and Lai W. Y.* Mechanical and open hole tensile properties of self-reinforced PET composites with recycled PET fiber reinforcement // *J. Appl. Polym. Sci.* — 2016. — Vol. 133. — P. 43682.

33. *Aoki T., Ogasawara T., and Ishikawa T.* Effects of normal stress on the off-axis mechanical behavior of a plain woven C/C composite // *Adv. Compos. Mater.* — 2003. — Vol. 12. — P. 123—137.

34. *Yashiro S., Murai K., Okabe T., and Takeda N.* Numerical study for identifying damage in open-hole composites with embedded FBG sensors and its application to experiment results // *Adv. Compos. Mater.* — 2007. — Vol. 16. — P. 115—134.

35. *Kobayashi S., Ogihara S., and Takeda N.* Experimental characterization of the effects of stacking sequence on the transverse crack behavior in quasi-isotropic interleaved CFRP laminates // *Adv. Compos. Mater.* — 2000. — Vol. 9, No. 3. — P. 241—251.

36. *O'Higgins R. M., Padhi G. S., McCarthy M. A., and McCarthy C. T.* Experimental and numerical study of the open-hole tensile strength of carbon/epoxy composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2004. — Vol. 40. — P. 269—278.

37. *Zhou S., Sun Y., Chen B., and Tay T. E.* Material orthotropy effects on progressive damage analysis of open-hole composite laminates under tension // *J. Reinf. Plast. Compos.* — 2017. — Vol. 36. — P. 1473—1486.

38. *Bao H. and Liu G.* Progressive failure analysis on scaled open-hole tensile composite laminates // *Compos. Struct.* — 2016. — Vol. 150. — P. 173—180.

39. *Chen X., Li Z., and Wang H.* Progressive failure analysis of an open-hole composite laminate by using the s-version finite-element method // *Mech. Compos. Mater.* — 2014. — Vol. 50. — P. 279—294.

40. *Paimushin V. N., Polyakova N. V., Kholmogorov S. A., and Shishov M. A.* Buckling modes of structural elements of off-axis fiber-reinforced plastics // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 2. — P. 133—144.

41. *Kozlov M. V. and Sheshenin S. V.* Modeling the progressive failure of laminated composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2016. — Vol. 51, No. 6. — P. 695—706.

Поступила в редакцию 13.07.2020

Окончательный вариант поступил 01.02.2021

Received July 13, 2020 (Feb. 1, 2021)

Л. М. Кун^{а*}, В. Чжэн^а, С. Б. Ван^{а*}, Г. Д. У^б, Я. Я. Цу^а, Я. Цз. Сюэ^а,
Б. Ч. Ван^а, Х. М. Сюй^а

^аShandong Institute of Nonmetallic Materials, Jinan, Shandong Province, 250031, China
^бInstitute of Crystal Materials, Shandong University, Jinan, Shandong Province, 250100, China

ВЛИЯНИЕ УКЛАДКИ И УГЛА НЕСООСНОСТИ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВОЛОКНИСТО-АРМИРОВАННЫХ СТЕКЛОПЛАСТИКОВ¹

L. M. Kong, W. Zheng, X. B. Wang, G. D. Wu, Ya. Ya. Qi, Y. J. Xue, B. Ch. Wang,
and H. M. Xu

EFFECTS OF LAYERING TYPES AND FIBER OFF-AXIS ANGLE ON THE MECHANICAL PROPERTIES OF S-GLASS-FIBER-REINFORCED COMPOSITES

Keywords: VARTM, S-glass fibers, composite, off-axis angle, strength

S-glass-fiber-reinforced plastic layered composites were prepared by the vacuum-assisted resin transfer molding, and their mechanical properties in relation to different layering types were studied. The effects of layering type and off-axis angle on the tensile and flexural strengths of the composites were clarified. In addition, variations in the interlaminar shear strength and bearing strength by bolted joints as functions of off-axis angle were investigated. Results indicated that the tensile and flexural strengths of the S-glass fiber composites with the 0° lamination were more sensitive to the off-axis angle than those with the 0°/90° orthogonal lamination.

Ключевые слова: прессование литьевое с инфузией смолы вакуумной, S-стекловолокна, композит, угол несоосности, прочность

Слоистые композиты с разной укладкой S-стекловолокон изготовили методом литьевого прессования с вакуумной инфузией смолы и изучили их механические свойства. Оценили влияние типа укладки и угла несоосности армирующих волокон на проч-

*Автор, с которым следует вести переписку: kong1211@126.com; wangxb1978@hotmail.com
Corresponding author: kong1211@126.com; wangxb1978@hotmail.com

¹Перевод с англ.

ность композитов при растяжении, изгибе, межслойном сдвиге и прочность при смятии болтовых соединений. Результаты показали, что прочность при растяжении и изгибе однонаправленных стеклопластиков более чувствительна к углу несоосности, чем ортогонально армированных $[0^\circ/90^\circ]$.

Введение

Волокнисто-армированные композиты обладают превосходными механическими характеристиками [1, 2], высокой коррозионной стойкостью [3—5] и хорошими электроизоляционными свойствами [6, 7]. Их широко используют в авиакосмической промышленности, химическом машиностроении, электробытовых приборах, транспорте, машиностроении и других областях национальной экономики [8—13].

S-Стекловолокно, обладающее низкой стоимостью, высокой прочностью при растяжении, высокой химической стойкостью, отличными изоляционными характеристиками и низкими влагопоглощающими свойствами, часто используют в качестве арматуры композитов. В настоящее время многие исследования посвящены механическим свойствам композитов, армированных стекловолокном. В [14] исследовали влияние процентного содержания стекловолокон на механические свойства композитов. Установлено, что с увеличением их содержания прочность при растяжении возросла с 36,32 до 73,99 МПа, при изгибе — с 80,91 до 91,70 МПа, энергия при ударе — с 2 до 6 Дж, твердость — с 16 до 20 ВНН. В [15] влияние содержания и типа волокон на прочность при межслойном сдвиге эпоксидных композитов на основе S-стекловолокон исследовали, анализируя аспекты межповерхностного сцепления и агломерации. В [16, 17] механические свойства стекловолокон сравнили со свойствами других волокон, а также с помощью динамического механического анализатора исследовали вязкоупругие свойства эпоксидного композита с E-стекловолокнами и трех гибридных эпоксидных композитов (с волокнами S- и E-стекла; углеродными; органическими и E-стеклянными). Механические свойства композитов, армированных стекловолокном, изучали также в [18—21] и установили, что их свойства в значительной степени зависят от толщины волокон, их ориентации [22], концентрации [23] и природы [24].

Волокнисто-армированные композиты обычно обладают анизотропными механическими свойствами. Их прочность обеспечивают в основном армирующие волокна, а матрица действует как связующее, удерживающее их вместе [25]. Есть два основных фактора, влияющих на механические свойства композитов, армированных стекловолокнами, — послойная укладка и углы ориентации волокон в слоях [26—28]. В [27] указали, что угол ориентации волокон 10° — наиболее подходящий для выполнения испытания на неосевое растяжение (*off-axis tensile test*) образцов эпоксидных углепластиков с накладками, а в [28] установили, что прочность при сжатии образцов с углом несоосности 15° значительно меньше. Еще один фактор, влияющий на механические свойства волокнисто-армированных

стеклопластиков — процесс изготовления [29, 30]. Процесс формования напрямую влияет на качество композитов, включая массовое содержание составляющих, термостойкость, пористость и межповерхностное сцепление волокон и матрицы — одного из наиболее важных факторов, влияющих на механические свойства волокнисто-армированных композитов [31—33].

Метод литьевого прессования с вакуумной инфузией смолы (ЛПВИС) — один из широко применяемых для изготовления стеклопластиков. В этом экологически дружелюбном производственном процессе преформу композита, помещенную в вакуумный мешок, пропитывают связующим путем инфузии.

В настоящей работе методом ЛПВИС изготовили слоистые стеклопластики из S-стекловолокон и исследовали влияние укладки и угла несоосности на их механические свойства (прочность при растяжении, изгибе, межслойном сдвиге и прочность при смятии болтовых соединений).

1. Эксперимент

Слоистые композиты изготовили из стеклоткани волокон S3000 и винилэфирной смолы MFE-5 с отвердителем. Объемное содержание волокон в композитах ~ 53,1%. Для сравнения изготовили однонаправленные и ортогонально армированные стеклопластики. В однонаправленном композите угол ориентации пучков волокон в слоях 0° (рис. 1—*а*), а в ортогонально армированном $[0^\circ/90^\circ]$ пучки волокон смежных слоев ориентированы под углом 90° (рис. 1—*б*).

Изготовление композитов включало следующие этапы: укладку преформ однонаправленного и ортогонально армированного композитов из предварительно подготовленных слоев стеклоткани в плоской пресс-форме; герметизацию и вакуумирование преформ композитов в вакуумных мешках до давления меньше 95 кПа; осуществление ЛПВИС. В условиях вакуума при давлении 95 кПа винилэфирную смолу полностью перфузировали в преформы композитов. После извлечения пресс-формы композиты для отверждения (при температуре 120°C в течение 2 ч) поместили в камеру для электротермической струйной сушки. Завершающий этап — естественное охлаждение изготовленных стеклопластиков. Объемное содержание стекловолокон в композитах, изготовленных ЛПВИС, ~ 53,1%, а диапазон изменения угла ориентации волокон в образцах менее $0,1\%$.

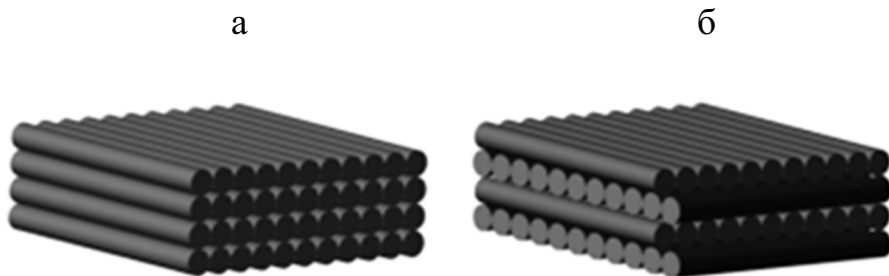


Рис. 1. Однонаправленный (*а*) и ортогонально армированный (*б*) композиты.

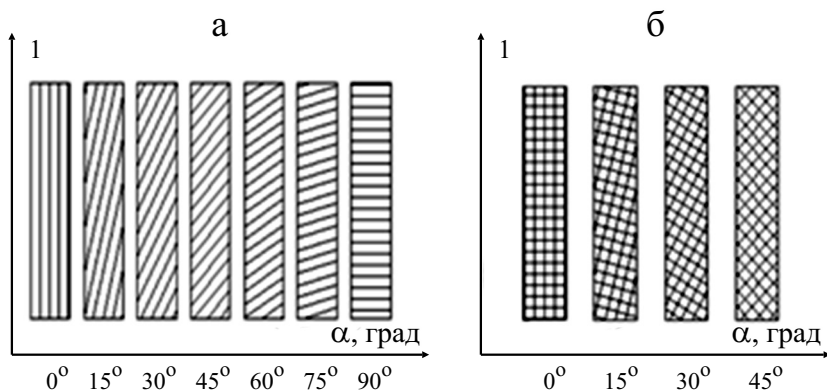


Рис. 2. Образцы однонаправленного (а) и ортогонально направленного (б) композитов с разным углом несоосности α . 1 — направление шпинделя.

Для оценки механических свойств изготовили и исследовали образцы композитов с разными углами несоосности α , характеризующими угол наклона волокон стеклоткани в слоях однонаправленного и ортогонально армированного композитов относительно направления шпинделя (*spindle direction*), как показано на рис. 2. Направление шпинделя далее будем называть направлением осевого напряжения.

Прочность при растяжении, изгибе, межслойном сдвиге и прочность при смятии болтовых соединений оценивали с использованием машины для испытаний на растяжение (SINTECI-I/DL, MTS, США) и машины для динамических испытаний материалов (INSTRON8032, Instron, Англия) по китайским стандартам GB/T1447-2005, GB/T1449-2005, GB/T1450.1-2005 и GB/T7559-2005 соответственно. Для определения прочности при растяжении и изгибе образцы толщиной 4 мм изготовили из однонаправленного и ортогонально армированного композитов, форма и размеры которых показаны на рис. 3—а, б. Образцы из однонаправленного стеклопластика изготовили с углом несоосности $\alpha = 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90^\circ$, а из ортогонально армированного — $\alpha = 0, 15, 30, 45^\circ$. Для определения прочности при межслойном сдвиге в соответствии со стандартом GB/T1450.1-2005 изготовили образцы ортогонально армированного стеклопластика толщиной 15 мм с углом несоосности $\alpha = 0, 15, 30, 45^\circ$. Форма и размеры показаны на рис. 3—в. Испытания для определения прочности при смятии болтовых соединений провели по стандарту GB/T7559-2005 на образцах из ортогонально армированного стеклопластика толщиной 2 мм и углом несоосности $\alpha = 0, 15, 30, 45^\circ$. Форма и размеры показаны на рис. 3—г.

2. Результаты и обсуждение

2.1. Влияние укладки и угла несоосности на прочность при растяжении и изгибе. Результаты, полученные при растяжении и изгибе образ-

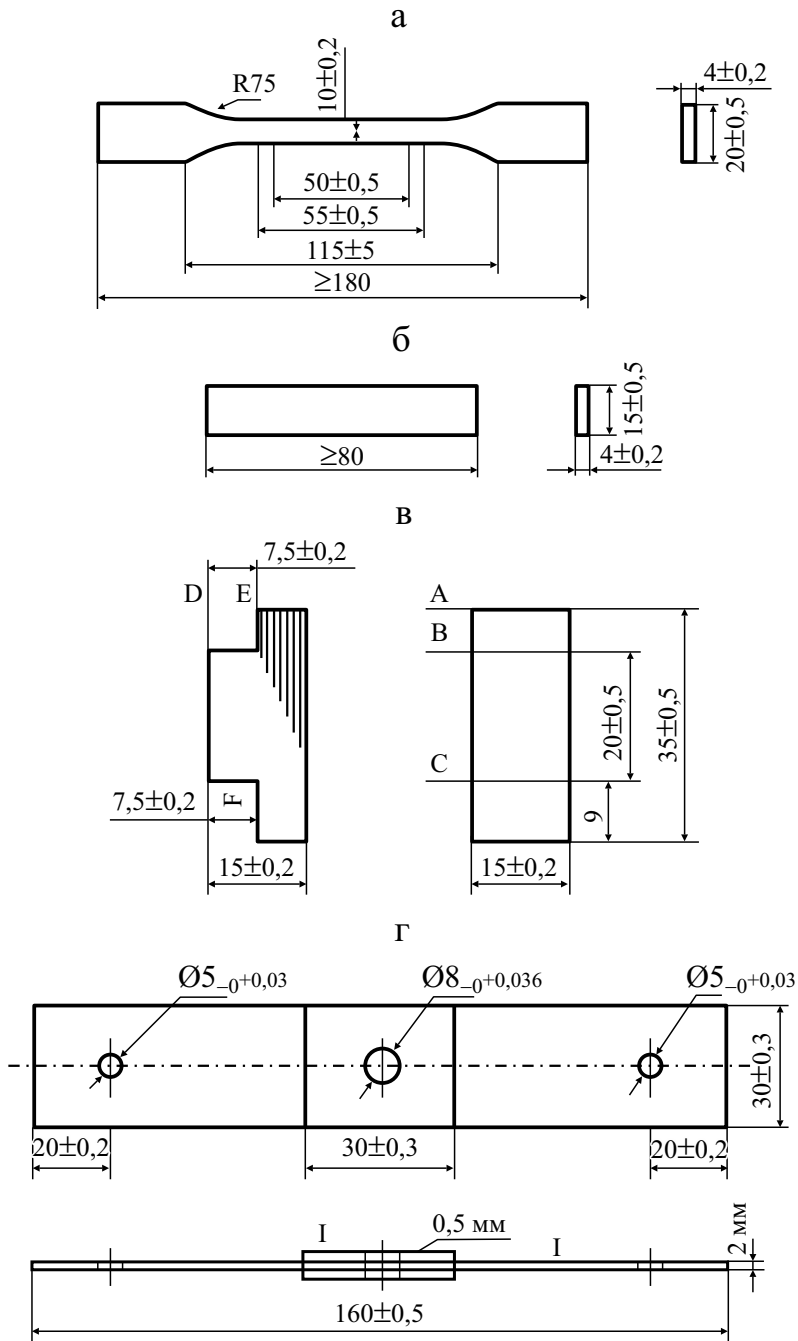


Рис. 3. Форма и размеры (мм) образцов для испытаний на растяжение (а); изгиб (б); межслойный сдвиг (в); прочность при смятии болтового соединения (г). I — алюминиевая пластина.

цов с разным углом несоосности α , показаны на рис. 4. Видно, что прочность при растяжении и изгибе образцов из однонаправленного композита

уменьшалась с увеличением угла несоосности $\alpha = 0—90^\circ$, а образцов из ортогонально армированного композита уменьшалась в диапазоне изменения угла $\alpha = 0—45^\circ$ и возрастала в диапазоне изменения угла $\alpha = 45—90^\circ$. Это явление обусловлено различием структуры однонаправленного и ортогонально армированного композитов.

Предположим, что осевое напряжение в однонаправленном композите σ_0^α (угол несоосности α — угол между направлением армирующих волокон и главной осью симметрии в композите), а в ортогонально армированном композите это осевое напряжение $\sigma_{0/90}^\alpha$ соответственно. При $\alpha = 0^\circ$ направление напряжения σ_0^0 во всех волокнах однонаправленного композита совпадает с направлением главной оси симметрии, тогда как в ортогонально армированном композите в этом направлении ориентировано только 50% волокон. В однонаправленном композите с углом несоосности α осевое напряжение равно $\sigma_0^\alpha = \sigma_0^0 \cos \alpha$. В ортогонально армированном композите осевое напряжение равно $\sigma_{0/90}^\alpha \approx \sigma_{0/90}^0 (\cos \alpha + \sin \alpha)$, что близко к $\frac{1}{2} \sigma_0^0 (\cos \alpha + \sin \alpha)$. Поскольку $\cos \alpha \geq \sin \alpha$ в диапазоне α от 0 до 45° , то $\sigma_0^\alpha \geq \sigma_{0/90}^\alpha$. Поэтому осевое напряжение в однонаправленном композите в диапазоне изменения α от 0 до 45° больше, чем у ортогонально армированного. По мере возрастания угла несоосности значения напряжений σ_0^α и $\sigma_{0/90}^\alpha$ уменьшаются. При этом $\sigma_0^{45^\circ} \approx \sigma_{0/90}^{45^\circ}$ при $\alpha = 45^\circ$. С увеличением угла α от 45 до 90° осевое напряжение $\sigma_0^\alpha \cos \alpha$ в однонаправленном композите уменьшается, а осевое напряжение $\frac{1}{2} \sigma_0^0 (\cos \alpha + \sin \alpha)$ в ортогонально армированном композите возрастает и оказывается больше, чем в однонаправленном.

Зависимость прочности при растяжении и изгибе с изменением угла несоосности $\alpha = 0—90^\circ$ приведена на рис. 4—а и б соответственно. При $\alpha = 0$ и 180° волокна в однонаправленном композите ориентированы

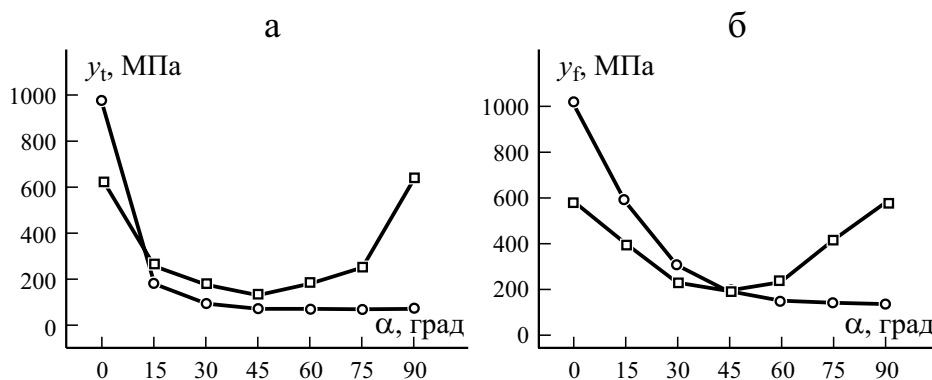


Рис. 4. Зависимость прочности при растяжении y_t (а) и изгибе y_f (б) как функция угла несоосности α для однонаправленного (0° , \circ) и ортогонально армированного ($0^\circ/90^\circ$, \square) композитов.

в направлении действия осевого напряжения и воспринимают основную часть приложенной нагрузки. Поскольку прочность непрерывных волокон S-стекла (~ 3000 МПа) намного больше, чем смолы (~ 60 МПа), прочность при растяжении и изгибе однонаправленного композита максимальна при $\alpha = 0^\circ$. При $\alpha = 90^\circ$ направление армирующих волокон перпендикулярно направлению осевого напряжения в однонаправленном композите и его прочность при растяжении и изгибе минимальна.

Для лучшего понимания поведения при изгибе однонаправленного и ортогонально армированного композитов, используя условие периодичности, вывели уравнения, аппроксимирующие зависимости их прочности при изгибе:

$$y_{f,0}(\alpha) = A\sqrt{\cos^2 \alpha} + B\sqrt{\sin^2 \alpha} + C, \quad (1)$$

$$y_{f,0/90}(\alpha) = A\sqrt{\cos^2 2\alpha} + B\sqrt{\sin^2 2\alpha} + C, \quad (2)$$

где $y_{f,0}(\alpha)$ и $y_{f,0/90}(\alpha)$ — прочность при изгибе как функции угла α ; A, B, C — постоянные. Путем аппроксимации зависимостей прочности при изгибе, показанных на рис. 4—б, получены уравнения для однонаправленного и ортогонально армированного композитов

$$y_{f,0}(\alpha) = -486,7\sqrt{\cos^2 \alpha} - 1372,3\sqrt{\sin^2 \alpha} + 1512,1, \quad (3)$$

$$y_{f,0/90}(\alpha) = 30,1\sqrt{\cos^2 2\alpha} - 352,1\sqrt{\sin^2 2\alpha} + 549,9. \quad (4)$$

Значения прочности при растяжении и изгибе ортогонально армированного композита максимальны при $\alpha = 0$ и 90° соответственно, а минимальны — при $\alpha = 45^\circ$. Прочность при растяжении ортогонально армированного композита как функция угла α описывается уравнением

$$y_{t,0/90}(\alpha) = A\sqrt{\cos^2 2\alpha} + B\sqrt{\sin^2 2\alpha} + C, \quad (5)$$

подгонка которого к экспериментальным данным дала уравнение

$$y_{t,0/90}(\alpha) = -54,6\sqrt{\cos^2 2\alpha} - 554,6\sqrt{\sin^2 2\alpha} + 685,6. \quad (6)$$

Экспериментальные результаты показали, что уравнение (6) можно использовать для определения прочности при растяжении ортогонально армированного композита при разных значениях угла несоосности α . При приближении к $\alpha = 45^\circ$ прочность композита стремится к 131 МПа.

Распределение изгибного напряжения в однонаправленном и ортогонально армированном композитах с разным углом несоосности α , рассчитанное с помощью программного обеспечения COMSOL, представлено на рис. 5. Как и предполагали, при $\alpha = 0^\circ$ деформация однонаправленного композита меньше, чем ортогонально армированного, а при $\alpha = 90^\circ$ — намного больше. В частности, при $\alpha = 45^\circ$ деформация однонаправленного композита очень близка к таковой у ортогонально армиро-

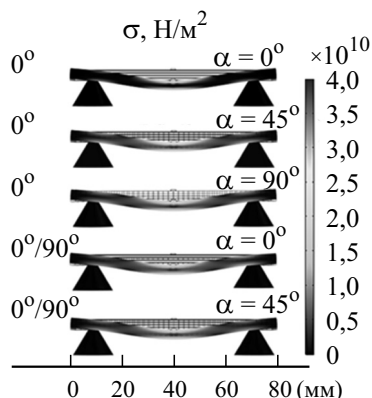


Рис. 5. Расчетное распределение напряжений в однонаправленном (0°) и ортогонально армированном ($0^\circ/90^\circ$) композитах соответственно.

ванного композита, что согласуется с экспериментальными результатами (см. рис. 4—б) и подтверждает достоверность результатов расчета.

При изменении $\alpha = 0\text{—}15^\circ$, $15\text{—}30^\circ$, $30\text{—}45^\circ$ прочность при растяжении однонаправленного композита уменьшилась на 64,0, 37,4, 9,8% соответственно. Наибольшее снижение прочности при растяжении наблюдали при увеличении α от 0 до 15° .

Из данных рис. 4 видно, что максимальные значения прочности при растяжении и изгибе однонаправленного композита больше, чем ортогонально армированного, а минимальные — меньше. Таким образом, можно сделать вывод о том, что угол несоосности существенно влияет на прочность при растяжении и изгибе однонаправленного композита и его механическая стабильность слабее, чем ортогонально армированного. Поэтому последний лучше подходит для инженерного применения.

2.2. Влияние угла несоосности на прочность при межслойном сдвиге. Результаты испытания показали, что прочность при межслойном сдвиге y_{sh} ортогонально армированного композита при угле несоосности $\alpha = 0, 15, 30, 45^\circ$ равна 20,3, 20,96, 22,34, 24,7 кДж/м² соответственно.

Прочность при межслойном сдвиге y_{sh} характеризует в основном межповерхностное сцепление волокон с матрицей. Распределение напряжений в ортогонально армированном композите существенно зависит от угла несоосности. При $\alpha = 0^\circ$ в направлении действия осевого напряжения ориентировано 50% волокон, а остальные перпендикулярны, и поэтому вклад волокон в осевое напряжение наименьший. В этом случае прочность при межслойном сдвиге зависит в основном от межповерхностного сцепления волокон с матрицей. Чем больше напряжение сцепления, тем больше прочность при сдвиге. Наибольшее значение прочности при межслойном сдвиге продемонстрировал образец ортогонально армированного композита с углом несоосности $\alpha = 45^\circ$.

На рис. 6 представлены фотографии образцов ортогонально армированного композита с разным углом несоосности после испытаний на

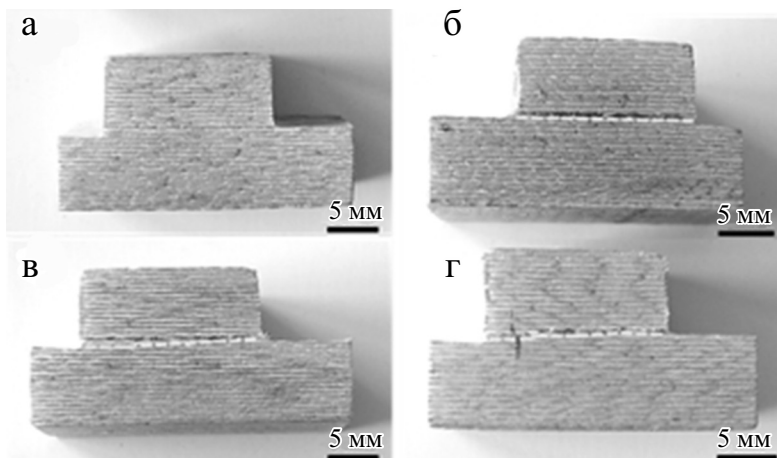


Рис. 6. Фотографии ортогонально армированного композита с разным углом несоосности α : исходный образец, $\alpha = 0^\circ$ (а); образцы после испытания, $\alpha = 0$ (б), 30 (в), 45° (г). Пояснения в тексте.

межслойный сдвиг. Видно, что поверхность растрескивания в образце при $\alpha = 0^\circ$ отчетливая (рис. 6—б) и в основном образуется на границе раздела соседних слоев волокон, а поверхность волокон полностью отделена. При $\alpha = 30$ и 45° поверхность растрескивания образцов пересекает слои волокон и разрушает часть волокон (см. рис. 6—в, г). При $\alpha = 0^\circ$ волокна в ортогонально армированном композите остаются непрерывными и почти не подвержены разрушению (рис. 7—а). Повреждение композита связано в основном с растрескиванием смолы между слоями волокон. После испытания в образцах с $\alpha = 30$ и 45° видно много разрушенных волокон (см. рис. 10—б, в), свидетельствующих о том, что разрушение в ходе испытания произошло путем пересечения слоя волокон в композите.

2.3. Влияние угла несоосности на прочность при смятии болтовых соединений. Прочность при смятии болтовых соединений y_b — это от-

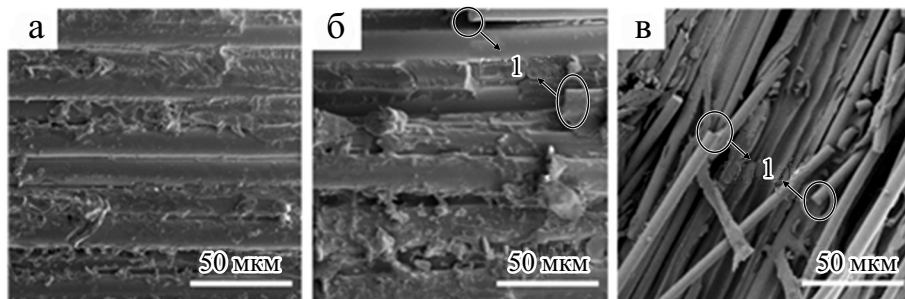


Рис. 7. Изображения сканирующего электронного микроскопа образцов ортогонально армированного композита: исходный, $\alpha = 0^\circ$ (а); после испытаний, $\alpha = 30$ (б); 45° (в). 1 — разрыв.

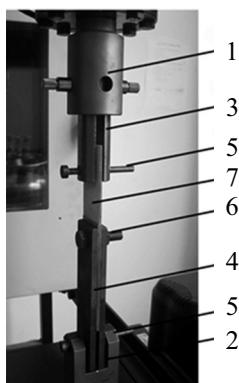


Рис. 8. Экспериментальная установка для определения прочности при смятии болтового соединения: 1 и 2 — верхний и нижний захваты соответственно; 3 и 4 — верхние и нижние зажимные щёки; 5 — затягивающий болт и гайка; 6 — фиксирующий болт и гайка; 7 — образец.

ношение разрушающей нагрузки выдавливания к площади выдавливания. Поскольку на практике для крепления композитов часто используют болты, в настоящей работе изучали также прочность при смятии болтовых соединений ортогонально армированных композитов. На рис. 8 представлена фотография установки для определения прочности при смятии болтовых соединений. При проведении эксперимента образец закрепляли болтами и гайками. К одному концу образца прикладывали растягивающую нагрузку. Полученные результаты представлены на рис. 9. Видно, что распределение прочности при смятии болтовых соединений в диапазоне $\alpha = 0\text{--}90^\circ$ симметрично относительно значения 45° . При изменении $\alpha = 0\text{--}45^\circ$ прочность при смятии сначала возрастала от 165,4 до 208,6 МПа, а затем уменьшалась с увеличением угла несоосности. На вставке показано

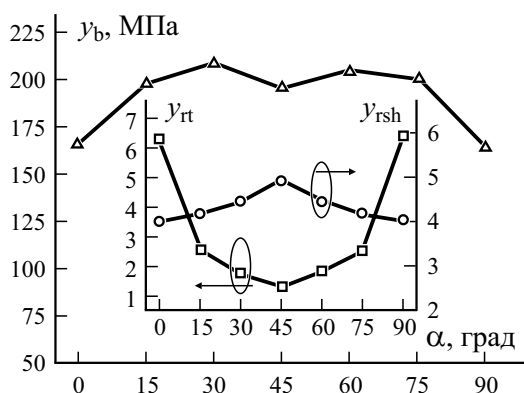


Рис. 9. Зависимость прочности при смятии y_b болтовых соединений ортогонально армированного композита как функция угла несоосности α (Δ). На вставке: зависимость относительной прочности при растяжении y_{rt} (\square) и сдвиге y_{rsh} (\circ).

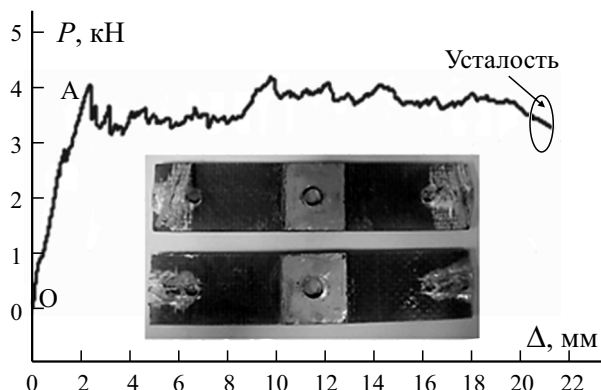


Рис. 10. Зависимость нагрузка—перемещение $P—\Delta$ однонаправленного композита и фотографии образцов ортогонально армированного композита с $\alpha = 0^\circ$ после испытаний.

относительное изменение прочности при растяжении y_{rt} и сдвиге y_{rsh} . Видно, что прочность при растяжении постепенно уменьшалась в диапазоне $\alpha = 0—45^\circ$, а прочность при межслойном сдвиге возрастала.

На рис. 10 представлена зависимость нагрузка—перемещение $P—\Delta$ образца однонаправленного композита с $\alpha = 0^\circ$. На участке OA образец деформировался линейно-упруго, а по достижении точки A наблюдали площадку текучести при почти постоянной нагрузке. На вставке представлены типичные изображения ортогонально армированного композита с $\alpha = 0^\circ$ после испытаний. Видно, что композит может выдерживать большие деформации (до 35%). Разрушение образца включает межслойное разрушение композита и разрушение волокон, что хорошо согласуется с результатами, показанными на рис. 9. Полученные результаты свидетельствуют о том, что прочность при смятии болтовых соединений связана не только с прочностью волокон и смолы, но и с межфазными свойствами между волокнами и полимерной матрицей.

Заключение

Механические свойства композитов существенно зависят от типа укладки и угла несоосности.

Прочность при растяжении однонаправленного композита при увеличении угла несоосности $\alpha = 0—90^\circ$ уменьшилась с 974,4 до 74,1 МПа, а прочность при изгибе — с 1025,4 до 139,8 МПа. Прочность при растяжении ортогонально армированного композита при увеличении угла несоосности от 0 до 45° уменьшилась с 631 до 131 МПа, а прочность при изгибе — с 580 до 190 МПа. В целом ортогонально армированный композит продемонстрировал лучшую механическую стабильность, чем однонаправленный.

При увеличении угла несоосности 0 до 45° прочность ортогонально армированного композита при межслойном сдвиге возрастала. При $\alpha = 45^\circ$ значение прочности при межслойном сдвиге, равное $24,7 \text{ кДж/м}^2$, примерно на 21,6% больше, чем при $\alpha = 0^\circ$.

Прочность при смятии болтовых соединений ортогонально армированного композита возрастала с увеличением угла несоосности от 0 до 45° , достигнув максимального значения 208,6 МПа при $\alpha = 30^\circ$.

Установлено, что угол несоосности оказывает существенное влияние на прочность при растяжении и изгибе и меньшее — на прочность при межслойном сдвиге и прочность при смятии болтовых соединений. Поэтому на практике для получения лучших механических свойств рекомендуется использовать ортогонально армированные композиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Karger-Kocsis J., Mahmood H., and Pegoretti A.* Recent advances in fiber/matrix interphase engineering for polymer composites // *Prog. Mater. Sci.* — 2015. — Vol. 73. — P. 1—43.

2. *Kharrazadeh M., Shokrieh M. M., and Salamat-Talab M.* Effect of interface fiber angle on the model delamination growth of plain woven glass fiber-reinforced composites // *Theor. Appl. Fract. Mech.* — 2018. — Vol. 98. — P. 1—12.

3. *Li S. B., Hu B. X., and Zhang F.* Preparation and properties of glass fiber/plant fiber reinforced cementitious composites // *Sci. Adv. Mater.* — 2018. — Vol. 10. — P. 1028—1035.

4. *Sugiman S., Gozali M. H., and Setyawan P. D.* Hygrothermal effects of glass fiber reinforced unsaturated polyester resin composites aged in steady and fluctuation conditions // *Adv. Compos. Mater.* — 2019. — Vol. 28, No. 1. — P. 87—102.

5. *Thomason J. L., Yang L., and Meier R.* The properties of glass fibres after conditioning at composite recycling temperatures // *Composites: Part A.* — 2014. — Vol. 61. — P. 201—208.

6. *Islam M. N., Ar-Rashid H, Islam F., Karmaker N., Koly F. A., Mahmud J., Keya K. N., and Khan R. A.* Fabrication and characterization of E-glass fiber reinforced unsaturated polyester resin based composite materials // *Nano Hybrids and Composites.* — 2019. — Vol. 24. — P. 1—7.

7. *Jing M. F., Che J. J., Xu S. M., Liu Z. W., and Fu Q.* The effect of surface modification of glass fiber on the performance of poly (lactic acid) composites: Graphene oxide vs. silane coupling agents // *Appl. Surf. Sci.* — 2018. — Vol. 435. — P. 1046—1056.

8. *Li H., Richards C., and Watson J.* High-performance glass fiber development for composite applications // *Int. J. Appl. Glass Sci.* — 2014. — Vol. 5. — P. 65—81.

9. *Lobanov D. S., Babushkin A. V., and Luzenin A. Yu.* Effect of increased temperatures on the deformation and strength characteristics of a GFRP based on a fabric of volumetric weave // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54, No. 5. — P. 655—664.

10. *Radzuan N. A. M., Sulong A. B., Hui D., and Verma A.* Electrical conductivity performance of predicted modified fibre contact model for multi-filler polymer composite // *Polymers.* — 2019. — Vol. 11, No. 9. — P. 1425.

11. *Anjang A., Mouritz A. P., and Feih S.* Influence of fibre orientation on the tensile performance of sandwich composites in fire // *Composites: Part A.* — 2017. — Vol. 100. — P. 342—351.

12. *Fortin G. Y., Elbadry E. A., and Hamada H.* Crashworthiness of cardboard panels reinforced with braided glass fiber rods for vehicle side impact protection // *J. Reinf. Plast. Comp.* — 2018. — Vol. 37, No. 23. — P. 1387—1401.

13. *Dangtungee R., Somchua S., and Siengchin S.* Recycling glass fiber/epoxy resin of waste printed circuit boards: Morphology and mechanical properties // *Mech. Compos. Mater.* — 2012. — Vol. 48, No. 3. — P. 325—330.

14. *Kumara N. S., Kumarb G. V., Kumarc C. V., and Prabhud M.* Experimental investigation on mechanical behavior of E-glass and S-glass fiber reinforced with polyester resin // *SSRG Int. J. Mech. Eng.* — 2018. — Vol. 5, No. 5. — P. 19—26.

15. *Bulut M., Alsaadi M., and Erkliğ A.* A comparative study on the interlaminar shear strength of S-glass/epoxy composites containing borax, perlite and sewage sludge ashparticles // *Mater. Res. Express.* — 2019. — Vol. 6. — P. 095330.

16. *Anjang A., Mouritz A. P., and Feih S.* Influence of fibre orientation on the tensile performance of sandwich composites in fire // *Composites: Part A.* — 2017. — Vol. 100. — P. 342—351.

17. *Guo Z. R., Chen W. N., and Zheng J.* Improved quasi-static twin-fiber transverse compression of several high-performance fibers // *Text. Res. J.* — 2018. — Vol. 89, No. 9. — P. 1595—1613.

18. *Zhang S. H., Caprani C., and Heidarpour A.* Influence of fibre orientation on pultruded GFRP material properties // *Compos. Struct.* — 2018. — Vol. 204. — P. 368—377.

19. *Boufaïda Z., Farge L., André S., and Meshaka Y.* Influence of the fiber/matrix strength on the mechanical properties of a glass fiber/thermoplastic-matrix plain weave fabric composite // *Composites: Part A.* — 2015. — Vol. 75. — P. 28—38.

20. *Klasztorny M., Nycz D. B., Romanowski R. K., Gotowicki P., Kiczko A., and Rudnik D.* Effects of operating temperatures and accelerated environmental aging on the mechanical properties of a glass-vinylester composite // *Mech. Compos. Mater.* — 2017. — Vol. 53, No. 3. — P. 335—350.

21. *Feih S., Boiocchi E., Mathys G., Mathys Z., Gibson A. G., and Mouritz A. P.* Mechanical properties of thermally-treated and recycled glass fibres // *Composites: Part B.* — 2011. — Vol. 42, No.3. — P. 350—358.

22. *Shokrieh M. M., Salamat-talab M., and Heidari-Rarani M.* Effect of interface fiber angle on the R-curve behavior of E-glass/epoxy DCB specimens // *Theor. Appl. Fract. Mech., Part B.* — 2016. — Vol. 86. — P. 153—160.

23. *Erkliğ A., Bulut M., and Fayzulla B.* Toughening effect of microscale particles on the tensile and vibration properties of S-glass-fiber-reinforced epoxy composites // *Mech. Compos. Mater.* — 2018. — Vol. 54. — P. 119—128.

24. *Martina B., Kateřina K., Miloslava R., Jan G., and Ruta M.* Oxycellulose: Significant characteristics in relation to its pharmaceutical and medical applications // *Adv. Polym. Technol.* — 2009. — Vol. 28. — P. 199—208.

25. *Latha P. S., Rao M. V., Kumar W. K., Raghavendra G., and Ojha S. Ramu inala,* Evaluation of mechanical and tribological properties of bamboo-glass hybrid fiber reinforced polymer composite // *J. Ind. Text.* — 2016. — Vol. 46. — P. 3—18.

26. *Wilhelmsson D., Mikkelsen L. P., Fæster S., and Asp L. E.* X-ray tomography data of compression tested unidirectional fibre composites with different off-axis angles // *Data in Brief.* — 2019. — Vol. 25. — P. 104263.

27. *Marín J. C., Justo J., Barroso A., Cañas J., and París F.* On the optimal choice of fibre orientation angle in off-axis tensile test using oblique end-tabs: Theoretical and experimental studies // *Compos. Sci. Technol.* — 2019. — Vol. 178. — P. 11—25.

28. *Wilhelmsson D., Mikkelsen L. P., Fæster S., and Asp L. E.* Influence of in-plane shear on kink-plane orientation in a unidirectional fibre composite // *Composites: Part A.* — 2019. — Vol. 119. — P. 283—290.

29. *Sherif G., Chukov D., Tcherdyntsev V., and Torokhov V.* Effect of formation route on the mechanical properties of the polyethersulfone composites reinforced with glass fibers // *Polymers.* — 2019. — Vol. 11, No. 8. — P. 1364.

30. *Chen J., Zhao D., Jin X., Wang C. C., Wang D. Z., and Ge H. Y.* Modifying glass fibers with graphene oxide: Towards high-performance polymer composites // *Compos. Sci. Technol.* — 2014. — Vol. 97. — P. 41—45.

31. *Yang L., Thomason J. L., and Zhu W.* The influence of thermo-oxidative degradation on the measured interface strength of glass fibre-polypropylene // *Composites: Part A.* — 2011. — Vol. 42. — P. 1293—1300.

32. *Harinath P. N. V., Bramhe S., Surendran D., Sabane V., Singh A., NamKim T., Sharbidre R., Cheol B. J., Peters L., Bersee H., Nanda H., and Balakrishnan A.* Analysis of microstructural, thermal and mechanical properties of unidirectional glass fiber fabrics exhibiting sizing migration // *Composites: Part B.* — 2019. — Vol. 164. — P. 570—575.

33. *James L. T., Nagel U., Liu Y., and David B.* A study of the thermal degradation of glass fibre sizings at composite processing temperatures // *Composites: Part A.* — 2019. — Vol. 121. — P. 56—63.

Поступила в редакцию 22.04.2020

Окончательный вариант поступил 22.12.2020

Received Apr. 22, 2020 (Dec. 22, 2020)

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|-----|
| <i>Белов П. А., Лурье С. А.</i> Развитие концепции “разделенной анизотропии” в теории градиентной анизотропной упругости | 611 |
| <i>Янковский А. П.</i> Анализ теплового отклика в армированных пластинах при динамическом нагружении взрывного типа | 629 |
| <i>Хванг С. Ф., Ву С. И.</i> Ударное поведение и энергопоглощение композитных труб, изготовленных из ткани или препрегов углеродных волокон | 645 |
| <i>Гарбин Д. Ф., Тонатто М. Л., Амику С. К.</i> Поведение сандвич-панелей стеклопластик/полиуретан при сжатии и изгибе: экспериментальное и численное исследование . . . | 659 |
| <i>Шешенин С. В., Гритченко М. Э., Чистяков П. В.</i> Осреднение вязкоупругих свойств резинокордного слоя при плоском напряженном состоянии | 673 |
| <i>Бойко Д. С., Токочный Ю. В.</i> Определение трехмерных напряжений в полубесконечном упругом трансверсально-изотропном композите | 689 |
| <i>Сердюк А. О., Сердюк Д. О., Федотенков Г. В.</i> Напряжённо-деформированное состояние композитной пластины под воздействием нестационарной подвижной нагрузки | 705 |
| <i>Демирджан Г., Киса М., Озен М., Аджикгоз А.</i> Поведение эпоксидных нанокompозитов, армированных стекловолокнами, при квазистатическом вдавливании | 721 |
| <i>Подыман Г. С., Двойнос Я. Г., Новик В. А.</i> Моделирование процесса гомогенизации полиэтиленовых композиций в одношнековом экструдере с перемешивающим элементом Мэддока | 739 |
| <i>Вольфсон С. И., Хасанова А. Д., Казаков Ю. М., Хусаинов А. Д., Баранец И. В.</i> Структура и свойства маслобензостойких термопластичных вулканизатов, содержащих модифицированный технический углерод | 751 |
| <i>Абиди А., Бен Салем С., Безази А., Бумедири Х.</i> Сравнительное изучение влияния технологий фрезерования и резки гидроабразивной струей на поведение эпоксидных слоистых углепластиков при растяжении | 767 |
| <i>Кун Л. М., Чжэн В., Ван С. Б., УГ Д., Ци Я. Я., Сюэ Я. Цз., Ван Б. Ч., Сюй Х. М.</i> Влияние укладки и угла несоосности на механические свойства волокнисто-армированных стеклопластиков | 783 |

CONTENTS

| | |
|--|-----|
| <i>Belov P. A. and Lurie S. A.</i> Development of the “separated anisotropy” concept in the theory of gradient anisotropic elasticity | 611 |
| <i>Yankovskii A. P.</i> Analysis of thermal response in reinforced plates under a dynamic explosion-type loading | 629 |
| <i>Hwang S. F. and Wu C. Y.</i> Impact behavior and energy absorption of composite tubes made from fiber fabrics or prepregs | 645 |
| <i>Garbin D. F., Tonatto M. L. P., and Amico S. C.</i> Compressive and flexural behavior of fiberglass/polyurethane sandwich panels: experimental and numerical study | 659 |
| <i>Sheshenin S. V., Gritchenko M. E., and Chistyakov P. V.</i> Averging the viscoelastic properties of a rubber-cord ply in a plane stress state | 673 |
| <i>Boiko D. S. and Tokovyy Y. V.</i> Determination of three-dimensional stresses in a semi-infinite elastic transversely isotropic composite | 689 |
| <i>Serdyuk A. O., Serdyuk D. O., Fedotenkov G. V.</i> Stress-strain state of a composite plate under the action of a transient movable load | 705 |
| <i>Demircan G., Kisa M., Ozen M., and Acikgoz A.</i> Quasi-static penetration behavior of glass-fiber-reinforced epoxy nanocomposites | 721 |
| <i>Podyman H. S., Dvoinos Ya. H., and Novik V. A.</i> Modeling the homogenization process of polyethylene compositions in a single-screw extruder with a Maddock mixing element | 739 |
| <i>Vol’fson S. I., Khasanova A. D., Kazakov Yu. M., Khusainov A. D., and Baranets I. V.</i> Structure and properties of oil-and-petrol-resistant thermoplastic vulcanizates containing a modified technical carbon | 751 |
| <i>Abidi A., Ben Salem S., Bezazi A., and Boumedi H.</i> A comparative study on the effect of milling and abrasive water jet cutting technologies on the tensile behavior of composite carbon/epoxy laminates | 767 |
| <i>Kong L. M., Zheng W., Wang X. B., Wu G. D., Qi Ya. Ya., Xue Y. J., Wang B. Ch., and Xu H. M.</i> Effects of layering types and fiber off-axis angle on the mechanical properties of S-glass-fiber-reinforced composites | 783 |

Вниманию читателей!

Подписаться на журнал “Механика композитных материалов” (индекс 79676) на 2022 г. можно через каталог “Урал-Пресс” или в редакции. В каталоге указаны два индекса, по которым журнал можно выписать сразу на календарный год или оформить подписку на один номер:

индекс **6115_01** — для оформления подписки на год (6 номеров);
индекс **009416** — для оформления подписки на один номер
(по желанию подписчика).

У компании «Урал-Пресс» есть подразделение «Деловая-Пресса», принимающее подписку online. Подписку можно оформить на сайте, пройдя по ссылке:

<http://ej.uz/mkmpod>

или написать на e-адрес: *podpiska@delpress.ru* письмо с просьбой рассчитать стоимость заказа и получить счет на оплату.

ВНИМАНИЮ ЧИТАТЕЛЕЙ!

Список некоторых планируемых конференций

2021—2022

Международная конференция «Композитные материалы и конструкции»

16 ноября 2021 года, Московский авиационный институт, Москва

Работа конференции пройдёт в онлайн-формате по трём подсекциям через платформу ZOOM:

- методы проектирования, расчета и оптимизации конструкций из полимерных композитных материалов (ПКМ);
- перспективные технологии переработки ПКМ для изготовления конструкций на их основе;
- ПКМ для авиастроения, строительства и энергетики, методы исследования и испытаний ПКМ.

<https://composite.mai.ru/>

IV International Forum on Advance in Composite Science and Technologies

November 18-19, 2021, Moscow, Russia

<https://forum.emtc.ru/>

PHENMA 2021

10th Anniversary International Conference on Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications

November 29 — December 3, 2021, Rostov-on-Don, Russia

<https://phenma2021.sfedu.ru/>

ICCS25

25th International Conference on Composite Structures

July 19-22, 2022, ONLINE event

<https://www.iccs25online.com/>

Composite-Expo 2022

14th Edition of the International Specialized Exhibition on Raw Materials, Equipment and Technologies for Composites' Producing

March 29-31, 2022, Moscow, Russia

<http://www.composite-expo.com/>

DeMEASS2020

10th Design, Modelling and Experiments of Advanced Structures and Systems Conference

May 1-4, 2022, Scopello (Sicily), Italy

<http://www.mul2.polito.it/demeass2020/index.php>

ECCM20

The 20th European Conference on Composite Materials

June 26-30, 2022, Lausanne, Switzerland

<https://eccm20.org/>

M2D2021

9th International Conference on Mechanics and Materials in Design

June 26-30, 2022, Funchal (Madeira), Portugal

<https://paginas.fe.up.pt/~m2d/M2D2021/>

DRAF 2022

International Symposium on Dynamic Response and Failure of Composite Materials

June 28 — July 01, 2022, Island of Ischia, Italy

<https://www.drafconference.com/>

ESMC 2022

11th European Solid Mechanics Conference

July 4–8, 2022, Galway, Ireland

<https://www.esmc2022.org/>

EUCASS-3AF

9th European Conference for AeroSpace Sciences

July 3-8, 2022, Lille Grand Palais, France

<https://www.eucass-3af-2022.eu/>

ICAS 2022

33rd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences

September 4-9, 2022, Stockholm Sweden

<https://icas2022.com/> <http://www.icas.org/>

FPCC

Fibre-Reinforced Polymer Composites in Construction

September 6-8, 2022, University of Southampton, UK

<https://www.fpcc-conference.com/>

CMN 2022

Congress on Numerical Methods in Engineering

September 12-14, 2022, Las Palmas de Gran Canaria, Spain

<https://congress.cimne.com/cmn2022/frontal/default.asp>

BPS 2022

20th Baltic Polymer Symposium

September 21-23, 2022, Tallinn University of Technology, Estonia

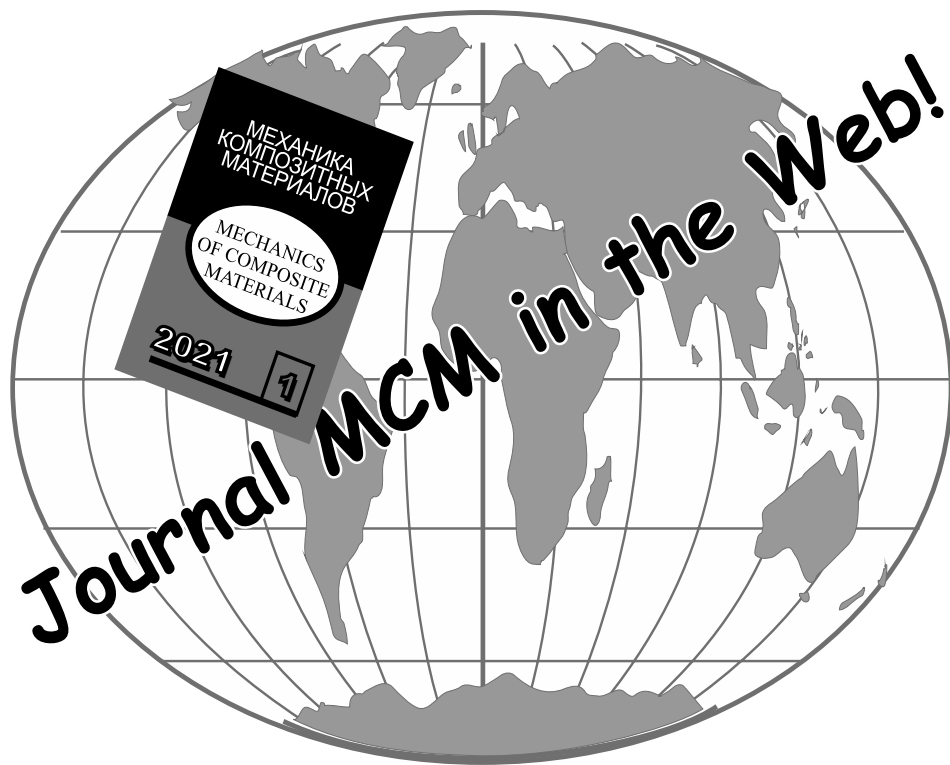
<https://taltech.ee/en/BPS2022>

ICCM-23

International Conference on Composite Materials

July 30 — August 4, 2023, Belfast, Ireland

<https://iccm23.org/>



Адрес редакции:

ул. Айзкрауклес, 23, Рига, LV-1006 Латвия
<https://www.apgads.lu.lv/journals/mkm/>
e-mail: mcm@pmi.lv, tatjana.gubina@pmi.lv

Address:

23 Aizkraukles St., Riga, LV-1006 Latvia
<https://www.apgads.lu.lv/en/journals/mkm/>
e-mail: mcm@pmi.lv, tatjana.gubina@pmi.lv

Редактор *Т. В. Губина*

Редактор английского текста *А. Лагздиньш*

Перевод для издания журнала на английском языке *В. Кулакова, А. Лагздиньша*

Компьютерная верстка *А. В. Пумтурс*

Корректор *С. А. Видинеев*

Отпечатано в типографии SIA "Eiro Print", ул. Апес, 5А – 89, Рига, LV-1039 Латвия